



## BENEMÉRITA Y CENTENARIA ESCUELA NORMAL DEL ESTADO DE SAN LUIS POTOSÍ.

TITULO: El razonamiento inductivo de estudiantes de secundaria implicado en la resolución de un problema de sucesión cuadrática: una mirada desde la técnica del Mapa Híbrido

---

AUTOR: Miguel Ángel Verástegui Gutiérrez

---

FECHA: 7/15/2021

---

PALABRAS CLAVE: Razonamiento inductivo, Mapa Híbrido, Sucesión cuadrática, Sistema de prácticas, Objetos matemáticos

---

**SECRETARÍA DE EDUCACIÓN DE GOBIERNO DEL ESTADO**  
**SISTEMA EDUCATIVO ESTATAL REGULAR**  
**DIRECCIÓN DE EDUCACIÓN**  
**INSPECCIÓN DE EDUCACIÓN NORMAL**

**BENEMÉRITA Y CENTENARIA**  
**ESCUELA NORMAL DEL ESTADO DE SAN LUIS POTOSÍ**

**GENERACIÓN**

**2017**



**2021**

**“EL RAZONAMIENTO INDUCTIVO DE ESTUDIANTES DE SECUNDARIA  
IMPLICADO EN LA RESOLUCIÓN DE UN PROBLEMA DE SUCESIÓN  
CUADRÁTICA: UNA MIRADA DESDE LA TÉCNICA DEL MAPA HÍBRIDO”**

**ENSAYO PEDAGÓGICO**

**QUE PARA OBTENER EL TÍTULO DE LICENCIADO EN EDUCACIÓN  
SECUNDARIA CON ESPECIALIDAD EN MATEMÁTICAS**

**PRESENTA:**

**C. MIGUEL ÁNGEL VERÁSTEGUI GUTIÉRREZ**

**ASESORA:**

**MAESTRA MARISOL WALDO MORENO**

**SAN LUIS POTOSÍ, S.L.P.**

**JULIO DEL 2021**



**BENEMÉRITA Y CENTENARIA ESCUELA NORMAL DEL ESTADO DE SAN LUIS POTOSÍ  
CENTRO DE INFORMACIÓN CIENTÍFICA Y TECNOLÓGICA**

---

**ACUERDO DE AUTORIZACIÓN PARA USO DE INFORMACIÓN DEL DOCUMENTO  
RECEPCIONAL EN EL REPOSITORIO INSTITUCIONAL DE LA BECENE DE ACUERDO A LA  
POLÍTICA DE PROPIEDAD INTELECTUAL**

---

**A quien corresponda.  
PRESENTE. –**

Por medio del presente escrito VERÁTEGUI GUTIÉRREZ MIGUEL ÁNGEL  
autorizo a la Benemérita y Centenaria Escuela Normal del Estado de San Luis Potosí, (BECENE) la  
utilización de la obra Titulada:

**"EL RAZONAMIENTO INDUCTIVO DE ESTUDIANTES DE SECUNDARIA IMPLICADO EN LA  
RESOLUCIÓN DE UN PROBLEMA DE SUCESIÓN CUADRÁTICA: UNA MIRADA DESDE LA  
TÉCNICA DEL MAPA HÍBRIDO"**

en la modalidad de: Ensayo pedagógico para obtener el  
Título en Licenciatura en Educación Secundaria con especialidad en Matemáticas

en la generación 2017-2021 para su divulgación, y preservación en cualquier medio, incluido el  
electrónico y como parte del Repositorio Institucional de Acceso Abierto de la BECENE con fines  
educativos y Académicos, así como la difusión entre sus usuarios, profesores, estudiantes o terceras  
personas, sin que pueda percibir ninguna retribución económica.

Por medio de este acuerdo deseo expresar que es una autorización voluntaria y gratuita y en  
atención a lo señalado en los artículos 21 y 27 de Ley Federal del Derecho de Autor, la BECENE  
cuenta con mi autorización para la utilización de la información antes señalada estableciendo que se  
utilizará única y exclusivamente para los fines antes señalados.

La utilización de la información será durante el tiempo que sea pertinente bajo los términos de los  
párrafos anteriores, finalmente manifiesto que cuento con las facultades y los derechos  
correspondientes para otorgar la presente autorización, por ser de mi autoría la obra.

Por lo anterior deslindo a la BECENE de cualquier responsabilidad concerniente a lo establecido en  
la presente autorización.

Para que así conste por mi libre voluntad firmo el presente.

En la Ciudad de San Luis Potosí, S.L.P. a los 10 días del mes de julio de 2021.

ATENTAMENTE.

Miguel Ángel Verástegui Gutiérrez

Nombre y Firma

AUTOR DUEÑO DE LOS DERECHOS PATRIMONIALES

Nicolás Zapata No. 200  
Zona Centro, C.P. 78000  
Tel y Fax: 01444 812-11-55  
e-mail: cicyt@becenesp.edu.mx  
www.becenesp.edu.mx



BENEMÉRITA Y CENTENARIA  
ESCUELA NORMAL DEL ESTADO  
SAN LUIS POTOSÍ, S.L.P.

BECENE-DSA-DT-PO-01-07  
OFICIO NÚM: REVISIÓN 9  
DIRECCIÓN: Administrativa  
ASUNTO: Dictamen Aprobatorio.

San Luis Potosí, S. L. P., 10 de Julio del 2021.

Los que suscriben tienen a bien

## DICTAMINAR

que el(la) alumno(a): **VERASTEGUI GUTIERREZ MIGUEL ANGEL**  
de la Generación: **2017-2021**

concluyó en forma satisfactoria y conforme a las indicaciones señaladas en el Documento Recepcional en la modalidad de ( ) Ensayo Pedagógico, ( ) Tesis de investigación, ( ) Informe de prácticas profesionales, ( ) Portafolio Temático, ( ) Tesina.  
Titulado:

**“EL RAZONAMIENTO INDUCTIVO DE ESTUDIANTES DE SECUNDARIA IMPLICADO EN LA RESOLUCIÓN DE UN PROBLEMA DE SUCESIÓN CUADRÁTICA: UNA MIRADA DESDE LA TÉCNICA DEL MAPA HÍBRIDO”**

Por lo anterior, se determina que reúne los requisitos para proceder a sustentar el Examen Profesional que establecen las normas correspondientes, con el propósito de obtener el Título de Licenciado (a) en Educación **SECUNDARIA CON ESPECIALIDAD EN MATEMÁTICAS**.

### ATENTAMENTE

DIRECTORA ACADÉMICA

DIRECTOR DE SERVICIOS ADMINISTRATIVOS

MTRA. NAYLA JIMENA TURRUBIARTES CERINO  
SECRETARÍA DE EDUCACIÓN  
SISTEMA EDUCATIVO ESPECIAL REGULAR  
BENEMÉRITA Y CENTENARIA ESCUELA NORMAL DEL ESTADO  
SAN LUIS POTOSÍ, S.L.P.

JEFA DEL DEPARTAMENTO DE TITULACIÓN

ASESOR DEL DOCUMENTO RECEPCIONAL

MTRA. MARTHA IBÁÑEZ CRUZ

MTRA. MARISOL WALDO MORENO

Certificación ISO 9001 : 2015  
Certificación CIEES Nivel 1  
Nicolás Zapata No. 200,  
Zona Centro, C.P. 78230  
Tel y Fax: 01444 812-5144,  
01444 812-3401  
e-mail: becene@beceneslp.edu.mx  
www.beceneslp.edu.mx  
San Luis Potosí, S.L.P.

AL CONTESTAR ESTE OFICIO SIRVASE USTED CITAR EL NÚMERO DEL MISMO Y FECHA EN QUE SE GIRA, A FIN DE FACILITAR SU TRAMITACIÓN ASI COMO TRATAR POR SEPARADO LOS ASUNTOS CUANDO SE ANTIENDE DIFERENTES.

## **DEDICATORIA**

A mi abuela, Lilia Rodríguez Muñiz.

## **AGRADECIMIENTOS**

A Dios por guiarme durante todo el camino y porque seguirá haciéndolo.

A mis familia, especialmente a mis padres, Verónica Gutiérrez Castillo y Miguel Ángel Verástegui Rodríguez por darme la vida, por estar siempre en todo momento, por ayudarme a crecer, por educarme y por amarme. Sin ellos, esto no hubiera sido posible.

A todos mis maestros y maestras, con los cuales tuve la fortuna de ser su alumno. Cada uno de ellos y ellas han aportado un granito de arena, me han inspirado a elegir el camino de la docencia y me han enseñado a serlo de corazón. A la Maestra Marisol Waldo Moreno por guiarme durante la elaboración de este trabajo y por confiar en mí. A la Maestra Rosangel de Guadalupe Torres Moreno por permitirme trabajar con ella en este proyecto y por ser una maestra de vida y mentora; de la misma forma, agradezco al Dr. Nehemías Moreno Martínez por enseñarme un panorama de lo que es el mundo de la investigación, a ambos les agradezco por ver en mí lo que no todos pudieron ver, ni yo mismo.

A mis compañeros y amigos que también constituyeron una pieza importante de este trabajo, Daniel, Eduardo, Lupita y Arely, por tantas risas, tristezas, frustraciones. El camino sigue, esta aventura apenas empieza.

A la Maestra Marina Barajas Piña, por darme la oportunidad de trabajar con sus grupos y por enseñarme el trabajo real en una escuela secundaria. A mis alumnos quienes me ayudaron a aprender tantas cosas y por haberme dejado ser su maestro.

Por último, pero no menos importante, a la Benemérita y Centenaria Escuela Normal del Estado de San Luis Potosí (BECENE) por enseñarme el cómo ser docente y por darme las herramientas necesarias para seguir edificando mi camino.

Gracias.

## ÍNDICE

I.	INTRODUCCIÓN.....	1
II.	TEMA DE ESTUDIO .....	5
1.1.	Núcleo y línea temática .....	5
1.2.	Descripción del estudio de caso .....	5
1.3.	Escuela y ubicación geográfica.....	5
1.4.	Contexto y características sociales relevantes.....	6
1.5.	Preguntas centrales que guiaron el desarrollo del trabajo .....	9
1.6.	Conocimientos obtenidos de la experiencia y la revisión bibliográfica .....	9
1.6.1.	<i>Razonamiento inductivo .....</i>	9
1.6.2.	<i>El enfoque Ontosemiótico del conocimiento y la instrucción matemática, los sistemas de prácticas y los procesos cognitivos .....</i>	11
1.6.3.	<i>El Mapa Híbrido.....</i>	13
1.6.4.	<i>La componente del mapa conceptual y su importancia en el Mapa Híbrido .....</i>	21
1.6.5.	<i>Patrones y sucesiones .....</i>	22
1.6.6.	<i>Enseñanza y aprendizaje de patrones y sucesiones.....</i>	24
III.	DESARROLLO DEL TEMA.....	27
3.1.	Aplicación de la secuencia didáctica .....	27
	<i>Plan de clase (1/8): “Conocimientos previos” .....</i>	30
	<i>Plan de clase (2/8): “Cubos y más cubos” .....</i>	34
	<i>Plan de clase (3/8): “Modelando patrones” .....</i>	38
	<i>Plan de clase (4/8): “Razonando inductivamente” .....</i>	41
	<i>Plan de clase (5/8): “Conceptualizando patrones” .....</i>	45
	<i>Plan de clase (6/8): “Representando gráficamente” .....</i>	48
	<i>Plan de clase (7/8): “Me cuadra” .....</i>	58
	<i>Plan de clase (8/8): “Reflexionando”.....</i>	62
3.2.	Evaluación de los aprendizajes .....	65
3.3.	Resultados .....	67
IV.	CONCLUSIONES.....	71
V.	REFERENCIAS .....	74
VI.	ANEXOS .....	78

## I. INTRODUCCIÓN

*“Hacer matemáticas implica descubrir, y la conjetura es el principal camino para el descubrimiento”*. (National Council of Teachers of Mathematics, 2003; citado por Cañadas et al., 2008, p. 433). Como se menciona en la cita, la forma de aprender las matemáticas es descubriéndolas, sumergiéndonos en un estado de flujo en el que permitamos que dicha ciencia nos enseñe todo lo que se sabe y a ver el mundo desde otra perspectiva.

En Este ensayo pedagógico se presenta la puesta en acción de una secuencia didáctica, la cual fue aplicada en un grupo de estudiantes de tercer grado en nivel secundaria, en una modalidad a distancia. El trabajo revela la utilidad que tiene la técnica del Mapa Híbrido para representar el sistema de prácticas implicado en la resolución de un problema matemático (definir el patrón de una sucesión cuadrática a partir de su representación pictórica) en donde se refleja el razonamiento inductivo de los estudiantes de tercer grado de secundaria.

Este trabajo se divide en diferentes secciones: (1) Introducción; (2) Tema de estudio; (3) Desarrollo del tema; (4) Conclusión; (5) Referencias y (6) Anexos. Las cuáles serán explicadas en su debido apartado.

A continuación se justifica la elección del tema con base a las problemáticas identificadas. De igual modo, se especifica el propósito de estudio, las dificultades a las que el docente en formación se enfrentó durante la elaboración de este trabajo y los conocimientos adquiridos durante la experiencia que aportaron a la formación final del profesor.

*“La enseñanza de las matemáticas ha degenerado a veces en ejercicios vanos de mera resolución de problemas, que pueden desarrollar habilidad formal, pero no conducen una comprensión real o a una mayor independencia intelectual”* (Courant et al., 2002, p. 14). Como menciona Courant, una de las dificultades en la enseñanza de las matemáticas es que los estudiantes suelen resolver problemas de forma mecánica, prescindiendo de la comprensión. Una de las soluciones a este problema ha sido trabajar las matemáticas en la educación básica desde un enfoque constructivista.

Se observó que los alumnos con los que se trabajó el estudio de caso, presentaron la problemática descrita en el párrafo anterior. Debido a esto, el docente en formación diseñó una estrategia para solventar las dificultades. Para esto, se decidió utilizar el Mapa Híbrido, ya que esta técnica es capaz de presentar de manera gráfica el procedimiento que realizan los estudiantes al resolver una situación problemática (Moreno, Angulo y Reducindo, 2018). En suma, se decidió favorecer el razonamiento inductivo del alumnado, durante el estudio del tema de sucesiones cuadráticas. Así el tema de estudio de este trabajo de investigación se titula como:

*“El razonamiento inductivo de estudiantes de secundaria implicado en la resolución de un problema de sucesión cuadrática: Una mirada desde la técnica del Mapa Híbrido”.*

Una de las razones personales por la que se eligió trabajar con el Mapa Híbrido, fue que el docente en formación ya había implementado dicha técnica en la clase de matemáticas, con el objetivo de indagar acerca de los procedimientos que los estudiantes efectúan para resolver un problema matemático y, las dificultades que esto conlleva. Además, el Mapa Híbrido es actualmente objeto de investigación.

El principal propósito de este trabajo es Favorecer el desarrollo del razonamiento inductivo de los estudiantes al definir patrones en sucesiones cuadráticas y que lo representen a través del sistema de prácticas de la técnica del Mapa Híbrido.

Se pretende que los estudiantes conciban el Mapa Híbrido como una herramienta que les puede ser útil en la clase de matemáticas, especialmente para formalizar procedimientos y utilizar dicha técnica para resolver otros problemas matemáticos (Moreno et al., 2018).

Al tratarse de una modalidad a distancia, los retos se intensificaron, tanto al docente en formación como al alumnado. Una de las principales dificultades que se presentaron fue el enseñar matemáticas de forma virtual. Es decir, se tuvo que replantear la manera de planear las actividades de enseñanza y evaluar los aprendizajes de los estudiantes.

Otra de las dificultades fue enseñar a los estudiantes a elaborar Mapas Híbridos, ya que si no se enseña de una forma adecuada, puede llegar a ser muy complicado.

Otra de las dificultades para el docente en formación fue el mantener una comunicación sostenida con los estudiantes, ya que no todos los alumnos fueron constantes durante las clases, ni en la entrega de las actividades.

El docente en formación realizó diversas actividades de indagación en donde se apoyó de los siguientes instrumentos: (a) Encuesta de recursos (b) Examen diagnóstico de conocimientos previos (c) Test de estilos de aprendizaje (d) Diagnóstico de mapa conceptual (e) Examen diagnóstico de patrones y sucesiones (f) Secuencia didáctica. Dichos instrumentos serán explicados a lo largo del desarrollo del tema.

Durante el proceso de esta investigación se pudieron favorecer las competencias que definen el perfil de egreso del docente en formación (Secretaría de Educación Pública [SEP], 1999):

(i) Habilidades intelectuales específicas; este dominio pudo favorecerse al investigar la bibliografía para poder analizar e interpretar la información que fue de gran utilidad para sustentar las acciones de la investigación. Los planteamientos del problema de investigación fueron posibles con la observación de distintos factores y con esto, se pudo diseñar la secuencia didáctica.

(ii) Dominio de los propósitos y los contenidos de la educación secundaria; en la práctica, el docente en formación pudo comprender el enfoque pedagógico con el que se enseñan las matemáticas en la educación básica, así como la transversalidad de los contenidos con otras disciplinas y en el contexto cotidiano.

(iii) Competencias didácticas; se ha favorecido la competencia del docente en formación para diseñar actividades didácticas en donde se favorece el aprendizaje de los alumnos, siguiendo lo que dicta el plan y programa de estudios vigente, y considerando que se trabaja con adolescentes. Así como el evaluar formativamente y por competencias.

(iv) Identidad profesional y ética; El docente asumió con profesionalidad su responsabilidad frente a grupo, mostrando su compromiso con el aprendizaje de los alumnos, involucrándose en las reuniones colegiadas del Consejo Técnico Escolar (CTE).

(v) Capacidad de percepción y respuesta a las condiciones sociales del entorno de la escuela; el docente indagó acerca de los conocimientos previos del alumnado y de los factores sociales, económicos y culturales que dificultaron la práctica pedagógica.

La realización de este trabajo será útil para todos aquellos docentes en servicio y en formación que deseen analizar cómo los estudiantes hacen uso de su razonamiento inductivo para definir el patrón de una sucesión cuadrática a través del Mapa Híbrido.

## II. TEMA DE ESTUDIO

### 1.1. Núcleo y línea temática

Este ensayo pedagógico se ubica en la línea temática: “*Los adolescentes y sus procesos de aprendizaje*”, por lo que se consideraron las habilidades, conocimientos y actitudes que los alumnos ponen en juego para aprender un contenido en particular (SEP, 2002a. Haciendo énfasis en los procedimientos matemáticos del alumnado.

El núcleo temático al cual pertenece esta investigación, se titula “*Los Adolescentes*”, éste se enfoca en las dificultades e intereses de aprendizaje que los estudiantes reflejan acerca del estudio de las matemáticas. Así como los conocimientos y habilidades que se ponen en juego en las diferentes situaciones de aprendizaje (SEP, 2002b).

### 1.2. Descripción del estudio de caso

Se empleó el estudio de caso como técnica de investigación cualitativa. Reyes (1999) menciona que el estudio de caso permite recopilar e interpretar de manera minuciosa toda la información acerca de la entidad a la que se estudia y poder obtener conclusiones generales a partir de un número limitado de casos de manera explicativa.

La población con la que se efectuó el estudio de caso es un grupo 30 adolescentes que cursaron el tercer grado de secundaria.

### 1.3. Escuela y ubicación geográfica

La institución educativa es la Escuela Secundaria General No. 7 “Antonio Díaz Soto y Gama”, la cual se encuentra ubicada en la calle Padre Eusebio Quino #6, en la colonia Fovisste, 78150, San Luis Potosí, S.L.P (Ver Anexo A). La Clave del Centro de Trabajo es (C.C.T.) 24DES0072T. La escuela secundaria solo maneja el turno matutino.

Al haber trabajado bajo una modalidad a distancia no se tuvo la oportunidad de observar las instalaciones de la escuela, sin embargo, en el trabajo de Cerda (2020) se menciona que la secundaria colinda con la colonia Las Piedras y con la Unidad Habitacional Manuel José Othón, a las cuales pertenecen la mayoría de los alumnos que realizan sus estudios en dicha escuela. Algunos alumnos provienen de colonias lejanas a la institución lo cual provoca ausentismo y retardos constantes cuando se asistía de manera presencial (Cerda, 2020, p. 27-28).

Cerca de la secundaria existe un departamento de policía, el cual les brinda seguridad a los estudiantes durante el transcurso del día. La escuela está compuesta por cinco edificios en los cuales hay: 14 salones de clase, biblioteca escolar, sala de habilidades digitales y tecnológicas, talleres de ofimática, diseño arquitectónico, corte y confección, electricidad, sala de profesores, dirección, subdirección, y oficinas administrativas. La escuela cuenta con cooperativa escolar, mesas y comedores para el personal académico, cuatro áreas verdes, tiene también dos canchas de basquetbol, una de ellas techada, en donde se solían realizar actos cívicos como los honores a la bandera. De las aulas de clase, solo algunas cuentan con equipo multimedia como proyector y pizarrón inteligente (Cerda, 2020, p. 27-28).

El personal académico trabaja en colaboración para ofrecer una educación de calidad, esto se puede observar en las reuniones de Consejo Técnico Escolar. Los padres de familia se involucran en la educación de sus hijos, ya que solían asistir a las reuniones presenciales y estar al pendiente de la evaluación de sus hijos (Cerda, 2020, p. 27-28).

#### **1.4.Contexto y características sociales relevantes**

Debido a la pandemia COVID-19, el sistema educativo implementó diferentes estrategias para afrontar las barreras y poder propiciar el conocimiento hasta el hogar de cada uno de los educandos de los distintos niveles educativos. Una de las soluciones a este problema fue la estrategia “*Aprende en casa*” la cual logró transmitir los contenidos curriculares de cada disciplina a través de la programación televisiva. De esta forma, todos los estudiantes con televisor o acceso a internet recibieron educación a distancia; mientras que el docente asignaba y evaluaba las actividades correspondientes.

Se llevó a cabo un curso remedial durante las tres primeras semanas del inicio del ciclo escolar 2020-2021. El docente en formación tuvo la oportunidad de involucrarse en la revisión de las actividades de los estudiantes, de esta forma, se observó que existieron dificultades por parte de los estudiantes al comprender problemas matemáticos, por lo que muchos alumnos recurrían a resolver los problemas de forma mecánica.

Previamente al proceso de planeación de la enseñanza y diseño de la secuencia didáctica, se recabó la información suficiente para conocer la situación de los estudiantes. Así se pudieron determinar aquellos factores que limitaron o dificultaron el trabajo a distancia. Para esto, se aplicaron los siguientes instrumentos:

(a) *Encuesta de recursos* (Ver Anexo B), los resultados revelaron que la gran mayoría de los alumnos cuentan con los recursos indispensables para la modalidad virtual (Ver Anexo C). El 94.60% cuentan con televisión para poder continuar aprendiendo desde sus hogares. El 87% de los estudiantes mencionaron que cuentan con internet en casa. El 89.20% del alumnado tiene teléfono celular propio. El 100% de los alumnos utilizan redes sociales como Facebook y WhatsApp. Estos aspectos fueron de mucha ayuda para establecer comunicación con los estudiantes y poder llevar a cabo clases a distancia. Se anexa evidencia de la encuesta contestada por un alumno (Ver Anexo D).

(b) El *Examen diagnóstico de conocimientos previos* (Ver Anexo E) se aplicó mediante un formulario de Google. Éste mostró un panorama de los aprendizajes logrados por los estudiantes en el segundo grado de secundaria. No obstante, los resultados de los alumnos en el examen también revelaron había dificultades con algunos contenidos trabajados en el segundo grado. La gráfica de barras (Ver anexo F) muestra que el promedio de los alumnos obtuvo una puntuación de 46.78 en una escala del 1 al 100, donde solo seis alumnos alcanzaron un puntaje aprobatorio. Se anexa evidencia de que un estudiante respondió el diagnóstico (Ver Anexo G).

(c) El *Test de estilos de aprendizaje* (Ver anexo H) fue tomado de Guerri (2019) mediante una página web. Se les envió a los estudiantes el enlace correspondiente para poder acceder a la página y contestar el cuestionario. Al finalizar el test, los alumnos conocieron cuál fue su estilo de aprendizaje predominante. Con los resultados obtenidos en la aplicación

del test, se pudo observar que el estilo de aprendizaje predominante en los alumnos es el Auditivo (Ver Anexo I).

(d) El *Diagnóstico del mapa conceptual* se efectuó utilizando una rúbrica para evaluar las producciones de los estudiantes (Ver Anexo J), con el objetivo de saber qué tan asociados estaban los alumnos con esta técnica. Esto con el fin de saber si los estudiantes podrían presentar dificultades al momento de trabajar la componente del mapa conceptual en el Mapa Híbrido. La mayoría de los estudiantes se posicionaron por debajo del nivel avanzado (Ver anexo K). También se anexan evidencias del mapa conceptual de un alumno (Ver Anexo L).

(e) La *secuencia didáctica* (Ver Anexo M), fue fundamental en este trabajo para formular las conclusiones de este trabajo, así como para contestar las preguntas guía. La secuencia didáctica consta de 8 planes de clase, los cuales serán presentados minuciosamente en el apartado de desarrollo del tema.

(f) El *Examen diagnóstico de patrones y sucesiones* (Ver Anexo M1), reveló que la mayoría de los estudiantes se encontraron en niveles bajos (Ver Anexo N). Estos resultados fueron analizados a detalle en el inicio de la secuencia didáctica. También se anexa evidencia del examen resuelto por una alumna (Anexo O).

Como se mencionó en la introducción, algunos alumnos no sostenían una comunicación constante con el docente en formación, por lo que algunos instrumentos de indagación varían en cuanto al número de alumnos que contestaron las actividades.

Otro aspecto importante a destacar es que los estudiantes con los que se realizó el estudio de caso han trabajado los dos últimos planes y programas de estudio propuestos por la SEP. En nivel primaria, los alumnos culminaron sus estudios con el programa 2011. Cuando ingresaron a nivel secundaria, trabajaron con el programa de estudios vigente, que es mejor conocido como “*Aprendizajes Clave*”; Sin embargo, al iniciar el 3° de secundaria, los estudiantes continuaron sus estudios con el programa 2011, lo cual se acordó en el Diario Oficial de la Federación (Secretaría de Gobernación [SEGOB], 2020).

## **1.5.Preguntas centrales que guiaron el desarrollo del trabajo**

Durante la construcción de la secuencia didáctica surgieron algunas de preguntas, las cuales sirvieron como guía para investigar y lograr los propósitos planteados.

La pregunta principal de este trabajo es: *¿Qué objetos y procesos se pueden identificar en el sistema de prácticas representado en un Mapa Híbrido, producto del razonamiento inductivo utilizado para resolver problemas que implican sucesiones cuadráticas en el estudiante de secundaria?*

A continuación se enlistan cada una de las preguntas que se responderán durante el desarrollo de este trabajo:

*¿Qué errores y dificultades se identificaron en la resolución de los problemas que implica encontrar la sucesión a partir de la representación pictórica de cubos?*

*¿Qué elementos del razonamiento inductivo que implica encontrar una sucesión cuadrática se pueden identificar en los procesos matemáticos representados por los estudiantes en los Mapas Híbridos que desarrollaron?*

*¿Qué procesos y objetos matemáticos, producto de la resolución de un problema que implica encontrar una sucesión cuadrática se pueden identificar en el Mapa Híbrido elaborado por un estudiante de secundaria?*

## **1.6.Conocimientos obtenidos de la experiencia y la revisión bibliográfica**

Durante el desarrollo de los siguientes párrafos se detallarán algunos aspectos teóricos correspondientes al Mapa Híbrido, al razonamiento inductivo y a las sucesiones cuadráticas.

### ***1.6.1. Razonamiento inductivo***

Pólya (1945) define el razonamiento inductivo como: *“El razonamiento natural que da lugar al conocimiento científico mediante el descubrimiento de leyes generales a partir*

*de la observación de casos particulares*” (Cómo se citó en Castro, Cañadas y Molina, 2010, p. 56).

El razonamiento inductivo es el tipo de razonamiento al que los estudiantes recurren en la mayoría de las ocasiones. Éste es utilizado con el fin de verificar las conjeturas (Soler-Álvarez. Y Pérez, 2014, p. 216).

El principal objetivo del razonamiento inductivo es la generalización. Mediante la formulación de conjeturas, es lo que hace que el razonamiento inductivo favorezca la construcción del conocimiento (Neubert y Binko 1992, como se citó en Cañadas, Deulofeu, Figueiras, Reid y Yevdokimov 2008b, p.1).

Existe una estrecha relación entre la inteligencia, el aprendizaje y el razonamiento inductivo. El razonamiento inductivo y la inteligencia se favorecen mutuamente. Asimismo, a través de las diferentes formas del razonamiento inductivo se pueden lograr aprendizajes comprensivos y significativos. De esta forma, la inducción soporta el aprendizaje (Sanz de Acebedo Baquedano y Sanz de Acedo Lizarraga, 2006, p. 17-18).

