



## BENEMÉRITA Y CENTENARIA ESCUELA NORMAL DEL ESTADO DE SAN LUIS POTOSÍ.

TITULO: Un acercamiento al conocimiento de la fracción en  
estudiantes de quinto grado de educación primaria, bajo los  
significados de parte todo, medida y cociente

---

AUTOR: Karla Gitzell Reyna Galván

---

FECHA: 15/07/2020

---

PALABRAS CLAVE: Fracciones, Aprendizaje, Enseñanza,  
Conocimiento, Investigación básica.

---

SECRETARÍA DE EDUCACIÓN DEL GOBIERNO DEL ESTADO  
SISTEMA EDUCATIVO ESTATAL REGULAR  
DIRECCIÓN DE EDUCACIÓN  
INSPECCIÓN DE EDUCACIÓN NORMAL

**BENEMÉRITA Y CENTENARIA**  
**ESCUELA NORMAL DEL ESTADO DE SAN LUIS POTOSÍ**

**GENERACIÓN**

**2016**



**2020**

**“UN ACERCAMIENTO AL CONOCIMIENTO DE LA FRACCIÓN EN  
ESTUDIANTES DE QUINTO GRADO DE EDUCACIÓN PRIMARIA, BAJO  
LOS SIGNIFICADOS DE PARTE TODO, MEDIDA Y COCIENTE”**

**TESIS DE INVESTIGACIÓN**

**QUE PARA OBTENER EL TÍTULO DE LICENCIADA EN EDUCACIÓN  
PRIMARIA**

**PRESENTA:**

**KARLA GITZELL REYNA GALVÁN**

**ASESOR:**

**MTRO. JESÚS ARNULFO MARTÍNEZ MALDONADO**

**SAN LUIS POTOSÍ, S.L.P.**

**JULIO DE 2020**



BENEMÉRITA Y CENTENARIA ESCUELA NORMAL DEL ESTADO DE SAN LUIS POTOSÍ  
CENTRO DE INFORMACIÓN CIENTÍFICA Y TECNOLÓGICA

---

ACUERDO DE AUTORIZACIÓN PARA USO DE INFORMACIÓN DEL DOCUMENTO  
RECEPCIONAL EN EL REPOSITORIO INSTITUCIONAL DE LA BECENE DE ACUERDO A LA  
POLÍTICA DE PROPIEDAD INTELECTUAL

---

A quien corresponda.  
**PRESENTE. –**

Por medio del presente escrito Karla Gitzell Reyna Galván  
autorizo a la Benemérita y Centenaria Escuela Normal del Estado de San Luis Potosí, (BECENE) la  
utilización de la obra Titulada:

**“UN ACERCAMIENTO AL CONOCIMIENTO DE LA FRACCIÓN EN  
ESTUDIANTES DE QUINTO GRADO DE EDUCACIÓN PRIMARIA, BAJO  
LOS SIGNIFICADOS DE PARTE TODO, MEDIDA Y COCIENTE”**

en la modalidad de: **Tesis** para obtener el

**Título en Licenciatura en Educación Primaria**

en la generación **2016-2020** para su divulgación, y preservación en cualquier medio, incluido el  
electrónico y como parte del Repositorio Institucional de Acceso Abierto de la BECENE con fines  
educativos y Académicos, así como la difusión entre sus usuarios, profesores, estudiantes o terceras  
personas, sin que pueda percibir ninguna retribución económica.

Por medio de este acuerdo deseo expresar que es una autorización voluntaria y gratuita y en  
atención a lo señalado en los artículos 21 y 27 de Ley Federal del Derecho de Autor, la BECENE  
cuenta con mi autorización para la utilización de la información antes señalada estableciendo que se  
utilizará única y exclusivamente para los fines antes señalados.

La utilización de la información será durante el tiempo que sea pertinente bajo los términos de los  
párrafos anteriores, finalmente manifiesto que cuento con las facultades y los derechos  
correspondientes para otorgar la presente autorización, por ser de mi autoría la obra.

Por lo anterior deslindo a la BECENE de cualquier responsabilidad concerniente a lo establecido en  
la presente autorización.

Para que así conste por mi libre voluntad firmo el presente.

En la Ciudad de San Luis Potosí, S.L.P. a los 06 días del mes de Julio de 2020.

ATENTAMENTE.

  
**Karla Gitzell Reyna Galván**

Nombre y Firma

AUTOR DUEÑO DE LOS DERECHOS PATRIMONIALES



**BENEMÉRITA Y CENTENARIA  
ESCUELA NORMAL DEL ESTADO  
SAN LUIS POTOSÍ, S.L.P.**

BECENE-DSA-DT-PO-07

OFICIO NÚM: REVISIÓN 8  
DIRECCIÓN: Administrativa  
ASUNTO: Dictamen Aprobatorio

San Luis Potosí, S.L.P., a 06 de julio del 2020.

Los que suscriben, integrantes de la Comisión de Titulación y asesor(a) del Documento Recepcional, tienen a bien

**DICTAMINAR**

que el(la) alumno(a): **KARLA GITZEL REYNA GALVAN**

De la Generación: 2016-2020

concluyó en forma satisfactoria y conforme a las indicaciones señaladas en el Documento Recepcional en la modalidad de: ( ) Ensayo Pedagógico  Tesis de Investigación ( ) Informe de prácticas profesionales ( ) Portafolio Temático ( ) Tesina. Titulado:


"UN ACERCAMIENTO AL CONOCIMIENTO DE LA FRACCIÓN EN ESTUDIANTES DE QUINTO GRADO DE EDUCACIÓN PRIMARIA. BAJO LOS SIGNIFICADOS DE PARTE TODO, MEDIDA Y CÓCIENTE."


Por lo anterior, se determina que reúne los requisitos para proceder a sustentar el Examen Profesional que establecen las normas correspondientes, con el propósito de obtener el Título de Licenciado(a) en Educación PRIMARIA

**ATENTAMENTE  
COMISIÓN DE TITULACIÓN**

DIRECTORA ACADÉMICA

DIRECTOR DE SERVICIOS ADMINISTRATIVOS

MTRA.  **NAYLA JIMENA TURRUBIARTES CERINO**  
SECRETARÍA DE EDUCACIÓN PÚBLICA  
BENEMÉRITA Y CENTENARIA ESCUELA NORMAL DEL ESTADO  
SAN LUIS POTOSÍ, S.L.P.

DR.  **JESÚS ALBERTO LEYVA ORTIZ**

JEFA DEL DEPARTAMENTO DE TITULACIÓN

ASESOR(A) DEL DOCUMENTO RECEPCIONAL

  
MTRA. **MARTHA IBÁÑEZ CRUZ**

  
MTRO. **JESÚS ARNULFO MARTÍNEZ MALDONADO**

AL CONTESTAR ESTE OFICIO SIRVASE USTED CITAR EL NÚMERO DEL MISMO Y FECHA EN QUE SE GIRA; A FIN DE FACILITAR SU TRAMITACIÓN ASÍ COMO TRATAR POR SEPARADO LOS ASUNTOS CUANDO SEAN DIFERENTES

## AGRADECIMIENTOS

A Dios, quien hace las cosas a su debido tiempo y medida, por su bendición de permitirme salir adelante en este gran proyecto de vida, y tener a toda mi familia completa con salud y bienestar.

A mi mamá Carolina Galván, quien siempre estuvo en cada desvelo, en cada viaje de casa a la BECENE, quien toleraba y tenía paciencia en momentos donde estaba estresada, melancólica, vencida, enojada y en su mayoría feliz, por su valor y esfuerzo de salir a trabajar para cumplir con mi anhelo de ser maestra.

A mi papá Carlos Reyna, quien me apoyo durante todo mi proceso escolar, dando lo mejor de él, buscando y consiguiendo el material necesario para cumplir en las escuelas de práctica, y por su puesto por sus sabios consejos para enfrentar la vida.

A mis abuelos, quienes velaron en cada momento por mí, cuidándome y regañándome para no perderme durante el camino, a mis tíos quienes me inspiraron a salir adelante como docente, brindándome consejos derivados de su experiencia laboral.

A mi Asesor de Tesis, el Mtro. Jesús Arnulfo Martínez Maldonado, por su compromiso, dedicación y paciencia al dirigir este trabajo investigativo, quién con actitud y profesionalismo de maestro ejemplar me alentó a seguir adelante. Sus vastos conocimientos y competencias me motivaron a no ser conformista, si no a continuar preparándome.

A la Dra. Concepción Ovalle Ríos, quién a través de sus clases me enriqueció de experiencias significativas para desempeñarme adecuadamente en las prácticas profesionales. Sus consejos y observaciones fueron y serán de gran utilidad.

A la maestra titular Claudia Serna Tobías, por sus consejos en momentos cruciales que pase con el grupo, así como el apoyo académico, material, emocional y profesional que me compartió.

A mis dos hermanitos que, aunque son pequeños, aprendí a base de ellos muchas cosas para esta profesión, y por otro lado demostrarles que esforzándose y estudiando con constancia podrán salir adelante.

A Carlos Álvarez, quien fue un gran apoyo durante toda mi estancia en la Escuela Normal, tanto emocional como académicamente, en cada examen, entrega de material, y experiencias que tenía con mi grupo de práctica, siempre estuvo ahí para escucharme y consolarme en momentos conflictivos, impulsándome a ser una mejor persona.

*A cada uno de ustedes, muchas gracias.*

# ÍNDICE

PORTADA	
INDICE.....	6
INTRODUCCIÓN.....	8
<b>CAPÍTULO I. PLANTEAMIENTO DEL PROBLEMA .....</b>	<b>13</b>
1.1. DEFINICIÓN DEL PROBLEMA .....	13
1.2. JUSTIFICACIÓN .....	19
1.3. OBJETIVOS DE INVESTIGACIÓN.....	21
1.4. PREGUNTAS DE INVESTIGACIÓN .....	21
1.5. SUPUESTO HIPOTÉTICO .....	21
1.6. ESTADO DEL ARTE.....	22
<b>CAPÍTULO II. MARCO TEÓRICO.....</b>	<b>26</b>
2.1. EL APRENDIZAJE DE LAS FRACCIONES EN LA ESCUELA .....	26
2.2. LAS FRACCIONES EN LOS PROGRAMAS DE ESTUDIOS.....	27
2.2.1. PROGRAMA DE ESTUDIOS 1960.....	28
2.2.2. PROGRAMA DE ESTUDIOS 1972.....	28
2.2.3. PROGRAMA DE ESTUDIOS 1993.....	29
2.2.4. PROGRAMA DE ESTUDIOS 2011.....	30
2.2.5. PROGRAMA DE ESTUDIOS 2017.....	31
2.3. UN ACERCAMIENTO AL CONCEPTO DE FRACCIÓN.....	32
2.4. APROXIMACIONES TEÓRICAS PARA LA ENSEÑANZA DE LAS FRACCIONES .....	34
2.5. MECANISMOS CONSTRUCTIVOS DE LA FRACCIÓN .....	35
2.6. CONTEXTOS CONTINUOS Y DISCRETOS .....	37
2.7. EL PAPEL DE LA RECTA NUMÉRICA.....	38
2.7. EL CARÁCTER RELATIVO DE LA FRACCIÓN.....	39
2.8. LOS SIGNIFICADOS DE LA FRACCIÓN.....	40
2.8.1. PARTE-TODO .....	41
2.8.2. MEDIDA.....	43
2.8.3. COCIENTE .....	45
2.8.4. RAZÓN .....	46
2.8.5. OPERADOR .....	49
2.9. DIFICULTADES EN EL ESTUDIO DE LAS FRACCIONES.....	51
<b>CAPÍTULO III. METODOLOGÍA DE LA INVESTIGACIÓN .....</b>	<b>55</b>
3.1. ENFOQUE Y ALCANCE METODOLÓGICO .....	55
3.2. MUESTRA Y SUJETOS DE ESTUDIO .....	56