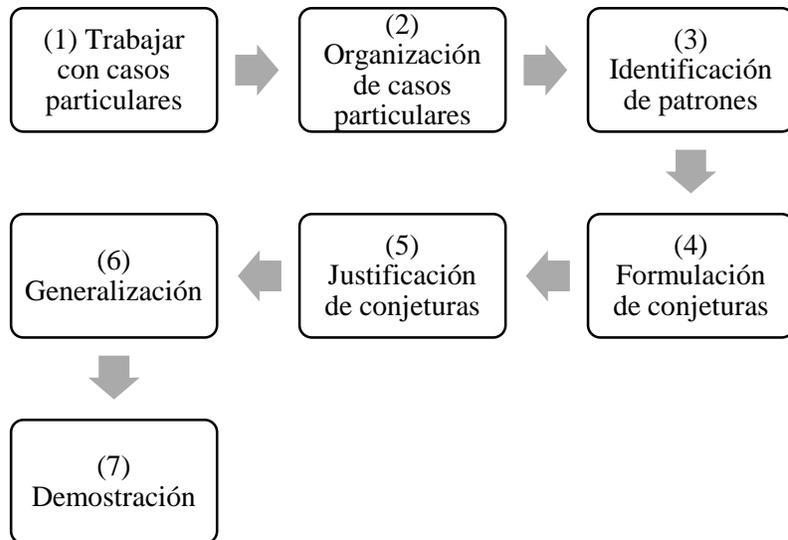
La formulación de conjeturas juega un papel fundamental en el razonamiento inductivo, estas se generan por medio de la observación de regularidades e identificación de patrones. Para Álvarez, Alonso y Gorina (2012) la conjeturación matemática es un proceso que consiste en la construcción de una hipótesis que a su vez se basa en un razonamiento (p. 627).

Castro e tal., (2010) sugieren que el trabajo con el razonamiento inductivo en la construcción del conocimiento matemático, se introduzca a los estudiantes en el proceso de validar sus procedimientos informales, de forma que ellos traten de validar sus propias conjeturas para poder obtener una generalización. Partiendo de casos particulares en la búsqueda de patrones, hacer conjeturas y expresar generalizaciones. También, mencionan la necesidad de desarrollar en los alumnos habilidades para generalizar, justificar y expresar sistemáticamente generalizaciones.

Basado en Hadamard (1947) y Pólya (1945) quienes tratan el razonamiento inductivo en la construcción del conocimiento matemático, Cañadas et al., (2004) proponen un modelo teórico de razonamiento inductivo, ver Figura 1.

**Figura 1**

*Modelo de razonamiento inductivo*



*Nota. Adaptado de “El razonamiento inductivo como generador del conocimiento matemático” (p. 57), por E. Castro, M. Cañadas y M. Molina, 2010, UNO 54.*

Las autoras del modelo especifican que algunas etapas son imprescindibles mientras que otras no, en donde el sexto paso es indispensable, ya que la generalización, se considera como la generadora del conocimiento (Castro et al., 2010, p. 58).

Debido a que no todas las etapas de dicho modelo son imprescindibles, se ha optado por no trabajar la etapa 2, ya que no todas las fases son necesarias. El modelo propuesto por Castro et al., (2010) fue empleado durante la aplicación de la secuencia didáctica planteada en este documento, con los estudiantes para favorecer su razonamiento inductivo.

### ***1.6.2. El enfoque Ontosemiótico del conocimiento y la instrucción matemática, los sistemas de prácticas y los procesos cognitivos***

El Enfoque Ontosemiótico (EOS) se conforma de aportaciones de diferentes disciplinas como lo son la epistemología, psicología, sociología, semiótica y ciencias de la

Educación (Godino, 2014). Este modelo busca analizar el pensamiento matemático, así como los diferentes factores que se involucran (Godino, Batanero y Font, 2007).

Godino, Giacomone, Batanero y Font (2017) comprenden el EOS como un:

Sistema teórico que trata de integrar diversas aproximaciones y modelos teóricos usados en la investigación en Educación Matemática. Dicho enfoque se apoya en presupuestos antropológicos y semióticos sobre las matemáticas, y adopta principios didácticos de tipo socio-constructivista e interaccionista para el estudio de los procesos de enseñanza y aprendizaje (p. 93).

El EOS plantea la “*Práctica matemática*” como toda actuación o expresión (verbal, gráfica, etc.) realizada por alguien para resolver problemas matemáticos, comunicar a otros la solución obtenida, validarla o generalizarla a otros contextos y problemas (Godino y Batanero, 1994; Como se citó en Godino et al., 2007, p. 4). En el estudio de las matemáticas se involucran sistemas de prácticas, operativas y discursivas, las cuales son manifestadas por aquellas personas que interactúan con un problema matemático (Godino et al., 2007).

Los objetos matemáticos surgen del sistema de prácticas mediante el cual se resuelve un problema. Se consideran dos niveles de objetos matemáticos: primarios y secundarios. Los objetos matemáticos primarios son aquellos que pueden observarse en un texto matemático: problemas, conceptos, proposiciones, entre otros. Los objetos matemáticos secundarios son aquellos que emergen de la forma de ver, hablar y realizar operaciones sobre el nivel primario (Godino et al., 2007).

Para este trabajo se hará énfasis en los objetos matemáticos de primer nivel que surgen de los sistemas de prácticas. Godino et al., (2007) propone la siguiente tipología de objetos matemáticos primario:

- (a) Elementos lingüísticos. Se refiere a aquellos términos, expresiones, notaciones y gráficos, expresados de manera escrita, oral y/o gestual.
- (b) Situaciones problemáticas. Son aquellas aplicaciones extra-matemáticas, tareas, actividades didácticas, etc.
- (c) Concepto-definición. Son introducidos mediante definiciones o descripciones, como recta, punto, número, media, función, entre otros.

- (d) Proposiciones. Son enunciados sobre conceptos.
- (e) Procedimientos. Son los algoritmos, operaciones, técnicas para resolver problemas, etc.
- (f) Argumentos. Son enunciados utilizados para validar o explicar las proposiciones y procedimientos (p. 7).

Los objetos matemáticos pueden ser considerados desde diferentes facetas o dimensiones duales. Si el sistema de prácticas es compartido en el seno de una institución, los objetos que emergen son considerados como “objetos institucionales”; si los sistemas son específicos de una persona, se consideran como “objetos personales” (Godino y Batanero, 1994; citado en Godino, 2007).

Los objetos ostensivos son aquellos que son públicos y que se pueden mostrar a otro. Los objetos personales e institucionales tienen naturaleza no ostensiva. Un objeto ostensivo puede ser también pensado por un sujeto o estar implícito en el discurso matemático (Godino et al., 2004).

Los objetos matemáticos surgen de los procesos matemáticos: comunicación, problematización, definición, enunciación, elaboración de procedimientos y argumentación. En el EOS se consideran también algunos procesos cognitivos/epistémicos dentro de la configuración ontosemiótica (Godino et al., 2004):

- (a) Institucionalización - Personalización.
- (b) Generalización - Particularización.
- (c) Análisis – Síntesis
- (d) Materialización – Idealización
- (e) Representación – Significación

### **1.6.3. El Mapa Híbrido**

En Moreno (2017) se establece que “El Mapa Híbrido es interpretado como una representación ostensiva de la práctica de resolución de un problema de la matemática”

(citado en Moreno et al., 2018, p.118), es decir, que contiene aquella toma de decisión didáctica necesaria para llevar a cabo la resolución de un problema.

La génesis del Mapa Híbrido resulta de combinar algunos elementos esenciales de la técnica del Mapa Conceptual y el Diagrama de Flujo. Así, el Mapa Híbrido conforma un sistema que se compone de una práctica interpretativa y una práctica operativa de la resolución de un problema matemático (Moreno, 2017).

Cuando el Mapa Híbrido es producción del docente se le conoce como Mapa Híbrido Epistémico (MH-E de aquí en adelante) y cuando es elaborado por el estudiante, recibe el nombre de Mapa Híbrido Cognitivo (MH-C de aquí en adelante) (Moreno et al., 2018).

La técnica del Mapa Híbrido es interpretada desde la perspectiva del Enfoque Ontosemiótico (EOS). Así, el Mapa Híbrido puede presentar gráficamente objetos matemáticos primarios a través de su sistema de prácticas (Moreno et al, 2018).

En el Mapa Híbrido también se pueden reflejar procesos cognitivos como lo son la idealización, significación y algunos otros que están presentes al resolver un problema matemático (Moreno et al., 2018).

Desde la interpretación ontosemiótica del Mapa Híbrido, es posible que tanto el docente como el alumno puedan examinar a detalle la práctica matemática involucrada en la resolución de un problema matemático.

Con base en la investigación realizada en la Benemérita y Centenaria Escuela Normal del Estado de San Luis Potosí (BECENE), la cual lleva el nombre de, *“El análisis y la reflexión de la práctica de los docentes en formación: una experiencia con los mapas híbridos como estrategia de enseñanza en la clase de matemáticas”* (Torres, Cruz y Moreno, 2021) con Clave: C-18-16-PRO, se identificaron tres implementaciones del Mapa Híbrido:

(i) La primera utilidad es la que le dan los docentes en formación al hacer uso de su propio razonamiento personal para resolver problemas matemáticos.

(ii) La segunda implementación consiste en el desarrollo del MH-E en donde se pueda ver la reflexión sobre la práctica matemática que emplean los docentes en formación para institucionalizar el conocimiento. En suma, con esta perspectiva se pueden ver los posibles

errores y dificultades que los estudiantes pueden tener al resolver los problemas matemáticos (utilidad que se le dará más adelante al MH-E en este trabajo).

(iii) La tercera perspectiva del MH-E es al tratarlo como una herramienta de reflexión de procedimientos en donde se plantean los resultados que se obtienen posteriormente de la institucionalización, analizando los argumentos que plantean los alumnos al elaborar un MH-C.

El Mapa Híbrido trae consigo una reflexión integral ya que se utiliza en un primer momento como medio para reflexionar los procedimientos, identificando errores, dificultades (obstáculos epistemológicos), de conocimientos previos, así como, los necesarios para resolver las problemáticas. Un segundo momento en el que se analizan los aspectos didácticos, metodológicos de enseñanza, para dar solución a una situación didáctica y una vez que se implementa ésta a través de un recurso didáctico o instrumento de evaluación (Torres, et al., 2021).

Como parte de este proyecto de investigación, se utilizó al Mapa Híbrido como un instrumento de evaluación de procedimientos de los estudiantes de secundaria, y a partir de la experiencia obtenida se llegó a identificar la necesidad de realizar una adaptación de la técnica al nivel educativo de secundaria, tomando en consideración las características de las forma en la que los adolescentes se apropiaron de la técnica.

En la práctica operativa se debe de explicitar paso a paso el procedimiento o técnica de resolución a la que se ha recurrido para resolver el problema, por ejemplo, si un estudiante decide resolver una ecuación cuadrática por el método de factorización, es conveniente que lo especifique y siga los pasos para poder efectuar dicho procedimiento, operando y realizando los cálculos correspondientes a la acción que se vaya efectuando. De la misma forma, se tiene que argumentar sus pasos. Los elementos lingüísticos pueden verse reflejados en todo el sistema de prácticas, cuando el estudiante hace uso de notaciones, expresiones o algún gráfico.

En la práctica interpretativa el estudiante conceptualiza, siguiendo con el ejemplo de la ecuación cuadrática, el alumno al final puede incluir el concepto de “factorización” haciendo referencia a todo el procedimiento realizado durante la práctica matemática, o

también puede señalar que la ecuación es cuadrática debido al grado del exponente. De igual forma, el estudiante puede definir qué es una ecuación cuadrática, qué es factorización, etc. las proposiciones pueden realizarse de manera que el alumno haga referencia a algunos conceptos.

Las conexiones entre las prácticas juegan un papel muy importante y complicado para los estudiantes. Por medio de las conexiones que realizan los estudiantes en el sistema de prácticas se puede reflejar la comprensión. Por ejemplo, siguiendo con el ejemplo de la ecuación cuadrática, el alumno puede resolver la ecuación cuadrática por el método de factorización e incluir los conceptos correspondientes, sin embargo, puede prescindir de conectar la operación con el concepto de factorización. Esto puede darse a diferentes interpretaciones, puede que el alumno sepa que es factorizar y haya ignorado hacer la conexión, o que el alumno no conceptualice aun la factorización.

Ambas prácticas se encuentran relacionadas, vinculando la parte conceptual con la procedimental, de manera que se puede observar una resolución holística de una situación problema, en donde el alumno no solo realiza operaciones, sino que argumenta su procedimiento y conceptualiza.

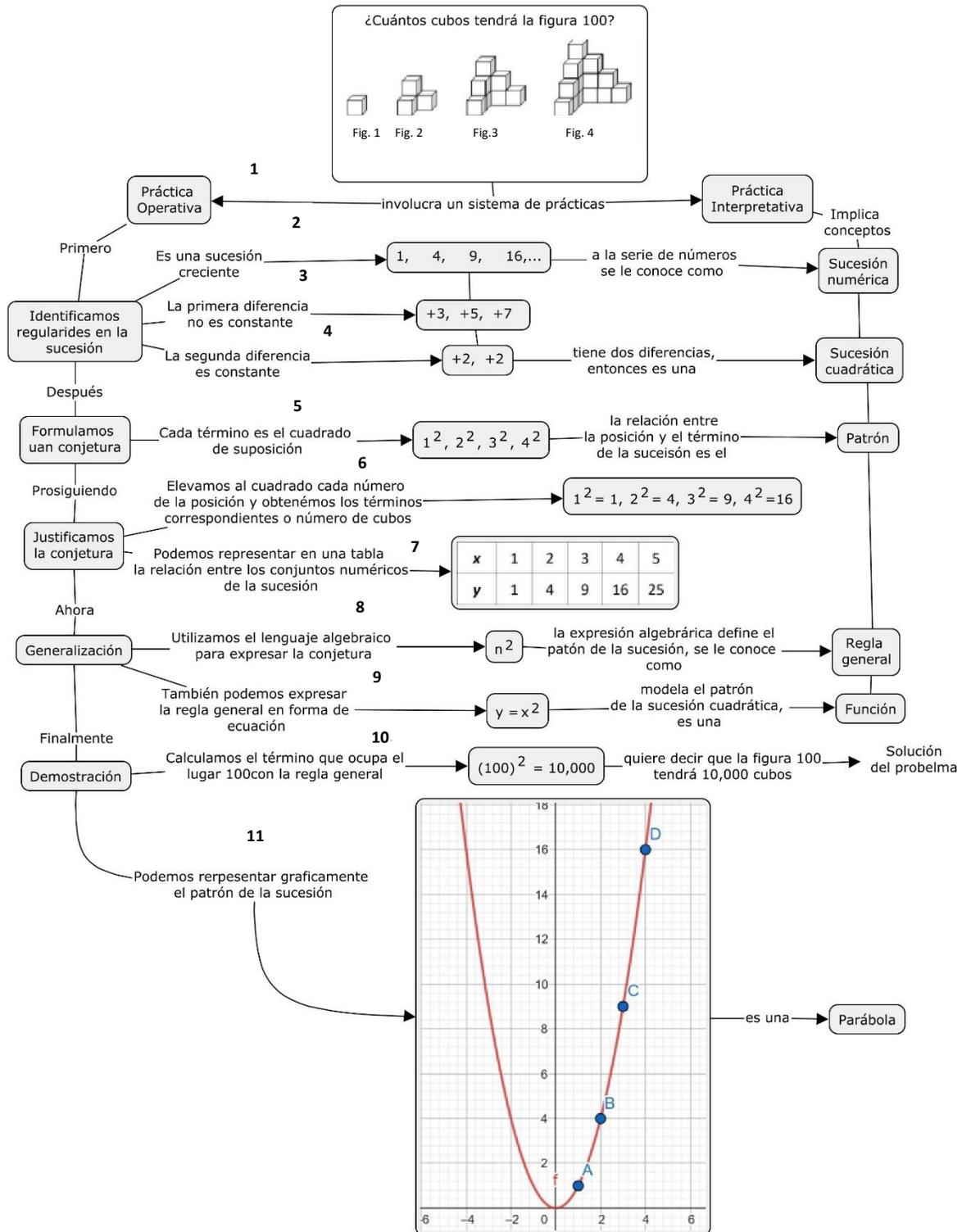
Cuando los estudiantes resuelven un problema y elaboran un MH-C para representar gráficamente la resolución, ellos mismos reflexionan acerca de su práctica matemática. También pueden compararlo con sus pares o con el docente para saber que otras formas existen para llegar a la solución de un problema.

El estudiante tiene la libertad de equivocarse y presentar un Mapa Híbrido con una solución errónea o con un procedimiento diferente al de sus compañeros, ya que al tratarse de un MH-C, el alumno representa su práctica matemática bajo su propia interpretación personal. La producción de errores puede ser una oportunidad valiosa para la estimulación de nuevas conjeturas y para favorecer el aprendizaje por descubrimiento (Ruiz, 1993).

Una de las perspectivas que los profesores pueden darle al MH-E es para identificar los posibles errores y dificultades que los estudiantes pueden tener al resolver un problema (Torres et al., 2021). Dicha utilidad se aprovechó en el siguiente MH-E, ver Figura 2.

**Figura 2.**

*MH-E de la generalización de un patrón correspondiente a una sucesión cuadrática.*



El MH-E de la figura anterior, presenta la resolución de una situación problemática que implica calcular el número de cubos que tendrá la figura 100 de la sucesión. Para resolver este problema se recurrió al razonamiento inductivo del docente en formación, siguiendo los pasos del modelo de Castro et al., (2010).

No solo se llegó a resolver el problema, sino que se decidió definir el patrón de la sucesión cuadrática a través de sus diferentes representaciones (tabular, gráfica y tabular), lo cual puede observarse en el MH-E de la Figura 2.

Antes de especificar la utilidad que se le dio al MH-E, se explicará cómo leer el Mapa Híbrido:

1. El MH-E parte con la situación problemática, la cual consiste en calcular el número de cuadritos que tendrá la figura 100 de la sucesión de figurativa. Para resolver el problema se involucra un sistema de prácticas. Se inicia por la práctica interpretativa.

2. Para razonar inductivamente el patrón de la sucesión, se identifican las regularidades que ésta presenta. Podemos observar que la sucesión es creciente, esto puede verse desde como aumenta el número de cubos por cada figura, asimismo, al representar la sucesión figurativa en una sucesión numérica, nos podemos dar cuenta que va en aumento y así podemos definir que la serie de números es una sucesión.

3. Se recurre al método de las diferencias para seguir identificando regularidades. La primera diferencia se puede observar que no es constante, es decir, los números no son los mismos.

4. La segunda diferencia si es constante, y es el número 2. Al tener una segunda diferencia, se sabe que se trata de una sucesión cuadrática. La mitad de la diferencia sería el coeficiente cuadrático de la regla general, en este caso sería 1.

5. Para Formular la conjetura es necesario analizar el comportamiento de la sucesión. Si observamos la relación entre la posición y el término de la sucesión, nos podemos dar cuenta que cada término es el cuadrado de la posición.

6. Para justificar la conjetura, elevamos al cuadrado cada número de la posición y obtenemos los términos correspondientes o el número de cubos de las figuras.

7. También es posible relacionar los conjuntos numéricos que involucra la sucesión por medio de una tabla de dos columnas, ésta sería la representación tabular de la sucesión. De esta forma, los números de la columna  $x$  vendrían siendo la posición que ocupan. Mientras que los números de la columna  $y$  vendrían siendo los términos de la sucesión.

8. Ahora toca generalizar el patrón de la sucesión, para eso, utilizamos el lenguaje algebraico para expresar la conjetura. De esta forma,  $n^2$  sería la expresión algebraica que sirve como regla general de la sucesión. Con esta regla general se puede calcular el  $n$ ésimo término de la sucesión.

9. También podemos generalizar el patrón de la sucesión por medio de una ecuación. Considerando la representación tabular de la sucesión, podemos formular que  $y = x^2$  es la función que modela el patrón de la sucesión cuadrática.

10. Finalmente pasamos a la demostración de la regla general y a solventar la situación problemática, para eso, calculamos el término que ocupa el lugar 100, de esta forma, utilizamos la regla general y obtenemos que para la figura 100 habría 10,000 cubitos.

11. En adición podemos representar gráficamente la sucesión cuadrática, lo que resulta una parábola.

Otro aspecto importante a destacar es que a través del MH-E se pueden apreciar los diferentes objetos matemáticos primarios del EOS. En este problema, el procedimiento utilizado fue el de razonamiento inductivo el cual comprende diferentes pasos y se auxilió del método de las diferencias para percibir el patrón de la sucesión. Los elementos lingüísticos pueden verse en las diferentes expresiones algebraicas y en la representación pictórica de la sucesión. Los conceptos pueden identificarse en la práctica interpretativa: sucesión, sucesión cuadrática, etc. Los argumentos pueden verse al justificar la conjetura después de formularla y al demostrar la regla general. Asimismo, pueden verse las conexiones entre el sistema de prácticas.

La identificación de errores y dificultades a través del MH-E es una herramienta muy útil para el profesor de matemáticas ya que permite buscar estrategias que ayuden a orientar dichos errores hacia la construcción del conocimiento. Ahora se procederá a utilizar dicha perspectiva del MH-E (Torres et al., 2021).

Brousseau define los obstáculos epistemológicos como “aquellas causas que conducen a los errores, lo cual puede ser efecto de un conocimiento anterior y que obstaculizan la adquisición del nuevo conocimiento” (Barrantes, 2006, p. 3). Chamorro (2003) afirma que los obstáculos están presentes durante la construcción del conocimiento y son inevitables (p. 55).

No se busca prevenir los errores de los alumnos, esto podría llegar a ser imposible. Recordemos que los estudiantes de secundaria son susceptibles de cometer errores al momento de que resuelven problemas matemáticos. Los errores deben de ser aprovechados para generar conocimientos (Ruiz, 1993).

Lo que se quiere lograr con el MH-E es que el docente sepa cómo aprovechar esas inadvertencias para guiar al estudiante hacia la construcción del conocimiento, por lo que se sugiere hacer una relación de los errores y dificultades de manera anticipada (Torre et al., 2021). Por lo que a continuación se presenta una tabla en donde se precisan algunos errores y dificultades identificados con ayuda del MH-E de la Figura 2, ver Tabla 1.

**Tabla 1.**

*Obstáculos epistemológicos que puedan presentar los estudiantes durante la actividad matemática.*

<b>Obstáculos epistemológicos durante la actividad matemática</b>	
<b>Errores</b>	<b>Dificultades</b>
<ul style="list-style-type: none"> <li>• Equivocarse al contar los cubos de las figuras 2, 3 y 4.</li> <li>• Observar regularidades erróneas en la sucesión.</li> <li>• Expresar la sucesión numérica con valores erróneos.</li> <li>• Generalizar una expresión algebraica errónea.</li> <li>• Expresar la regularidad como una multiplicación de términos y no como potencia.</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Dificultad para hacer la conversión de la sucesión desde su representación figurativa a numérica.</li> <li>• Tratar de obtener n términos de la sucesión utilizando la técnica del conteo.</li> <li>• Hallar las diferencias entre cada término.</li> <li>• Identificar que la segunda diferencia es un término constante</li> <li>• Percibir la regularidad de la sucesión.</li> <li>• Generalizar el patrón de la sucesión en su forma algebraica.</li> </ul>

La tabla anterior muestra algunos errores y dificultades que los estudiantes pudieron haber cometido durante la resolución del problema de la sucesión cuadrática. Algunos de ellos si se presentaron, esto será explicado en el desarrollo del tema.

Se recomienda que al tener algunos errores y dificultades identificados a través del MH-E, el docente reflexione en cómo ayudar a los estudiantes a orientar a construir el conocimiento. En este trabajo se propone que sea mediante cuestionamientos para recuperar los conocimientos previos de los alumnos. Por ejemplo, si un alumno tiene dificultad en expresar algebraicamente la regla general, el docente puede pedirle que observe las regularidades y exprese verbalmente el patrón, para después preguntarle ¿Cómo puedes expresar algebraicamente el patrón de la sucesión? haciendo uso de las literales correspondientes.

En el caso del conteo de cubos, los estudiantes pueden construir cada cubo y formar las figuras correspondientes de la sucesión, o bien, el profesor puede proporcionarles el material didáctico para que los estudiantes formen la sucesión figurativa. Los estudiantes pueden recurrir a procedimientos personales, claro está. Sin embargo, podría haber estudiantes que, sin dificultad alguna, lleguen a generalizar una expresión algebraica debido a que manejan eficazmente sus conocimientos previos.

Como se pudo observar, el MH-E de la Figura 2 que elaboró el docente en formación es útil para representar gráficamente la práctica matemática y, para identificar posibles errores y dificultades, que puedan convertirse en obstáculos epistemológicos para los alumnos durante la resolución del problema matemático.

#### ***1.6.4. La componente del mapa conceptual y su importancia en el Mapa Híbrido***

Al conocer el origen del Mapa Híbrido, es conveniente mencionar y analizar un poco de la técnica del Mapa conceptual, lo cual será de gran ayuda para comprender en mayor medida al Mapa Híbrido y la función que tiene la práctica interpretativa.

Diversos autores coinciden en que los mapas conceptuales son una estrategia que favorece el aprendizaje significativo de los estudiantes y la comprensión de la información

que se esté trabajando (Díaz, 1999; Aguilar, 2006; Moreira, 2005). Así, el mapa conceptual es una forma de representar jerárquicamente conceptos y relaciones significativas desde una perspectiva personal de quien lo realiza. De esta forma, el Mapa Híbrido, sea cognitivo o epistémico, puede representar gráficamente significados mediante las conexiones entre su sistema de prácticas. Esto se vuelve de gran importancia, debido a que puede favorecer la comprensión de los estudiantes al momento de resolver un problema.

La finalidad de analizar los mapas conceptuales radica en que esta es una estrategia que los estudiantes de secundaria conocen y ya han manejado en asignaturas como historia, español, biología, etc. esta es una gran ventaja para llevar a cabo la implementación del Mapa Híbrido en la clase de matemáticas

#### **1.6.5. Patrones y sucesiones**

En matemáticas, el término sucesión significa un: “Conjunto de números de la forma  $a_1, a_2, a_3, \dots, a_n$  relacionados a través de una fórmula que permite conocer el valor de cada término con sólo disponer de la posición que ocupa dicho término en la sucesión” (del Barrio, 2010, p. 349).

Núñez (2018) menciona que: “En secundaria, se define una sucesión como un conjunto ordenado de objetos que suceden unos de otros, según un criterio determinado” (p. 31). Claro está que una sucesión está conformada de relaciones entre diferentes conjuntos de números.

“Una sucesión numérica puede prolongarse hasta el infinito. La sucesión de los números impares (1, 3, 5, 7, 9...) por ejemplo, o la sucesión de los números cuadrados (1, 4, 9, 16, 25...)” (Launay, 2017, p. 127).

Según Demana, Wits, Foley y Kennedy (2007) en las sucesiones numéricas se reconocen dos tipos de sucesiones: Las sucesiones aritméticas son aquellas en las que pares de términos sucesivos tienen una diferencia común:

$$\{a, a + d, a + 2d, \dots, a + (n - 1)d \dots\}$$

En cuanto a las sucesiones geométricas, son aquellas en las que pares de términos sucesivos tienen un cociente o razón común que se llaman sucesiones geométricas:

$$\{a, ar, a \cdot r^2, \dots, a \cdot r^{n-1}, \dots\}$$

Al trabajar con sucesiones cuadráticas es posible auxiliarse utilizando método de las diferencias, el cual nos dice que si la primera diferencia entre los términos de una sucesión aritmética es un número constante, la sucesión es lineal; en cambio, si el término constante está en la segunda diferencia entre los términos, la sucesión es cuadrática (Núñez, 2018, p. 31).

Por ejemplo:

$$1, 4, 9, 16, 25\dots$$

Como es posible observar, esta sucesión representa los cuadrados perfectos de los números 1, 2, 3, 4, 5... por lo que el patrón de esta sucesión se puede definir de la siguiente manera:

$$\{1^2, 2^2, 3^2, 4^2, 5^2, \dots n^2\}.$$

También es importante señalar que dicha sucesión numérica presentada anteriormente, formará parte de la situación problemática que los estudiantes tendrán que resolver y al cual la representarán gráficamente a lo largo del desarrollo de este trabajo.

Para las sucesiones cuadráticas se puede utilizar la siguiente regla general:

$$an^2 + bn + c$$

La cual sirve como fórmula para encontrar cada uno de los términos de la sucesión (Carreón, 2017, 10m57s).

Las sucesiones tienen diversas aplicaciones, no solo se trabajan en contenidos de la matemática escolar, sino que también son estudiadas en otras disciplinas, entre ellas la biología, y se puede ver con la sucesión de Fibonacci y la reproducción de los conejos; también se utiliza para explicar la caída libre de los objetos en el campo de la física y en la economía podemos ver las sucesiones con el manejo del capital y el interés simple (Núñez, 2018).

Las sucesiones se involucran en la modelización de todo proceso que se desarrolla durante diversas etapas. Campos disciplinares como la informática, la estadística, la economía o incluso la meteorología recurren a las sucesiones (Launay, 2017).

#### ***1.6.6. Enseñanza y aprendizaje de patrones y sucesiones***

El estudio de las matemáticas en educación básica busca que los estudiantes identifiquen patrones y regularidades. Uno de los propósitos que establece el programa de estudios de la SEP (2017) es que los estudiantes desarrollen capacidades cognitivas como clasificar, analizar, generalizar...etc, así como favorecer el pensamiento lógico, el razonamiento inductivo, deductivo y el analógico durante la actividad matemática (p. 161).

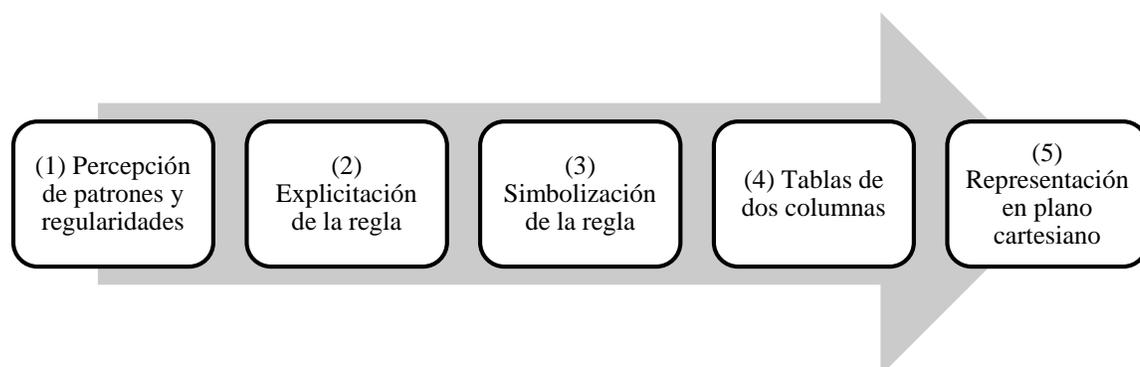
Hay que destacar que, acorde con el Acuerdo 592, los estudiantes iniciaron el estudio de las sucesiones desde el tercer grado de primaria (SEP, 2011a). Continuando con la progresión de este tema, los estudiantes continuaron estudiando sucesiones durante el nivel secundaria (SEP, 2011b; SEP, 2017). En nivel primaria, los estudiantes se dedicaron a resolver problemas en donde tenían que identificar las regularidades de sucesiones con progresiones aritmética y/o geométrica (SEP, 2011b); para que, en nivel secundaria, los alumnos fueran capaces de formular expresiones algebraicas equivalentes a partir de sucesiones (SEP, 2017).

El aprendizaje esperado, según dicta el programa de estudios 2011 es: “*Obtención de una expresión general cuadrática para definir el enésimo término de una sucesión*” (SEP, 2011b). El cual fue se trabajó en esta investigación.

Existen diferentes formas para abordar el estudio de patrones en secundaria los cuales se basan en la inducción. El razonamiento inductivo es utilizado en contenidos correspondientes a sucesiones para identificar patrones. Ahora bien, el contenido que se trabajó con los estudiantes consiste en que ellos formulen una expresión algebraica de segundo grado para generalizar el patrón de una sucesión cuadrática. Para esto, el docente en formación empleó las diferentes formas de poder representar una sucesión, presentado en la siguiente figura, ver Figura 3.

**Figura 3**

*Representaciones de una sucesión*



*Nota. Adaptado de Libro para el maestro, Alarcón et al., 1994, p. 126-131.*

A continuación se explicará cada paso del procedimiento que establecen Alarcón, Bonilla, Nava, Rojano y Quintero (1994):

El primer paso es *la (1) percepción de patrones y regularidades*, consiste en que el estudiante observe la sucesión numérica o de figuras y que identifique el comportamiento y la relación entre los términos.

Después, el estudiante puede proseguir a la *(2) explicitación de la regla* en donde enuncie la regularidad de la sucesión. Por ejemplo: “cada término se obtiene sumando 5 al anterior”, o “cada término es el mismo de la posición que ocupa”. Este paso consistiría la conjeturación.

Como tercer paso, el estudiante podrá realizar la *(3) simbolización de la regla* que defina el patrón de la sucesión, esto quiere decir que el alumno tendrá que recurrir a su pensamiento algebraico para formular una expresión algebraica que represente la regla ya enunciada. Dicha expresión será la regla general que defina el comportamiento o regularidad de la sucesión. Hasta aquí, el profesor puede establecer que el estudiante ha logrado resolver una sucesión, sin embargo, se sugieren seguir dos pasos más.

El cuarto paso consistiría en hacer uso de *(4) tablas de dos columnas* en donde los estudiantes relacionen los términos de la sucesiones en correspondencia con el lugar o posición que ocupan, asimismo, pueden hacer uso de las literales  $x$  y  $y$  para asociar el lenguaje

algebraico con la sucesión. Ésta también puede ser una gran oportunidad para articular las sucesiones con las funciones.

Finalmente, el último paso consiste en la (5) *representación en el plano cartesiano*, en donde el estudiante grafique el lugar geométrico que define el comportamiento de la sucesión. El uso de las representaciones en el plano cartesiano permite interpretar gráficamente la resolución de problemas que implican la formulación una regla para definir el patrón de sucesiones (Alarcón et al., 1994).

De esta forma, el docente en formación abarcó el tema de sucesiones cuadráticas, en donde los estudiantes representaron la sucesión, pictórica, algebraica, tabular y gráficamente.

### **III. DESARROLLO DEL TEMA**

En el desarrollo de este tema se explica el enfoque pedagógico con el que se diseñó la planeación didáctica y se efectuaron los planes de clase, síncronos y asíncronos. También, se detalla la aplicación de cada uno de los planes de la secuencia didáctica, así como la respectiva reflexión de éstos, en donde se explicitan aquellas dificultades, áreas de oportunidad y logros que se obtuvieron a lo largo de la aplicación de la secuencia didáctica. En suma, se dará respuesta a las preguntas que guiaron esta investigación.

Algunos planes de clase (Plan de clase 1, 2, 3, 4, 5 y 7) se apoyan de la reflexión de los procedimientos presentados en el MH-E de la Figura 2, el cual, como ya se mencionó, se elaboró antes de la intervención docente, con el fin de identificar si la predicción de errores, dificultades y obstáculos se presentan. Esto ayudó a llevar a cabo acciones que permitieron corregir, reforzar o replantear las actividades propuestas. En cuanto al plan de clase 6, los alumnos realizaron MH-C, los cuales serán analizados a lo largo de este apartado.

Durante la descripción de los planes de clase, se presentan algunos diálogos entre el docente en formación (abreviado como DF) y los alumnos quienes serán nombrados como A1, A2, A3,...respectivamente.

Finalmente, en el apartado de evaluación, se describe la forma en que se planeó y se llevó a cabo el proceso de evaluación, tomando en consideración las propuestas de Ravela, Picaroni y Loureiro (2017).

#### **3.1. Aplicación de la secuencia didáctica**

Los instrumentos aplicados previamente al diseño de la secuencia didáctica fueron de suma importancia e indispensables para tomar en cuenta todos los factores que influyeron en el aprendizaje de los estudiantes durante el proceso de planeación didáctica. Asimismo, han sido útiles para tomar consideraciones previas durante el desarrollo de la aplicación de la secuencia didáctica.

Se implementaron diversas herramientas digitales durante el desarrollo de la secuencia como: Google Meet, Classroom, JamBoard, GeoGebra, Quizziz, CmapTools, Powtoon, entre otros.

La resolución de problemas en la clase de matemáticas se puede trabajar desde una perspectiva constructivista que se fundamenta en la Teoría de Situaciones didácticas (TSD) de Guy Brousseau (Sadovsky, 2005; Vidal, 2009). Dicha teoría° tiene una concepción constructivista del aprendizaje, establece en pensar la enseñanza como un proceso que se centra en la producción de los conocimientos de la matemática escolar, en donde dicho conocimiento matemática se edifica a partir de reconocer, abordar y resolver problemas que se generan de otros problemas (Sadovsky, 2005). Vidal (2009) menciona que se debe de contemplar cuatro momentos de Acción, Formulación, Validación e Institucionalización para poder emplear la Teoría de Situaciones Didácticas

El enfoque pedagógico del currículo vigente de educación básica considera la TSD para la construcción del conocimiento matemático para resolver situaciones problemáticas en clase (SEP, 2017). De esta forma se dicta que se debe de enseñar matemáticas en la educación básica.

Teniendo en cuenta el enfoque pedagógico de la enseñanza de las matemáticas en secundaria, fue que se llevó a cabo la elaboración de la planeación didáctica (Ver Anexo P), la cual se compone de una secuencia didáctica que consta de ocho planes de clase.

Para los planes de clase síncronos, los cuales se efectuaron mediante clases virtuales, se empleó la metodología que surge en el marco de la TSD:

(1) *Organización*, el docente da las indicaciones para trabajar durante la clase, así como los materiales que los estudiantes ocuparán para la actividad.

(2) *Verbalización*, consiste en que los alumnos hagan lectura de la situación problemática o consigna. En este momento, el profesor plantea preguntas a los estudiantes para asegurarse de que hayan comprendido el problema.

(3) *Resolución de problemas*, en esta etapa el alumno activa sus competencias para resolver situaciones problemáticas, ejercicios o desafíos y, en caso de presentar dudas, es orientado por el docente mediante preguntas que guíen a la construcción del conocimiento.

(4) *Puesta en común*, los estudiantes exponen las técnicas y/o procedimientos que efectuaron para solventar la situación problemática.

(5) *Institucionalización*, el docente concluye la sesión de clase conforme a la intención didáctica de esta misma. Es decir, el profesor formaliza o institucionaliza el conocimiento.

En los siguientes apartados se presentarán todos y cada uno de los planes de clase que conforman la secuencia didáctica, en donde se describe la puesta en marcha de cada uno de los planes que contiene y sus respectivas reflexiones.

### ***Plan de clase (1/8): “Conocimientos previos”***

**Intención didáctica:** Diagnosticar los conocimientos previos que poseen los alumnos para el estudio de sucesiones cuadráticas.

#### **Descripción del examen diagnóstico**

En este plan de clase que se llevó a cabo asincrónicamente, se aplicó un examen diagnóstico a través de un formulario de Google (Ver Anexo M1), en el cual los alumnos respondieron un par de preguntas, algunas de opción múltiple y otras abiertas. Los reactivos se formularon con base a los aprendizajes esperados del tema de patrones, los cuales fueron fundamentales para abarcar el tema de sucesiones cuadráticas durante la secuencia didáctica.

Primeramente, hay dos reactivos que son parte de uno de los aprendizajes esperados de 5° y 6°. El aprendizaje esperado es: “Resuelve problemas que implican identificar la regularidad de sucesiones con progresión aritmética, geométrica o especial” (SEP, 2017). En estos reactivos se buscó que los estudiantes identificaran y expresaran la regularidad en una sucesión figurativa. También, se les pidió que respondieran cómo pueden definir el patrón de la sucesión.

El segundo aprendizaje esperado que se diagnosticó corresponde al 1° de secundaria: “Formula expresiones algebraicas de primer grado a partir de sucesiones y las utiliza para analizar propiedades de la sucesión que representa” (SEP, 2017). Se les pidió a los estudiantes que formularan dos expresiones algebraicas, a partir de una sucesión y de un enunciado.

Para el aprendizaje esperado que se trabaja en 2° de secundaria: “Verifica algebraicamente la equivalencia de expresiones de primer grado, formuladas a partir de sucesiones” (SEP, 2017). Se les pidió a los estudiantes identificar expresiones algebraicas equivalentes a partir de una situación que involucraba una sucesión numérica.

## Resultados del examen diagnóstico

A continuación se muestran los resultados obtenidos, en donde se clasifican por niveles a los estudiantes con base en sus resultados del examen diagnóstico, ver Tabla 2.

**Tabla 2.**

*Resultados de Diagnóstico de Sucesiones.*

Resultados de Diagnóstico de sucesiones					
Nivel	Sobresaliente	Avanzado	Intermedio	Básico	Nulo
Porcentaje de alumnos	4%	21%	17%	29%	29%

Para haber clasificado los resultados de los estudiantes obtenidos en el diagnóstico, se tomaron en cuenta los niveles de logro que se exponen en el texto de Ravela et al., (2017. p. 201).

Los alumnos que superaron las expectativas en el examen Diagnóstico se clasificaron en el nivel *Sobresaliente*; en el nivel *Avanzado* se clasificaron los estudiantes que se mantuvieron regulares en cuanto a los resultados del diagnóstico; los alumnos que se ubicaron en el nivel *Intermedio*, tuvieron una puntuación tolerable en el diagnóstico; mientras que los alumnos que se hallaron en el nivel *Básico* obtuvieron un bajo resultado; finalmente, los alumnos en el nivel *Nulo* tuvieron un resultado insuficiente.

En la tabla anterior se puede apreciar que el 58% de los estudiantes se clasificaron por debajo del nivel intermedio. La moda de los estudiantes se concentró en los niveles Nulo y Básico. Solo el 25% de los estudiantes se clasificaron en niveles satisfactorios como lo son el nivel Avanzado y Sobresaliente.

Durante la revisión del examen diagnóstico se pudieron observar algunas peculiaridades. No existió mucha dificultad en la identificación de regularidades al observar el comportamiento de una sucesión figurativa. Es posible que cuando se les presenta una situación con sucesiones de figuras les sea más fácil a los estudiantes, que al resolver una simple sucesión numérica.

Como se mencionó en los antecedentes, se había previsto (con ayuda del MH-E) que los estudiantes generalizaran una expresión algebraica errónea, lo cual sucedió en un par de ocasiones, ya que los estudiantes cometieron algunos errores al utilizar el lenguaje algebraico, es decir, si la expresión algebraica que se pretendía que formularan era:

$$4n - 2$$

Algunos de los alumnos utilizaban expresiones como:

$$x + 4 - 2, \text{ o } nx4 - 2$$

Otra observación que es importante hacer es que ningún estudiante argumentó que las expresiones

$$2n + 8 \text{ y } n + 4$$

No podían ser la regla general para una sucesión, ya que no eran equivalentes entre sí; sin embargo, algunos alumnos si mencionaron que

$$n + 4$$

No podía ser la regla general de la sucesión:

$$10, 12, 14, 16, \dots$$

Es importante aclarar que aunque las expresiones algebraicas equivalentes no se contemplaron en el aprendizaje esperado que se pretendía favorecer en esta secuencia, fue importante diagnosticar si el alumnado contaba con nociones de expresiones algebraicas equivalentes, ya que de ser así, podría ser más fácil para los estudiantes el estudio del tema.

La última observación que se destaca, y es favorable para este trabajo es que una de los estudiantes demostró su regla general, utilizando su expresión algebraica de forma que sustituyó la posición del primer término en la regla y así obtuvo el término que ocupaba la primera posición en la sucesión numérica (Ver Anexo Q). Es importante resaltar este hallazgo ya que la estudiante demostró su regla general.

## **Reflexión**

Como se vieron los resultados del examen diagnóstico a manera general en la Tabla 3, se puede interpretar que no todos los alumnos cuentan con las herramientas suficientes para seguir con el estudio de las sucesiones de segundo grado.

La falta de conocimientos previos por parte de los estudiantes en cuanto al tema de sucesiones puede deberse a diferentes obstáculos epistemológicos. Dichas carencias se notaron especialmente en la generalización de patrones.

Antes de la aplicación del examen diagnóstico, se intuyó que los estudiantes tendrían resultados insuficientes. Este argumento se sostiene con base a la observación que se realizó anteriormente y de identificar la forma en que los alumnos trabajaban. También, se predijeron algunos errores y dificultades con el MH-E, los cuales pudieron observarse en los resultados del examen diagnóstico.

Claramente se logró la intención didáctica, ya que se buscaba diagnosticar los conocimientos de los estudiantes en cuanto al tema de sucesiones para poder tener un mayor panorama y poder considerar aspectos relevantes durante la aplicación de la secuencia. No se pretendía que todos los estudiantes o al menos gran porcentaje de ellos se clasificaran en el nivel sobresaliente, esto podría ser un resultado utópico.

El examen diagnóstico proporcionó resultados temporales, incluso pueden ser irreales. Para esto se sugiere utilizar otras estrategias para complementar el proceso de diagnóstico de los conocimientos de los estudiantes, además del examen, claro está.

## ***Plan de clase (2/8): “Cubos y más cubos”***

**Intención didáctica:** Que los alumnos encuentren una expresión general cuadrática de la forma  $n^2$  que represente el  $n$ ésimo término de una sucesión figurativa usando procedimientos personales.

### **Descripción de la aplicación del plan de clase**

Este plan de clase (Ver Anexo M2) el cual se llevó a cabo de forma síncrona, es decir, a través de una reunión virtual mediante Google Meet. Se pidió previamente a los estudiantes que visualizaran un video titulado “*sucesiones*” (Ver Anexo P4), en donde se explicaron los pasos para generalizar el patrón de una sucesión lineal. Desde observar regularidades hasta formular una regla general. Esto con el objetivo de que los alumnos tuvieran presentes aquellos aspectos relevantes que vieron en grados anteriores. Para efectuar este plan de clase, los alumnos contaron con su consigna impresa o escrita en su libreta; el docente en formación se apoyó de la pizarra de JamBoard y de Power Point para presentar el tema.

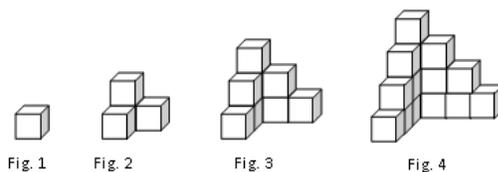
En la *organización* el docente pidió a los alumnos que prepararan sus materiales: lápiz, libreta, borrador y consigna (hoja de trabajo). Se prosiguió con la *verbalización*, en donde algunos estudiantes hicieron lectura de la consigna en plenaria. Posteriormente, el docente en formación preguntó a todos los estudiantes qué era lo que se tenía que hacer.

- Alumna: Encontrar la representación algebraica para la sucesión.

El docente en formación continuó haciendo algunas preguntas exploratorias a los alumnos, cuestionó cuántos cubitos comprendía la figura 3, véase Figura 4.

### **Figura 4**

*Sucesión de cubos.*



Algunos alumnos enunciaron que la figura 3 contenía 9 cubos, mientras que otros alumnos afirmaban que dicha figura comprendía tan solo 7 cubos. De esta forma, el docente en formación pidió a los alumnos imaginar la figura desde arriba, es decir, tratar de ver los cubos implícitos en la figura (aquellos que no se ven a simple vista).

Al terminar la *verbalización* de la consigna se prosiguió con la *resolución de problemas*, donde los alumnos tuvieron 20 minutos para resolver la consigna. En el transcurso de dicho momento de la clase, se presentaron un par de dificultades. Una de las estudiantes afirmaba que la sucesión no era consecutiva ya que las diferencias no eran constantes. De esta forma, el docente en formación la orientó, pidiéndole que identificara si había una segunda diferencia en la sucesión.

Al observar que los alumnos tuvieron dificultad para resolver la consigna, el docente en formación decidió intervenir pidiendo a los alumnos que expresaran la sucesión figurativa en su forma numérica, para lo que una estudiante escribió mediante el chat de Meet:

1, 4, 9, 16,...

Enseguida, el docente en formación pidió al alumnado escribieran en el chat los números de la primera diferencia para después hallar la segunda diferencia.

- DF: ¿Cuál es el número que resulta de la segunda diferencia?
- A1: En todos la diferencia es 2.

Al finalizar el tiempo destinado de la *resolución de problemas* ningún estudiante alcanzó a resolver toda la consigna.

En la *puesta en común*, el docente utilizó la pizarra de JamBoard con apoyo de los estudiantes para completar la consigna. Primeramente, se expresó la sucesión numérica que ya se había explicitado anteriormente. Después los alumnos enunciaron los números de la primera y la segunda diferencia, notando que esta última consistía en un número constante. Al observar las diferencias y las regularidades de la sucesión, el docente en formación solicitó a los estudiantes encontrar la relación entre la figura y el número de cubos.

- DF: Observen qué relación tienen la figura y el número de cubos

- A2: Se multiplica el número de la figura por sí mismo y eso da el número de cubos de la figura.

Al tener la conjetura del alumno 2, el docente en formación representó matemáticamente dicho conjetura:

$$(1)^2 = 1$$

De esta forma, se prosiguió elevando al cuadrado cada número de la figura, en donde los estudiantes obtenían el cuadrado de cada figura mientras que el profesor lo escribía en la pizarra virtual:

$$(1)^2 = 1$$

$$(2)^2 = 4$$

$$(3)^2 = 9$$

$$(4)^2 = 16$$

- DF: Ya que encontramos la relación entre la figura y el número de cubos, ¿Cuál podría ser la regla general con la que podamos calcular cualquier término?
- A3: Elevar al cuadrado.
- A4:  $n^2$ .
- DF: ¿Para qué nos sirve la regla general?
- A4: Para generalizar el patrón.
- DF: Así es, con esta expresión algebraica podemos calcular el enésimo término de la sucesión. Entonces ¿Cuántos cubos tendrá la figura 100?
- A5: 10, 000 cubos.
- DF: Es correcto. Entonces la figura 100 ocupará 10, 000 cubos.

De esta forma, el docente logró que los alumnos enunciaran la regla general de la sucesión de cubos. Esto es posible ver en la resolución de la consigna por parte de los estudiantes (Ver Anexo U).

En la *institucionalización* de la clase, el docente en formación aclaró que para la regla general se pueden emplear literales como  $n$  o  $x$ . Asimismo, se especificó que la expresión algebraica sirve para generalizar el patrón de la sucesión, que en este caso fue  $n^2$ .

## **Reflexión**

Los alumnos lograron definir el patrón de la sucesión cuadrática a través de la interacción con sus compañeros y con el docente, esto se puede ver reflejado en la *puesta en común*, cuando el docente guio al alumnado hacia la generalización.

Este plan de clase pretendía seguir recuperando los conocimientos previos de los estudiantes en donde ellos utilizaron procedimientos personales para resolver la sucesión cuadrática.

Previamente a la aplicación de este plan, se predijo con ayuda del MH-E que los alumnos podrían tener dificultad al tratar de contar los cubos en la sucesión figurativa, así como representarla numéricamente y al tratar de generalizar el patrón. También se presentó dificultad para identificar la segunda diferencia y la percepción de la regularidad de la sucesión.

Aun cuando hubo dificultades, se logró la intención didáctica, de manera que los estudiantes formularon la regla general de la sucesión cuadrática. Esto puede observarse en los argumentos de los estudiantes, cuando conjeturaron el patrón de la sucesión cuadrática y, especialmente, cuando llegaron a la generalización de la sucesión.

Se considera oportuno reconstruir el plan de clase, de manera que los estudiantes razonen inductivamente el patrón de la sucesión cuadrática a través de preguntas orientadoras hacía la identificación de la regularidades, formulación y justificación de la conjetura, generalización y demostración de la regla general.

### ***Plan de clase (3/8): “Modelando patrones”***

**Intención didáctica:** Que los estudiantes generalicen el patrón de la sucesión cuadrática a través de la ecuación  $y = x^2$ , e identifiquen la relación entre los conjuntos numéricos a través de la gráfica en el plano cartesiano.

#### **Descripción de la aplicación del plan de clase**

Como lo dice el título del plan de clase (3/8) (Ver Anexo M3), la clase consistió en modelar el patrón de la sucesión cuadrática correspondiente a la sucesión cuadrática que se resolvió en el plan (2/8). Dicho plan de clase se trabajó de manera síncrona. Los alumnos contaban con su consigna impresa o escrita en la libreta; el docente en formación utilizó JamBoard, Power Point y GeoGebra para los diferentes momentos de la clase.

En la *organización* el docente en formación indicó que los alumnos prepararan su material, libreta, consigna, etc. Después, se optimizó el tiempo para atraer los conocimientos previos de los alumnos. Para esto se expuso la conjetura del alumno 2, quien la formuló en la clase anterior:

*“Se multiplica el número de figura por sí mismo y eso nos da el número de cubos de cada figura”.*

El docente en formación recordó al alumnado que la conjetura del alumno 2 podía ser generalizada formulando una expresión algebraica:

$$n^2$$

En la *verbalización*, se les pidió a los alumnos que leyeran en plenaria cada una de las preguntas de la consigna. Se les preguntó al grupo si comprendían lo que se solicitaba. Sin embargo, se presentó una dificultad, ya que los estudiantes no sabían qué era una “función”, debido a esto, se tuvo que intervenir, pidiendo a los alumnos que observaran la relación entre la variable  $x$  con los valores que se presentaban en la tabla. El docente advirtió que la función consistía en una relación entre dos conjuntos de números, en este caso, los números de las figuras y los de los cubos de la sucesión correspondiente.

En la *resolución de problemas* los alumnos presentaron dificultades para modelar la ecuación que relacionaba el conjunto de números de la posición y los términos de la sucesión cuadrática. Por lo que se extendió el tiempo a dicho momento de la clase. Debido a esto, el docente en formación ayudó a los alumnos a formular la función con base a la regla general de la sucesión de cubos:

$$y = x^2$$

Después, el docente en formación preguntó a los alumnos cómo obtener los valores de  $y$ , para esto, algunos alumnos enunciaron el valor de la variable  $y$  cuando  $x$  valía  $-2$ .

En la *puesta en común*, el profesor pidió a los estudiantes que observaran los valores de  $y$  al sustituir los valores de  $x$  en la ecuación.

- DF: Si se fijan, cuando...

$$x = 1, y = 1$$

$$x = 2, y = 4$$

$$x = 3, y = ?$$

- A3: ¿9?
- DF: ¿Y si  $x$  valiera 4?
- A4: ¿16?
- DF: ¿Qué números estamos obteniendo?
- A3: Los números de la sucesión.

El docente en formación pidió a una alumna que mostrara la figura que había obtenido al unir los puntos en el plano. De esta forma, la alumna presentó su gráfica, (Ver Anexo R).

Finalmente, en el momento de la *institucionalización* el docente en formación utilizó la calculadora gráfica de *Geogebra* para graficar la función. El papel que jugó el software GeoGebra fue de gran importancia para que los alumnos pudieran observar gráficamente la correspondencia entre los conjuntos de números involucrados en la sucesión cuadrática.

El docente en formación marcó los puntos de cada par ordenado para que los estudiantes pudieran visualizar que se cumple la correspondencia de las variables y que pudieran observar que también está presente la sucesión de cubos. También, especificó que,

al graficar la función se obtenía un lugar geométrico llamado parábola, y que a través de esta, se podía representar gráficamente la sucesión cuadrática de manera gráfica. Esto pudo observarse con la correspondencia de los puntos de cada par ordenado en el primer cuadrante del plano cartesiano.

### **Reflexión**

Posiblemente el plan de clase (3/8) fue otro reto para los estudiantes, ya que tuvieron que identificar la relación entre los números que ocuparon cada uno de los términos de la sucesión con su posición.

Modelar el patrón de la sucesión cuadrática fue de gran utilidad para que los estudiantes ampliaran sus conocimientos acerca de dicho tema. Además de que se recomienda enseñar el tema de sucesión en secundaria de manera que se trabajen las diferentes formas de representar la serie numérica (Alarcón et al., 1994).

Se pensaba que los estudiantes no tendrían gran dificultad para modelar la sucesión a través de la ecuación  $y = x^2$ . Sino que, el obstáculo sería percibir la sucesión cuadrática como una relación entre dos conjuntos numéricos.

La intención didáctica del plan de clase (3/8) se logró con intervención del docente en formación, debido a que los alumnos tuvieron gran dificultad para formular la ecuación que expresaba la relación entre los números de la sucesión cuadrática. Esto puede evidenciarse en la resolución de la consigna de un alumno (Ver Anexo W).

Después de una reflexión por parte del docente en formación, es posible que este plan de clase pueda ser prescindido para futuras aplicaciones de la secuencia didáctica, ya que no es necesario para que el alumno represente gráficamente la sucesión.

### ***Plan de clase (4/8): “Razonando inductivamente”***

**Intención didáctica:** Que los alumnos razonen inductivamente (identifiquen regularidades, formulen y justifiquen conjeturas, generalicen y demuestren) el patrón de una sucesión cuadrática.

#### **Descripción de la aplicación del plan de clase**

En este plan de clase (4/8) (Ver Anexo M4), la actividad se les asignó a los estudiantes como una tarea asíncrona. Se les apoyó a los estudiantes con una cómic (Ver Anexo P3), en donde se les indicaba cómo se tenía que trabajar la actividad; sin embargo, los alumnos expusieron muchas dificultades al tratar de comprender el modelo de razonamiento inductivo, por lo que el docente en formación decidió trabajar el plan de clase de manera síncrona por medio de una sesión virtual extraordinaria, la cual será descrita a continuación.

Los materiales con los que se apoyaron los alumnos en esta sesión fueron la consigna escrita o impresa y la cómic que se les envió a los alumnos; el docente en formación utilizó Power Point y la consigna en un documento de Word.

Durante la sesión virtual, los alumnos y el docente en formación fueron completando en plenaria la tabla correspondiente a la actividad, la cual consistió en utilizar algunos pasos del modelo de razonamiento inductivo, ver Tabla 3.