<b>3.3. CONSENTIMIENTO INFORMADO</b> .....	<b>57</b>
<b>3.4. DISEÑO METODOLÓGICO</b> .....	<b>58</b>
<b>3.5. INSTRUMENTO DE RECOLECCIÓN DE DATOS</b> .....	<b>59</b>
<b>3.6. RUTA METODOLÓGICA</b> .....	<b>67</b>
<b>CAPÍTULO IV. ANÁLISIS Y PRESENTACIÓN DE RESULTADOS</b> .....	<b>69</b>
<b>4.1. SITUACIONES DE LA FRACCIÓN EN SU SIGNIFICADO PARTE TODO</b> .....	<b>69</b>
4.1.1. ¿QUÉ FIGURA REPRESENTA LA MITAD? .....	69
4.1.2. LA FIGURA QUE REPRESENTA UNA CUARTA PARTE.....	72
4.1.3. COLECCIONANDO CANICAS .....	76
4.1.4. JUGANDO CON PASTELITOS.....	78
4.1.5. LAS GALLETAS DE MANUEL .....	82
<b>4.2. SITUACIONES DE LA FRACCIÓN EN SU SIGNIFICADO COMO MEDIDA</b> .....	<b>84</b>
4.2.1. ¿QUÉ RECORRIDO HACE DAVID?.....	84
4.2.2. LA CARRERA ATLÉTICA .....	88
<b>4.3. SITUACIONES DE LA FRACCIÓN EN SIGNIFICADO DE COCIENTE</b> .....	<b>91</b>
4.3.1. BARRAS DE CHOCOLATE .....	91
4.3.2. LISTONES DEL 20 DE NOVIEMBRE .....	92
<b>4.4. SITUACIÓN DE LA FRACCIÓN EN SIGNIFICADO DE RAZÓN</b> .....	<b>95</b>
4.4.1. JUGANDO CON MUÑECAS Y CARRITOS.....	95
<b>CONCLUSIONES</b> .....	<b>99</b>
<b>REFERENCIAS</b> .....	<b>103</b>
<b>ANEXOS</b> .....	<b>108</b>



## INTRODUCCIÓN

“Es legítimamente maestro, el que trata de aprender y se desempeña en mejorarse a sí mismo”

José Vasconcelos

El desempeñarse como docente en las aulas de educación primaria, implica la cristalización y puesta en juego de un conjunto de conocimientos, habilidades y actitudes en la práctica pedagógica, dado que, al docente de este nivel educativo le corresponde generar ambientes propicios, considerando los enfoques didácticos propuestos en los Programas de Estudios correspondientes, para que los estudiantes adquieran los aprendizajes esperados de cada asignatura. Así mismo, el docente tiene la oportunidad de generar conocimiento a partir de investigaciones que pueda realizar desde sus aulas, en áreas sociales como convivencia, género, o en campos disciplinares específicos, en este caso matemáticas.

Bajo este escenario, el presente trabajo investigativo surgió de las reflexiones derivadas del trabajo docente realizado en las prácticas profesionales, desde mi participación como docente en formación, con un grupo de estudiantes de quinto grado en la Escuela Primaria “Plan de San Luis”, específicamente en la asignatura de matemáticas al incidir en los procesos de enseñanza aprendizaje de las fracciones, dado que éstas representan un contenido complejo para los estudiantes, debido a que en quinto y sexto grados comúnmente se enfatiza en el dominio de los algoritmos con fracciones.

Si bien es cierto la investigación en didáctica de las matemáticas y en particular de las fracciones ha incrementado considerablemente, en las aulas aún se presentan dificultades para su enseñanza y aprendizaje como contenido de los programas de estudios. Si preguntamos a los docentes de

primaria sobre cuál es el tema más difícil para enseñar, seguramente la mayoría coincidiría en las fracciones.

Desde la perspectiva de los estudiantes de educación primaria sucede lo mismo, dado que, en pruebas como el Plan Nacional para la Evaluación de los Aprendizajes (PLANEA) los resultados muestran que su aprovechamiento en matemáticas es bajo, pues el 60.5% de los estudiantes se ubican en el nivel más bajo (insuficiente), lo cual significa que solo escriben y comparan números naturales. Sólo el 6.8% de estudiantes “compara números decimales y fraccionarios y usa las fracciones para expresar el resultado de un reparto (INEE, 2016).

De esta manera, los resultados de las investigaciones no llegan a impactar en las aulas, dado que, a pesar de que existe literatura al respecto, ésta no es consultada y empleada por los docentes, pareciera que la investigación y docencia son eventos mutuamente excluyentes. Este trabajo permitió realizar una sinergia entre la práctica docente y la investigación.

Últimamente el estudio por las fracciones ha recaído cada vez más. Esta situación es desafortunada, ya que es indispensable para el desarrollo matemático de los estudiantes, durante mi estancia dentro del salón de clases, los problemas recurrentes cuando abordaba temas relacionados a las fracciones se enfrascaban en la suma, multiplicación, el uso de la recta numérica, la estimación de medida en espacios, la identificación de figuras en repartos congruentes, entre otros. Los estudiantes se mostraban ansiosos y preocupados al realizar operaciones en las que se veían incluidas las fracciones, en cada uno de los apartados ya antes mencionados.

Por otro lado, el control sobre el conocimiento de las fracciones era muy general, se tenía un panorama teórico diferente sobre los problemas fraccionarios, además que el rezago del conocimiento matemático fraccionario provoca en estudiantes falta de interés y desarrollo en habilidades y actitudes para la resolución de problemas que enfrentan día

con día. Debido a la importancia del conocimiento fraccionario, esta investigación busca por medio del diagnóstico, identificar qué interpretaciones de la fracción, se les dificulta comúnmente a los escolares, demostrando por medio de evidencias orales y escritas sus procesos sobre este tipo de problemas.

En tanto al dominio de las fracciones, propiamente no tenía un conocimiento tan amplio, principalmente no contaba con la comprensión sobre la importancia que el estudiante entendiera el concepto de “el entero” y que un entero es “el todo”, para que de esta forma pueda comprender las fracciones en sus distintas interpretaciones.

Las consideraciones anteriores justifican la realización de la presente investigación a fin de aportar un granito de arena al estado de conocimiento sobre el aprendizaje y enseñanza de las fracciones en las aulas de educación primaria. Además de que no se identificaron estudios que abordaran los significados de parte todo, cociente y medida en estudiantes de quinto grado de educación primaria, pareciera que se da por hecho que en este grado escolar los estudiantes no tienen dificultades con ellos.

El objetivo de esta investigación subyace en analizar el conocimiento de la fracción que manifiestan los estudiantes de un grupo de quinto grado de educación primaria en situaciones que abordan los significados de parte todo, medida y cociente. Así mismo identificar cuáles son las principales dificultades al abordar estas situaciones. Fue necesario acotar el tema de investigación a tres de los cinco significados de la fracción, dado que los estudiantes han tenido una formación sólida en ellas, de acuerdo al programa de estudios 2011. Las dos interpretaciones restantes de la fracción (operador y razón) no se consideran en este estudio dado que se inician a revisar en quinto grado de primaria, (SEP, 2011), situación que sesgaría los resultados en dichos significados.

Es importante señalar que esta investigación es de tipo básica pues se centra en conocer con rigor y profundidad una situación, analizar sus características, los factores que influyen en ella y la condicionan, así como establecer causas que determinen la aparición de ciertos comportamientos o efectos a fin de generar reflexiones teóricas sobre el funcionamiento de la realidad (Martínez, 2007). Los resultados de esta investigación, sin duda alguna aportan al estado del conocimiento, y pueden ser utilizados para transitar hacia una investigación de tipo aplicada, en un contexto semejante.

El contenido de esta tesis de investigación se compone de varios capítulos. El primero de ellos denominado planteamiento del problema, da a conocer de manera puntual aspectos que permitieron definir el tema de investigación, considerando los resultados de pruebas como el Programa para la Evaluación Internacional de Alumnos (PISA) y el Plan Nacional para la Evaluación de los Aprendizajes (PLANEA), inclusive las experiencias vividas en las prácticas profesionales al incidir en la enseñanza de las matemáticas en un grupo de quinto grado de educación primaria. Se enuncian elementos que guiaron el proceso de investigación, tales como objetivos y preguntas de investigación, justificación y supuesto hipotético. También se hace una revisión al estado del arte a fin de identificar qué se ha investigado en cuanto a fracciones y cuál es el aporte de este trabajo investigativo.

En el capítulo dos, titulado marco teórico, se muestran los sustentos teóricos que ayudan a la comprensión del tema de las fracciones, estas diversas fuentes de información ayudan a la construcción del concepto, entendiéndolo desde su punto de partida, desde el plan y programas 1960, conforme han surgido las modificaciones de los planes y programas actuales, se ha aportado la forma de poder enseñar las fracciones desde su concepto, por medio de ejemplos y ejecuciones de problemas que pasan en la vida cotidiana del estudiante, atendiendo una vez las distintas dificultades que

presentan los escolares desde un punto de vista informativo. Así como las aproximaciones teóricas que existen para la construcción del concepto.

La metodología de la investigación es el centro del tercer capítulo, la cual explica la dirección y sentido de esta investigación, así como el procedimiento. Se define el enfoque y alcance de la misma. Se enuncian también las técnicas e instrumentos para la recolección y análisis de los datos.

En el último capítulo de esta investigación se muestran los hallazgos derivados del estudio de campo realizado a través del instrumento de recolección de datos. En él se dan a conocer en profundidad los conocimientos de la fracción que manifiestan los estudiantes en situaciones que abordan los significados de parte todo, medida y cociente.

Posteriormente se encuentra el apartado de conclusiones, espacio en el que se analizan los alcances de la investigación, se exponen los hallazgos en función de las preguntas de la investigación y se plantean nuevas metas de investigación.

En el apartado de referencias se muestra el listado de fuentes consultadas a lo largo del proceso de investigación, las cuales dan soporte teórico. Finalmente, en los anexos se presentan los materiales e instrumentos utilizados para el desarrollo de la investigación.

## **CAPÍTULO I. PLANTEAMIENTO DEL PROBLEMA**

El presente capítulo expone la determinación del tema para realizar este documento académico, el contexto de la situación problemática abordada, los puntos esenciales sobre los que se centra a partir de la formulación de cuestionamientos y objetivos guía, así como una mirada al estado del arte a fin de clarificar el aporte al estado del conocimiento de esta investigación.

### **1.1. Definición del Problema**

La enseñanza y el aprendizaje de las matemáticas continúan representando un reto para los docentes que se desempeñan en la educación básica, nivel educativo que sienta las bases aritméticas y que da continuidad al desarrollo del pensamiento lógico matemático en los estudiantes. Lo anterior, debido a razones diversas entre las que figuran la intervención docente, el gusto y/o rechazo por la asignatura, las dificultades que presentan los estudiantes en contenidos propios de la disciplina, entre otras.

Uno de los contenidos que se comienza a revisar en la educación primaria y en particular donde estudiantes muestran dificultades es en los números racionales, específicamente las fracciones. Ante esta situación cabe plantearse la interrogante ¿Será válido aún investigar sobre los procesos de enseñanza y aprendizaje de las fracciones?

Si bien es cierto, la investigación en este tópico no es reciente, se ha trabajado desde hace décadas (Freudenthal, 1983, Linares y Sánchez, 1997, Block & Solares, 2001), sin embargo, estudiantes de educación básica siguen presentando dificultades en la comprensión y uso del concepto de fracción en la resolución de problemas, situación que no les permite avanzar

en la construcción de conocimientos matemáticos posteriores como proporcionalidad y probabilidad, por mencionar algunos.

En este sentido, si los estudiantes no comprenden de raíz el concepto de fracción a través de sus diversos significados (parte-todo, medida, razón, cociente y operador), generará en ellos obstáculos que se traducirán en errores, mismos que se manifestarán en sus procedimientos de resolución de problemas. Además de incitar que los estudiantes muestren rechazo por su aprendizaje, dado que generalmente es un contenido que les resulta difícil y complejo de comprender, pues no le ven utilidad, únicamente lo consideran como un conocimiento que recae en la memorización y ejecución de algoritmos.

Por lo anterior, resulta necesario abordar en las clases de matemáticas el concepto de fracción a partir de sus diversas interpretaciones. Llinares y Sánchez (1997) establecen que una dificultad frecuente es que los estudiantes no aplican este conocimiento al resolver problemas. Ante ello resulta esencial su uso, más allá de mecanizar los algoritmos de las operaciones básicas con fracciones sin razón de ser. Una de las estrategias que pueden emplear los estudiantes subyace en las representaciones con diagramas y de forma numérica.