**Tabla 3**

*Tabla de razonamiento inductivo del patrón de la sucesión cuadrática*

Razonando inductivamente la sucesión de cubos		
<p>1. Situación problemática</p> <p>Encuentra el <math>n</math>ésimo término de la sucesión:</p> <div style="text-align: center;"> <p>Fig. 1    Fig. 2    Fig. 3    Fig. 4</p> </div>		
Pasos	Operaciones matemáticas / sistema de representación	Observaciones, regularidades y conjeturas
2. Identificar el patrón de la sucesión		
3. Formulación de conjeturas		
4. Justificación de conjeturas		
5. Generalización		
<p>6. Demostración</p> <p>Utilizando la regla general, ¿Podemos obtener los términos de las primeras cuatro figuras? Demuéstralo</p> <p>¿Podemos obtener el número de cubos que tiene la figura 100 con la regla general? Demuéstralo</p>		

Los estudiantes dieron lectura a la situación problemática a resolver, la cual consistió en definir el patrón de la sucesión de cubos (misma que se trabajó en los dos planes de clase anteriores).

Después, los estudiantes enunciaron algunas regularidades de la sucesión:

- A1: La sucesión es creciente.
- A6: La segunda diferencia es constante.

Las cuales surgieron con ayuda de las preguntas que se planteaban a los estudiantes. De esta forma, los estudiantes establecieron que debido a las regularidades, se trataba de una sucesión cuadrática o de segundo grado.

Los estudiantes enunciaron la conjetura:

*“Si elevamos al cuadrado el número de la figura obtenemos el número de cubos”*

Además de que establecieron la relación que existe entre los conjuntos numéricos y las variables para formular la función.

- A4: La  $x$  es la posición y la  $y$  son los términos de la sucesión.

En la generalización los estudiantes enunciaron que el patrón se podía generalizar utilizando:

$$y = x^2 \text{ o } n^2.$$

Finalmente, en la demostración, los estudiantes expresaron que la regla general se podía utilizar para obtener el número de cubos de la figura 100.

De esta forma los estudiantes pudieron razonar inductivamente el patrón de la sucesión cuadrática que se trabajó. En suma, el docente pidió a los estudiantes que establecieran una conclusión, de forma que en plenaria se estableció lo siguiente: *“A partir del razonamiento inductivo podemos formular una conjetura para generalizar el patrón de la sucesión”*. Además, otros estudiantes concluyeron en sus actividades que: *“Para poder saber la regla general debemos primero identificar el patrón y sus regularidades y conjeturas y después generalizar”* y *“Al observar y analizar la sucesión podemos encontrar la regla general”*.

### **Reflexión**

En las conclusiones de los estudiantes podemos observar que comprendieron la forma en que el razonamiento inductivo puede ayudarles a generalizar el patrón de una sucesión; aunque no fue fácil para todos los estudiantes.

Los estudiantes definieron el patrón de la sucesión cuadrática que se ha trabajado desde planes anteriores, sin embargo, ahora razonaron inductivamente dicho patrón. Este plan de clase fue fundamental, ya que se completó parte de lo que sería la práctica operativa que compone la técnica del Mapa Híbrido (Moreno, 2017). Es posible observar que los estudiantes solidificaron la definición de patrones lo que se evidencia en la resolución de la consigna (Ver Anexo X).

Se había planeado esta actividad de manera que los alumnos la trabajaran asincrónicamente, ya que, se pensaba que al haber trabajado la situación problemática que involucraba la sucesión cuadrática, en dos planes anteriores, los alumnos no presentarían dificultades al razonarla inductivamente.

La intención didáctica planteada se cumplió al haber adecuado la planeación didáctica a las necesidades de los estudiantes.

Posterior a la aplicación del plan de clase (4/8) el docente en formación pudo darse cuenta que dicha actividad se puede trabajar en el plan de clase (2/8), como se especificó en dicho plan. Esto no quiere decir que se omita el razonamiento inductivo del patrón de la sucesión cuadrática.

### ***Plan de clase (5/8): “Conceptualizando patrones”***

**Intención didáctica:** Que los alumnos identifiquen conceptos clave que se involucran en la sucesión cuadrática.

#### **Descripción de la aplicación del plan de clase**

Así como el plan de clase anterior, la actividad del plan de clase (5/8) (Ver Anexo M5) se tenía planeada de forma asíncrona. Sin embargo, como ya se mencionó, existieron ciertas dificultades, por lo que el presente plan y el anterior se trabajaron en conjunto por medio de la misma sesión de clase virtual. Los materiales utilizados por los alumnos en esta sesión fueron la consigna y el mapa conceptual; mientras que el docente en formación trabajó con Cmap Tools.

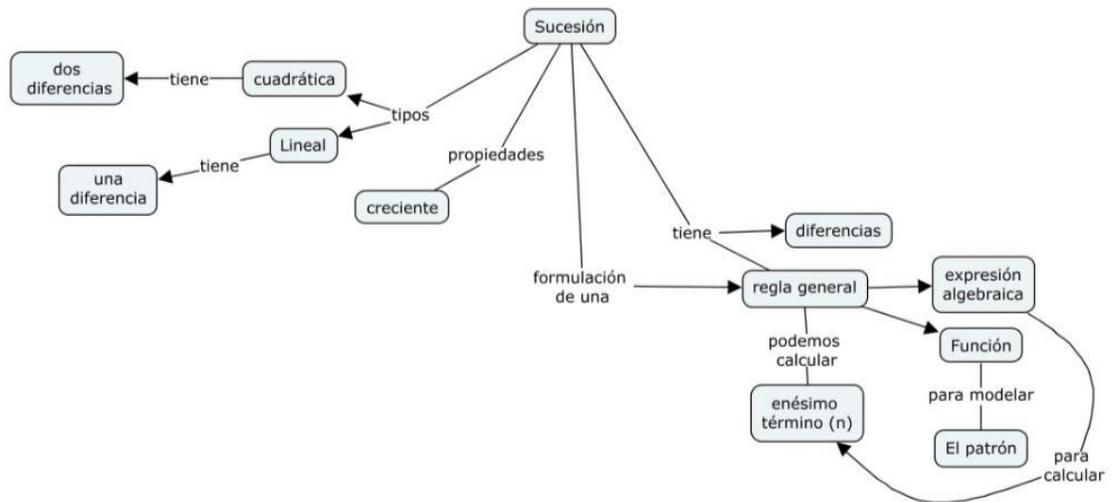
La primera consigna consistió en que los estudiantes identificaron los conceptos clave que se involucraron en la resolución del problema de la sucesión de cubos. Cabe señalar que algunos alumnos no identificaron dichos conceptos, o algunos definieron los conceptos que se involucraron en el modelo de razonamiento inductivo como: conjetura, generalización, etc.

De esta forma, se optó por analizar la situación problemática e ir preguntando a los estudiantes qué conceptos identificaban. Fue así, que los alumnos enunciaron los siguientes conceptos: *sucesión, sucesión cuadrática, sucesión creciente, regla general, conjetura, expresión algebraica, función y patrón*. Dichos conceptos se definieron en un glosario, para después relacionarlos y representar sus significados a través de un mapa conceptual.

La segunda consigna consistió en que los estudiantes elaboraron un mapa conceptual con los conceptos identificados anteriormente, para esto, el docente decidió apoyarse de la herramienta CmapTools, la cual fue útil para la construcción del mapa conceptual en plenaria. De esta forma, los estudiantes distinguieron la relación entre los conceptos mientras que el docente en formación construía el mapa conceptual en el software correspondiente, ver Figura 6.

**Figura 6**

*Mapa Conceptual construido en clase.*



Como se puede observar en la figura anterior, los alumnos partieron del concepto de sucesión, después enunciaron algunas propiedades y los tipos de sucesiones según sus diferencias. También, los estudiantes argumentaron que era necesario formular una regla general, ya sea una función o una expresión algebraica para modelar el patrón y para calcular el enésimo término de la sucesión.

### **Reflexión**

Los alumnos identificaron los conceptos que son más importantes o “representativos” para ellos, en este caso, lograron identificar conceptos involucrados en la práctica matemática, los cuales les ayudaron a comprender mejor la situación problemática.

En el presente plan se trabajaron los conceptos identificados en la situación problemática que involucraba la sucesión cuadrática, dichos conceptos formarían parte de la práctica interpretativa del Mapa Híbrido.

Se esperaba que los estudiantes identificaran conceptos involucrados en la práctica matemática, como sucesión, sucesión cuadrática, etc.

La intención didáctica se cumplió gracias a la adecuación que se hizo de la planeación didáctica, de manera que el docente en formación orientó a los estudiantes a identificar los conceptos importantes a través de una reunión virtual. Así, los alumnos pudieron elaborar un mapa conceptual en el cual relacionaron los conceptos, dándoles un significado.

El plan de clase (5/8) fue fundamental para la elaboración del Mapa Híbrido, sin embargo se pueden utilizar otras técnicas o estrategias para que los estudiantes identifiquen los conceptos, como una lluvia de ideas por mencionar un ejemplo.

### ***Plan de clase (6/8): “Representando gráficamente”***

**Intención didáctica:** Que los alumnos elaboren un Mapa Híbrido en donde representen gráficamente la resolución del problema de los cubos y reflejen su razonamiento inductivo.

#### **Descripción de la aplicación del plan de clase**

En este plan de clase (6/8) (Ver Anexo M6), el docente en formación pidió a los estudiantes elaborar un Mapa Híbrido de la situación problemática que se trabajó en plan de clase (2/8). Los materiales que utilizaron los alumnos fue el Mapa Híbrido; el docente en formación se apoyó de una presentación de Power Point y Cmap Tools.

El docente en formación dio una breve explicación del sistema de prácticas que compone el Mapa Híbrido, apoyándose del software CmapTools, En seguida, los estudiantes prosiguieron a elaborar su propio MH-C.

Durante la elaboración del MH-C no se presentaron dificultades. Los estudiantes no finalizaron sus MH-C al haberse expirado el tiempo, por lo que el docente en formación les pidió que lo completaran de manera asíncrona. Los estudiantes mostraron al profesor y al grupo el avance que habían logrado de su MH-C (Ver Anexo S).

La mayor parte de los estudiantes que elaboraron el Mapa Híbrido siguió casi todos los pasos del razonamiento inductivo para resolver la situación problemática. Sin embargo, no todos incluyeron los conceptos correspondientes, algunos optaron por definir conceptos como conjetura, demostración, generalización, los cuales no son realmente relevantes para los alumnos. De esta forma, se considera como una dificultad de los alumnos el lograr incluir conceptos que se relacionen con la práctica matemática.

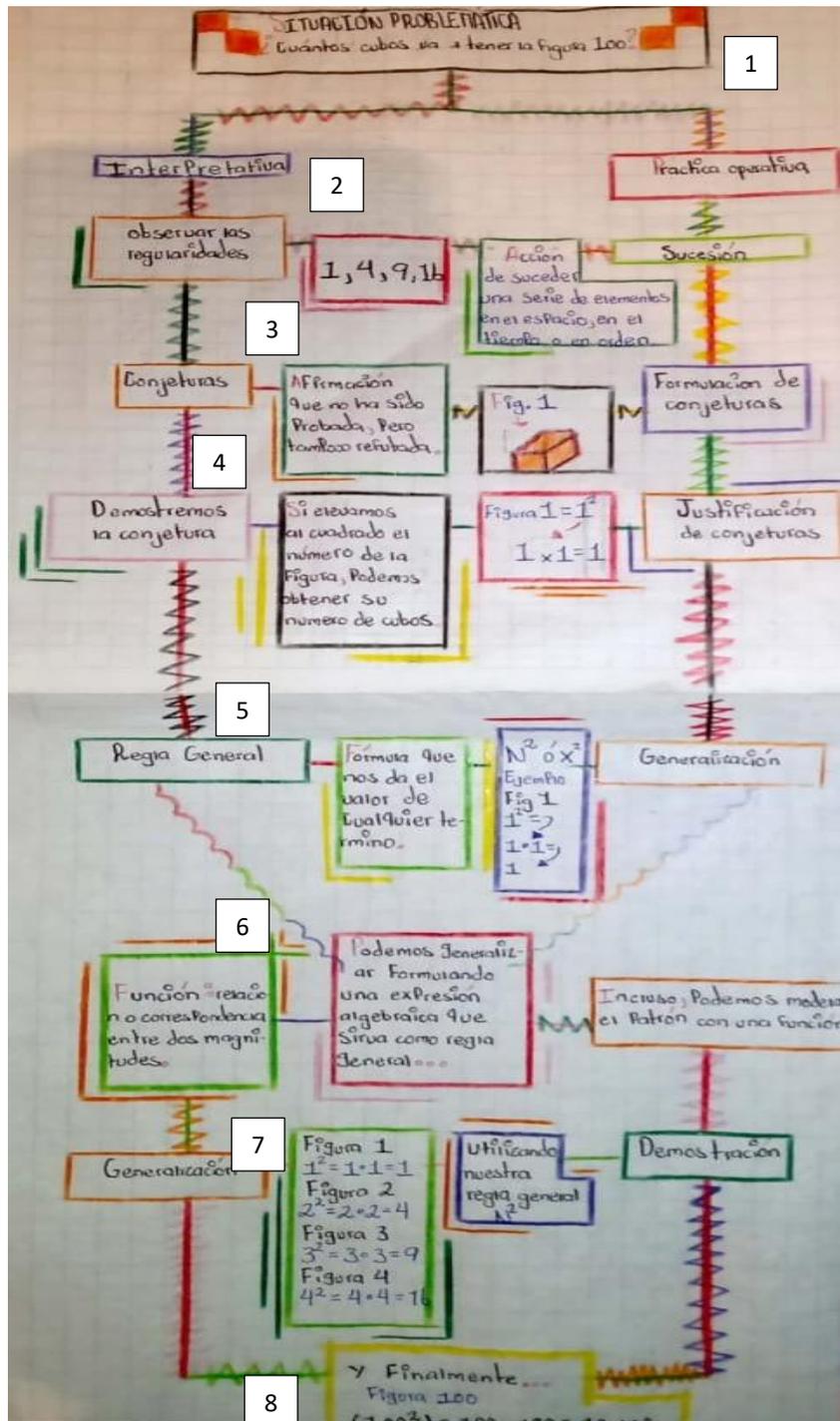
A continuación se presentarán algunos MH-C elaborados por estudiantes, los cuales serán descritos por medio de sus sistemas de prácticas, haciendo énfasis en su razonamiento inductivo y los objetos matemáticos que presentan.

**MH-C de la alumna 6.**

La siguiente figura muestra el MH-C de la Alumna 6, ver Figura 6.

**Figura 6.**

MH-C de la Alumna 6.



1. Se puede observar que la estudiante resolvió la situación problemática a través de las dos diferentes prácticas, la interpretativa y la operativa. La estudiante se guió de los diferentes pasos del razonamiento inductivo.

2. La alumna 6 escribió la sucesión numérica y definió qué es una sucesión, pero no identificó las regularidades.

3. Luego, definió qué es una conjetura para después formularla con base al comportamiento de la sucesión cuadrática.

4. La alumna 6 justificó su conjetura, calculando el número de cubos de la primera figura. También explicita su conjetura: *“Si elevamos al cuadrado el número de la figura, podemos obtener su número de cubos”*.

5. La alumna definió lo que es la regla general, para después generalizar la expresión algebraica, la cual la comprueba con la figura 1.

6. La alumna mencionó que se puede modelar el patrón de la sucesión a través de una función. Definiendo también el significado de función.

7. La estudiante logró generalizar el patrón de la sucesión, reconociendo que utilizó  $n^2$  como regla general.

8. Finalmente, la estudiante demostró su regla general. Corroboró que con ella se pueden obtener los primeros cuatro términos de la sucesión para después calcular el número de cubos de la figura 100.

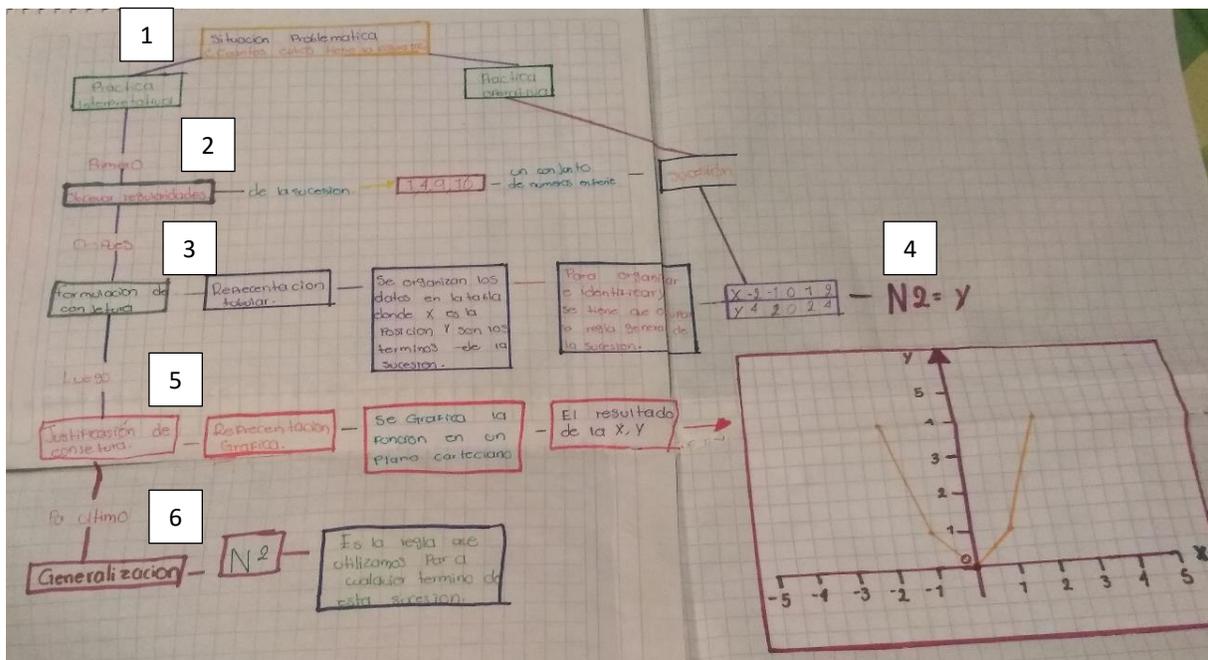
Como podemos ver, el MH-C de la alumna B es completo, contiene todos los pasos del razonamiento inductivo trabajados de manera correcta, además de que definió conceptos importantes como sucesión y función, articulándolos con la práctica operativa.

### MH-C de la alumna 4

La siguiente figura muestra el MH-C de la Alumna 4 del sistema de prácticas mediante el cual se resolvió la situación problemática de la sucesión cuadrática, utilizando el razonamiento inductivo, ver Figura 7.

**Figura 7.**

MH-C de la Alumna 4.



Se optó por incluir el MH de la alumna 6 porque presenta peculiaridades que en ningún otro MH-C se pudo observar.

1. Primeramente, la estudiante dividió el MH a través de sus dos prácticas, interpretativa y operativa.

2. La alumna escribió la sucesión en su representación numérica y, definió qué es una sucesión; aunque no explicitó ninguna regularidad de la sucesión en el MH-C.

3. En la formulación de la conjetura, la estudiante estableció la relación que tiene las variables  $x$  y  $y$  con los números de la posición y los términos de la sucesión. Después, organizó los datos en una tabla de dos columnas en donde se puede observar la relación entre las variables y los conjuntos numéricos. Aunque la alumna no formuló la conjetura

correspondiente, se puede apreciar que tiene comprensión del tema al establecer la relación entre los números y las variables en la tabla.

4. Luego, la alumna modeló el patrón a través de la función cuadrática de la siguiente forma:  $N^2 = y$ . Dicha expresión sería errónea debido a la incógnita. Sin embargo, le fue útil para graficar la función.

5. Después, la alumna gráfico la función en el plano cartesiano en donde obtiene una parábola (lo cual no mencionó).

6. Finalmente, generalizó el patrón con la expresión algebraica  $n^2$  mencionando que es la regla general.

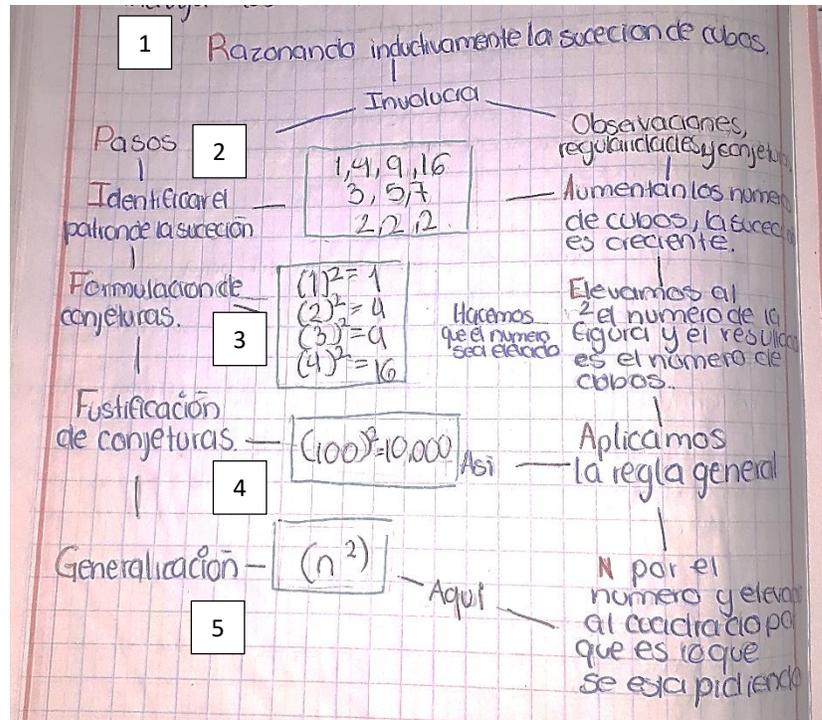
Como se pudo ver, la estudiante no prescindió sino que omitió algunos pasos del razonamiento inductivo como lo es la identificación de regularidades, la formulación de la conjetura y la demostración. Sin embargo, modeló el patrón de la sucesión y lo representó gráficamente en el plano cartesiano en donde marcó los puntos en que se corresponden los números de la sucesión cuadrática.

### MH-C de la alumna 7

Finalmente se presenta un tercer MH-C, el cual es más sencillo que los dos anteriores, ver Figura 8.

Figura 8

### MH-C de la Alumna 7



1. La estudiante parte de un enunciado “Razonando inductivamente la sucesión de cubos”. No explicita la situación problemática a resolver.

2. La estudiante identificó las regularidades correspondientes a la sucesión. La estudiante estableció que la sucesión es creciente: “Aumentan los números de cubos, la sucesión es creciente”.

3. Después, la alumna estableció la conjetura correspondiente que define el comportamiento de la sucesión para después calcular los primeros cuatro términos de la sucesión: “Elevamos al cuadrado el número de la figura y el resultado es el número de cubos”.

4. La estudiante justificó la conjetura calculando el número de cubos que ocupa la figura 100. En este caso, este paso se llamaría demostración.

5. Finalmente la alumna generalizó el patrón de la sucesión con la regla general correspondiente.

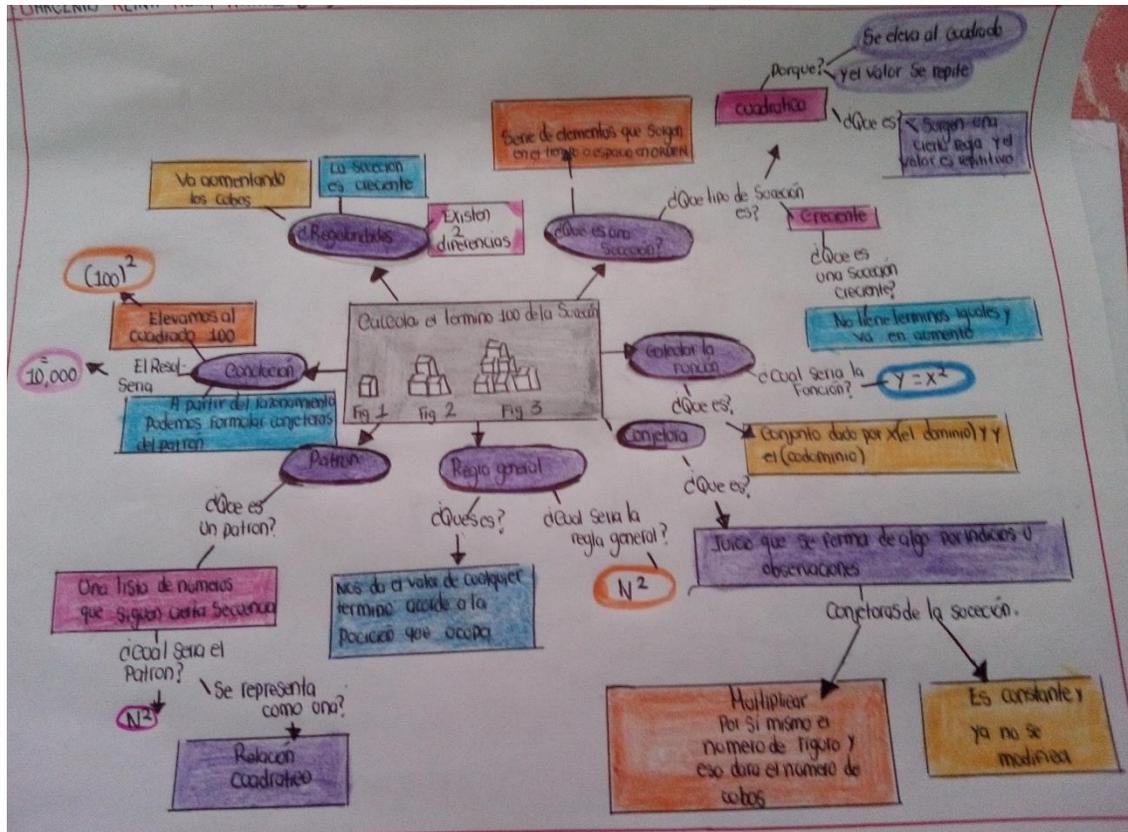
Como es posible ver, la estudiante sigue los pasos del razonamiento inductivo, aunque confunde la justificación de la conjetura con la demostración, lo cual no es de mucho problema. Aunque el MH-C presentado es muy sencillo, es correcto y completo.

### Mapa de la alumna 9

El Mapa que se presenta a continuación es una elaboración especial, ya que la estudiante combina la técnica del mapa conceptual y el mapa mental, ver Figura 9.

Figura 9.

Mapa de la Alumna 9



La estudiante logró resolver la situación problemática desde su razonamiento inductivo, representando su práctica matemática a través del sistema de prácticas del Mapa Híbrido.

La práctica matemática de la estudiante es completa, ya que solventa la situación problemática. Se puede reflejar también los pasos del razonamiento inductivo, así como algunos objetos matemáticos primarios.

La estudiante logra realizar conexiones entre el sistema de prácticas, reflejando algunos significados, también integra algunas preguntas como preposiciones para realizar conexiones entre conceptos y procedimientos.

La técnica que trabaja la estudiante no ha sido estudiada aún, y puede ser objeto de investigación en futuros trabajos. De esta forma, no se profundizará en este trabajo.

### **Reflexión**

La representación gráfica de la situación problema de “ *cubos y más cubos* ” fue la parte fundamental de esta investigación. Para elaborar el Mapa Híbrido, los alumnos se apoyaron especialmente en el plan de clase (4/8), en donde los alumnos razonaron inductivamente el patrón de la sucesión cuadrática; y en el plan de clase (5/8), en donde los alumnos identificaron y dieron significado a los conceptos involucrados en la práctica matemática. De esta forma se conformó el sistema de prácticas interpretativa y operativa que componen al Mapa Híbrido respectivamente.

Puede ser posible que algunos estudiantes confundieran el Mapa Híbrido con alguna otra técnica como la del Mapa Conceptual o el Mapa mental (como ya se ha hecho en casos anteriores). Dicha dificultad puede ser normal en los estudiantes de secundaria, ya que, al ser el Mapa Híbrido una combinación de la técnica del Diagrama de Flujo y el Mapa Conceptual (Moreno et al., 2018) es susceptible para prestarse a diferentes interpretaciones o confusiones por parte del alumnado.

También pudo darse el caso de que algún alumno haya prescindido de objetos matemáticos primarios esenciales en la resolución del problema o que no haya relacionado los conceptos de la práctica interpretativa con el procedimiento a través de conexiones, esta última es una de las dificultades más frecuentes en los estudiantes de secundaria.

Se esperaba que los estudiantes presentaran algunas dificultades en la elaboración del Mapa Híbrido, como las que ya se mencionaron.

La intención didáctica se cumplió, esto puede observarse en los MH-C de las estudiantes, ya que por medio del sistema de prácticas se puede reflejar el razonamiento inductivo de las alumnas para solventar la situación problemática de la sucesión de cubos.

Es posible que la elaboración del Mapa Híbrido pueda efectuarse en parejas o en equipos no mayor a cuatro integrantes, en donde los alumnos elaboren su propio MH-C, interactuando entre sus pares. Sin embargo, esta variante didáctica queda fuera del alcance de este trabajo.

### ***Plan de clase (7/8): “Me cuadra”***

**Intención didáctica:** Que los alumnos utilicen el Mapa Híbrido Cognitivo como guía para encontrar la expresión general cuadrática de la forma  $y = ax^2$  que represente el enésimo término de una sucesión figurativa en la situación problemática.

#### **Descripción de la aplicación del plan de clase**

En este plan de clase (7/8) (Ver Anexo M7), el docente en formación organizó la clase en donde los alumnos trabajarían de manera individual desde casa. También, se les pidió a los estudiantes utilizar su MH-C para resolver la situación problemática correspondiente. Los materiales que necesitaron los alumnos fueron el MH-C, y la consigna; el profesor trabajó con Power Point, JamBoard y GeoGebra.

Durante la *verbalización* una de las alumnas leyó la consigna y la situación problemática. Posteriormente, el docente en formación pidió a los estudiantes que observaran la sucesión figurativa.

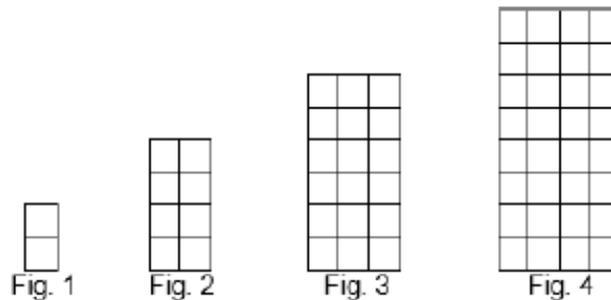
En la *verbalización* el docente en formación preguntó a los estudiantes qué se tenía que hacer, una de las estudiantes indicó que primero se tenían que observar las regularidades en la sucesión.

Después, el docente en formación pidió a los estudiantes que procedieran a resolver la situación problemática razonando inductivamente y apoyándose de su MH-C. Dejando cierto tiempo para la *resolución de problemas* y dando la oportunidad a los estudiantes de externar sus dudas (las cuales no fueron manifestadas por ningún estudiante).

Durante la *puesta en común*, el docente en formación utilizó la pizarra virtual de JamBoard en donde pidió a los estudiantes que le mencionaran la relación que existe entre las figuras y el número de cuadritos que contenía cada una de ellas respectivamente, ver Figura 10.

### Figura 10.

*Sucesión de plan de clase (7/8).*



Una de las estudiantes observó que la base de la figura aumentaba un cuadrado, mientras que la altura aumentaba dos cuadrados en función de la figura. Después, la alumna 7 enunció la sucesión numérica que se encontraba implícita en el número de cuadrillos:

2, 8, 18, 32...

El docente en formación pidió a los estudiantes que formularan la conjetura correspondiente al patrón de la sucesión que se estaba estudiando. No obstante, ningún estudiante quería participar, por lo que el docente en formación se vio a la necesidad de seguir preguntando a los estudiantes para orientarlos a enunciar la conjetura.

- DF: ¿Si elevamos al cuadrado el número de la figura...obtenemos el número de cuadrillos correspondientes?
- A8: ¡Sí!
- DF: ¿Seguros?
- A7: ¡No!... le podemos sumar 1.
- DF: ¿y si multiplicamos por 2?
- A1: Si se multiplica  $1 \times 1$  que es el número de la figura por 2 te da el número de la sucesión.

La conjetura de la estudiante A fue inductivamente correcta. Finalmente los estudiantes con ayuda del docente formularon una conjetura de manera grupal:

*“El doble del cuadrado de la figura”*

Prosiguiendo con la clase, el profesor pidió a los alumnos que generalizaran el patrón.

- A1:  $n^2 \times 2$ .

Al ver la generalización de la estudiante, el docente en formación pidió a los estudiantes que si tuvieran otra expresión algebraica la dieran a conocer, para lo cual no hubo replica de ningún alumno. Por lo que se especificó que la regla general sería de la forma:

$$2n^2 \text{ o } y = ax^2$$

Continuando, se les pidió a los alumnos que demostraran la regla general. De esta forma, los alumnos enunciaron que se tenía que sustituir el número de la figura en  $n$  para obtener los primeros cuatro términos de la sucesión.

Finalmente, los estudiantes enunciaron el resultado de la situación problemática de la consigna correspondiente.

En la *institucionalización*, el docente en formación se apoyó del software GeoGebra para modelar el patrón de la sucesión de cuadritos. Para esto, una de las estudiantes enunció la función correspondiente y que la figura se trataba de una parábola. Dicho esto, el profesor mostró que la sucesión se cumplía para los diferentes valores de las variables.

## **Reflexión**

En los argumentos narrados anteriormente, se evidenció que los estudiantes formularon conjeturas y establecieron la regla general del patrón, esto puede deberse a que utilizaron su MH-C, ya que puede ser empleado por los alumnos como guía para resolver otros problemas matemáticos similares (Moreno, 2017).

Se puede evidenciar mejor uso del razonamiento inductivo en los estudiantes al momento de resolver la situación problemática, esto pudo demostrarse en los MH-C, a través de su sistema de prácticas donde se evidencian objetos matemáticos primarios.

Durante la planeación de la secuencia didáctica se esperaba que el alumnado utilizara su Mapa Híbrido como una herramienta a través de la cual pudieran guiarse para resolver otras situaciones problemáticas similares a la que se representaba gráficamente en el Mapa

Híbrido, con el fin de formalizar sus procedimientos y hacer un uso eficiente de su razonamiento inductivo.

La intención didáctica de este plan de clase se cumplió de manera considerable, ya que los estudiantes hicieron uso eficiente de su razonamiento al resolver la situación problemática correspondiente, lo cual puede observarse a través de sus MH-C. Esto puede evidenciarse en la resolución del plan de clase por parte de un estudiante (Ver Anexo Y).

Se sugiere implementar el Mapa Híbrido en la clase de matemáticas, en donde el alumno elabore un MH-C (como se ha hecho en esta secuencia) y se guíe a partir de esta producción para resolver otras situaciones problemáticas de cualquier otro contenido, de manera que el alumno pueda interpretar los objetos matemáticos primarios involucrados a través de sus producciones.

### ***Plan de clase (8/8): “Reflexionando”***

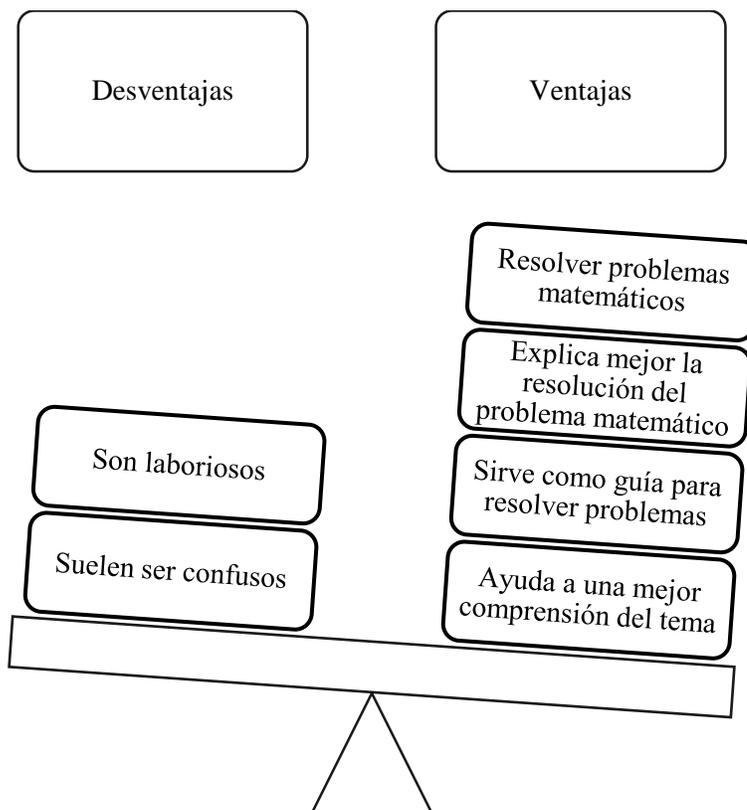
**Intención didáctica:** Que los alumnos enuncien la utilidad, ventajas y desventajas que tiene trabajar con el Mapa Híbrido.

### **Descripción de la aplicación del plan de clase**

Este plan de clase (8/8) (Ver Anexo M8) se aplicó de manera asíncrona, en donde se les aplicó una encuesta a los estudiantes, solicitándoles especificar desde su perspectiva, que tan útil veían en el Mapa Híbrido al ser trabajado en la clase de matemáticas (Ver Anexo T). En la encuesta, los estudiantes mencionaron algunas ventajas y desventajas que percibían al usar el MH-C en la clase de matemáticas, ver Figura 11.

**Figura 11.**

*Ventajas y desventajas que enuncian los alumnos al utilizar el MH-C en la clase de matemáticas.*



Se esclarece que no todos los estudiantes enunciaron desventajas y como es posible observar en el gráfico anterior, hay más ventajas que desventajas. Las ventajas que encontraron los estudiantes al utilizar el MH-C son muy importantes ya que dan credibilidad a este trabajo. Mientras que las desventajas no son graves, ya que rodean en que el MH-C es laborioso y a veces confuso.

Los estudiantes coinciden en que el Mapa Híbrido es útil para resolver problemas matemáticos, para guiarse y resolver otros problemas, también ven la posibilidad de que a través del Mapa se les explique el procedimiento que se utilizó para resolver un problema. La novedad es que los alumnos enunciaron que tienen mejor comprensión del tema, lo cual es muy favorable para la construcción de su conocimiento.

Finalmente, los estudiantes enunciaron que otras posibles utilidades del Mapa Híbrido para la clase de matemáticas podrían ser para aprender más fácil un tema y para utilizarlo en otros problemas matemáticos.

### **Reflexión**

Al haber analizado las respuestas de los estudiantes en la encuesta que se les aplicó, se puede establecer que los alumnos conciben al Mapa Híbrido como una herramienta útil para organizar información, para establecer significados, para aprender, comprender y explicar más fácilmente un tema y para desarrollar la resolución de un problema matemático.

La encuesta fue de gran utilidad para conocer cómo conciben los estudiantes al Mapa Híbrido para ser trabajado en la clase de matemáticas y para otros posibles trabajos de investigación.

Se creía que algunos estudiantes cambiarían su perspectiva del Mapa Híbrido con la aplicación de la secuencia. Ya que en una aplicación anterior en donde solo se les pidió directamente a los estudiantes elaborar un Mapa Híbrido, la gran mayoría de los alumnos enunció que esta era una herramienta muy difícil de trabajar.

Se cumplió satisfactoriamente la intención didáctica, ya que los alumnos enunciaron las ventajas y desventajas de trabajar con el Mapa Híbrido en la clase de matemáticas.

Se puede suprimir el plan de clase (8/8) para posibles aplicaciones de esta secuencia, ya que no es necesario implementarlo para que los estudiantes puedan elaborar su Mapa Híbrido. Sin embargo, se considera importante tener en cuenta la opinión de los estudiantes con el fin de identificar áreas de oportunidad en cuestión de las herramientas y estrategias utilizadas.

### 3.2. Evaluación de los aprendizajes

Stufflebeam y Shinkfield (1995) establecen la evaluación es útil para reflejar el progreso de los alumnos y para identificar los puntos débiles y fuertes con el fin de mejorar las áreas de oportunidad (Como se citó en Vargas, 2004). La evaluación es un proceso fundamental y a la vez, el más complicado en el quéhacer educativo, no se puede prescindir de ella (Cázares et al., 2010). Para ello, la evaluación según Michael Scriven (2013) se define como: “el acto o proceso cognitivo por el cual establecemos una afirmación acerca de la calidad, valor o importancia de cierta entidad” (Citado por Ravela et al., 2017, p. 33).

El término “evaluación” ha sido considerado como un sinónimo de “medida” durante mucho tiempo en la historia de la pedagogía y así es como ha sido empleado en el campo de la educación. No obstante, la evaluación es un concepto que evoluciona en función del tiempo (Casanova, 1998). De esta forma, la educación debe de estar en constante cambio conforme a las necesidades sociales, lo cual implica que la evaluación no se lleve de igual manera de la que siempre se ha empleado.

Así, se propone que le evaluación tenga un carácter formativo de principio a fin del proceso educativo (Casanova, 1998), en donde se evalúen las competencias del alumnado, considerando a la evaluación como una oportunidad de mejorar, basándose en la toma de decisiones, analizando el proceso y los resultados de los estudiantes durante el proceso educativo (Frade, 2013).

Tomando en cuenta los referentes teóricos, se efectuó el plan de evaluación (Ver Anexo P1) en donde se consideran competencias como conocimientos, actitudes, valores y el trabajo colaborativo y diferentes instrumentos de evaluación (Ver Anexo P2). Incluyendo las finalidades de la evaluación: *identificar las necesidades, comprobar el nivel de comprensión, estimular la autonomía y monitorear los avances y las inferencias* (SEP, 2012b). Cabe señalar que el plan de evaluación se considera para la jornada de trabajo docente, ya que no todos los aspectos considerados en el plan se evaluaron en la secuencia didáctica de este trabajo.

Para la secuencia didáctica de este trabajo se utilizaron principalmente algunas estrategias de evaluación formativa según Ravela et al, (2017): (1) *las preguntas que el*

*docente plantea como herramienta para promover y evidenciar el aprendizaje*, las cuales se realizaron durante las sesiones síncronas con el fin de guiar a los estudiantes en la construcción del conocimiento; (2) *proporcionar devoluciones que hacen avanzar el aprendizaje, en donde el profesor realizaba retroalimentaciones a los estudiantes*, por medio de la plataforma educativa classroom, al revisar las actividades. Dichas devoluciones se planteaban como preguntas u observaciones a los estudiantes con el fin de promover su aprendizaje.

La evaluación formativa se basó en la realización de devoluciones a los estudiantes en sus entregas. Estas se realizaron vía classroom, en donde el docente en formación hacía observaciones puntuales a las tareas y realizaba preguntas a los alumnos con el fin de que promover la reflexión de su aprendizaje.

Las devoluciones que realizó el docente en formación a los estudiantes se efectuaban con el único fin de fomentar el aprendizaje de los alumnos. No se recurrió al uso de rubricas para valorar cada entrega de los alumnos con el fin de devolver una calificación, ya que se concuerda con William (2011) quien sugiere y especifica que es una necesidad el reducir el uso de calificaciones esto se debe a que las calificaciones puede desviar la atención y los objetivos de los estudiantes, pervirtiendo la finalidad de la enseñanza (citado por Ravela et al., 2017).

De esta forma, en el trabajo de Ravela et al., (2017) consideran que todos los estudiantes deberían de recibir devoluciones por parte del docente, las cuales deben de promover un espacio de reflexión a partir del ensayo-error (si es que lo hay), así como proponer retos a los estudiantes que no presentan errores. De esta forma, la devolución promueve que el estudiante vaya más allá de donde se encuentra.

Las devoluciones tienen efectos socioemocionales en los estudiantes, esto dependería de cada uno de ellos. Por lo que el docente debe de realizar las devoluciones apropiadas para cada uno de los alumnos, en donde se asegure que se ayude a los estudiantes a percibir sus capacidades como incrementales, con la mentalidad de que siempre es posible lograr el aprendizaje (Ravela et al., 2017).

Así, se procede a cerrar la sección de evaluación con una de las ideas de Ravela et al., (2017): “La mejor forma de evaluar es aquella que fomente el aprendizaje, la reflexión y la crítica de los estudiantes, así como del propio docente”.

### **3.3.Resultados**

Ahora bien, ya que se ha explicado cómo se evaluó durante la secuencia didáctica, se procederá a presentar los resultados obtenidos al final de la secuencia didáctica, analizando la forma en la que los estudiantes efectuaron cada paso del razonamiento inductivo propuestos por el modelo de Castro et al., (2020), reflejados en el sistema de prácticas del Mapa Híbrido.

Para efectuar el análisis, se examinaron todos los MH-C de los estudiantes. Se utilizó una lista de cotejo (Ver Anexo P) para poder evaluarlos. En dicha lista de cotejo, se incluyeron cinco criterios con base a algunos pasos del modelo de razonamiento inductivo que se trabajaron con los estudiantes.

Con la realización de este análisis no se pretendía obtener un número que calificara el razonamiento inductivo de cada uno de los estudiantes; al contrario, se examinó cómo los estudiantes trabajaron cada uno de los pasos razonamiento inductivo para resolver la situación problemática correspondiente. Es decir, si un estudiante explicitó las regularidades que se presentan en la sucesión y cómo lo hace, si es que lo relaciona con las diferencias de la sucesión o si relaciona las regularidades con la conjetura, etc.

El razonamiento inductivo de los estudiantes se puede analizar a través del Mapa Híbrido mediante una observación minuciosa de los Mapas, en donde el docente sea capaz de examinar y reflexionar cada acción que el estudiante efectúa en su MH-C.

Para poder tener registro del respectivo análisis de cada MH-C se utilizó una lista de cotejo en donde se observó cada paso tomando en cuenta ciertos criterios formulados con base al modelo del razonamiento inductivo de Castro et al., (2010).

Otra forma de analizar el razonamiento inductivo de los estudiantes a través del Mapa Híbrido puede ser utilizando una rúbrica en donde se incluyan niveles o dimensiones de logro.

Los estudiantes con los que se aplicó la secuencia didáctica presentaron sus respectivos MH-C en donde es posible observar los objetos matemáticos primarios como los procedimientos, argumentos, operaciones, etc. los cuales pusieron en práctica para poder resolver la situación problemática desde su propio razonamiento inductivo.

Los resultados de la tabla que se expondrá a continuación, muestran el porcentaje de alumnos que trabajaron el razonamiento inductivo en su MH-C, ver Tabla 4.

**Tabla 4.**

*Razonamiento inductivo de los estudiantes de tercer grado de secundaria.*

<b>Razonamiento inductivo de los estudiantes de tercer grado de secundaria</b>					
	<b>Identificación de regularidades y del patrón</b>	<b>Formulación de conjeturas</b>	<b>Justificación de conjeturas</b>	<b>Generalización</b>	<b>Demostración</b>
<b>Porcentaje de alumnos</b>	63.6%	59%	50%	59%	68.2%

### ***Identificación de regularidades y del patrón***

En los MH-C puede verse que los estudiantes identificaron algunas regularidades correspondientes a la sucesión de cubos. Esto se hizo escribiendo la sucesión en su representación numérica y calculando las diferencias entre cada termino, que en este caso fueron dos diferencias.

De esta forma, gran parte de los estudiantes enunciaron que la sucesión era creciente debido a que se aumentaba cierto número de cubos en función de la figura. Algunos se dieron cuenta que la sucesión tenía dos diferencias y otros argumentaron que la sucesión era cuadrática ya que el término de la segunda diferencia era constante.

También puede observarse en los MH-C que algunos alumnos explicitaron las regularidades de forma verbal, mientras que otros se limitaron a solo realizar las operaciones

matemáticas, en este caso dichas operaciones consistieron en calcular las diferencias de la sucesión.

### ***Formulación y justificación de conjeturas***

La formulación de conjeturas es uno de los pasos claves del razonamiento inductivo, ya que a partir de que los estudiantes identificaron las regularidades, pudieron encontrar la relación entre la posición y los términos correspondientes. El número de figura y los cubos que contiene como es en el caso de la situación problemática que se analizó.

Algunos alumnos mencionaron la relación que tienen las figuras y el número de cubos que contiene cada una de ellas respectivamente. Después formularon sus conjeturas “*si elevamos al cuadrado el número de la figura obtenemos el número de cubos*” o también utilizan otra conjetura como lo es “*Multiplicar por sí mismo el número de figura y eso dará el número de cubos*”. Aunque cualquiera de las dos es correcta y en ambas se puede llegar a generalizar el patrón.

La mayoría de los estudiantes que justificó conjeturas en su MH-C, optó por aplicar su conjetura para obtener los primeros términos de la sucesión de cubos. Es decir, algunos estudiantes elevaron al cuadrado los números de las figuras y así, obtuvieron el número de cubos correspondientes a la figura. De esta forma, pudieron tener mayor confianza de que su conjetura era cierta y por ende, llegar a justificarla.

### ***Generalización***

En la generalización pudo observarse como los estudiantes formularon la expresión algebraica correspondiente, o sea,  $n^2$ . En suma, algunos estudiantes modelaron el patrón de la sucesión a través de la función, es decir,  $y = x^2$ . Además de que algunos estudiantes reconocieron que la expresión algebraica podía ser utilizada como regla general para poder calcular cualquier otro término perteneciente a la sucesión cuadrática.

En la generalización del patrón pudo observarse como los estudiantes utilizaron el lenguaje algebraico para representar el comportamiento de la sucesión cuadrática. Esta tarea

pudo lograrse con mayor facilidad cuando el alumno logró formular la conjetura previamente a la generalización.

### ***Demostración***

Por último paso se encuentra la demostración, que consiste en la verificación de la regla general. Una vez que los estudiantes generalizaron el patrón de la sucesión a través de la expresión algebraica o de la función prosiguieron a demostrar su regla general.

La demostración pudo observarse en donde los estudiantes aplicaron su regla general para calcular el  $n$ ésimo término de la sucesión correspondiente. En este caso, calcularon el número de cubos que contiene la figura 100, lo cual se indicaba en la situación-problema a resolver. De esta forma, los alumnos sustituyeron el número 100 en  $n^2$  para poder calcular el número de cubos correspondientes a dicha figura. La demostración puede ser útil como un “*plus*” para que los estudiantes reflexionen que su conjetura es verídica y por ende la regla general también.

#### IV. CONCLUSIONES

Los estudiantes observaron regularidades, formularon y justificaron conjeturas, generalizaron y demostraron el patrón de la sucesión cuadrática. Así los estudiantes pudieron reflejar su razonamiento inductivo al resolver la situación problemática por medio del sistema de prácticas que representa el Mapa Híbrido. De esta forma, se puede establecer que el propósito principal de este trabajo se logró

Los alumnos formalizaron su razonamiento inductivo de dos maneras, primero en la elaboración del Mapa Híbrido, de manera que en sus representaciones gráficas incluyeron todos o la mayoría de los pasos del razonamiento inductivo. La segunda forma fue, que los alumnos utilizaron el MH-C como guía para resolver otra situación problemática de sucesiones cuadráticas, de manera que reforzaron dicho razonamiento.

Se lograron las intenciones didácticas de los planes de clase que conforman la secuencia didáctica:

En el primer plan de clase se pudieron identificar los conocimientos previos del alumnado mediante la revisión y reflexión de sus resultados en el examen diagnóstico.

En el segundo plan de clase, los alumnos pudieron formular la regla general del patrón de la sucesión cuadrática (Generalización) mediante una expresión algebraica, pese a los errores y dificultades presentados, los cuales se predijeron con la elaboración del MH-E.

El tercer plan de clase se logró, de manera que los estudiantes llegaron a generalizar el patrón de la sucesión cuadrática mediante una ecuación y representándola de manera tabular y gráfica.

Los planes de clase cuatro y cinco se lograron, de manera que se tuvo que modificar la planeación didáctica, adecuando las actividades didácticas a las necesidades educativas de los estudiantes. Así, los alumnos lograron razonar inductivamente el patrón de la sucesión cuadrática y elaborar un mapa conceptual de los conceptos involucrados en la práctica matemática de la situación problemática.

El plan de clase seis se logró cuando los estudiantes pudieron reflejar su razonamiento inductivo a través del sistema de prácticas que compone al Mapa Híbrido.

El plan de siete se cumplió de manera que los alumnos utilizaron su MH-C para resolver una situación problemática similar, razonando inductivamente el patrón de una nueva sucesión cuadrática.

El último plan de clase se logró de manera que los alumnos reflexionaron acerca de la utilidad que observan de trabajar la técnica del Mapa Híbrido en la clase de matemáticas, mencionando las ventajas y desventajas de utilizarlo.

Es posible que los estudiantes puedan tener una mejor comprensión de los contenidos matemáticos al elaborar Mapas Híbridos, ya que a través de esta técnica se puede representar gráficamente la resolución de un problema matemático, así como resolver otros similares y para poder explicar paso a paso la práctica matemática.

Con los resultados obtenidos en este trabajo, se recomienda algunas sugerencias didácticas que orienten a los y las docentes que deseen implementar el Mapa Híbrido en la clase de matemáticas: implementar una estrategia para poder enseñar a elaborar el Mapa de una manera más sencilla, evitando frustrar al estudiante. Es decir, el docente puede trabajar el “Pre-Mapa Híbrido” como se realizó en esta secuencia didáctica, de manera que el alumno resuelva el problema paso por paso y elabore un mapa conceptual con los conceptos involucrados en la práctica matemática.

La evaluación de los Mapas Híbridos no tiene que ser tan estricta o puntual, tampoco se busca que se califiquen los MH-C sino que se analicen para que el docente comprenda los procedimientos de los estudiantes.

Al tratarse del primer Mapa Híbrido elaborado por el alumno, lo que se desea lograr es que el estudiante conozca cómo trabajarlo y poder formalizar sus procedimientos de resolución de problemas a través de esta técnica.

Los alumnos de tercer grado de secundaria suelen tener muchas dificultades al elaborar el Mapa Híbrido, en especial el realizar conexiones entre conceptos y procedimientos.

Los MH-C de los estudiantes de tercer grado de secundaria suelen ser susceptibles de muchos hallazgos. Es decir, puede que las producciones de los estudiantes combinen otras técnicas ajenas a las que combina el Mapa Híbrido (Mapa Conceptual y Diagrama de Flujo).

A partir de esta investigación, queda otro camino en el que se puede abrir otra investigación, en donde se indague acerca de un posible Mapa Híbrido que utilice la técnica del mapa conceptual y el mapa mental.

## V. REFERENCIAS

- Alarcón, J., Bonilla, E., Nava, R., Rojano, T., y Quintero, R. (1994). *Libro para el maestro. Matemáticas. Educación secundaria*. SEP.
- Álvarez, M. Y., Alonso, I., y Gorina, A. (2012). *Dinámica del razonamiento inductivo en la resolución de problemas matemáticos. Una propuesta didáctica*. En Flores, Rebeca (Ed.), *Acta Latinoamericana de Matemática Educativa* (pp. 625-634). México, DF: Comité Latinoamericano de Matemática Educativa A. C.
- Aguilar Tamayo, M. F. (2006). Origen y destino del mapa conceptual. Apuntes para una teoría del mapa conceptual. *Concept Maps: Theory, Methodology, Technology*.
- Barrantes, H. (2006). Los obstáculos epistemológicos. *Cuadernos de investigación y formación en educación matemática*, 1(2), 1-7.
- Cañadas, S. M. C., Martínez, E. C., y Martínez, E. C. (2008a). Descripción de la generalización de estudiantes de 3º y 4º de ESO en la resolución de problemas que involucran sucesiones lineales y cuadráticas. *In Investigación en educación matemática XII* (p. 10). Sociedad Española de Investigación en Educación Matemática, SEIEM.
- Cañadas, M. C., Deulofeu, J., Figueiras, L., Reid, D., y Yevdokimov, O. (2008b). Perspectivas teóricas en el proceso de elaboración de conjeturas e implicaciones para la práctica: tipos y pasos. *Enseñanza de las Ciencias*, 26(3), 431-444.
- Carreón, D. [Daniel Carreón] (4 de marzo de 2017). *SUCESIONES CUADRÁTICAS súper fácil* [Video]. YouTube. <https://www.youtube.com/watch?v=Qqmpvd6FWII&t=75s>
- Casanova, M. A. (1998). *La evaluación educativa: escuela básica*. SEP.
- Castro, E., Cañadas, M. C., y Molina, M. (2010). El razonamiento inductivo como generador de conocimiento matemático. *UNO: Revista de Didáctica de la Matemática*, 54, 55-67.