El Programa PISA, es un estudio promovido por la Organización para la Cooperación y el Desarrollo Económico (OCDE). En él participan los países miembros y algunos no miembros de la organización y se caracteriza por ser comparativo y periódico, (INEE, 2016). Este programa determina en qué medida los estudiantes de 15 años, que están por concluir la educación básica, han obtenido los conocimientos y las habilidades esenciales para participar activa y plenamente en la sociedad actual. PISA se centraliza en la cabida de los estudiantes para utilizar sus conocimientos y habilidades y no en saber hasta qué punto los dominan.

En el área de matemáticas PISA evalúa la competencia matemática en los estudiantes de tercer grado de secundaria, conceptualizada ésta como “la capacidad de un individuo de formular, emplear e interpretar las matemáticas en una variedad de contextos. Incluye el razonamiento matemático y usar los conceptos, procedimientos, hechos y herramientas matemáticas para describir, explicar y predecir los fenómenos” (OCDE, 2018, p 104-113).

Con base en los resultados de PISA 2015 aplicado a estudiantes de educación básica, México obtuvo un promedio de 408 puntos de 490 puntos a nivel internacional, por debajo del promedio establecido por la OCDE, ocupando el lugar número 58 de 70 países participantes.

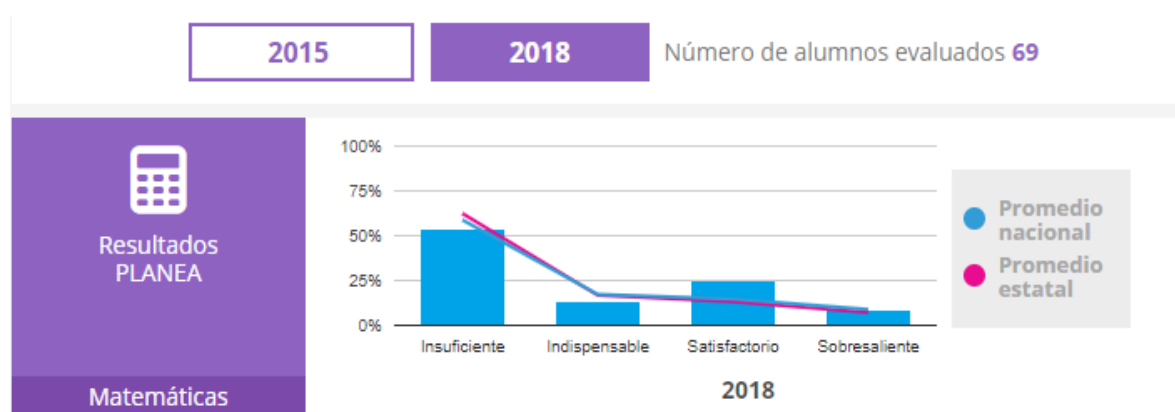
El porcentaje por nivel de desempeño en la escala global de matemáticas, 26% de estudiantes mexicanos se situó por debajo del nivel 1 y, 31% en el nivel 1, lo que implica que pueden realizar acciones obvias que se deducen inmediatamente de los estímulos presentados en los problemas. El 27% se ubicó en el nivel 2, es decir, muestran capacidad para usar algoritmos, fórmulas, procedimientos o convenciones elementales para resolver problemas que involucran números enteros. Pueden extraer información relevante de una sola fuente de información y usar un modelo sencillo de representación (INEE, 2016).

El conocimiento de las fracciones se integra a partir del tercer nivel de desempeño, éste demanda cierta habilidad para el manejo de porcentajes, *fracciones*, números decimales y proporciones, las soluciones a las que llegan reflejan un nivel básico de interpretación (INEE, 2016). Este nivel fue alcanzado por el 13%. Finalmente, el 4% restante se posicionó entre los niveles 4 a 6, que implican conceptualizar, generalizar y aplicar sus conocimientos en contextos relativamente no habituales, poseen una avanzada capacidad de pensamiento y razonamiento matemáticos.



A partir de la consulta de resultados, se evidencia que el 84% de los estudiantes mexicanos se ubica en los tres primeros niveles, donde el conocimiento de la fracción no se aborda, mientras el 16% restante manifiesta cierto conocimiento para resolver problemas donde intervienen las fracciones. Lo que permite inferir que los estudiantes mexicanos no han desarrollado las habilidades matemáticas evaluadas por PISA.

Por su parte PLANEA, 2015 es una evaluación de los aprendizajes en la educación obligatoria (educación básica y media superior) al nivel del sistema. Ésta prueba tiene como propósito evaluar los aprendizajes obtenidos de la educación básica, e informar a los estudiantes participantes y a toda la comunidad en general respecto a los aprendizajes que logran los escolares durante el ciclo escolar. PLANEA se centra en valorar los conocimientos y habilidades adquiridos por los estudiantes en las áreas de lenguaje, comunicación, y matemáticas.



**Figura 1.** Gráfica de los resultados de PLANEA 2018 en San Luis Potosí, tomada de <http://planea.sep.gob.mx/ba/>

En la figura 1, se muestran los resultados obtenidos en la prueba PLANEA, en su versión 2018, por estudiantes de sexto grado de educación primaria tanto a nivel nacional como estatal. En la asignatura de

matemáticas, a nivel nacional el 58.8% se situó en el nivel uno denominado insuficiente, el cual requiere de la habilidad para escribir y comparar números naturales sin ceros intermedios. Sin embargo, se les dificulta representar gráficamente fracciones comunes (INEE. 2018). El 62.4% de estudiantes potosinos se ubicó en este nivel.

Escribir, leer y comparar números naturales e identificar una fracción en un modelo continuo son conocimientos que demanda el nivel 2. El porcentaje nacional en éste fue de 17.2% y 16.8% estatalmente. El nivel 3 implica la identificación de una fracción en un modelo discreto, comparar fracciones y multiplicarlas por un número natural y, usar las fracciones para expresar una división, aquí se situó el 14.6% de los estudiantes a nivel nacional, mientras que a nivel estatal el 13.3% (INEE, 2018).

Finalmente, en el máximo nivel de logro se evidencia en mayor medida el conocimiento de los estudiantes sobre las fracciones, dado que requieren la habilidad para resolver problemas aditivos, de multiplicación y división con fracciones por naturales, ubicar las fracciones en la recta numérica y emplearlas para expresar el resultado de un reparto. Únicamente el 9.4% a nivel nacional evidenció este conocimiento, mientras que los estudiantes potosinos lo hicieron en un 7.5% (INEE, 2018).

Los resultados de San Luis Potosí a nivel estatal arrojaron que el 46.3% de los estudiantes superaron el nivel uno de la prueba, esto quiere decir que se encuentran arriba de la media nacional, por otro lado, al aplicar dicha prueba se identificó que la mayoría de los escolares presentaban dificultades de resolución de problemas de reparto, en los que la incógnita sea la cantidad de objetos a repartir como se puede ver en el siguiente reactivo:

“Cuatro amigos se repartieron unas pizzas en partes iguales. A cada uno de ellos les tocó  $\frac{3}{4}$  de pizza y no sobró nada. ¿Cuántas pizzas se repartieron?”

a) 7

b) 3

c) 4

d) 1

**Fuente: Reactivo tomado de PLANEA 2018, consultado en**

<http://planea.sep.gob.mx/ba/>

PLANEA (2018) comparte que la respuesta que se esperaba por parte de los estudiantes era: la b) quiere decir que el escolar determina en número de objetos por fragmentar, sin embargo, algunos estudiantes optaron por el inciso, a) solamente suma los términos de la fracción, sin identificar el todo, hubo quienes seleccionaron el inciso, c) en el cual el escolar considera el denominador de la operación como el resultado, y por último los estudiantes que seleccionaron el inciso, d) destacan que la unidad es todo lo que se puede repartir.

Con base en lo anterior es importante atender el nivel académico del estudiante, su aprendizaje ha sido limitado el cual se refleja en los resultados arrojados por la evaluación PLANEA, qué es más acercada a la realidad de la entidad de San Luis Potosí.

Durante las jornadas de observación y práctica docente realizadas de 2° a 6° semestres identifiqué en estudiantes de diversas instituciones de educación primaria dificultades sobre las fracciones, siendo ésta una de las razones que me motivó a indagar sobre el tema y considerarlas como eje central en este trabajo investigativo.

Hasta inicios del 7° semestre reconocí que las fracciones representan un conocimiento que los estudiantes desarrollan a partir del tercer grado de educación primaria y que es necesario abordarlo en mayor profundidad a partir de sus diversas interpretaciones. Es importante tener presente que

este tema se asocia con diversos contextos como: ser las unidades del sistema métrico decimal (medio, kilo, tres cuartos de litro, etc.), periodos temporales (un cuarto de hora, media hora, etc.), situaciones de reparto o descuento (la tercera parte de la ganancia, rebajado en veinte por ciento), o bien como parte de la herencia cultural (una octava de música, los tercios de Flandes, en historia).

La idea de fracción está vinculada a diversas situaciones que nos llevan a describirlas, así que es necesario conocer los aspectos e interpretaciones de los cuales están para aparecer la idea de fracción a la hora de plantearnos su enseñanza.

Con base a los resultados de PISA y PLANEA, sobre los problemas fraccionarios en distintas situaciones, empatándolos con las observaciones de práctica profesional que se realizaron desde el 2° semestre hasta el 6° semestre de la licenciatura, se ve en la necesidad de retomar el tema sobre la resolución de problemas matemáticos de los cuales incluyan algoritmos fraccionarios, de esta forma atendiendo las cuatro interpretaciones que propone Llinares y Sánchez (1997). Para poder llevar a cabo esta investigación fue necesario diseñar un diagnóstico, en el cual incluye problemas de fracción en sus distintas interpretaciones.

## **1.2. Justificación**

Las matemáticas juegan un papel importante en el desarrollo cognitivo de todo sujeto, les ayuda en su lógica-matemática, a razonar, y a mantenerse atento, acorde a la crítica, el pensamiento y la abstracción. En este documento seleccionado por las áreas de oportunidad que presentaron los estudiantes se trabajará con la asignatura de matemáticas con base en la problemática que tienen en el tema de fracciones, se identificó dicho

problema en el grupo de un 5° año de primaria por la dificultad de seguir o realizar el procedimiento de una suma, resta o multiplicación de fracciones.

Es necesario dar cuenta que los conocimientos de los estudiantes en dicho tema son muy débiles a la hora de resolver problemas de fracciones de igual forma a la asociación del número racional y fraccionario como un concepto muy amplio, esto provoca que los estudiantes abatan en un conflicto para la asimilación y comprensión de su procedimiento.

Este trabajo investigativo es pertinente dado que al ser las fracciones un objeto de enseñanza complejo para los docentes de educación primaria, resulta necesario indagar qué conocimientos ponen de manifiesto los estudiantes de un grupo de quinto grado (tercer ciclo) al resolver situaciones problema bajo los significados de parte todo, medida y cociente. Esto con la intención de dar pauta a colegas y/o docentes en servicio sobre algunas consideraciones para la enseñanza de dicho contenido matemático.

A su vez, al identificar los conocimientos de la fracción en los estudiantes, permitirá reflexionar sobre la manera en que se pueda implementar una propuesta didáctica a fin de consolidar los saberes con los significados que se inician a estudiar en quinto y sexto grados, como lo son el de razón y operador.

En cuanto al valor social, la investigación permite evidenciar algunas limitaciones existentes en la enseñanza y aprendizaje de las fracciones, mismas que son necesarias explicitar a fin de propiciar la reflexión en docentes sobre la manera en cómo deben abordarlas en las aulas con el objetivo de desarrollar en mayor medida el pensamiento lógico matemático del estudiantado, para que puedan construir conocimientos matemáticos posteriores.

### **1.3. Objetivos de investigación**

- Analizar los conocimientos de la fracción que manifiestan estudiantes de un grupo de quinto grado de educación primaria en situaciones que abordan los significados de parte-todo, medida y cociente.
- Identificar las dificultades que presentan estudiantes de un grupo de quinto grado de educación primaria al resolver situaciones que abordan los significados de parte todo, medida y cociente.

### **1.4. Preguntas de investigación**

- ¿Qué conocimientos de la fracción manifiestan estudiantes de un grupo de quinto grado de educación primaria en situaciones que abordan los significados de parte todo, medida y cociente?
- ¿Cuáles son las principales dificultades que presentan estudiantes de un grupo de quinto grado de educación primaria al resolver situaciones que abordan a la fracción en sus significados de parte todo, medida y cociente?

### **1.5. Supuesto hipotético**

Los estudiantes de un grupo de quinto grado de educación primaria muestran conocimiento limitado sobre las fracciones en situaciones que abordan los significados de parte todo, medida y cociente, a pesar de que han tenido suficiente experiencia escolar con estas interpretaciones.