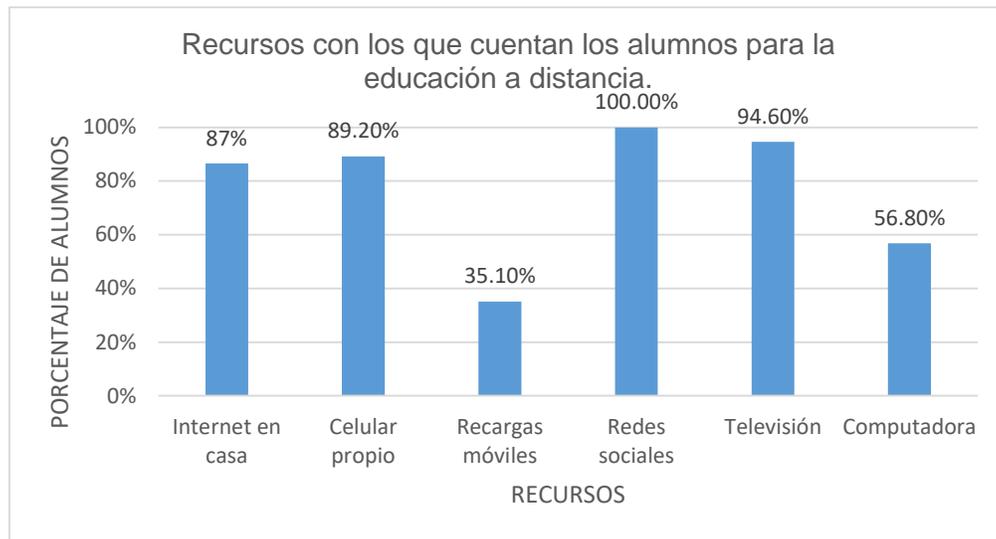
- Cerda Anguiano, I. E. (2020). *El uso de material didáctico para favorecer el aprendizaje de la simetría axial en un grupo de tercer grado de secundaria*. (Ensayo Pedagógico, BECENE). <https://repositorio.beceneslp.edu.mx/jspui/handle/20.500.12584/417>
- Chamorro Plaza, M. D. C. (2003). *Didáctica de las Matemáticas para Primaria*. Pearson.
- Courant, R., y Robbins, H. (2002). *¿Qué son las matemáticas? Conceptos y métodos fundamentales*. Fondo de cultura económica.
- Díaz, B. F. (1999). *Estrategias Docentes para un Aprendizaje Significativo: Una interpretación constructivista*. McGraw-Hill.
- del Barrio, E. Larousse. *Diccionario esencial. Matemáticas* (No. 413.1 L 332M).
- Demana, F. D., Waits, B. K., Foley, G. D., y Kennedy, D. (2007). *Precálculo: gráfico, numérico, algebraico*. Pearson.
- Frade, L. (2013). *La evaluación por competencias: Tomando en cuenta los últimos planes y programas y las modificaciones realizadas en la evaluación*. Inteligencia Educativa.
- Godino, J. D., Batanero, C., y Font, V. (2007). Un enfoque ontosemiótico del conocimiento y la instrucción matemática. *The International Journal on Mathematics Education*, 39, 127-135.
- Godino, J. D. (2014). *Síntesis del enfoque Ontosemiótico del conocimiento y la instrucción matemática: motivación, supuestos y herramientas teóricas*. Universidad de Granada.
- Godino, J. D., Giacomone, B., Batanero, C., & Font, V. (2017). Enfoque ontosemiótico de los conocimientos y competencias del profesor de matemáticas. *Bolema: Boletim de Educação Matemática*, 31(57), 90-113.
- Guerri, M. (25 de mayo de 2019). *PsicoActiva*. Test de estilos de aprendizaje. <https://www.psicoactiva.com/test/educacion-y-aprendizaje/test-de-estilos-de-aprendizaje/>
- Launay, M. (2017). *La gran novela de las matemáticas: de la prehistoria a la actualidad*. Paidós.

- Moreira, M. A. (2005). Mapas conceptuales y aprendizaje significativo. *Revista Chilena de Educación en Ciencias*, 4(2), 38-44.
- Moreno, N. M. (2017). Una representación gráfica de la práctica de resolución de problemas en cálculo diferencial. *Revista internacional de investigación e innovación educativa*, 2017(92), 58-75.
- Moreno, M. N., Angulo, V. R. G. y Reducindo, R. I. (2018). Mapas Conceptuales Híbridos para la enseñanza de la física y matemática escolar. *Revista de Innovación e Investigación en Matemática Educativa*, 3(1), 113-130.
- Núñez Gutiérrez, K. P. (2018). *Razonamiento inductivo en profesores de Matemáticas al resolver tareas de generalización con sucesiones cuadráticas* (Tesis de Maestría, Universidad Autónoma de Guerrero). <http://ri.uagro.mx/handle/uagro/450>.
- Pólya, G. (1965). *Cómo plantear y resolver problemas*. Trillas.
- Ravela, P., Picaroni, B., y Loureiro, G. (2017). *¿Cómo mejorar la evaluación en el aula. Reflexiones y propuestas de trabajo para docentes?*. Instituto Nacional para la Evaluación de la Educación.
- Reyes, T. (1999). Métodos cualitativos de investigación: los grupos focales y el estudio de caso. *Forum empresarial*, 4(1), pp. 74-87.
- Ruiz, A. B. (1993). Aprendizaje por descubrimiento: principios y aplicaciones inadecuadas. *Enseñanza de las ciencias: revista de investigación y experiencias didácticas*, 11 (1), p. 3-11.
- Sadovsky, P. (2005). La teoría de situaciones didácticas: un marco para pensar y actuar la enseñanza de la matemática. *Reflexiones teóricas para la educación matemática*, 5, 13-66.
- Sanz de Acedo Baquedano, M. T., y Sanz de Acedo Lizarraga, M. L. (2006). Razonamiento inductivo, inteligencia y aprendizaje. *Psicología y Pedagogía. Universidad Pública de Navarra*, (13) pp. 9-17.

- Secretaría de Gobernación (23 de enero de 2020). *Diario Oficial de la Federación*. [https://www.dof.gob.mx/nota\\_detalle.php?codigo=5584617&fecha=23/01/2020](https://www.dof.gob.mx/nota_detalle.php?codigo=5584617&fecha=23/01/2020)
- Secretaría de Educación Pública. (1999). *Licenciatura en educación Secundaria. Plan de estudios 1999. Documentos básicos*. SEP.
- Secretaría de Educación Pública. (2002a). *Orientaciones Académicas para la Elaboración del Documento Recepcional*. SEP.
- Secretaría de Educación Pública.. (2002b). *Taller de Diseño de Propuestas Didácticas y Análisis del Trabajo Docente I y II*. SEP.
- Secretaría de Educación Pública. (2011a). *Acuerdo 592 por el que se Establece la Articulación de la Educación Básica*. SEP.
- Secretaría de Educación Pública. (2011b). *Programas de estudio 2011. Guía para el maestro*. SEP.
- Secretaría de Educación Pública. (2012). *Las estrategias y los instrumentos de evaluación desde el enfoque formativo*. SEP.
- Secretaría de Educación Pública. (2017). *Aprendizajes clave para la Educación Integral. Matemáticas. Educación Secundaria*. SEP.
- Soler-Álvarez, M. N., y Pérez, V. H. M. (2014). El proceso de descubrimiento en la clase de matemáticas: los razonamientos abductivo, inductivo y deductivo. *Enseñanza de las ciencias: revista de investigación y experiencias didácticas*, 32(2), 191-219.
- Torres, R., Cruz, D., y Moreno, N. (2021). *El análisis y la reflexión de la práctica de los docentes en formación: una experiencia con los mapas conceptuales híbridos como estrategia de enseñanza en la clase de matemáticas*. (Manuscrito no publicado, BECENE).
- Vargas, A. I. M. (2004). La evaluación educativa: Concepto, períodos y modelos. *Actualidades investigativas en educación*, 4(2). pp. 2-28
- Vidal, R. (2009). *La Didáctica de las Matemáticas y la Teoría de Situaciones*.



**Anexo C.** Resultados de encuesta de los medios y recursos con los que cuentan los alumnos.



**Anexo D.** Encuesta de recursos contestada por un alumno.

### Encuesta de recursos

El objetivo de la presente encuesta es conocer los recursos y herramientas con las que cada alumno cuenta, para poder dar inicio al siguiente ciclo escolar 2020-2021. Asimismo, conocer su situación durante esta pandemia, por lo que se les pide ser lo más honestos posible ya que cada respuesta emitida será considerada para mejorar el trabajo a distancia.

Los datos recabados en esta encuesta tienen un fin meramente académico y son 100% confidenciales.

¿Tuviste problemas o alguna situación en especial durante el tiempo de actividades en línea del ciclo escolar pasado? En caso de tenerlo menciona a que se debió.

No

[https://docs.google.com/forms/d/17j34rUo6\\_BX1eB4wZBqJOzdDI451HPE4984YBe\\_DHw/edit#response=ACYDBNh2vgO-rqay07zbC8u853RebUWR...](https://docs.google.com/forms/d/17j34rUo6_BX1eB4wZBqJOzdDI451HPE4984YBe_DHw/edit#response=ACYDBNh2vgO-rqay07zbC8u853RebUWR...) 1/4

29/4/2021

Encuesta de recursos

¿Alguna otra persona en tu casa realiza sus estudios en la modalidad a distancia? \*

Sí

No

¿Cuentas con TV en casa? \*

Sí

No

¿Cuentas con computadora en casa? \*

Sí

No

¿Cuentas con internet en casa? \*

- Sí
- No

En caso de no tener internet, ¿Cómo realizaste las actividades solicitadas en el aprendizaje a distancia durante el ciclo escolar anterior?

.....

[https://docs.google.com/forms/d/17j34rUc6\\_BX1eB4wZBqJ0zdDI451HPe4984YBe\\_DHw/edit#response=ACYDBNh2vgO-rqay07z0C6u653RebUWR...](https://docs.google.com/forms/d/17j34rUc6_BX1eB4wZBqJ0zdDI451HPe4984YBe_DHw/edit#response=ACYDBNh2vgO-rqay07z0C6u653RebUWR...) 2/4

29/4/2021

Encuesta de recursos

¿Cuentas con celular propio? \*

- Sí
- No

¿cuenta con cámara el dispositivo en el cual tomas las clases en línea? \*

- Sí
- No

¿Utilizas recargas telefónicas para poder acceder a Internet desde tu celular? \*

- Sí
- No

¿Utilizas redes sociales como Facebook y WhatsApp? \*

- Sí
- No

¿Realizas alguna actividad laboral actualmente? \*

- Sí
- No

¿Tus padres/tutor dedican tiempo para ayudarte como estudiante con trabajos y tareas? \*

- Sí
- No
- A veces

¿Cómo te gustaría que fueran las clases durante la modalidad a distancia? \*

Por medio de la plataforma zoom

¿Existe alguna cuestión que pueda afectar el trabajo a distancia que el/los docentes deban conocer?

En ocasiones las actividades no se publican a tiempo para que el alumno las realice

Google no creó ni aprobó este contenido.

Google Formularios

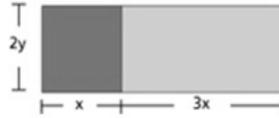
**Anexo E.** Examen diagnóstico de conocimientos previos.

**ESCUELA SECUNDARIA GENERAL No. 7 “ANTONIO DIAZ SOTO Y GAMA”  
EXAMEN DE DIAGNOSTICO DE MATEMATICAS SEGUNDO AÑO GRADO  
CICLO ESCOLAR 2020-2021**

Indicaciones: contesta el siguiente examen diagnóstico, subrayando el inciso correcto,

Nombre: \_\_\_\_\_ Grupo: \_\_\_\_\_ N.L.: \_\_\_\_\_

- Encuentra el resultado de la operación:  $(-\frac{40}{5})(-8)$   
A) 64    B) -64    C) -16    D) 0
- Simplificar la siguiente operación  $2\frac{1}{3} \times \frac{4}{7}$   
a)  $\frac{19}{21}$     b)  $\frac{4}{3}$     c)  $\frac{5}{3}$     d)  $\frac{16}{21}$
- Simplificar la siguiente operación:  $\frac{2}{3} \div \frac{1}{4}$   
a)  $\frac{1}{6}$     b)  $\frac{8}{3}$     c)  $\frac{7}{4}$     d)  $\frac{3}{2}$
- Carlos y Francisco están entrenando para una competición de atletismo. Carlos le dice a Francisco que puede correr el doble que él y deciden hacer una prueba. En la misma, Carlos recorrió 94.26 metros y Francisco 31.42. ¿Cuántas veces más corre Carlos que Francisco?  
a) 3    b) 4    c) 5    d) 2
- La suma de dos números es igual a 100. Si el doble del primer número menos el segundo número es igual a 20, ¿cuál de los siguientes sistemas de ecuaciones representa el problema?  
A)  $x + y = 100$     B)  $x - y = 100$     C)  $x + y = 100$     D)  $x + y = 100$   
 $20x - y = 20$      $20x - y = 20$      $2x - y = 20$      $2x + y = 20$
- ¿Cómo se llama al polinomio formado por dos términos?  
a) Binomio    b) trinomio    c) polinomio    d) coeficiente
- ¿Cómo se les llama a los términos que tienen la misma literal y el mismo exponente aunque sean diferentes coeficientes?  
a) polinomios    b) Términos independientes    c) binomios    d) términos semejantes
- Un Número que multiplica una literal o una expresión formada por literales se llama:  
a) coeficiente    b) álgebra    c) polinomio    d) literal
- La expresión para obtener el área de la figura es...



- a)  $x(3x)(2y)$       b)  $4x + 2(2y)$       c)  $(4x)(2y)$       d)  $x(3x + 2y)$

10. Un grupo de 48 personas realizará una excursión a la playa. Si el costo de la habitación para cuatro personas es de \$850 diarios, ¿cuánto pagarán las 48 personas por cinco días de hospedaje?

- A) \$8 500      B) \$40 800      C) \$10 200      D) \$51 000

11. Selecciona la expresión general de la siguiente sucesión

10, 18, 26, 34,.....

- a)  $(8n + 2)$     b)  $(n + 9)$     c)  $(9n + 1)$     d)  $(n + 4)$

12. Según una guía financiera, la devaluación por año del precio de los automóviles es de \$23 000, si un auto nuevo costo \$179 000, ¿Cuál es su valor después de cinco años?

Tiempo (años)	0	1	2	3	4	5
Precio (\$)	179, 000		133,000		87 00	

- a) 63,000    b) 64,000    c) 23,000    d) 50,000

13. Resuelve el siguiente problema  $\sqrt[2]{150^2} + 5^3$

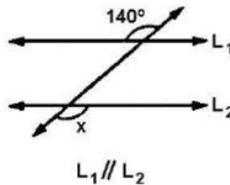
- a) 165    b) 150    c) 200    d) 275

14. La medida de uno de los ángulos internos de un pentágono es:

- a) 120 grados    b) 360 grados    c) 108 grados    d) 180 grados

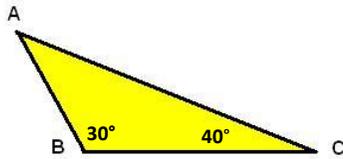
15. La maestra Rosa realizó el siguiente dibujo en el pizarrón. Si  $L_1$  y  $L_2$  son paralelas entre si ¿Cuál es el valor del ángulo x?

- a)  $180^\circ$     b)  $40^\circ$     c)  $140^\circ$     d)  $60^\circ$



16. ¿Cuánto mide el ángulo A del triángulo?

- a)  $70^\circ$     b)  $90^\circ$     c)  $180^\circ$     d)  $110^\circ$

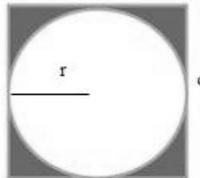


17. De las siguientes aseveraciones, selecciona el único inciso que es correcto:
- a) El triángulo es un polígono regular que tiene tres vértices y solo tiene una diagonal.
  - b) El triángulo es un polígono irregular que tiene tres vértices y solo tiene una diagonal.
  - c) El triángulo es un polígono que tiene tres vértices y no tiene ninguna diagonal.
  - d) El triángulo es un polígono que tiene tres vértices y puede tener solo una diagonal.

18. Convertir 4.5 metros a centímetros.
- a) 450 cm
  - b) 45 c
  - c) 0.45 cm
  - d) 4500 cm

19. ¿Cuántas onzas contiene un frasco de medicina de 320 ml? Considera que 1 oz = 29.572 ml.
- a) 10.82 ml
  - b) 9463.68 oz
  - c) 0.0924 oz
  - d) 10.82 oz

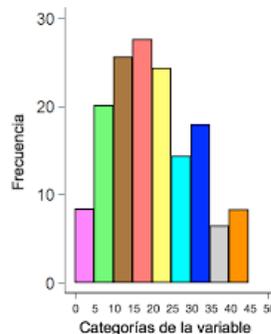
20. Un círculo de radio  $r=3$  cm se encuentra inscrito en un cuadrado de lado  $c$ . ¿Cuál es el área de la parte sombreada?



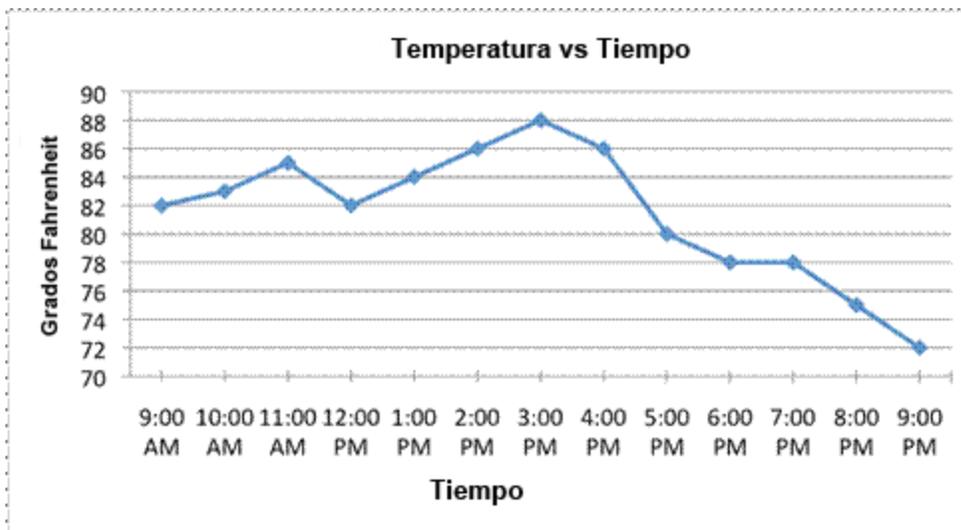
- A)  $7.74 \text{ cm}^2$
- B)  $28.26 \text{ cm}^2$
- C)  $9 \text{ cm}$
- D)  $28.26 \text{ cm}$

21. Calcula el volumen de un prisma hexagonal cuyo lado mide 3cm, apotema 2.59 cm y 8 cm de altura?
- a)  $23.31 \text{ cm}^2$
  - b)  $46.62 \text{ cm}^2$
  - c)  $186.48 \text{ cm}^2$
  - d)  $62.16 \text{ cm}^2$

22. ¿Cómo se le llama a la siguiente gráfica estadística?



- a) Polígono de frecuencias
  - b) Grafica de puntos
  - c) Histograma
  - d) Gráfica de barras
23. La siguiente gráfica presenta el cambio de temperatura durante un día. ¿Cuál es el registro de temperatura en grados Fahrenheit más alta y la más baja?



- a) la temperatura más alta fue  $90^{\circ}$  F a las 3:00 pm, mientras que la más baja fue  $70^{\circ}$  F a las 9:00 pm.
- b) La temperatura más alta fue  $88^{\circ}$  F a las 3:00 pm, mientras que la más baja fue  $70^{\circ}$  F a las 9:00 pm.
- c) La temperatura más alta fue  $90^{\circ}$  F a las 3:00 pm mientras que la más baja fue  $72^{\circ}$  F a las 9:00 pm.
- d) La temperatura más alta fue  $88^{\circ}$  F a las 3:00 pm mientras que la más baja fue  $72^{\circ}$  F a las 9:00 pm.
- 24.** Isela levantó una breve encuesta entre sus amigos y en la primera pregunta relativa al peso, obtuvo los siguientes datos. 51, 55, 51, 59, 63, 67, 55, 59, 69, 59, 71. ¿Qué datos representan la media, la mediana y la moda, respectivamente?
- a) Media: 59; mediana: 67; moda: 71
- b) Media: 59.9; mediana: 59; moda: 59
- c) Media: 59; mediana: 59.9; moda: 67
- d) Media: 69; mediana: 67; moda: 59.9
- 25.** Para la rifa de una bicicleta se vendieron 60 números. Si mi primo David compró 12 número, ¿qué probabilidad tiene de ganarse la bicicleta?
- a) 15% b) 20% c) 30% d) 48

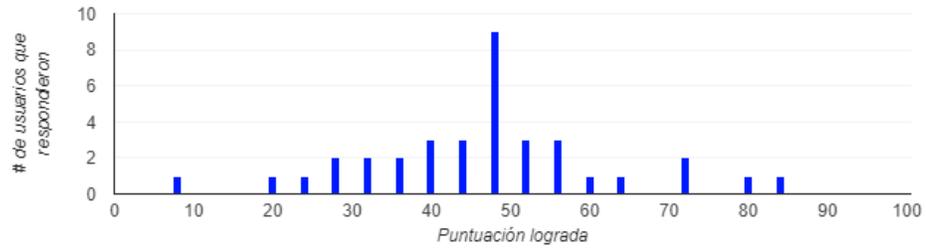
## Anexo F. Resultados del examen diagnóstico

**Promedio**  
46.78 / 100 puntos

**Mediana**  
48 / 100 puntos

**Rango**  
8 - 84 puntos

Distribución de puntos totales



Anexo G. Evidencia de examen diagnostico contestado por un alumno.

EXAMEN DIAGNÓSTICO

Instrucciones: Selecciona el inciso correcto en cada uno de los reactivos correspondientes.

Encuentra el resultado de la siguiente operación: \*

4 puntos

$$\left(-\frac{40}{5}\right)(-8)$$

- 64
- 64
- 16
- 0

Simplificar la siguiente operación \*

4 puntos

$$2\frac{1}{3} \times \frac{4}{7}$$

- 19/21
- 4/3
- 5/3
- 16/21

Simplificar la siguiente operación \*

4 puntos

$$\frac{2}{3} \div \frac{1}{4}$$

- 1/6
- 8/3
- 7/4
- 3/2

Carlos y Francisco están entrenando para una competición de atletismo. Carlos le dice a Francisco que puede correr el doble que él y deciden hacer una prueba. En la misma, Carlos recorrió 94.26 metros y Francisco 31.42. ¿Cuántas veces más corre Carlos que Francisco? \*

4 puntos

- 3
- 4
- 5
- 2

La suma de dos números es igual a 100. Si el doble del primer número menos el segundo número es igual a 20, ¿Cuál de los siguientes sistemas de ecuaciones representa el problema? \*

4 puntos

- $x + y = 100, 20x - y = 20$
- $x - y = 100, 20x - y = 20$
- $x + y = 100, 2x - y = 20$
- $x + y = 100, 2x + y = 20$

¿Cómo se llama al polinomio formado por dos términos? \*

4 puntos

- Binomio
- Trinomio
- Polinomio
- Coeficiente

Un número que multiplica una literal o una expresión formada por literales se llama: \* 4 puntos

- Polinomios
- Coeficiente
- Incógnita
- variable

aunque sean diferentes coeficientes?. \*

- Polinomios
- Binomios
- Términos semejantes
- Términos independientes

Según una guía financiera, la devaluación por año del precio de los automóviles es de \$23 000, si un auto nuevo costo \$179 000, ¿Cuál es su valor después de cinco años? \* 4 puntos

Tiempo (años)	0	1	2	3	4	5
Precio (\$)	179,000		133,000		87 000	

- 63,000
- 64,000
- 23,000
- 50,000

Resuelve el siguiente problema \*

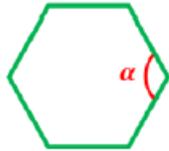
4 puntos

$$\sqrt[2]{150^2} + 5^3$$

- 165
- 150
- 200
- 275

La medida de uno de los ángulos internos de un pentágono es: \*

4 puntos

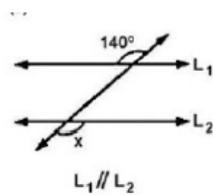


Ángulo interno

- 120 grados
- 360 grados
- 108 grados
- 180 grados

La maestra Rosa realizó el siguiente dibujo en el pizarrón. Si  $L_1$  y  $L_2$  son paralelas entre sí ¿Cuál es el valor del ángulo  $x$ ? \*

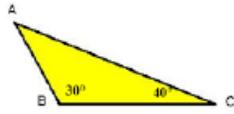
4 puntos



- $180^\circ$
- $40^\circ$
- $140^\circ$
- $60^\circ$

¿Cuánto mide el ángulo A del triángulo? \*

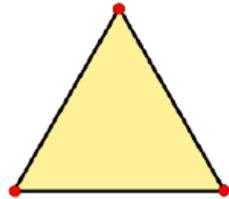
4 puntos



- 70°
- 90°
- 180°
- 110°

De los siguientes enunciados, selecciona el único inciso que es correcto: \*

4 puntos



- El triángulo es un polígono regular que tiene tres vértices y solo tiene una diagonal.
- El triángulo es un polígono irregular que tiene tres vértices y solo tiene una diagonal.
- El triángulo es un polígono que tiene tres vértices y no tiene ninguna diagonal.
- El triángulo es un polígono que tiene tres vértices y puede tener solo una diagonal.

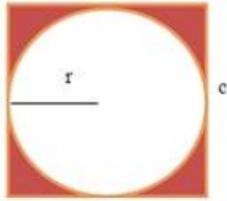
Convertir 4.5 metros a centímetros. \*

4 puntos



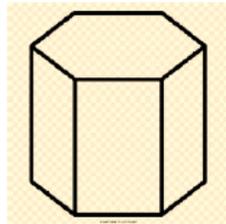
- 450 cm
- 45 cm
- 0.45 cm
- 4500 cm

Un círculo de radio  $r = 3$  cm se encuentra inscrito en un cuadrado de lado  $c$ . ¿Cuál es el área de la parte sombreada? \* 4 puntos



- 7.74 cm<sup>2</sup>
- 28.26cm<sup>2</sup>
- 9cm
- 28.26cm

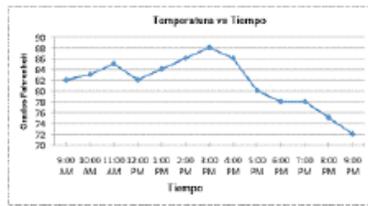
Calcula el volumen de un prisma hexagonal cuyo lado mide 3cm, apotema 2.59 cm y 8 cm de altura? \* 4 puntos



- 23.31 cm<sup>2</sup>
- 46.62 cm<sup>2</sup>
- 186.48 cm<sup>2</sup>
- 62.16 cm<sup>2</sup>

La siguiente gráfica presenta el cambio de temperatura durante un día. ¿Cuál es el registro de temperatura en grados Fahrenheit más alta y la más baja? \*

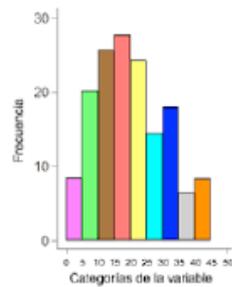
4 puntos



- la temperatura más alta fue 90° F a las 3:00 pm, mientras que la más baja fue 70° F a las 9:00 pm.
- La temperatura más alta fue 88° F a las 3:00 pm, mientras que la más baja fue 70° F a las 9:00 pm.
- La temperatura más alta fue 90° F a las 3:00 pm mientras que la más baja fue 72° F a las 9:00 pm.
- La temperatura más alta fue 88° F a las 3:00 pm mientras que la más baja fue 72° F a las 9:00 pm.

¿Cómo se le llama a la siguiente gráfica estadística? \*

4 puntos



- Gráfica de barras
- Polígono de frecuencias
- Histograma
- Gráfica de puntos

Isela levantó una breve encuesta entre sus amigos y en la primera pregunta relativa al peso, obtuvo los siguientes datos. 51, 55, 51, 59, 63, 67, 55, 59, 69, 59, 71. ¿Qué datos representan la media, la mediana y la moda, respectivamente? 4 puntos

- Media: 59; mediana: 67; moda: 71
- Media: 59.9; mediana: 59; moda: 59
- Media: 59; mediana: 59.9; moda: 67
- Media: 69; mediana: 67; moda: 59.9

#### EXAMEN DIAGNÓSTICO

Instrucciones: Selecciona el inciso correcto en cada uno de los reactivos correspondientes.

Para la rifa de una bicicleta se vendieron 60 números. Si mi primo David compró 12 número, ¿qué probabilidad tiene de ganarse la bicicleta? \* 4 puntos

- 15%
- 20%
- 30%
- 48%

### Anexo H. Test de estilos de aprendizaje

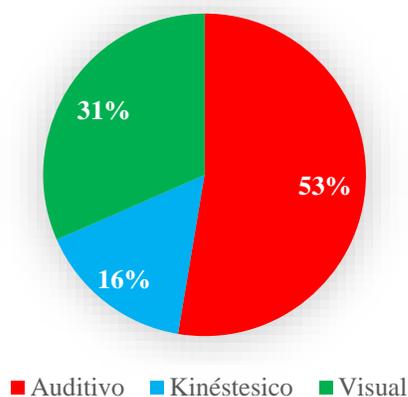
1. **¿Qué tipo de examen realizas con mayor facilidad?**
  - a) Examen escrito
  - b) Examen oral
  - c) Examen de opción múltiple
2. **Cuando tienes que aprender algo de memoria...**
  - a) Memorizo lo que veo y recuerdo la imagen (por ejemplo, la página del libro)
  - b) Memorizo mejor si repito lo estudiado rítmicamente y recuerdo paso a paso
  - c) Memorizo a base de pasear y mirar, y recuerdo una idea general mejor que los detalles
3. **Cuando estás en clase y el profesor explica algo que está escrito en la pizarra o en tu libro, te es más fácil seguir las explicaciones...**
  - a) Escuchando al profesor.
  - b) Me aburro y espero a que me den algo para hacer.
  - c) Leyendo el libro o la pizarra.
4. **Marca la frase con las que te identifiques más**

- a) Prefiero escuchar chistes que leer cómics.
  - b) Mis cuadernos y libretas están ordenados y bien presentados, me molestan los tachones y las correcciones.
  - c) Me gusta tocar las cosas y tiendo a acercarme mucho a la gente cuando hablo con alguien.
- 5. ¿Cuál de las siguientes actividades disfrutas más?**
- a) Ver películas
  - b) Escuchar música
  - c) Bailar
- 6. ¿De qué manera te resulta más fácil aprender algo?**
- a) Repitiendo en voz alta.
  - b) Escribiéndolo varias veces.
  - c) Relacionándolo con algo, a poder ser divertido.
- 7. Cuando no encuentras las llaves en una bolsa, ¿qué haces para encontrarlas más rápidamente?**
- a) Sacudo la bolsa para oír el ruido.
  - b) Las busco mirando.
  - c) Las busco con la mano, pero sin mirar.
- 8. Cuando te dan instrucciones...**
- a) Me pongo en movimiento antes de que acaben de hablar y explicar lo que hay que hacer.
  - b) Recuerdo con facilidad las palabras exactas de lo que me han dicho.
  - c) Me cuesta recordar las instrucciones orales, pero no hay problema si me las dan por escrito.
- 9. ¿Cuál de estos ambientes te atrae más?**
- a) Uno en el que se escuchen las olas del mar.
  - b) Uno con una hermosa vista al océano.
  - c) Uno en el que se sienta un clima agradable.
- 10. Si te ofrecieran uno de los siguientes empleos, ¿cuál elegirías?**
- a) Director de un club deportivo.
  - b) Locutor de una emisora de radio.
  - c) Editor de una revista.
- 11. ¿A qué tipo de evento preferirías asistir?**
- a) A un concierto de música.
  - b) A una muestra gastronómica.
  - c) A un espectáculo de magia.
- 12. Si tuvieras mucho dinero ahora mismo, ¿qué harías?**
- a) Viajar y conocer el mundo.
  - b) Comprar una casa.
  - c) Adquirir un estudio de grabación.
- 13. En clase lo que más te gusta para aprender es que...**
- a) Se organicen actividades en que los alumnos tengan que hacer cosas y puedan moverse.
  - b) Me den el material escrito y con fotos, diagramas.
  - c) Se organicen debates y que haya diálogo.
- 14. Principalmente, ¿cómo te consideras?**
- a) Sociable.
  - b) Atlético.
  - c) Intelectual.
- 15. Si tuvieras que quedarte en una isla desierta, ¿qué preferirías llevar contigo?**
- a) Un radio portátil.
  - b) Golosinas y comida enlatada.
  - c) Algunos buenos libros.
- 16. ¿Qué cosas te distraen más en clase?**
- a) El ruido.
  - b) El movimiento.
  - c) Las explicaciones demasiado largas.
- 17. ¿Qué programas de televisión prefieres ver?**
- a) Noticias sobre el mundo y la actualidad.
  - b) Programas de entretenimiento.
  - c) Reportajes de descubrimientos y lugares.
- 18. ¿Qué prefieres hacer en tu tarde libre?**
- a) Ir al cine.
  - b) Quedarme en casa.
  - c) Ir a un concierto.
- 19. ¿De qué manera te formas una opinión de otras personas?**
- a) Por la sinceridad en su voz.

- b) Por la forma de estrecharte la mano.  
c) Por su aspecto.
20. ¿Cómo prefieres pasar el tiempo con tu pareja?  
a) Viendo algo juntos.  
b) Conversando.  
c) Con caricias.
21. ¿Cómo definirías tu forma de vestir?  
a) Con gusto y conjuntada.  
b) Discreta pero correcta.  
c) Informal.
22. Si pudieras elegir ¿qué preferirías ser?  
a) Un gran músico.  
b) Un gran médico.  
c) Un gran pintor.
23. ¿Qué es lo que más te gusta de una habitación?  
a) Que sea confortable.  
b) Que sea silenciosa.  
c) Que esté limpia y ordenada.
24. ¿Qué es lo que más te gusta de viajar?  
a) Conocer lugares nuevos.  
b) Conocer personas y hacer nuevos amigos.  
c) Aprender sobre otras costumbres.

### Anexo I. Resultados del test de estilos de aprendizaje.

Estilos de Aprendizaje de los alumnos

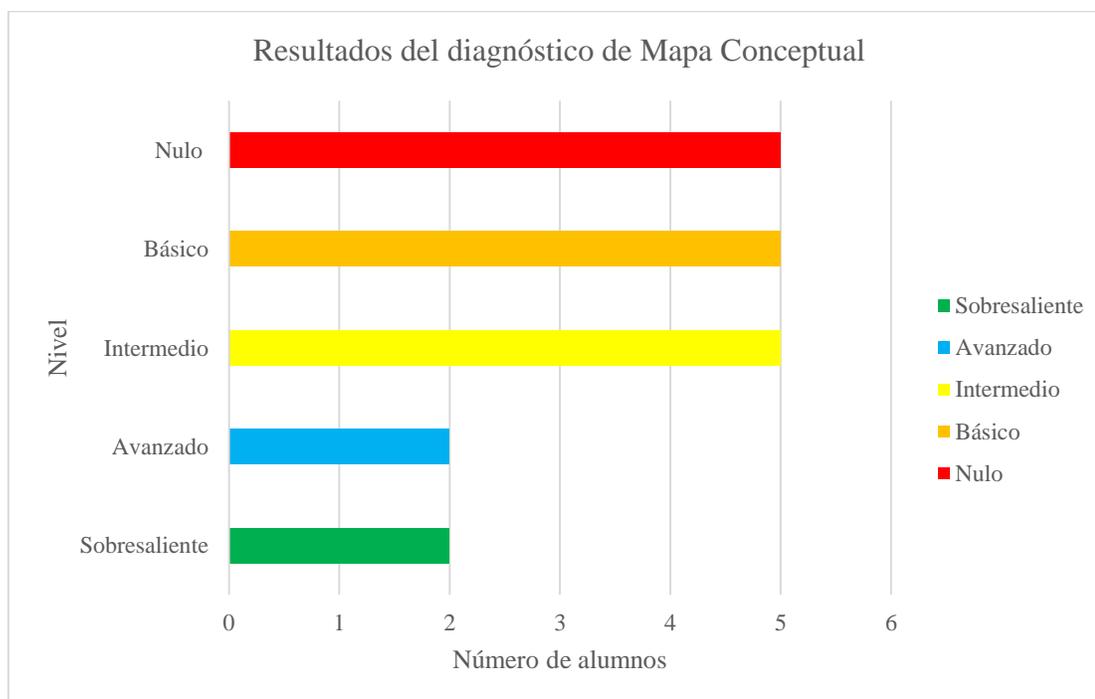


### Anexo J. Rúbrica para diagnosticar el mapa conceptual.

Aspecto	Criterios				
	Sobresaliente	Avanzado	Intermedio	Básico	Nulo
Jerarquía (2.5 pts)	<i>El alumno organiza jerárquicamente el mapa conceptual (2.5 pts)</i>	<i>El alumno organiza jerárquicamente el mapa conceptual sin un concepto superior (2 pts)</i>	<i>El alumno organiza erróneamente algunos conceptos conforme a su jerarquía (1.5 pts)</i>	<i>El alumno ordena erróneamente la jerarquía de los conceptos. (1 pto)</i>	<i>El alumno no ordena jerárquicamente los conceptos (0.5 pts)</i>
	<i>El alumno realiza conexiones entre</i>	<i>El alumno realiza algunas conexiones</i>	<i>El alumno realiza conexiones sin</i>	<i>El alumno realiza muy</i>	<i>El alumno no realiza</i>

Conexiones (2.5 pts)	<i>los conceptos, estableciendo proposiciones (2.5 pts)</i>	<i>entre los conceptos estableciendo proposiciones (2 pts)</i>	<i>proposiciones (1.5 pts)</i>	<i>pocas conexiones sin proposiciones (1 pto)</i>	<i>conexiones entre los conceptos (0.5 pts)</i>
Conceptos (2.5 pts)	<i>El alumno incluye todos los concepto involucrados (2.5 pts)</i>	<i>El alumno incluye solo algunos conceptos involucrados (2 pts)</i>	<i>El alumno incluye los conceptos con una breve definición (1.5 pts)</i>	<i>El alumno incluye conceptos con definiciones extensas (1 pto)</i>	<i>El alumno no incluye concepto sino definiciones en el mapa (0.5 pts)</i>
Significados (2.5 pts)	<i>El mapa del alumno refleja significados entre los conceptos y el conocimiento previo (2.5 pts)</i>	<i>El mapa del alumno refleja algo de significado entre los conceptos y el conocimiento previo (2 pts)</i>	<i>El mapa del alumno refleja significado entre los conceptos pero no con el conocimiento previo (1.5 pts)</i>	<i>El mapa del alumno refleja poco significado entre los conceptos (1 pto)</i>	<i>El mapa del alumno no refleja significados conceptuales (0.5 pts)</i>
<b>TOTAL</b>	<b>10 PUNTOS</b>	<b>8 PUNTOS</b>	<b>6 PUNTOS</b>	<b>4 PUNTOS</b>	<b>2 PUNTOS</b>

### Anexo K. Resultados del diagnóstico del Mapa Conceptual.



## Anexo L. Mapa conceptual de un alumno revisado.

The image shows a handwritten concept map on grid paper. At the top, it says "Conceptos básicos de probabilidad" with a score of "3'0". The map is organized into several boxes connected by lines. The boxes contain handwritten text in Spanish, discussing concepts like "suceso", "evento", "probabilidad", and "sucesos independientes". To the right of the map is a digital interface showing the score "65/100" and a rubric with categories like "JERARQUÍA", "CONEXIO...", "CONCEPT...", and "SIGNIFICA...".

## Anexo M. Secuencia didáctica

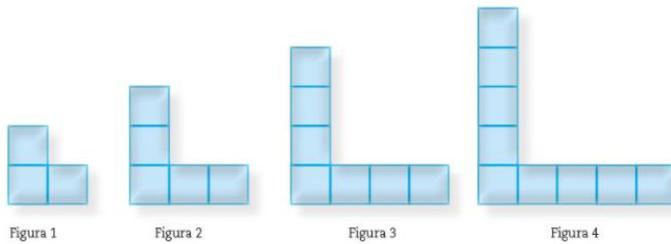
### Anexo M1. Plan (1/8): "Conocimientos previos"

**Intención didáctica:** Diagnosticar los conocimientos previos que poseen los alumnos para el estudio de sucesiones cuadráticas.

Nombre: \_\_\_\_\_ N.Lista: \_\_\_\_\_ Grupo: \_\_\_\_\_

**Instrucciones:** Este es un examen diagnóstico para conocer que tanto sabes acerca de sucesiones. Selecciona la respuesta que creas que es la correcta con base a tus conocimientos. Puedes utilizar calculadora y escribe tus procedimientos en tu libreta para evidencias.

**Observa la regularidad de la sucesión de figuras:**



1. ¿Cómo se forma la figura 3 a partir de la figura 2?
2. ¿Cómo podemos generalizar o definir el patrón que sigue la sucesión de figuras?
3. Observa la siguiente sucesión numérica: 7, 11, 15, 19, 23, ...  
¿Qué expresión algebraica define el patrón de la sucesión?
4. Expresa algebraicamente la siguiente regla general: “*cada término es cuatro veces la posición que ocupa menos dos*”
5. La expresión algebraica  $5n - 3$  representa la regla general de la sucesión:
  - a) 4, 8, 12, 16, ...
  - b) 2, 7, 12, 17, ...
  - c) 3, 8, 13, 18, ...
  - d) 4, 9, 14, 19, ...
6. Daniel y sus compañeros tiene que resolver la siguiente sucesión 10, 12, 14, 16, ... Ana propone  $2n + 8$  como una expresión algebraica de la regla de la sucesión. Al verla, Daniel comenta: “*Entonces  $n+4$  también puede ser la regla general de la sucesión porque es equivalente a  $2n + 8$* ” ¿Las reglas generales que propusieron Ana y Daniel son equivalentes entre sí? ¿Por qué?

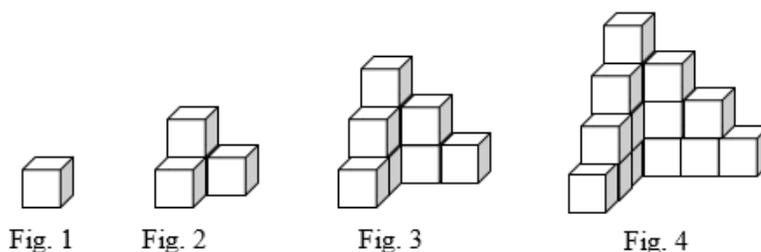
**Liga del examen diagnóstico (Formulario de Google):**

<https://forms.gle/BG4UwwQktw6XBvc7A>

**Anexo M2.** Plan (2/8): “*Cubos y más cubos*”

**Intención didáctica:** Que los alumnos encuentren una expresión general cuadrática de la forma  $n^2$  que represente el  $n$ ésimo término de una sucesión figurativa usando procedimientos personales.

**Consigna:** Analicen la siguiente sucesión de figuras y respondan las preguntas. Si lo desean pueden utilizar su calculadora.

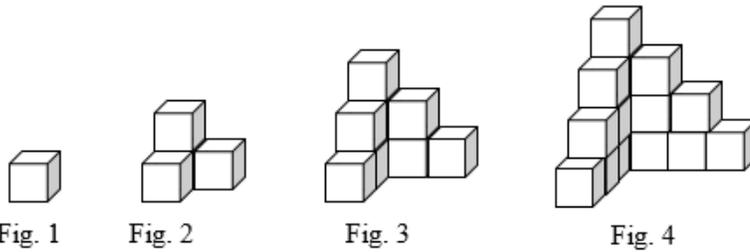


1. ¿Qué regularidades tiene la sucesión de figuras?
2. ¿Qué relación hay entre la figura y el número de cubos?
3. Sin contar los cubos, ¿Cómo podrías saber cuántos cubos tiene la figura 5?
4. Entonces, ¿Cuál es el patrón de la sucesión de cubos?
5. ¿Cuál es la expresión algebraica que permite conocer el número de cubos de cualquier figura que esté en la sucesión?

**Anexo M3.** Plan (3/8): “*Modelando patrones*”

**Intención didáctica:** Que los estudiantes generalicen el patrón de la sucesión cuadrática a través de la ecuación  $y = x^2$ , e identifiquen la relación entre los conjuntos numéricos a través de la gráfica en el plano cartesiano.

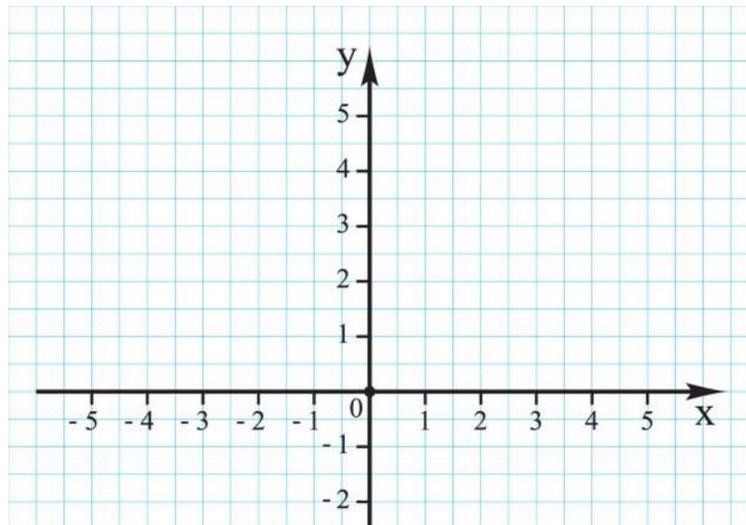
**Consigna 1:** Con base a la sucesión de cubos realiza lo que se te indica.



1. ¿Cuál es la expresión algebraica que sirve como regla general para definir el patrón de la sucesión de cubos?
2. ¿Cómo podríamos expresar el patrón de la sucesión de cubos en forma de función?
- a) Con base a la función completa la siguiente tabla

<b>x</b>	-2	-1	0	1	2
<b>y</b>					

3. Ubica los puntos de cada par ordenado (x, y) en un plano cartesiano.

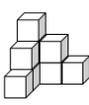
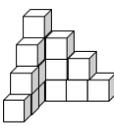


¿Qué figura obtuviste al graficar la función?

**Anexo M4.** Plan (4/8): “Razonando inductivamente el patrón”

**Intención didáctica:** Que los alumnos razonen inductivamente (identifiquen regularidades, formulen y justifiquen conjeturas, generalicen y demuestren) el patrón de una sucesión cuadrática.

**Consigna:** Con base en el problema de los cubos y en el video “definiendo patrones desde el razonamiento inductivo” completa la siguiente tabla. Puedes apoyarte en las preguntas para formular tus conjeturas.

<b>Razonando inductivamente la sucesión de cubos</b>		
<p>1. Situación problemática</p> <p>Encuentra el <math>n</math>-ésimo término de la sucesión:</p> <div style="display: flex; justify-content: space-around; align-items: center;"> <div style="text-align: center;">  Fig. 1         </div> <div style="text-align: center;">  Fig. 2         </div> <div style="text-align: center;">  Fig. 3         </div> <div style="text-align: center;">  Fig. 4         </div> </div>		
Pasos	Operaciones matemáticas / sistema de representación	Observaciones, regularidades y conjeturas
2. Identificar el patrón de la sucesión		
3. Formulación de conjeturas		
4. Justificación de conjeturas		
5. Generalización		
<p>6. Demostración</p> <p>Utilizando la regla general, ¿Podemos obtener los términos de las primeras cuatro figuras? Demuéstralo</p> <p>¿Podemos obtener el número de cubos que tiene la figura 100 con la regla general? Demuéstralo</p>		

Conclusión:

**Anexo M5.** Plan (5/8): “*Conceptualizando patrones*”

**Intención didáctica:** Que los alumnos identifiquen conceptos clave que se involucran en la sucesión cuadrática.

**Consigna 1:** Con base en el problema de los cubos, realiza en tu libreta un glosario de los conceptos que se involucran en el problema.

**Consigna 2:** Con base en el problema de los cubos, realiza en tu libreta un mapa conceptual que incluya los conceptos que identificaste

**Anexo M6.** Plan (6/8): “Representando gráficamente”

**Intención didáctica:** Que los alumnos elaboren un Mapa Híbrido en donde representen gráficamente la resolución del problema de los cubos y reflejen su razonamiento inductivo.

**Consigna:** Con base en el problema de los cubos, realiza Un Mapa Híbrido. Apóyate en el cuadro donde validaste tu procedimiento y el mapa conceptual para que sea más fácil realizar tu Mapa.

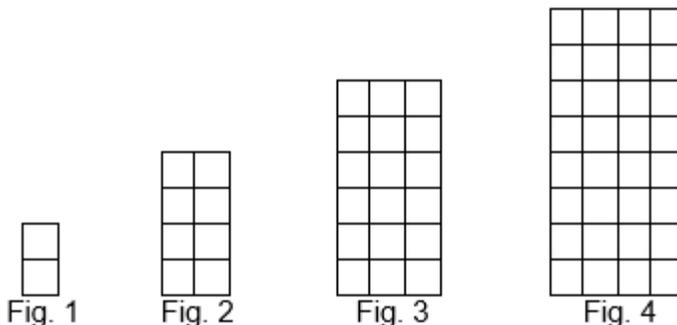
Si no recuerdas como hacer un Mapa Híbrido, puedes apoyarte del siguiente video:

<https://youtu.be/inG8V0pIXwM>

**Anexo M7.** Plan (7/8): “Me cuadra”

**Intención didáctica:** Que los alumnos utilicen el Mapa Híbrido Cognitivo como guía para encontrar la expresión general cuadrática de la forma  $y = ax^2$  que represente el  $n$ ésimo término de una sucesión figurativa en la situación problemática.

**Consigna 1:** Utiliza tu Mapa Híbrido para analizar la siguiente sucesión y resolver el problema.



**Situación problema.** ¿Cuántos cubitos tendrá la figura 100?

**Anexo M8.** Plan (8/8): “Reflexionando”

**Intención didáctica:** Que los alumnos enuncien la utilidad, ventajas y desventajas que tiene el trabajar con el Mapa Híbrido.

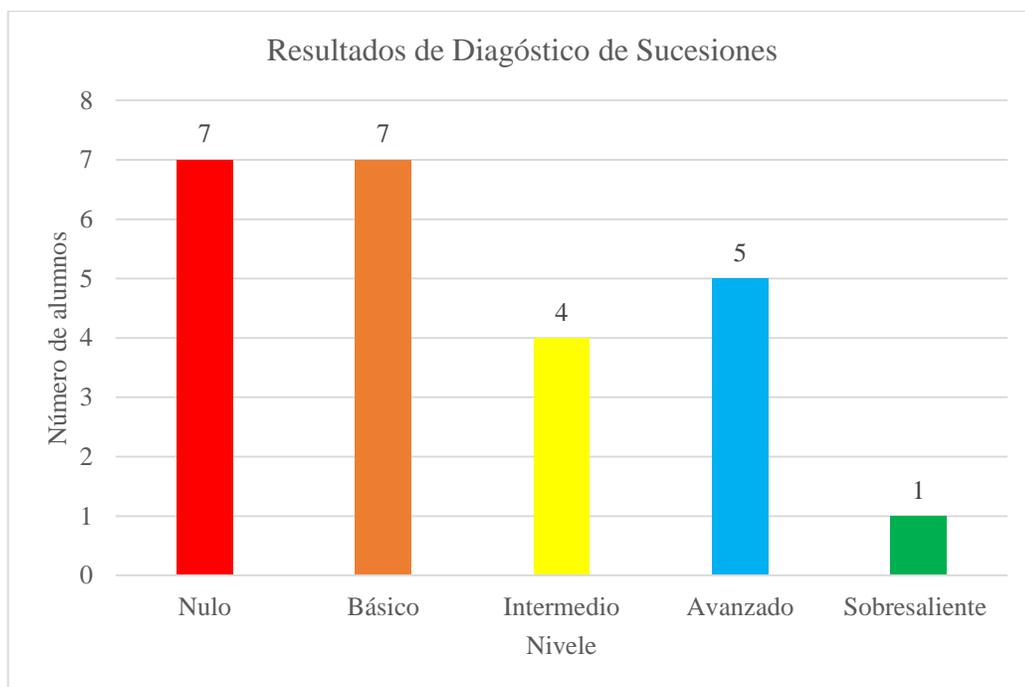
**Consigna 1:** Responde las siguientes preguntas.

1. ¿En una escala del 1 al 5 en qué medida consideras que el Mapa Híbrido te fue útil para resolver el problema de la sucesión de cuadrillos desde el razonamiento inductivo?

2. ¿Qué ventajas encuentras al realizar un Mapa Híbrido?
3. ¿Qué desventajas encuentras al realizar un Mapa Híbrido?
4. ¿Qué otra utilidad podrías encontrar en el Mapa Híbrido?

**Liga del formulario:** <https://forms.gle/rioQSPid8zR4Ez8D6>

**Anexo N.** Resultados del diagnóstico de sucesiones.



**Anexo O.** Diagnóstico de sucesiones de una alumna.

## Diagnóstico de sucesiones 3D

**INSTRUCCIONES:** Este es un examen diagnóstico para conocer lo que sabes acerca de sucesiones. Selecciona la respuesta que creas que es la correcta con base a tus conocimientos. Puedes utilizar calculadora y escribe tus procedimientos en tu libreta para evidencias las cuales enviarás al profesor vía WhatsApp.

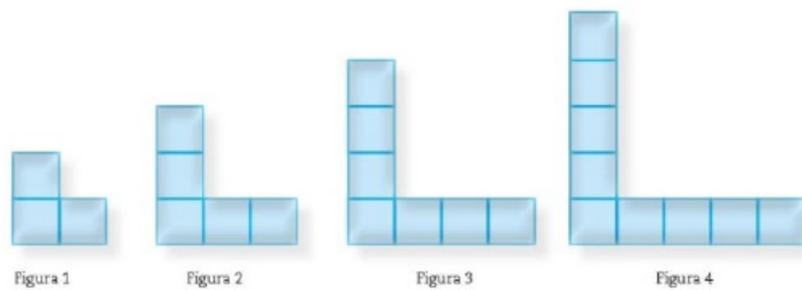
Escribe sólo tu nombre completo:

Méndez Camacho María Fernanda

### Diagnóstico de Sucesiones

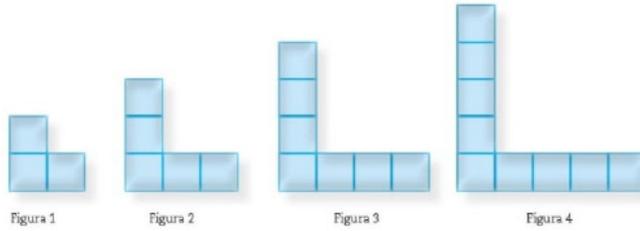
Parte 1.

Observa la siguiente sucesión de figuras. 1. ¿Cómo se forma la figura 3 a partir de la figura 2?



A partir de 2 cuadros más que la figura anterior

2. ¿Cómo podemos generalizar o definir el patrón que sigue la sucesión de figuras?



- Contando los cuadros de cada figura de la sucesión
- Formulando una expresión algebraica que sirva como regla general
- Utilizando la fórmula de ecuaciones cuadráticas
- Completando la sucesión de cuadros

Diagnóstico de Sucesiones

Parte 2.

3. Observa la siguiente sucesión numérica: 7, 11, 15, 19, 23... ¿Qué expresión algebraica define el patrón de la sucesión?

Sucesión numérica

4. Expresa algebraicamente la siguiente regla general: "cada término es cuatro veces la posición que ocupa menos dos"

Que cada figura tiene que seguir la sucesión es decir si la primera tiene dos cuadros las siguientes tienen que tener dos más

Diagnóstico de Sucesiones

Parte 3.

5. La expresión algebraica  $5n - 3$  representa la regla general de la sucesión:

- a) 4, 8, 12, 16,...
- b) 2, 7, 12, 17,...
- c) 3, 8, 13, 18,...
- d) 4, 9, 14, 19,...

6. Daniel y sus compañeros tiene que resolver la siguiente sucesión 10, 12, 14, 16... Ana propone  $2n + 8$  como una expresión algebraica de la regla de la sucesión. Al verla, Daniel comenta: "Entonces  $n+4$  también puede ser la regla general de la sucesión porque es equivalente a  $2n + 8$ ". ¿Las reglas generales que propusieron Ana y Daniel son equivalentes entre sí? ¿Por qué?

La de Daniel no y la se Ana si por qué la sucesión va de 2 en 2

Diagnóstico de Sucesiones

Anexo P. Planeación didáctica.