## 1.6. Estado del Arte

Como bien se mencionó en apartados anteriores, las fracciones al ser un contenido con alto grado de dificultad para los estudiantes, ha sido objeto de estudio en numerables investigaciones. Bajo este escenario, en el presente apartado se hace una revisión a la literatura a fin de identificar de qué manera se ha abordado este objeto de estudio y qué hallazgos se han encontrado, de tal manera que permita favorecer los procesos de enseñanza y aprendizaje en las aulas de Educación Básica.

(Butto, 2013). En su investigación denominada “El aprendizaje de fracciones en educación primaria: una propuesta de enseñanza en dos ambientes” describió los problemas que tienen los alumnos con respecto al aprendizaje de las fracciones. Para ello diseñó y aplicó una secuencia didáctica para recuperar los aspectos matemáticos y cognitivos, a su vez para verificar la evolución de las nociones matemáticas. El tipo de estudio que realizó fue cualitativo ya que asume los fenómenos que suceden durante la enseñanza y aprendizaje como un conjunto de variables a reflexionar desde la visión dinámica.

Todo con el objetivo de describir las dificultades que presenta el alumno en el aprendizaje de las fracciones asociadas al modelo matemático, a partir de obtener esta información se diseñó una secuencia didáctica que incluía aspectos matemáticos y cognitivos que recuperó de la primera secuencia para aplicarla con los estudiantes y obtener los resultados deseados. Los hallazgos que obtuvo fue que los estudiantes no presentan dificultades con la idea de mitad y con la ubicación del número racional propia en la recta no numérica, sin embargo, presentaron problemas en la fracción en cantidad discreta, equivalencia de fracciones, ubicación de fracciones propias en la recta numérica.

Les causaba desorden la terminación de impropia y propia de una fracción lo que lanzaba errores en la ubicación de las fracciones, cabe mencionar que la idea de fracción en cantidad discreta les causaba dificultades cuando se variaban las actividades propuestas.

La investigación denominada “Procedimientos de solución de niños de primaria en problemas de reparto” (León & Fuenlabrada, 1996), se enfoca en los procesos de enseñanza y aprendizaje de los contenidos matemáticos, enfatizan en los problemas que tienen los estudiantes con el significado de cociente de las fracciones.

Dentro de los resultados se identificaron aciertos y errores de los estudiantes y por ende le permita al estudiante reflexionar sobre las situaciones didácticas que le facilitaran la enseñanza y aprendizaje de los contenidos matemáticos, su investigación es cualitativa, ya que recuperó por medio de la problemática dos planos de reflexión, la primera es el psicogenético, donde identifica tres formas que tienen como función la relación parte todo, la primera forma el estudiante no puede resolver un problema de reparto, se observó que es normal que de esta manera enfrenten la situación, la segunda forma es la relación parte todo, esta aparece de forma implícita en el contexto de reparto, ubicándose por el fraccionamiento de la unidad, la tercera forma es la relación parte-todo y está presente de manera explícita donde los estudiantes se encuentran en la situación de selección del pedazo y la funcionalizan.

Por otro lado, el plano didáctico, el cual se caracteriza por las dificultades de los estudiantes al concepto de obstáculo epistemológico, y al enfocarlo al campo de la didáctica se entiende como la construcción del conocimiento en relación con un objeto. A lo que se llegó como resultados fue que los estudiantes a esta medida de los grados carecen de mediciones cognitivas que les dan pauta a organizar sus acciones ante problemas de reparto.



Posteriormente Dávila (1992), en su documento investigativo “El reparto y las fracciones”, incorpora la noción de la fracción en problemas de reparto, utilizando secuencias didácticas con material preciso, con estudiantes de 1° y 2° año de primaria, con el objetivo de identificar los principales inconvenientes que los escolares se enfrentan en situaciones de reparto, esta idea surge de la investigación por el M en C, Block, D, en escolares de 3° y 4° año de primaria, donde se observó el resultado de la construcción del “lenguaje de parejas ordenadas”, la identificación de “a, como el número de unidades repartidas y b, el número de segmentos originados en la partición”, en situaciones problemáticas de reparto.

Conforme se observó las diferentes respuestas de los escolares, así como la adquisición de la relación parte todo, surgieron los siguientes resultados; solo identificaban la equivalencia por medio de la manipulación de material, no aceptaban la equivalencia al ver las diferentes formas, esto dio pauta a la importancia de situaciones de reparto para cimentar en los estudiantes la noción de la fracción.

Al analizar los resultados de la primera investigación, Dávila (1992) reflexiona sobre la posibilidad de introducir contenidos de fracción en los primeros años de la educación primaria, con el uso de material concreto en situaciones de reparto de su vida diaria, para cimentar en los escolares la noción de la fracción apropiándose a su vez de los términos “medios”, “cuartos” y “tercios”. Los resultados que obtuvo de manera general fue que aun utilizando material concreto no se obtuvieron resultados favorables, obteniendo evidencias orales de los estudiantes por lo que expresaron lo siguiente “un medio cortado a lo largo tiene menos cantidad de pastel, porque está gordito”, a partir de esta respuesta se determinó lo prematuro que es introducir la noción de la fracción con símbolos, así como la equivalencia de las figuras circulares, el escolar aún no tiene las herramientas necesarias para la comprensión del concepto y su uso, en particular la preservación del área.

Es importante percibir el aspecto de resolución de problemas matemáticos que involucren las fracciones, en el contexto del estudiante y la aplicación de las mismas, por otro lado, el aprendizaje de reglas, fórmulas, algoritmos y definiciones son aspectos primordiales para formar de esta manera su conocimiento sobre las nociones fraccionarias cada vez más complejas.

Para iniciar el estudio de fracciones con estudiantes de 3° año, consideran importante partir de la importancia de los números fraccionarios y su aplicación en distintos contextos problemáticos, por sus usos múltiples en la vida diaria del escolar y su relevancia en el conocimiento de las fracciones. Donde existen distintas situaciones de las cuales la fracción aparece en sus diversas interpretaciones, tales como; parte- todo, medida, comparaciones mediante razón, reparto y el uso de las fracciones como operador. Posteriormente el concepto amplio de las fracciones y sus interpretaciones es la principal dificultad en los escolares, por lograr comprender el significado de la fracción en cada una de las interpretaciones.

Los hallazgos que tuvieron en la aplicación de problemas fraccionarios con respecto a contextos de trabajo, fue que todos los escolares tienen distintas nociones sobre la fracción, ninguno dio una respuesta clara sobre el concepto o su comprensión. Por otro lado, identificaron que existe una demanda del desconocimiento del carácter y sentido de las fracciones, un ejemplo que manejan es: “El tamaño de ciertas herramientas e implementos, como tuercas, tornillos, llaves, llantas de automóvil u otros instrumentos de trabajo, que se identifican mediante fracciones” (Mayer & López Velázquez , 2017), consumando que la mayoría de los estudiantes reconocen los objetos por etiquetar la fracción, aunque la fracción no simbolice un valor cuantitativo explícito.

## **CAPÍTULO II. MARCO TEÓRICO**

En este capítulo se muestra la recopilación de antecedentes teóricos que aluden al tema investigativo, permitiendo el análisis de la información que nos brinda el marco de referencia teórica, para interpretar los resultados.

Como preámbulo es importante señalar que el conocimiento matemático de un sujeto subyace en su tendencia a responder a situaciones matemáticas mediante la reflexión sobre sus soluciones dentro de un contexto social, y la construcción de acciones, procesos y objetos, organizándolos en esquemas para tratar con la situación (Dubinsky, 1996).

### **2.1. El aprendizaje de las fracciones en la escuela**

Las fracciones representan un contenido matemático difícil de enseñar para los docentes de educación primaria y, a su vez, complicado de aprender para estudiantes de este nivel educativo, mismo que sienta las bases aritméticas de los números y sus operaciones. Si nos planteamos la pregunta ¿Qué aprendimos sobre las fracciones a lo largo de la educación básica?, seguramente vendrán a nuestra mente recuerdos no muy gratos. Pareciera que el producto final del aprendizaje de las fracciones es el dominio de los algoritmos.

En el libro para el maestro de Educación Primaria (SEP, 1992) se plantea que las fracciones son una herramienta que permite resolver diversas situaciones en el ámbito científico, técnico, artístico y en la vida cotidiana. A pesar de que las fracciones se relacionan con las situaciones descritas anteriormente, se utilizan menos en la vida cotidiana a diferencia de los números enteros como lo refieren Wilson y Dalrympe (citados por Llinares y Sánchez, 1997) “la necesidad de manejar con soltura las fracciones en la vida ordinaria se limita a las mitades, tercios, cuartos, doceavos... la resta de

fracciones se presenta raramente... la división no aparece casi nunca” (p. 25). Entonces, ¿cuál es la relevancia de la enseñanza de las fracciones?

Las fracciones como objeto matemático son una herramienta aritmética que permite desarrollar el pensamiento lógico matemático de los estudiantes, dado que son un referente para la comprensión de otros contenidos (inclusive de otras disciplinas), por ejemplo, la proporcionalidad. También son el antecedente para que los estudiantes comprendan las operaciones como la multiplicación y división con números decimales.

Así mismo resultan esenciales como factores de comparación (Llinares y Sánchez, 1997), al ampliar el vocabulario de los estudiantes para realizar afirmaciones inversas de situaciones como “he tardado 3 veces más que tú en dar una vuelta a la manzana”.

Por las consideraciones anteriores, la presencia de las fracciones como conocimiento matemático en la escuela primaria resulta indispensable. Además de que forman parte de los conocimientos de cultura general de cualquier individuo.

## **2.2. Las fracciones en los Programas de Estudios**

La enseñanza de las fracciones, en sus inicios, se centraba en el “cómo se usan” en lugar del “qué son”, por ello el papel de la investigación en educación matemática resultó ser un parteaguas para mejorar paulatinamente en los procesos de enseñanza y aprendizaje de las fracciones

Las fracciones, como parte de los contenidos matemáticos escolares, han estado presentes en los diversos Programas de Estudios de la Educación Primaria Mexicana establecidos por la Secretaría de Educación Pública (SEP). Bajo este escenario, en el presente apartado se realiza un recorrido a fin de identificar las características de cada una de las propuestas didácticas en torno a la enseñanza de las fracciones.

### **2.2.1. Programa de estudios 1960**

En el programa de estudios de 1960 se denomina a las fracciones como “quebrados”, se trataba a la fracción bajo la idea de fracturador. La interpretación de la fracción como parte-todo era la única que se abordaba.

En este periodo aún no se contaban con investigaciones en educación matemática sobre los procesos de enseñanza y aprendizaje de las fracciones (Ávila y Cedillo, 2017). La enseñanza era de forma directa, se proporcionaban definiciones a los estudiantes a partir de ejemplos basados en representaciones gráficas (círculos, cuadrados y rectángulos). Los ejercicios en la mayoría de las actividades de fracciones eran descontextualizados, y se hacía énfasis en la memorización y mecanización.

### **2.2.2. Programa de estudios 1972**

Este periodo se conoció como el de las matemáticas modernas. Además del significado de la fracción como parte todo, se incorporó a la fracción como medida, como cociente (introducida como resultado de reparto), como razón (escalas), considerados conocimientos necesarios para introducir la idea de equivalencia. El proceso de enseñanza y aprendizaje se caracterizó bajo el precepto del descubrimiento. Las lecciones presentaban en un primer momento ejemplos de resolución de ejercicios para que posteriormente los estudiantes de manera inductiva y con base en la información proporcionada realizaran el procedimiento o la definición que se interesaba subrayar.

Existió un avance en cuanto a las representaciones gráficas que se utilizaban en la enseñanza de las fracciones, dado que iban desde dibujos de objetos como frutas, collares, flores (contextos discretos) hasta el uso de figuras geométricas diversas (se amplió a rombos, cruces, pentágonos,

triángulos, etc.). Un recurso que se considero fue el uso de la recta numérica para la ubicación de números fraccionarios (Ávila y Cedillo, 2017).

El estudio de las fracciones se iniciaba en segundo grado recuperando experiencias de estudiantes con medios, cuartos, terceras partes de frutas o juguetes. Las situaciones de reparto en los libros de texto no contemplaban uso de representaciones gráficas (Ávila, 2019).

### **2.2.3. Programa de estudios 1993**

El constructivismo fue un parteaguas para los programas de estudios de todas las asignaturas, pues se consideraron sus principios para los procesos de enseñanza y aprendizaje. La participación de los estudiantes debía ser activa para la construcción de los conocimientos matemáticos (Ávila y Cedillo, 2017). Así mismo se implementó la resolución de problemas como dispositivo pedagógico fundamental para la enseñanza y aprendizaje de las matemáticas a través del enfoque didáctico. El estudio de las fracciones inicia en tercer grado de primaria con el medio y cuarto.

Los significados de las fracciones abordados a lo largo de la educación primaria fueron: *parte todo* (en contextos discretos y continuos), como cociente de dos números, como razones y como operadores. Las representaciones gráficas utilizadas seguían siendo dibujos de objetos y diversas figuras geométricas, ya no se usaba el contexto de las frutas, sino más bien de situaciones como la partición de cartulinas, repartos de pizzas, medición con listones, entre otras. Se abordan además contextos continuos (peso, longitud y volumen) y discretos como dulces o semillas (Ávila, 2019).

Las formalizaciones en los libros de texto son limitadas. Las situaciones de reparto ya incluían el uso de representaciones. El significado de razón se incluye en el quinto grado de primaria. Para este periodo ya se contaban con diversas investigaciones en educación matemática sobre los procesos de enseñanza y aprendizaje de las fracciones, lo cual permitió la

generación de materiales variados para el abordaje didáctico de las fracciones, así como aportes teóricos que fomentaran la construcción del objeto de enseñanza en cuestión.

#### **2.2.4. Programa de estudios 2011**

En los libros de texto gratuito se identifica el tratamiento de la fracción en sus diversas interpretaciones a lo largo de la educación primaria: parte todo, medida, razón, cociente y operador. La construcción de conocimientos sigue siendo a través de la resolución de problemas.

Dentro de las representaciones gráficas utilizadas para el aprendizaje de las fracciones se encuentran las figuras geométricas de manera mínima, dibujos de objetos, fracciones como puntos en segmentos de recta y en conjuntos discretos (Cedillo, 2016). Refiriéndose a las fracciones con definiciones y procedimientos de manera general.

Cedillo (2016) señala que en cuarto año aparecen secuencias con mayor estructura y su principal objetivo es favorecer el conocimiento de fracciones, utilizando significados y representaciones, así como la recta numérica, longitudes y relación parte todo. En 5° año se ejercita el algoritmo al momento de resolver operaciones con fracciones de distinto denominador, retomando de esta manera que su aplicación solo es un repaso de los conocimientos adquiridos en los grados 3° y 4° de la educación básica.

Las actividades planteadas de fracciones no muestran un uso y aplicación en contextos que siembren la construcción del conocimiento, provocando una confusión en el estudiante respecto a las definiciones, conceptos y procedimientos, sumándole a que manejan pocas representaciones concretas de las fracciones, apoyándose en su mayoría con gráficos, dibujos de objetos, tales como; botes, juguetes y, figuras planas. Cedillo (2016) señala que el significado de la fracción como parte

todo se prioriza en el Programa de Estudios 2011 dejando a un lado las otras interpretaciones que ayudan a la comprensión de las fracciones.

### **2.2.5. Programa de estudios 2017**

En el actual plan y programa de estudios 2017, las fracciones en el nivel básico, comienzan a verse en el segundo ciclo, es decir, a partir del tercer grado de educación primaria con el significado parte todo en situaciones de medición y de reparto. Dentro de las orientaciones didácticas se plantea a los docentes que utilicen figuras en las que una fracción está sombreada, figuras con fondo blanco y figuras con subdivisiones, donde el número de subdivisiones no coincida siempre con el denominador. En cuarto grado se avanza con la idea de equivalencia de fracciones y, con la suma y resta. En quinto grado se inicia con las operaciones de multiplicación de fracciones. En sexto grado se propone que los estudiantes utilicen la recta numérica para ubicar números fraccionarios.

En el tercer ciclo (5° y 6° grados) se identifica una modificación respecto al trabajo de las fracciones. *“La variación en el contexto de las relaciones de proporcionalidad, ahora de manera explícita y de manera integrada con el estudio de las fracciones y los decimales”* (SEP, Aprendizajes clave, 2017), destacando una continuidad en el trabajo de proporcionalidad, considerando un tema importante para el uso de fracciones en los distintos contextos a los que se enfrenten los estudiantes, y a su vez puedan adaptarse de los significados de las operaciones, identificar con facilidad las situaciones y a su misma vez las complicaciones en los que son útiles.

Al revisar los aprendizajes esperados que involucran a las fracciones se visualizan sus diversos significados de manera incipiente, sin embargo, el único en el que se profundiza fuertemente en las orientaciones didácticas es parte todo.



No es posible identificar la profundidad de las representaciones gráficas que se utilizan para el aprendizaje de las fracciones dado que los libros de texto no han sido publicados a la fecha. Cabe mencionar que la resolución de problemas es tanto el medio como el fin en la enseñanza de las matemáticas.

Un aspecto importante que influye en el fracaso del aprendizaje de la fracción es la pobreza conceptual que se lleva a cabo dentro del salón de clases. Se debe tener en cuenta que la enseñanza de este tema abarca distintos saberes que ayudan en la construcción del conocimiento, esto ha dejado a un lado las diversas situaciones que están vinculadas con el significado de fracción, por lo tanto, tenemos situaciones que no son aprovechadas; problemas de medición, de reparto y transformación de medidas.

### **2.3. Un acercamiento al concepto de fracción.**

Las fracciones generalmente las utilizamos en situaciones diversas, tales como de medida al solicitar un cuarto de queso, tres cuartos de kilo de jamón o medio litro de leche. En la albañilería se emplean medidas fraccionarias para calcular, por ejemplo, la medida de la superficie que cubrirán con mosaico o el costo de una obra que realizará un albañil. En la música se emplean al componer melodías y leer partituras. En fin, el uso de las fracciones en nuestro entorno es común, sin embargo, en ocasiones no somos conscientes de ello.

Bajo este escenario, resulta necesario reconocer cuál es el concepto del término fracción. Dienez, uno de los pioneros en abordar como objeto de estudio el concepto de fracción dentro de la investigación en educación matemática, respondió a esta pregunta de la siguiente manera.

Básicamente existen dos formas de considerar una fracción. Una fracción puede ser, o bien la descripción de un estado de cosas o bien una orden, es decir, el resultado de la orden de una operación. Dos tercios pueden significar que describimos las dos terceras partes de una cosa cualquiera y con ello indicamos un estado de las cosas. Por otra parte, podemos decir tómesese dos tercios de la cosa, sea cual sea ésta, y con ello indicamos una orden. La orden de tomar dos tercios nos indica la ejecución de dos operaciones sucesivas, la primera de ellas es una división y la segunda una multiplicación (Dienez, 1972, p. 8).

La respuesta proporcionada por Dienez subyace en ver a las fracciones como un lenguaje cotidiano que utilizamos normalmente al realizar diversas acciones. Sobre esta misma línea de pensamiento Freudenthal (1983) expone que:

Las fracciones: Son el recurso fenomenológico del número racional -una fuente que nunca se seca-. Fracción o lo que corresponda en otras lenguas, es la palabra con la que entra el número racional, y en todas las lenguas que conozco está relacionado con ruptura, fractura. 'Número Racional' evoca asociaciones mucho menos violentas, racional está relacionado con 'razón', no en el sentido estricto de razón sino de proporción, de medida, en un contexto de aprendizaje es mucho más que fracción (p. 134).

En este sentido, las fracciones para Freudenthal se conceptualizan de acuerdo a las formas en que se presentan en la diversidad de situaciones de la cotidianidad. Entonces pareciera que el término fracción guarda diversas acepciones en función del contexto en el que se utilicen.

Ahora bien, una fracción, como saber matemático escolar hace referencia a un par ordenado de números naturales escritos de la forma  $a/b$ . La condición es que el segundo número sea distinto de cero. La expresión que se utiliza mayoritariamente para representar la fracción es  $\frac{a}{b}$  donde  $a \neq 0$ , y se denomina a " $a$ " numerador y a " $b$ " denominador de una fracción. El símbolo  $\frac{a}{b}$  aparece para recordar la fracturación o separación.

Etimológicamente la palabra fracción se deriva del término latín fractio, es decir, romper, dando nombre a un proceso basado en romper algo en partes, pero para Fandiño (2009) es erróneo pensar en el significado etimológico de fracción, ya que no se comprende que las partes obtenidas con la acción de romper son iguales.

Kieren (1983) señala que el manejo del proceso de enseñanza de fracciones es importante para que el estudiante pueda obtener una comprensión alta y operativa de las ideas relacionadas al concepto de fracción, de igual forma hace hincapié en que se deben planear las secuencias de enseñanza de tal manera que propicien a los estudiantes una conveniente experiencia con la mayoría de las interpretaciones, parte-todo, medida, razón, cociente y como operador, mismas que se describen más adelante.

#### **2.4. Aproximaciones teóricas para la enseñanza de las fracciones**

Freudenthal (1983) introduce dos grandes formas en las que puede aparecer la fracción. Por un lado, como fracturador, dado que se asocia con dividir un entero en partes iguales. Por otro lado, la fracción aparece como comparador, al darle un sentido diferente en situaciones como "esta hoja es la mitad de otra". Estas ideas resultaron amplias, pero permitieron establecer una línea base en la investigación sobre la enseñanza de las fracciones.

Dentro de las investigaciones que han abordado los diversos aspectos de la fracción como objeto de estudio se encuentran autores como Kieren (1983), Mochón (s. f.), Llinares y Sánchez (1997) quienes se inspiraron en las ideas de Freudenthal. En este sentido a continuación se presentan los aportes teóricos que permiten dar sustento al presente trabajo investigativo.

## **2.5. Mecanismos constructivos de la fracción**

Mochón (s. f.) señala que para que los estudiantes comprendan el concepto de fracción deben tener, de entrada, bien cimentados los conocimientos sobre los números enteros y sus operaciones. Kieren (1983) argumenta que además es necesario desarrollar tres mecanismos fundamentales para la construcción de la fracción aunados a sus diferentes interpretaciones.

El primer mecanismo se denomina equivalencia, consiste en comprender los distintos criterios que implica una “igualdad” entre fracciones. Se requiere para comprender, por ejemplo, que “dos octavos” equivalen a “un cuarto” o que “tres cuartos equivalen a “un medio y un cuarto”, es decir, no se refiere a la equivalencia clásica entre fracciones, si no a relacionar las partes que provienen de particiones distintas. La equivalencia está presente en diferentes formas en cada una de las interpretaciones de la fracción (parte-todo, medida, operador, razón, cociente).

El segundo mecanismo es la partición, es decir, la equidivisión de una cantidad continua o discreta en un número dado de partes. Un claro ejemplo de este mecanismo, es cuando se solicita al estudiante que divida una figura geométrica en partes iguales. El proceso más común para realizarlo es ir dividiendo en mitades, luego las mitades en mitades y así sucesivamente. Sin embargo, cuando los estudiantes se enfrentan con particiones que no son múltiplos de dos resultan complicadas. Kieren (1983) señala que una

etapa importante de la partición consiste en que los estudiantes reconozcan particiones inmersas (como la de 3 en la de 6) y poder generar particiones múltiples (como la de 6 a partir de la de 3).

El último mecanismo es el de unidades divisibles, va más allá de la formación de unidades compuestas (requerido en la multiplicación) ya que implica aceptar a la unidad como divisible y ver a las partes obtenidas como nuevas unidades. Por ejemplo *“cinco octavos se conciben, primero dividiendo una unidad en ocho partes iguales y luego tomando una de estas partes, llamada un octavo, como nueva unidad para agrupar cinco de ellas”* (Mochón, s/f).

Una situación de mayor complejidad es cuando se pide calcular “la mitad de tres cuartos de kilo”, aquí los tres cuartos de kilo tienen que pensarse como una nueva unidad. Este mecanismo exige que la unidad deba de ser fraccionada, su dificultad se debe a la identificación de una unidad y su proceso de división.

Como bien se mencionó en apartados anteriores, la mayoría de las actividades incorporadas en los libros de texto desde la reforma de 1960 recurren a modelos gráficos (figuras geométricas y dibujos de objetos), lo que permite en los estudiantes mayor entendimiento de las propiedades de las fracciones, siempre y cuando, dichos modelos sean una fiel representación de lo que la fracción significa y donde los tres mecanismos constructivos cobran relevancia para la formación del concepto de fracción.