<b>SECUENCIA DIDÁCTICA</b>			
<b>CAMPO DE FORMACIÓN</b> Pensamiento matemático	<b>CAMPO FORMATIVO</b> Matemáticas	<b>GRADO</b> 3°	<b>TRIMESTRE</b> II
<b>COMPETENCIAS MATEMÁTICAS</b> <ul style="list-style-type: none"> <li>• Resolver problemas de manera autónoma.</li> <li>• Comunicar información matemática.</li> <li>• Validar procedimientos y resultados.</li> <li>• Manejar técnicas eficientemente.</li> </ul>		<b>PROPÓSITOS GENERALES DEL ESTUDIO DE LAS MATEMÁTICAS PARA LA EDUCACIÓN BÁSICA</b> <ul style="list-style-type: none"> <li>• Desarrollen formas de pensar que les permitan formular conjeturas y procedimientos para resolver problemas, y elaborar explicaciones para ciertos hechos numéricos o geométricos.</li> <li>• Utilicen diferentes técnicas o recursos para hacer más eficientes los procedimientos de resolución.</li> <li>• Muestren disposición para el estudio de la matemática y para el trabajo autónomo y colaborativo.</li> </ul>	
<b>PROPÓSITO DEL ESTUDIO DE LAS MATEMÁTICAS EN EDUCACIÓN SECUNDARIA</b> Modelen y resuelvan problemas que impliquen el uso de ecuaciones hasta de segundo grado, de funciones lineales o de expresiones generales que definen patrones.			
<b>PROGRESIONES</b> <ul style="list-style-type: none"> <li>• Transitar del lenguaje cotidiano a un lenguaje matemático para explicar procedimientos y resultados.</li> <li>• Ampliar y profundizar los conocimientos, de manera que se favorezca la comprensión y el uso eficiente de las herramientas matemáticas.</li> <li>• Avanzar desde el requerimiento de ayuda al resolver problemas hacia el trabajo autónomo.</li> </ul>		<b>CONTENIDO</b> Obtención de una expresión general cuadrática para definir el enésimo término de una sucesión.	
		<b>APRENDIZAJES ESPERADOS</b> Utiliza en casos sencillos expresiones generales cuadráticas para definir el enésimo término de una sucesión	
		<b>EJE TEMÁTICO</b> Sentido numérico y pensamiento algebraico	
		<b>TEMA</b> Patrones y ecuaciones	

<p style="text-align: center;"><b>ENFOQUE DIDÁCTICO</b></p> <p>El planteamiento central en cuanto a la metodología didáctica que se sugiere para el estudio de las matemáticas, consiste en utilizar secuencias de situaciones problemáticas que despierten el interés de los alumnos y los inviten a reflexionar, a encontrar diferentes formas de resolver los problemas y a formular argumentos que validen los resultados. Al mismo tiempo, las situaciones planteadas deberán implicar justamente los conocimientos y las habilidades que se quieren desarrollar.</p>	<p style="text-align: center;"><b>EVALUACIÓN</b></p> <p>El propósito de la evaluación es orientar a las decisiones del proceso de enseñanza en general y del desarrollo de la situación de aprendizaje en particular. Las estrategias de evaluación, por el tipo de instrumentos que utilizan, pueden tener las siguientes finalidades:</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• Estimular la autonomía</li> <li>• Monitorear el avance y las interferencias</li> <li>• Comprobar el nivel de comprensión</li> <li>• Identificar las necesidades</li> </ul>
<p style="text-align: center;"><b>ACTITUDES HACIA EL ESTUDIO DE LAS MATEMÁTICAS</b></p> <ol style="list-style-type: none"> <li>1. Desarrolla un concepto positivo de sí mismo como usuario de las matemáticas, el gusto y la inclinación por comprender y utilizar la notación, el vocabulario y los procesos matemáticos.</li> <li>2. Aplica el razonamiento matemático a la solución de problemas personales, sociales y naturales, aceptando el principio de que existen diversos procedimientos para resolver los problemas particulares.</li> <li>3. Desarrolla el hábito del pensamiento racional y utiliza las reglas del debate matemático al formular explicaciones o mostrar soluciones.</li> <li>4. Comparte e intercambia ideas sobre los procedimientos resultados al resolver problemas.</li> </ol>	<p style="text-align: center;"><b>HABILIDADES MATEMÁTICAS</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• Razonamiento inductivo</li> <li>• Razonamiento lógico</li> </ul>

## DESCRIPCIÓN DE PLANES DE CLASE.

PLANES DE CLASE (1/8) “Conocimientos previos”		
<b>MODALIDAD</b> Asíncrona	<b>INTENCIÓN DIDÁCTICA:</b> Diagnosticar los conocimientos previos que poseen los alumnos para el estudio de sucesiones cuadráticas.	
<b>DESCRIPCIÓN:</b> Los estudiantes resolverán un examen diagnóstico correspondiente a los aprendizajes esperados de sucesiones que han estudiado en nivel secundaria. El examen diagnóstico se aplicará a través de un formulario de Google ( <a href="https://forms.gle/BG4UwwQktw6XBvc7A">https://forms.gle/BG4UwwQktw6XBvc7A</a> ), dicha prueba constará de 10 reactivos que a su vez tendrán cuatro opciones como posibles respuestas. El examen tendrá una duración máxima de 1 hora y se aplicará en un horario de 9:15 – 10:15 am.		
<b>TIEMPO</b> 60 minutos	<b>ESPACIO</b> Casa	<b>RECURSOS</b> <b>Alumno:</b> Formulario de Google, libreta para resolver problemas.

PLANES DE CLASE (2/8) “Cubos y más cubos”	
<b>MODALIDAD</b> Síncrono	<b>INTENCIÓN DIDÁCTICA:</b> Que los alumnos encuentren una expresión general cuadrática de la forma $n^2$ que represente el enésimo término de una sucesión figurativa usando procedimientos personales.
<b>DESCRIPCIÓN:</b>	
<p><b>ORGANIZACIÓN (5 minutos):</b> El profesor tomará lista en el chat de Google Meet y pedirá a los estudiantes que preparen sus materiales para trabajar en clase (libreta, lápiz, JamBoard).</p> <p><b>VERBALIZACION (10 minutos):</b> El profesor presentará el problema a resolver durante la sesión de clase y pedirá a algún estudiante que de lectura a la consigna. Después, preguntará a los estudiantes: ¿Qué pide la consigna?, ¿Qué tipo de sucesión es?, ¿Cuántos cubos hay en la figura 3?, ¿Cómo podemos definir el patrón de una sucesión? finalmente preguntará si existen dudas para resolver la situación problemática.</p> <p><b>RESOLUCION DE PROBLEMAS (20 minutos):</b> Se les otorgará algunos minutos para que los estudiantes resuelvan la situación problemática desde casa, asimismo, el docente resolverá las dudas que surjan durante la sesión con el fin de monitorear los avances de los alumnos.</p> <p><b>PUESTA EN COMÚN (10 minutos):</b> El docente pedirá a algunos estudiantes que presenten sus resultados, ya sea en su libreta o en JamBoard. Se busca que los alumnos expongan dos o más procedimientos diferentes para formular la regla general de la sucesión.</p>	

<b>INSTITUCIONALIZACIÓN (15 minutos):</b> Finalmente, el docente cerrará la sesión de clase formalizando el procedimiento para definir el patrón de una sucesión y explicará porqué son sucesiones cuadráticas.		
<b>TIEMPO</b> 60 minutos	<b>ESPACIO</b> Google Meet	<b>RECURSOS</b> <b>Alumno:</b> Libreta, Consigna JamBoard, Video asíncrono. <b>Docente:</b> Presentación, Consigna, JamBoard.

<b>PLANES DE CLASE (3/8)</b> “Modelando patrones”		
<b>MODALIDAD</b> Síncrono	<b>INTENCIÓN DIDÁCTICA:</b> Que los estudiantes generalicen el patrón de la sucesión cuadrática a través de la ecuación $y = x^2$ , e identifiquen la relación entre los conjuntos numéricos a través de la gráfica en el plano cartesiano.	
<b>DESCRIPCIÓN:</b>		
<b>ORGANIZACIÓN (5 minutos):</b> El docente pedirá a los estudiantes que se registren en el chat de Google Meet para el pase de lista.		
<b>VERBALIZACIÓN (10 minutos):</b> El docente presentará la consigna a resolver durante la clase, después pedirá a algún estudiante hacer lectura de la situación-problema y preguntará a los estudiantes: ¿Qué pide la consigna? ¿Cuál es la expresión algebraica que define el patrón de la sucesión cuadrática? ¿Cuál es la función que define el patrón de la sucesión? ¿Qué se va a graficar en el plano cartesiano?		
<b>RESOLUCION DE PROBLEMAS (20 minutos):</b> El docente dará cierto tiempo para que los estudiantes resuelvan la consigna. Para eso, orientará a los estudiantes que presenten dudas durante la resolución del problema.		
<b>PUESTA EN COMÚN (10 minutos):</b> El docente pedirá a algunos estudiantes que muestren su trabajo y que expliquen sus procedimientos. En este momento de la clase, los alumnos deberán explicitar que lugar geométrico (parábola) se obtiene al graficar la función.		
<b>INSTITUCIONALIZACIÓN (15 minutos):</b> El docente presentará la gráfica de la función utilizando el software Geogebra. Asimismo, explicará que al graficar una función cuadrática se obtiene una parábola, la cual define el patrón de la sucesión cuadrática.		
<b>TIEMPO</b> 60 minutos	<b>ESPACIO</b> Classroom	<b>RECURSOS</b> <b>Alumno:</b> Libreta, Consigna, videos asíncronos- <b>Docente:</b>

<b>PLANES DE CLASE (4/8)</b> “Razonando inductivamente”	
<b>MODALIDAD</b> Asíncrono	<b>INTENCIÓN DIDÁCTICA:</b> Que los alumnos razonen inductivamente (identifiquen regularidades, formulen y justifiquen conjeturas, generalicen y demuestren) el patrón de una sucesión cuadrática.

<b>DESCRIPCIÓN:</b>		
<p>Los alumnos completarán una tabla en donde desglosen el procedimiento que utilizaron para resolver el problema de “cubos y más cubos”. Asimismo, razonaran inductivamente su procedimiento, formulando conjeturas y demostrando su regla general.</p> <p>La finalidad de la tabla “razonando inductivamente” es que los alumnos reconozcan el procedimiento que han utilizado para resolver el problema. Además, ocupará la componente de diagrama de flujo en el Mapa Híbrido.</p> <p>Como auxiliar a este trabajo, los estudiantes podrán visualizar un el video: “Definiendo patrones desde el razonamiento inductivo” el cual instruirá a los estudiantes.</p>		
<b>TIEMPO</b> 60 minutos	<b>ESPACIO</b> Casa	<b>RECURSOS</b> <b>Alumno:</b> Libreta, Consigna, Cómic.

<b>PLANES DE CLASE (5/8)</b> <b>“Conceptualizando patrones”</b>		
<b>MODALIDAD</b> Asíncrono	<b>INTENCIÓN DIDÁCTICA:</b> Que los alumnos identifiquen conceptos clave que se involucran en la sucesión cuadrática.	
<b>DESCRIPCIÓN:</b>		
<p>En este plan, los estudiantes trabajaran la práctica interpretativa que corresponde a la resolución del problema de “cubos y más cubos”, en donde realizarán un glosario de los conceptos que se encuentran involucrados en la resolución de dicho problema, para después, construir un mapa conceptual con dichos conceptos.</p> <p>La intención de este plan, es que los alumnos trabajen la componente del mapa conceptual que conforma el Mapa Híbrido para su construcción.</p>		
<b>TIEMPO</b> 60 minutos	<b>ESPACIO</b> Casa	<b>RECURSOS</b> <b>Alumno:</b> Libreta, Consigna.

<b>PLANES DE CLASE (6/8)</b> <b>“Representando gráficamente”</b>		
<b>MODALIDAD</b> Síncrono	<b>INTENCIÓN DIDÁCTICA:</b> Que los alumnos elaboren un Mapa Híbrido en donde representen gráficamente la resolución del problema de los cubos y reflejen su razonamiento inductivo.	
<b>DESCRIPCIÓN:</b>		
<p><b>ORGANIZACIÓN (5 minutos):</b> El docente pedirá a los estudiantes que se registren en el chat de Google Meet, después, solicitará a los estudiantes que preparen su material para la clase (Cuadro procedimental, mapa conceptual y glosario).</p> <p><b>VERBALIZACION (10 minutos):</b> El docente preguntará a los estudiantes si recuerdan como realizar un Mapa Híbrido. Después, les preguntará a los estudiantes ¿Cómo se realiza un Mapa Híbrido? Se proseguirá a la actividad de la clase en donde los alumnos realizarán un Mapa Híbrido del problema “cubos y más cubos”.</p>		

**RESOLUCION DE PROBLEMAS (30 minutos):** El docente les dará tiempo a los estudiantes para elaborar un Mapa Híbrido, asimismo, responderá a las dudas que vayan surgiendo durante la sesión de clase.

**PUESTA EN COMÚN (10 minutos):** El docente pedirá a los estudiantes que presenten sus producciones, en donde los alumnos expondrán sus Mapas Híbridos Cognitivos (MH-C), explicando la relación que existe entre los conceptos y procedimientos, y argumentando su práctica matemática.

**INSTITUCIONALIZACIÓN (5 minutos):** El docente terminará la clase explicando las bondades de trabajar el Mapa Híbrido y explicando su utilidad en la resolución de problemas.

TIEMPO	ESPACIO	RECURSOS
60 minutos	Google Meet	<b>Alumno:</b> Libreta, Consignas, Mapa Híbrido, Mapa conceptual y tabla de razonamiento inductivo, video. <b>Docente:</b> Presentación,

### PLANES DE CLASE (7/8)

“Me cuadra”

MODALIDAD	INTENCIÓN DIDÁCTICA:
Síncrono	Que los alumnos utilicen el Mapa Híbrido Cognitivo como guía para encontrar la expresión general cuadrática de la forma $y = ax^2$ que represente el enésimo término de una sucesión figurativa en la situación problemática.
<b>DESCRIPCIÓN:</b>	
<p><b>ORGANIZACIÓN (5 minutos):</b> Se les pedirá a los estudiantes que registren su asistencia en el chat de Google Meet, asimismo, el profesor les mencionará que preparen sus materiales para la clase (Mapa Híbrido, libreta, lápiz).</p> <p><b>VERBALIZACION (10 minutos):</b> El docente presentará la consigna de la clase y pedirá a algún estudiante que la lea, después, preguntará a los estudiantes ¿Qué pide realizar la consigna? ¿Cuántos cuadritos tiene la figura 4? ¿Qué regularidades observan en la sucesión?</p> <p><b>RESOLUCION DE PROBLEMAS (20 minutos):</b> El profesor dará un tiempo determinado para que los estudiantes resuelvan el problema apoyándose del Mapa Híbrido que ellos ya habían construido, asimismo, resolverá las dudas que surjan.</p> <p><b>PUESTA EN COMÚN (minutos):</b> El profesor pedirá a los estudiantes que compartan sus resultados ya sea en la libreta o en un JamBoard. Al ser el segundo problema de sucesiones, se espera que los estudiantes muestren procedimientos más avanzados, además de que podrán apoyarse del Mapa Híbrido.</p> <p><b>INSTITUCIONALIZACIÓN (minutos):</b> El profesor terminará la clase formalizando el procedimiento para obtener la expresión algebraica correspondiente y describiendo el patrón de la sucesión cuadrática.</p>	

<b>TIEMPO</b> 60 minutos	<b>ESPACIO</b> Google Meet	<b>RECURSOS</b> <b>Alumno:</b> Libreta, Mapa Híbrido, JamBoard. <b>Docente:</b> Presentación, Consigna, JamBoard, Geogebra.
-----------------------------	-------------------------------	---

<b>PLANES DE CLASE (8/8)</b> <b>“Reflexionando”</b>		
<b>MODALIDAD</b> Asíncrono	<b>INTENCIÓN DIDÁCTICA:</b> Que los alumnos enuncien la utilidad, ventajas y desventajas que tiene el trabajar con el Mapa Híbrido.	
<b>DESCRIPCIÓN:</b> Los alumnos contestarán una encuesta a través de formularios de Google en donde determinarán en qué les fue útil el Mapa Híbrido tanto para examinar su propia práctica matemática como para resolver problemas de sucesiones cuadráticas.		
<b>TIEMPO</b> 60 minutos	<b>ESPACIO</b> Casa	<b>RECURSOS</b> <b>Alumno:</b> Formulario de Google

**Anexo P1.** Plan de evaluación formativa del segundo trimestre.

<b>PLAN DE EVALUACIÓN TRIMESTRAL</b>					
<b>ASPECTOS</b>	<b>%</b>	<b>PROPÓSITOS</b>	<b>TÉCNICAS E INSTRUMENTOS</b>	<b>AGENTE</b>	<b>TEMPORALIDAD</b>
Conocimientos	40	Identificar las necesidades	Rúbrica Actividades de classroom	Hetero	Procesual
	20	Comprobar el nivel de comprensión	Examen	Hetero	Final
Trabajo colaborativo	20	Estimular la autonomía	Proyecto	Hetero y coevaluación	Procesual
	10		Lista de cotejo	Coevaluación	Procesual
Actitudes y valores	10		Escala de Likert	Auto	Final
Participación	+ 10	Monitorear los avances y las inferencias	Intervenciones en clase y comentarios en videos	Hetero	Procesual

**Anexo P2.** Técnicas e instrumentos de evaluación

**Lista de cotejo para las participaciones**

**Intención didáctica:** Monitorear los avances con las participaciones de los estudiantes.

	Video 1	Sesión virtual	Video 2	Sesión virtual	Video 1	Sesión virtual 1	Video 2	Sesión virtual 2
Nombre del alumno								
Nombre del alumno								
Nombre del alumno...								

### Lista de cotejo autoevaluar las actitudes

**Intención didáctica:** Que los estudiantes autoevalúen sus actitudes durante el trimestre.

Criterio	Puntos	SI	NO	Observación
1. Colaboré con el equipo, aportando ideaa y trabajando en las actividades correspondientes.	2 ptos			
2. Cumplí con las actividades que solicitó el profesor en tiempo y forma.	1 pto			
3. Actúe con responsabilidad durante el trimestre.	2 ptos			
4. Me esforcé por aprender incluso de mis errores.	2 ptos			
5. Leí y atendí las indicaciones del profesor	1 pto			
6. Participé de diferentes maneras durante el trimestre.	2 ptos			
TOTAL				

Lista de cotejo para analizar el razonamiento inductivo de los estudiantes.

Nombre del estudiante:				
Criterio	SÍ	NO	Observación	
2. El estudiante <b>identifica las regularidades</b> de la sucesión de cubos que son esenciales para conocer el patron.				
3. El estudiante <b>fórmula la conjetura</b> que relaciona la figura y el número cubos.				
4. El estudiante <b>justifica la conjetura</b> formulada como la regla general de la sucesión cuadrática.				
5. El estudiante <b>generaliza</b> el patrón de la sucesión cuadrática utilizando una expresión algebraica.				
6. El estudiante <b>demuestra</b> la regla general calculando el número de cubos de la figura 100 o los primeros cuatro términos de la sucesión.				
Observaciones generales:				

**Anexo P3.** Cómic de razonamiento inductivo



#### Anexo P4. Ligas de videos

Sucesiones: [https://youtu.be/\\_8nyVQZfKcQ](https://youtu.be/_8nyVQZfKcQ)

Patrón de una sucesión cuadrática: <https://youtu.be/jYQgfGFDpqA>

Representación de sucesiones: <https://youtu.be/L1ZphDRTtGY>

#### Anexo Q. Respuesta de una alumna en el Diagnóstico.

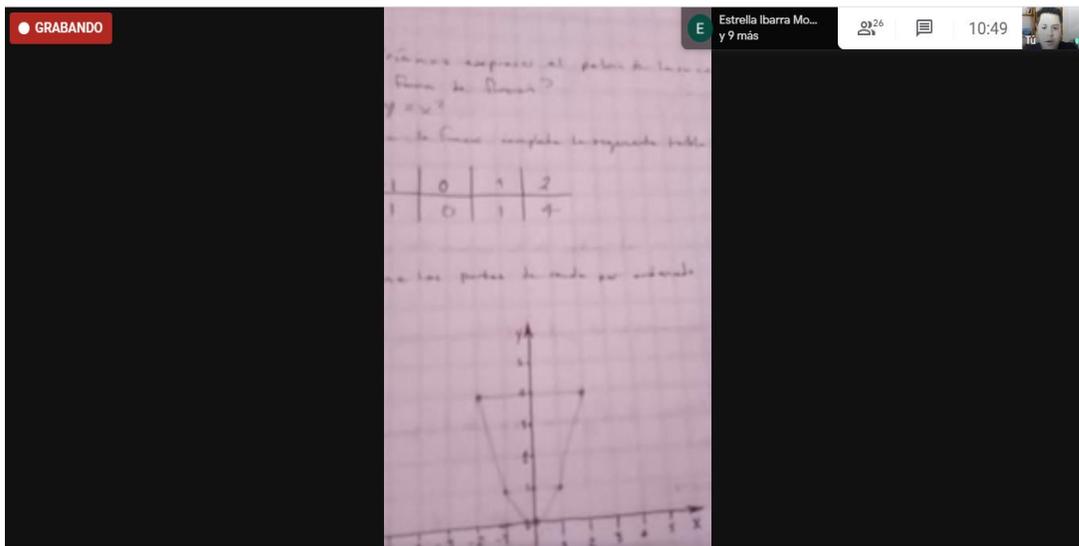
✓ 3. Observa la siguiente sucesión numérica: 7, 11, 15, 19, 23... ¿Qué expresión algebraica define el patrón de la sucesión? 20 / 20

$4n+3$   
Ejemplo:  $4(1)+3=7$

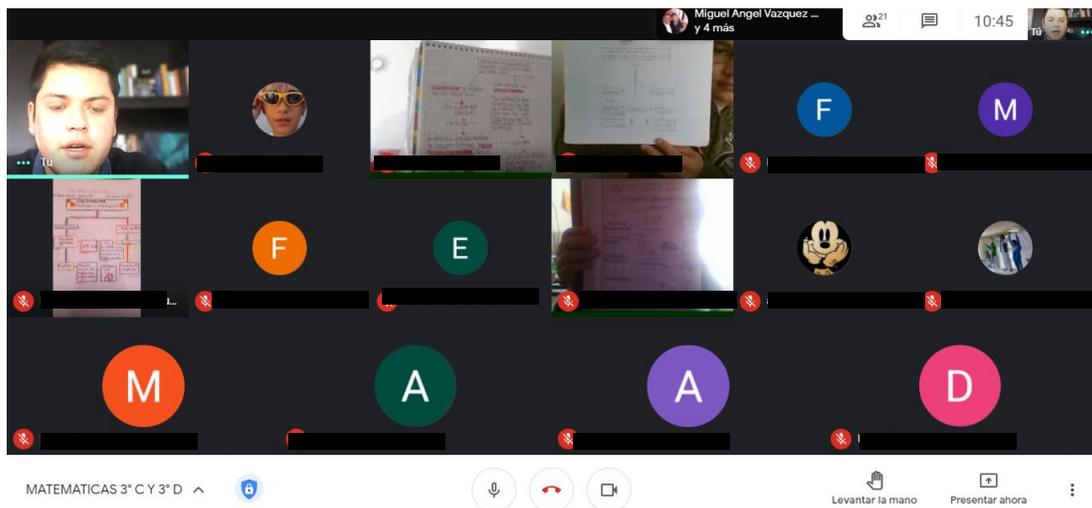
Comentarios

$4n + 3$

### Anexo R. Gráfica de la estudiante X.



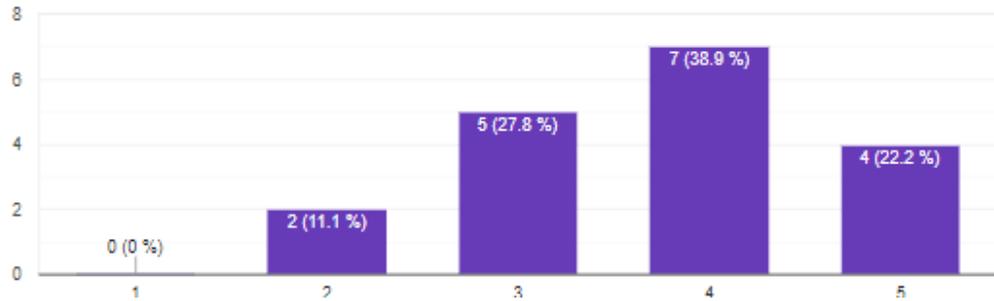
### Anexo S. Elaboración de MH-C en clase virtual.



**Anexo T.** Gráfica que muestra la medida en que los estudiantes consideran útil el MH-C como guía para resolver problemas matemáticos.

1. ¿En una escala del 1 al 5 en qué medida consideras que el Mapa Híbrido te fue útil para resolver el problema de la sucesión de cuadrillos desde el razonamiento inductivo?

18 respuestas



**Anexo U.** Entrega de actividad de plan de clase (2/8) en classroom.

**Actividad 5: "Cubos y más cubos"**

**Indicaciones generales:** Puedes escribir la actividad en tu libro, editar el documento de Word o explorar el documento. Se entregará máximo 13 de enero a las 12 am en classroom.

**Consigna:** Analicen la siguiente sucesión de figuras y respondan las preguntas. Si lo desean pueden utilizar las calculadoras.

Fig. 1, Fig. 2, Fig. 3, Fig. 4

- ¿Cuál regularidad tiene la sucesión de figuras? Escríben las que encuentres.  
 $n^2$  (donde  $n$  es el número de la figura)  $n^2 + 1$
- ¿Cuál regularidad hay entre la figura  $n$  y el número de cubos?  
 Se multiplica el número de la figura por sí mismo y eso da el número de cubos de la figura.
- ¿Se podría describir con una expresión algebraica?  
 $n^2$
- Entonces, ¿cuál sería el número de cubos?  
 $n^2$  Multiplicamos el número de la figura al cuadrado.
- ¿Cómo podemos representar el punto en la sucesión?  
 $n^2$
- ¿Cuántos cubos habría si fuera 100 de la sucesión?  
 1000 cubos.

Comentarios de estudiantes:

- M [Redacted] 13.26 13 ene.: Interesante!! ¿Cómo lograste obtener así los términos?
- M [Redacted] 13.26 13 ene.: ¿Sería una ecuación o una expresión algebraica?

ver historial

Actividad 5: "Cubos y..."

**Calificación**

100/100

**Comentarios privados**

[Redacted] 13 ene., 13.26

Bien [Redacted], solo queda ver la diferencia entre ecuación y expresión algebraica.

Agregar un comentario p...

Cancelar Publicar

Anexo W. Entrega de actividad de plan de clase (3/8) en classroom.

**ACTIVIDAD 6: MODELANDO PATRONES**  
24 de Enero de 2021

Brenda Danna Arce Geo 3D

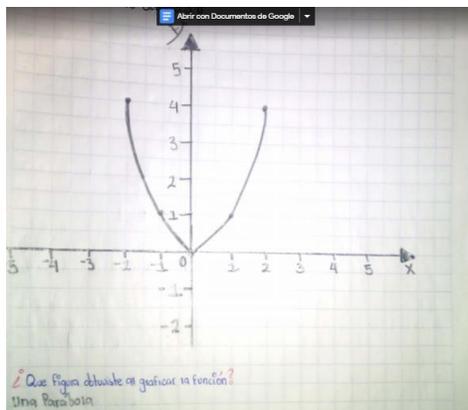
1. ¿Cuál es la expresión algebraica que sirve como regla para definir la sucesión de cubos?  $N^2$  Porque es el número de la figura multiplicado por sí mismo da la sucesión de cubos que tiene.

2. ¿Cómo podemos expresar en forma de la sucesión de cubos en forma de función?  $y = x^2$

A) Con base a la función completa la siguiente tabla.

X	-2	-1	0	1	2
Y	4	1	0	1	4

$y = (-2)^2 = 4$   
 $y = (-1)^2 = 1$   
 $y = (0)^2 = 0$   
 $y = (1)^2 = 1$   
 $y = (2)^2 = 4$



Anexo X. Entrega de actividad de plan de clase (4/8) y (5/8) en classroom.

Pasos	Operaciones matemáticas / sistema de representación	Observaciones, regularidades y conjeturas
2. Identificar el patrón de la sucesión	$1, 4, 9, 16$ - Términos de la sucesión. $3, 5, 7$ - $1^{er}$ diferencia $2, 2$ - $2^{da}$ diferencia	Es una sucesión cuadrática ya que se compone de dos diferencias. y la segunda diferencia es 2.
3. Formulación de conjeturas	Figura 2 = $4$ Figura 3 = $9$ Figura 4 = $16$	Si sumamos al cuadrado el número de la figura obtenemos el número de cubos que tiene la figura.
4. Justificación de conjeturas	Figura 2 = $2 \cdot 2 = 4$ Figura 3 = $3 \cdot 3 = 9$ Figura 4 = $4 \cdot 4 = 16$	Podemos obtener los cubos de cada figura multiplicando el número de la figura por sí mismo.
5. Generalización	$N^2$ Figura 3 = $(3)^2 = 9$ Figura 4 = $(4)^2 = 16$ Figura 5 = $(5)^2 = 25$	Podemos generalizar formulando una expresión algebraica que sirva como regla general. Es decir, podemos modelar el patrón con una función.
6. Demostración Utilizando la regla general, ¿Podemos obtener los términos de las primeras cuatro figuras? Demuéstralo. ¿Podemos obtener el número de cubos que tiene la figura 100 con la regla general? Demuéstralo. Figura 1 = $1 \cdot 1 = 1$ Figura 4 = $4 \cdot 4 = 16$ Figura 2 = $2 \cdot 2 = 4$ Figura 3 = $3 \cdot 3 = 9$ Figura 100 = $100 \cdot 100 = 10,000$		
Conclusión: Al observar y analizar la sucesión podemos encontrar la regla general.		

de un conjunto que tiene

Razon: tema de sucesos o objetos recurrentes.

Regularidades: Hecho de suceder una cosa conforme a una determinada norma.

Sistema de representación: a cada forma de resolver Problemas se le llama sistema de representación.

Secesión: aplicación cuyo dominio es el conjunto de los números naturales y su codominio es cualquier otro conjunto.

**SUCESIONES.**

Patrones observar

Conjeturas Para poder crear

Regularidades

Un sistema de representación

y Poder Generalizar

Archivos  
Entregada el 18 ene. 17:04  
Ver historial

CamScanner 01-18-2...

Calificación  
100/100

Comentarios privados

3ºD

Agregar un comentario p...

Cancelar Publicar

Anexo Y. Entrega de actividad de plan de clase (7/8) en classroom.

Actividad 9: "Me cua..."

Calificación  
100/100

Comentarios privados

Excelente que hayas graficado la función!

Agregar un comentario p...

Cancelar Publicar

2 8 18 32 20,000  
Fig 1 Fig 2 Fig 3 Fig 4 Fig 100

Conjetura.  
Si se multiplica 1+1 que es el número de la fig por 2 le da el número de la sucesión.

Das veces al cuadrado de la figura. Multiplicamos por dos el cuadrado de la partición.

Generalización  
 $2n^2$  Función  $f(x) = 2x^2$

Demostración  
 $2(1)^2 = 2$   
 $2(2)^2 = 8$   
 $2(3)^2 = 18$   
 $2(4)^2 = 32$   
 $2(10)^2 = 20,000$

Parábola