## 2.6. Contextos continuos y discretos

Además de desarrollar en los estudiantes los mecanismos constructivos de la fracción, resulta necesario el uso de diversas representaciones gráficas (figuras geométricas y dibujos de objetos) para favorecer el aprendizaje de la fracción. Estas representaciones gráficas deben considerar tanto los contextos de cantidades continuas como discretas, mismas que son motivo de discusión en este apartado, a fin de tener mayor claridad respecto a cada una.

Las representaciones de cantidades en un contexto continuo son aquellas que abordan a la fracción a través de magnitudes medibles como una longitud, una superficie o un volumen. Llinares y Sánchez (1997) identifican el contexto continuo como una representación basada en diagramas rectangulares y circulares.

Por su parte, el contexto discreto se caracteriza porque la cantidad se representa por medio de objetos (canicas, rosas, galletas, entre otras) que no son posibles dividir. Es decir, requiere que los objetos se cuenten uno a uno y que al repartirlos no pierdan sus propiedades.

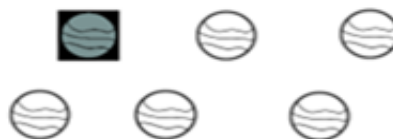
Mochón (s. f.), por otro lado, menciona puntualmente que el escenario discreto forma parte fundamental en cada uno de los mecanismos constructivos, dando pauta a un espacio de reflexión sobre; ¿Cómo se podrían repartir equitativamente 18 fichas y 9 hojas entre 6 niños?, dándole suma importancia al manejo de repartir dulces, hojas, lápices, etc., en grupos menores, para provocar en los escolares el razonamiento de la unidad y las formas en que pueden ser repartidas.

Para tener mayor claridad de forma visual sobre los contextos continuo y discreto, en la figura 2 se presenta coloreada la fracción  $1/6$ . En el primer caso se hace sobre un triángulo, es una situación continua. En el segundo caso, se trata de una situación discreta, representada por canicas.

**Contexto continuo**



**Contexto discreto**



**Figura 2.** Ejemplos de contextos continuos y discretos. Elaboración propia

Es importante que las situaciones que se planteen a los estudiantes aborden los dos contextos, dado que les permitirá comprender en mayor medida el significado de la fracción a través de sus diversas interpretaciones.

## **2.7. El papel de la recta numérica**

La recta numérica constituye un ámbito sumamente fructífero para poner en juego las relaciones construidas sobre las fracciones: como recurso para comparar fracciones, para determinar entre cuáles enteros se encuentra una fracción, para proponer fracciones entre otras dadas, para representar sumas y restas (Parra, 2005).

Para que los estudiantes puedan representar fracciones sobre un eje deben tener claro por qué los números se anotan no sólo ordenados si no conservando una cierta escala que puede variar de una situación a otra. Así mismo, es necesario que comprendan que dicha escala se determina fijando la posición del 0 y el 1 o, fijando la posición de dos números cualesquiera. Resulta difícil la idea de que un punto representa un número y ese número a la vez representa la distancia al 0 en la escala elegida (Parra, 2005).

Una dificultad en particular al utilizar la recta numérica es la identificación del segmento de la unidad cuando la recta numérica se ha extendido más allá del uno. Sí se les pide señalar la fracción  $\frac{3}{5}$  los estudiantes suelen señalar el punto donde está el tres, haciendo a un lado el cinco como un todo.

Llinares y Sánchez (1997) mencionan que la recta numérica sirve como una buena representación del significado de la fracción como medida, es decir, cuando se identifica una unidad de medida (segmento), admite subdivisiones congruentes. “El número de adiciones iterativas de la parte resultante de la subdivisión que cubren el objeto, indica la medida del objeto (proceso de contar iterativo del número de unidades que se han utilizado en cubrir el objeto)” (p. 61).

## **2.7. El carácter relativo de la fracción**

El valor de una fracción depende siempre de una unidad de referencia y al no definir ésta puede causar confusión en los estudiantes. Por ejemplo, al solicitar que dividan un círculo a la mitad, y luego esa mitad a la mitad, la mayoría de las veces concluyen que la parte resultante es “un medio más un medio”, respuesta que no es del todo incierta. En cambio, sí se determina una unidad de referencia el razonamiento cambia a “un medio de un círculo más un medio de la mitad”.

Un segundo ejemplo de definir una unidad de referencia se presenta cuando planteamos problemas como el siguiente “María gastó la cuarta parte de su dinero. Raúl gastó la mitad del suyo. ¿Es posible que María haya gastado más que Raúl?, la respuesta que seguramente proporcionarían la mayoría de los estudiantes es que sí, pues no hay unidades de referencia, pues ¿qué pasaría si María tuviera 100 pesos y Raúl 1000?



Un ejemplo más que nos proporciona Mochón (s. f.) para reconocer la necesidad de la unidad de referencia es la siguiente situación. Supongamos que un jugador de basquetbol en una exhibición, tiene dos series de 12 tiros libres cada una. En su primera serie falla 3 de los tiros y en su segunda serie falla solo 2 de ellos.

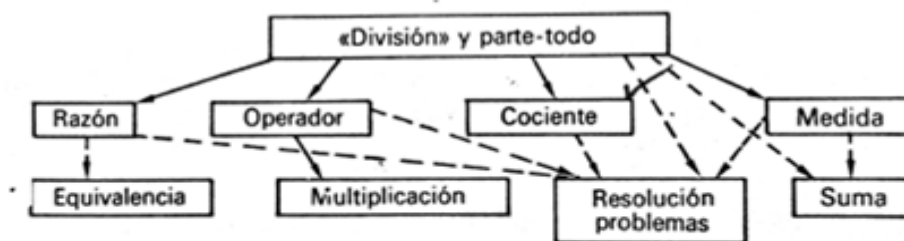
Las fracciones que aquí se identifican inmediatamente son  $\frac{3}{12}$  y  $\frac{2}{12}$ . Para saber cuántos tiros falló en total el basquetbolista seguramente los estudiantes recurrirían a una suma de fracciones empleando un procedimiento que generalmente utilizan, es decir, sumar numerador con numerador y denominador con denominador, dando como resultado  $\frac{5}{24}$ . ¿Este resultado representa la situación final?

¿Qué pasaría si sumamos las fracciones mediante el algoritmo que nos enseñan en la escuela?, es decir,  $\frac{3}{12}$  más  $\frac{2}{12}$  daría como resultado  $\frac{5}{12}$ . ¿Por qué este último no se ajusta a la situación planteada?, precisamente porque en la situación final se establece una nueva unidad de referencia, dado que las fracciones iniciales están referidas a 12 tiros, pero el total son 24 tiros. Por lo anterior es necesario que los estudiantes reconozcan el valor relativo de la fracción.

## 2.8. Los significados de la fracción

Hasta este momento se ha mencionado que dentro de los aspectos esenciales para favorecer la enseñanza y el aprendizaje de las fracciones es importante considerar los tres mecanismos constructivos (equivalencia, partición y unidades divisibles), los contextos (continuos y discretos) en las representaciones, y el carácter relativo de la fracción. Estos aspectos se deben trabajar de forma paralela a las diversas interpretaciones o significados de la fracción.

Abordar las diversas interpretaciones permite que los estudiantes cristalicen una comprensión amplia y operativa de todas las ideas relacionadas con el concepto de fracción. Estas relaciones se visualizan en el esquema de la figura 3, donde las flechas continuas indican las relaciones establecidas y, las flechas discontinuas las relaciones que se conjeturan.



**Figura 3.** Red semántica sobre las interpretaciones de la fracción.  
Tomada de Llinares y Sánchez (1997).

Llinares y Sánchez (1997) señalan que en la medida en que los estudiantes se hacen hábiles en dichas interpretaciones desarrollan diferentes estructuras cognitivas, es decir, “esquemas de pensamientos subyacente a las acciones necesarias para desarrollar tareas que implican la idea de número racional en cualquiera de sus interpretaciones” (p. 75). Bajo este escenario, a continuación, se describen los significados de la fracción.

### 2.8.1. Parte-todo

La interpretación parte todo se manifiesta cuando un todo o varios (continuos o discretos) son divididos en partes y la fracción describe la relación entre las partes consideradas y el número de partes en que se ha dividido el todo (Llinares y Sánchez, 1997). Mochón (s.f.) puntualiza que al subdividir el todo, las partes resultantes deben ser equivalentes. Es aquí donde aparece la fracción como fracturador, donde un todo se subdivide.

Para interpretar la fracción como parte todo es necesario:

- 1) Que la región o superficie sea divisible.
- 2) Que el todo pueda dividirse en el número de partes solicitadas.
- 3) Que las partes han de agotar o cubrir el todo.
- 4) Que las partes sean del mismo tamaño.
- 5) Que, a su vez las partes puedan dividirse como todos.
- 6) Que el todo se conserve.

Por ejemplo, cuando decimos que una parte es  $\frac{1}{4}$  del total, queremos decir que el total se ha dividido en cuatro partes iguales y que se ha tomado una de esas partes. En un contexto continuo se representaría tal y como lo muestra la figura 4.

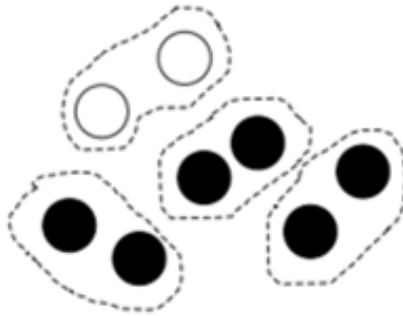


**Figura 4.** Representación del contexto continuo. Elaboración propia.

Abordar la interpretación bajo un contexto continuo como el anterior, requiere que los estudiantes dispongan del conocimiento sobre la conservación del área (Dávila, 1992), pues las partes en que se divide el todo tienen que ser congruentes, pero no necesariamente deben ser de la misma forma.

Ahora bien, en un contexto discreto, si el todo está compuesto por cierto número de elementos iguales, la partición consiste en formar subconjuntos del mismo número de elementos y tomar algunos de ellos. Por

ejemplo, en una caja hay 8 esferas, 2 de ellas blancas y 6 son negras. Entonces decimos que  $\frac{1}{4}$  de las esferas son blancas.



**Figura 5.** Representación del contexto discreto. Elaboración propia.

El significado de la fracción como parte todo es el más intuitivo y más cercano a los niveles escolares en que se introduce, es decir, en el segundo ciclo de educación básica (tercer y cuarto grados de primaria). Streefland (1982, cit. por Mochón, s/f) señala que la fracción como parte todo era la única manera en que se introducían las fracciones, lo cual se refleja en los Programas de Estudios de 1960 y 1972.

### **2.8.2. Medida**

En este significado como medida, la fracción se sitúa como un segmento de unidad, la cual se ha fragmentado en cierto número de partes, si bien Llinares y Sánchez (1997) sugieren que una unidad de medida aprueba subdivisiones congruentes, tomando en cuenta la división de las partes del segmento, de esta manera para llegar al resultado de la medida del objeto, se pueda referir con el proceso de contar el número de partes que

se han usado para medir y así llegar al resultado. Las fracciones al ser usadas en la recta numérica ayudan al estudiante a “conceptualizar” la interpretación parte-todo en una situación e identificar contextos equivalentes que derivan de nuevas divisiones de un segmento.

Mochón (s. f.) por su parte señala que la fracción en su significado de medida resulta cuando “*se tiene una cantidad medible y una unidad y se requiere determinar cuántas veces cabe una unidad en la cantidad que se va a medir*” significando que la idea de medida se basa en la pregunta simple de, “¿Cuántas veces cabe algo en algo?”. Es claro que este es el tipo de comparación más sencillo de hacer entre dos cantidades, como se muestra en la figura 6.



**Figura 6.** Ejemplo de la interpretación como medida.

En esta situación se puede mostrar cómo se toma una unidad de referencia para medir la otra, en este caso determinar qué cantidad de veces cubre la unidad en el área que se requiere medir. Entonces el concepto de medida subyace sobre el significado de parte todo, pues la formación de subunidades requiere de su relación con la unidad.

Las fracciones en situaciones de medida son una herramienta que permiten resolver situaciones, “Los procesos de medición de longitudes, superficie, volumen, capacidad, peso o tiempo con frecuencia, dan lugar al fraccionamiento de la unidad con la que se mide, para obtener mediciones más precisas” (SEP, 1992).

### 2.8.3. Cociente

La fracción en su significado como cociente se vincula con la operación de dividir una cantidad entre un número de partes. “Asocia la fracción  $a/b$  la operación de dividir un número natural por otro número natural  $b$ , es decir  $a \div b$ ” (Llinares y Sánchez, 1997). El esqueleto de la fracción como tal es visto como una división de números, los cuales se les da una propiedad dependiendo del contexto del problema, puede ser la división de canicas, de paletas, de carros, entre otros.

La fracción como cociente se aborda a través de las situaciones de reparto. Es importante tener claridad en la diferencia entre la fracción obtenida en un contexto de parte todo y la fracción vista como cociente. En ésta última, un todo es subdividido en partes equivalentes, el número de las cuales está determinado por la cantidad de objetos a los cuales se les va a hacer la repartición (aquí aparece la fracción como fracturador, pues el todo no se toma como la unidad).

Por ejemplo, ante una situación como “si tres pizzas son repartidas entre cuatro niños, ¿qué cantidad de pizza recibe cada uno?”



**Figura 7.** Representación de cociente.

En este caso la fracción  $\left(\frac{n}{d}\right)$  se interpreta como un cociente partitivo ( $n \div d$ ), el numerador representa la cantidad a repartir y el denominador el número de partes en las cuales se va a subdividir esta cantidad. Por tanto, el valor de la fracción representa la cantidad que cada una de las partes recibe.

Llinares y Sánchez (1997) señalan que existe esta dificultad en este significado de la fracción dado que los estudiantes tienen muy arraigada la interpretación parte-todo. Por ello, debe existir claridad en el significado de cociente, dado que la fracción puede ser mayor que uno, a diferencia en el significado de parte todo, dado que la fracción solo tiene sentido si es menor o igual a uno, pues imaginemos ¿Cómo representar  $\frac{9}{4}$  en parte todo?

Concretizando,  $\frac{1}{8}$  en parte todo significa una de ocho partes equivalentes, mientras que, en cociente, “cada uno recibió un octavo de pizza”, aquí no implica que hubiese 8 personas, podrían haber sido 24 personas y repartido 3 pizzas (Mochón, s.f.). Es importante mencionar que al abordar situaciones de reparto se propicia la puesta en juego de conocimientos como la equitatividad y la exhaustividad (SEP, 1992).

#### **2.8.4. Razón**

Al analizar las interpretaciones anteriores se observa que se caracterizan por desarrollarse en contextos de comparación apoyándose de la interpretación parte-todo, esta situación dejó a un lado las veces cuando la fracción era utilizada como “índice comparativo”, ósea como una comparación de escenarios. Sí bien (Llinares y Sánchez, 1997), menciona que las fracciones como parte de la interpretación como razón, aparecen cuando se representan comparaciones “parte-parte”, de esta forma se

procura que los escolares logren identificar la equivalencia de situaciones y la relación del número que le corresponde a cada cosa, persona u objeto.

Este aspecto de la fracción como razón ha sido un punto de similitud entre los autores, (Mochón, s/f), señala que la fracción es vista como una comparación numérica entre dos conjuntos, un ejemplo de lo antes mencionado es; “cuando Juan cumplió cuatro años su hermano cumplió ocho años”, por otro lado, indica que, “*La fracción como razón necesita una condición sobre la variación de las dos cantidades para hacerlas proporcionales*” (Mochón, s/f).

Es evidente que ejemplifica una relación entre cantidades volubles o constantes, para que los escolares puedan identificar algunas estrategias como; la suma de cantidades, tomar el doble o la mitad, así como Mochón menciona en el siguiente ejemplo:

Personas que sirve:	6	12	3	9	8	1
Manzanas necesarias:	4	¿A?	¿B?	¿C?	¿D?	¿E?

Supongamos que una receta de comida sugiere utilizar cuatro manzanas para hacer un pastel que sirve seis partes. Si se quiere hacer un pastel para un número diferente de personas, la pregunta que habría que responder es; ¿cuántas manzanas necesitaremos?

Sí bien para encontrar el resultado A, como 12 es el doble de personas que 6, se necesitará el doble de manzanas, o sea 8. Por otro lado, la cantidad B, como el 3 es la mitad de 6, se ocupará la mitad de 4, o sea 2. Para la cantidad C, 9 personas son una vez y media más que 6, por lo tanto, una y media veces el 4 nos dará 6 manzanas. En el caso C, se puede identificar la respuesta calculando que 9 personas son 6 más 3 personas, para 6 personas se necesitan 4 manzanas y para 3 personas se



necesitan 2, para 9 personas se necesitaran  $4+2=6$  manzanas. Y por último D, 8 es una vez y un tercio de 4, o sea  $4+4/3$ , o 5 y  $1/3$ . Y por último la cantidad E, representa la cantidad de manzanas que cada persona se come en su porción. Tomando la sexta parte, se tiene como respuesta  $4/6$  o  $2/3$  de manzanas.

Por consecuencia un problema de razón se ve en la necesidad de ocupar condiciones sobre la diversificación de dos conjuntos para que, de esta forma se hagan proporcionales. Una característica de la fracción es la utilidad que se tiene en la vida cotidiana, o de escalas lucrativas en la elaboración de planos, tales como se ilustra en la figura 8.



**Figura 8.** Ejemplo de razón.

El inciso de A tiene los  $\frac{3}{4}$  de las bolas de B, o B tiene los  $\frac{4}{3}$  de las bolas de A. Sin embargo, esta situación provocará en el estudiante un conflicto en la identificación de la diferencia del significado de cada una de las afirmaciones que se hicieron con respecto a la interpretación gráfica.

### 2.8.5. Operador

En la última interpretación de la fracción como operador, va encaminada a el conjunto de dos operaciones, la división y enseguida la multiplicación. La fracción funge el papel de transformador multiplicativo de un conjunto hacia otro “similar”. Se puede pensar esta transformación como una amplificación o una reducción de los valores de un conjunto. Opera sobre un conjunto. (Mochón, s. f.)

La fracción como operador puede manejarse en las situaciones problemáticas como en un contexto continuo y discreto. Por ejemplo, en el contexto continuo Llinares y Sánchez (1997) mencionan que actúa la fracción  $\frac{2}{3}$  considerada como operador sobre un fragmento de longitud dada, se obtiene otro segmento de longitud  $\frac{2}{3}$  del original, cabe destacar que el uso de la división y la multiplicación dentro del operador puede variar su aplicación dependiendo de la situación del problema, actuando primero la división y después la multiplicación, teniendo como vínculo la interpretación parte-todo, o puede quedar de otra forma la aplicación de las operaciones, primero la multiplicación y después la división.

Por lo tanto, el uso de las fracciones bajo esta interpretación Llinares Ciscar (1997) destaca que las fracciones se utilizan en un doble aspecto:

- A) Describiendo una orden, una acción a realizar (operador)
- B) Describiendo un estado de cosas, es decir, describiendo una situación.

Por ejemplo, en el caso del contexto discreto se toma como una situación de partida (unidad), el conjunto formado por 36 niños de una clase, el efecto de la aplicación del operador  $\frac{2}{3}$ , dos tercios, se puede ilustrar como se presenta en la tabla 1.

ESTADO-UNIDAD (SITUACIÓN)	OPERADOR	ESTADO FINAL
36 niños	(Dividir por 3, multiplicar por 2)	24 niños

**Tabla 1.** Ejemplo de la interpretación como operador en un contexto discreto. (Llinares y Sánchez, 1997).

En el apartado de “estado final”, 24 niños reciben el nombre de “estado”, dos tercios, como en la descripción de un estado de cosas. Si bien la fracción como operador, demanda tres momentos para la resolución de problemas, primero contextualizar al estudiante en la situación problemática y el número de sujetos participativos, enseguida identificar la forma de aplicar las operaciones, en este caso primero la división por tres y después la multiplicación por dos, y por último en el apartado de estado final, usualmente conocido como resultado, de las operaciones aplicadas.

Llinares y Sánchez (1997) refieren que este significado confirma que las fracciones tiene una mayor participación general y amplia de su manejo y conocimiento aplicándolo en situaciones problemáticas, si bien esto se verá confirmado cuando se visualice el estudio de la geometría, ya que dentro de esta se llevan a cabo las transformaciones de operadores y las diversas posiciones de las figuras.

## 2.9. Dificultades en el estudio de las fracciones

El concepto de fracción resumiéndolo como “partes de un todo”, resulta ser más entendible para los estudiantes, puesto que comienzan a tener dificultad de identificar sus distintos significados y usos en cada uno de los contextos problemáticos de la fracción. Si bien uno de los conflictos más comunes detectados en los escolares, es la comparación de la parte con el todo, sin embargo, pues la acción errónea del estudiante es la comparación entre partes.

Por otro lado, SEP (1992), señala que algunas causas por las cuales los escolares entran en conflicto por comprender la noción de la fracción, su manejo y aplicación en situaciones problemáticas son:

### A) Escasez del significado de la fracción que se ve en la escuela

El uso de la fracción y su impacto en los escolares que se pretender tener, deriva de la situación en la que se utilice, por ejemplo; en la expresión “ $\frac{1}{5}$  de los mexicanos se ha enfermado de tifoidea”, el denominador hace referencia a un “todo”, el cual significa que habla de toda la población mexicana, y el numerador es el número de personas que se han enfermado.

### B) Predisposición por parte de los escolares por atribuir a los números fraccionarios las reglas y propiedades aplicables a los números enteros

Una confusión que los estudiantes tienen con respecto a las fracciones y números enteros en conjunto, es que esperan el mismo comportamiento de los números enteros con los fraccionarios, un ejemplo claro es el siguiente:

*“Al multiplicar dos números enteros como  $8 \times 9$ , el producto (72), siempre es mayor que los factores, esto en cambio no sucede en todos los casos con las fracciones. El producto en la*

*multiplicación de las fracciones es a veces menor que los factores, por ejemplo:  $\frac{3}{4} \times \frac{1}{2} = \frac{3}{8}$ , cuando se les pide a los alumnos que comparen fracciones, por ejemplo  $\frac{3}{8}$  con  $\frac{3}{5}$ , ellos tienden a pensar que  $\frac{3}{8}$  es mayor porque se centran en los denominadores” (SEP, Las fracciones en situaciones de reparto y medición, 1992).*

C) Introducción prematura de la noción de la fracción, del lenguaje simbólico y sus algoritmos

En este apartado hace énfasis en la importancia de no ver los contenidos de fracciones en grados menores, tales como 1° y 2°. Llinares y Sánchez, 1997 consideran que los escolares de menor edad no están preparados para la complejidad de las fracciones, creen que su desarrollo cognitivo aún no está lo suficientemente apto para la comprensión de situaciones problemáticas que hablen de fracciones.

Posteriormente Llinares y Sánchez (1997) mencionan que la capacidad de los estudiantes para resolver problemas de fracción varía dependiendo del contexto en el que se construya el reactivo, por ejemplo;

- a) Para indicar la relación que existe entre la parte coloreada y un “todo”.
- b) Si un litro de jugo vale 60 pesos, ¿Cuánto valdrán seis octavos?
- c) En un grupo de niños y niñas hay diez niñas y cinco niños.

Posteriormente en un momento determinado alguien dice: “hay la mitad de niños que de niñas”. La expresión mitad está empleada en esta situación para describir una relación entre dos partes de un conjunto. Se ha realizado una comparación parte-parte y como resultado de esta comparación se utiliza una fracción para cuantificar la relación.

Cuantiosas exploraciones, tales como (Kerlaske, 1997; Lesh, et al; 1983), mencionan que la imagen sobre fracción que el escolar tiene, puede ampliar una serie de ideas sobre la comprensión del concepto, si no se tiene una definición de la operación y aplicación de la fracción en las distintas situaciones que se presentan, provocará en el estudiante incertidumbre en su capacidad de trasladar la comprensión y destrezas logradas a interpretaciones y contextos diferentes.

Llinares y Sánchez (1997) aportan que las destrezas que el escolar puede conseguir es el manejo de símbolos relativos a las fracciones y enseguida las operaciones con fracciones, será difícil para el estudiante retener la información si no ha establecido un bosquejo conceptual sobre las diversas situaciones concretas en las cuales se aplique la fracción ya sea como parte-todo, medida, razón, cociente y como operador. Una de las principales interpretaciones es difícil de comprender para el escolar, tales como:

### **Cociente de enteros**

Una dificultad en los escolares es la comprensión de un entero, si bien SEP (1992), menciona que existe una inclinación en los estudiantes sobre los números fraccionarios, así como sus reglas y propiedades a números enteros, el trabajo exclusivo del número natural sin una vinculación de su participación y significado en las fracciones provoca pobreza en su uso.

Por otro lado, Llinares y Sánchez (1997) se refieren a “cociente de enteros” como una debilidad en la comprensión de la fracción, donde el estudiante no alcanza a percibir que un entero (un todo) puede ser dividido en un número de partes para que la división sea equitativa.

Se puede mostrar que en ambas partes se habla acerca del concepto de “un entero” en donde el estudiante presenta problemas ya sea en su

identificación o su reparto, estas situaciones derivan de la interpretación parte-todo, donde Llinares Ciscar (1997), menciona que es importante comenzar en la enseñanza de las fracciones con esta interpretación, considera que primero el estudiante debe comprender el concepto y uso de “un todo”, para después poder continuar con las siguientes interpretaciones, la cuales hablan y usan situaciones problemáticas donde se ve siempre “el entero” como “un todo”.

## **CAPÍTULO III. METODOLOGÍA DE LA INVESTIGACIÓN**

Así como una flecha se tensa en el arco para llegar al blanco, toda investigación debe tensarse metodológicamente a fin de alcanzar el objetivo planteado. En este sentido, el presente apartado da a conocer las características que permitieron realizar esta investigación, así como también el alcance, proceso de recolección y análisis de datos a fin de justificar las acciones realizadas con base al objeto de estudio.

### **3.1. Enfoque y alcance metodológico**

Serrano (2008) refiere que el análisis de la realidad consiste en acercarse a ella, desvelarla y conocerla para mejorarla. Para ello, esta investigación se sitúa desde el paradigma interpretativo para analizar la realidad, dado que busca interpretar lo que sucede en una situación concreta, observar todos los elementos de la situación elegida tal y cómo operan en su contexto natural.

El enfoque es cualitativo, con un ligero aporte cuantitativo (Hernández, Fernández y Baptista, 2010), ya que recurre a la descripción detallada de situaciones, eventos, personas, interacciones, y comportamientos que son observables en acciones específicas (por ejemplo, en la resolución de tareas matemáticas). Este enfoque incorpora lo que los participantes dicen, sus experiencias, pensamientos y reflexiones, tal y como son expresadas por ellos mismos (Serrano, 2008). Se recurre a este enfoque dado que tiene dependencia de la recolección de la información acerca de eventos, procesos, actividades, etc., tal como ocurren en contextos de la vida real, considerando el tipo de escuela o comunidad donde se desarrolla la investigación (Knobel y Lankshear, 2002). Al investigador le interesa explorar y entender una situación desde la perspectiva de otras personas.



El alcance es determinado bajo la modalidad de investigación de tipo básica (diagnóstica) pues se centra en conocer con rigor y profundidad una situación, analizar sus características, los factores que influyen en ella y la condicionan, así como establecer causas que determinen en ella la aparición de determinados comportamientos o efectos a fin de generar reflexiones teóricas sobre el funcionamiento de la realidad (Martínez, 2007).

Es importante señalar que esta investigación, al ser parte del proceso de formación inicial como docente de educación primaria, es paralelamente de carácter formativa. Ésta tiene como propósito contribuir a la finalidad propia de la docencia. “Sirve para ayudar a que un estudiante adquiera un conjunto de habilidades, actitudes y competencias, suficientes para apropiarse los conocimientos teóricos, prácticos y técnicos necesarios para el ejercicio calificado de una actividad profesional o académica” (Parra, 2004, p. 74). La investigación formativa es dirigida y orientada por un profesor, como parte de su función docente y los agentes investigadores no son profesionales de la investigación sino sujetos en formación.

### **3.2. Muestra y sujetos de estudio**

El tipo de muestreo seleccionado para esta investigación es no probabilístico y por conveniencia, dado que ésta última “se realiza sobre la base del conocimiento y criterios del investigador. Se basa primordialmente en la experiencia con la población” (Vara, 2012, p. 56). Por tanto, la muestra se conforma por un grupo de quinto grado de la Escuela Primaria “Plan de San Luis”. Dicho grupo integrado por 28 estudiantes (sujetos de estudio), 10 niñas y 18 niños, mismo con el cual se desarrollaron las prácticas profesionales durante el séptimo y octavo semestre.

La institución se encuentra ubicada en Rafael Cepeda #500, El paseo 5° sección, 78328, San Luis Potosí, SLP. Forma parte de la zona metropolitana, ya que sus alrededores se encuentran distintos puntos de centros comerciales, así como la glorieta de Benito Juárez, la cual es el centro de distribución para las distintas zonas de San Luis Potosí, así como, el centro histórico, carretera Matehuala, carretera Salvador Nava Martínez, Carretera 57 donde comienza la zona industrial, distintas empresas se encuentran a lo largo de la carretera, como “Herdez, Continental, Bosch, Toyota, grupo acero, entre otras empresas, mencionando que tiene 2 parques industriales, donde trabajan empresas internacionales.

La escuela se encuentra en un contexto urbano, donde la mayoría de los padres de familia cuentan con escolaridad terminada, así como; maestros, laboratoristas, ingenieros (de distintos ámbitos), veterinarios, doctores, enfermeros y psicólogos. La minoría de padres de familia se dedicaban a oficios tales como; secretarias, carpinteros, choferes y operarios, cabe destacar que también trabajaban en negocios propios.

### **3.3. Consentimiento informado**

Para realizar este trabajo investigativo fue necesario, en un primer momento, tener un acercamiento tanto con la directora de la Institución como con la docente titular del quinto grado grupo “C”, a fin de darles a conocer el proyecto de investigación. Una vez que los dos actores educativos manifestaron estar de acuerdo para poder llevar a cabo la investigación en la institución, se procedió a la entrega y firma del Consentimiento Informado (**Anexo A**), en donde se especifica la confidencialidad y buen uso de los datos que serían recolectados de los sujetos de estudio.

### **3.4. Diseño metodológico**

De manera puntual, para este trabajo de investigación, cuyo objetivo subyace en analizar los conocimientos de la fracción que manifiestan estudiantes de quinto grado de educación primaria en situaciones que abordan las interpretaciones de parte-todo, medida y cociente, se decidió seguir las fases para la elaboración de una investigación diagnóstica (básica) señalados por Marí (2007).

La primera fase denominada fundamentación y diseño, es aquella que muestra una sólida fundamentación teórica y delimitación del problema. Vallejos (2008) refiere que esta fase se cubre cuando se tiene como producto el anteproyecto y proyecto de investigación. Para ello, fue necesario revisar el estado del arte, así como determinar y comprender el marco teórico que da sustento a la investigación.

La segunda fase denominada recogida de información, consiste en identificar las técnicas e instrumentos de recolección de datos para alcanzar las diversas perspectivas del objeto de estudio. En este sentido se optó por diseñar un instrumento para la recolección de datos.

La tercera fase corresponde al análisis y valoración de la información, aquí se requiere de información valiosa, objetiva y fiable, que represente la realidad a valorar. Aquí resulta importante la realización de descripciones minuciosas de las situaciones estudiadas que permitan la exposición de resultados.

Para realizar el análisis de la información se recurrió a la estrategia de codificación (Knobel y Lankshear, 2002, p. 247), proceso de búsqueda de datos preguntando “quién, qué, cuándo, dónde, porqué, cómo, qué está pasando aquí, y así sucesivamente”. El investigador realiza una separación de una observación, una oración o un párrafo u dar a cada incidente, idea o evento discreto un nombre p una etiqueta que denote o represente un

fenómeno. También se recurrió a la triangulación de información de diversas fuentes (producciones orales y escritas) a la luz de los referentes teóricos.

### **3.5. Instrumento de recolección de datos.**

Para la recolección de datos se utilizó un cuestionario, si bien es una herramienta significativa en el proceso de enseñanza y aprendizaje, para el registro y obtención de resultados, se define como:

El cuestionario consiste en un conjunto de preguntas, normalmente de varios tipos, preparado sistemática y cuidadosamente, sobre los hechos y aspectos que interesan en una investigación o evaluación, y que puede ser aplicado en formas variadas, entre las que destacan su administración a grupos o su envío por correo (Muñoz, 2003).

Señala Muñoz (2003) que es un procedimiento relevante para la obtención y registros de los datos solicitados por el investigador, permite a los estudiantes plasmar sus procesos, ideas y operaciones para la solución de problemas. Se pueden manipular las preguntas de forma directa o indirecta, para indagar más acerca de la interpretación que tenga el escolar con respecto a cada uno de los ítems.

En este sentido se diseñó un cuestionario (**Anexo B**) de tipo abierto, conformado por 10 situaciones problemáticas (3 con opción múltiple) que abordan el conocimiento de la fracción y sus diferentes significados (a excepción de razón y operador). Se incluyó uno de razón dado que los estudiantes han tenido un breve acercamiento a su estudio.

Algunas situaciones se adaptaron de instrumentos utilizados por Butto (2013) y, Perera y Valdemoros (2009). No se consideró el significado de operador ni se profundizó en el de razón, dado que son interpretaciones que se inician a trabajar en quinto grado de acuerdo a los contenidos establecidos en el Programa de Estudios 2011.

Una vez conformado el cuestionario se procedió a su validación por expertos y mediante pilotaje. En el primer caso se consideraron a 3 profesores investigadores, 2 catedráticos de la Licenciatura en Educación Secundaria con especialidad en Matemáticas de la Benemérita y Centenaria Escuela Normal del Estado, y uno de la Facultad de Psicología de la Universidad Autónoma de Querétaro. Todos ellos con amplia trayectoria en la enseñanza e investigación en la educación matemática.

El cuestionario (instrumento de recolección de datos) se envió a los evaluadores expertos acompañado por una carta de presentación y el certificado de validez de contenido (**Anexo C**), quienes emitieron un dictamen satisfactorio sobre el mismo. Una vez contando con la validez de expertos, el instrumento se sometió a pilotaje con 8 estudiantes del grupo de estudio, a fin de identificar posibles errores de redacción o comprensión en las situaciones problemáticas.

A continuación, se describe cada una de las situaciones problema, permitiendo identificar resultados esperados con su aplicación en cada uno de los significados de la fracción.

## **Situaciones problemáticas1 “¿Qué figura representa la mitad?” y 2 “La cuarta parte”**

Estas situaciones problemáticas fueron adaptadas del instrumento utilizado por Butto (2013). Abordan a la fracción en su significado como parte todo en contextos continuos al presentarse superficies. En la primera situación los estudiantes pondrán en juego el conocimiento de la fracción a través del significado parte todo.

En la situación problemática “¿Qué figura representa la mitad?”, tuvo una duración de 15 a 25 minutos, integrando la participación de los estudiantes, con respecto a este problema. Sin embargo, se espera que seleccionen el triángulo con color azul, cuya variable didáctica subyace en una representación no prototípica, ya que indica que entiende la relación parte-todo atendiendo el concepto de equivalencia. Si selecciona el círculo verde quiere decir que no tiene una imagen como tal del concepto de “mitad”. En caso de seleccionar el pentágono, significa que el estudiante reconoce la equipartición, pero no toma una parte de ella. Y por último si escoge el cuadrado anaranjado hace referencia a que no divide congruentemente las partes de un todo quedando como una figura no equitativa.

En la situación problemática 2 “La cuarta parte”, con un tiempo estimado de 15 a 25 minutos, dando a conocer su argumento con respecto a su resultado. Tomando en cuenta que el estudiante se enfrenta nuevamente con representaciones gráficas. Aquí la variable didáctica subyace en la partición de superficies en fracciones equivalentes. El desafío consiste que el estudiante pueda relacionar la fracción “un cuarto” con su representación, en este caso la respuesta esperada es el cuadrado que está dividido en 16 partes de las cuales se toman 4, es decir  $4/16$  cuya fracción equivalente es  $1/4$ .

### **Situación problemática 3. Coleccionando canicas**

Esta situación problemática corresponde al significado parte todo en un contexto discreto. El todo está formado por una cantidad de objetos, en este caso 25 canicas. se pretende que los estudiantes indiquen la relación entre el número de canicas regaladas con el total de canicas.

En este problema se tiene como expectativa que el estudiante logre identificar la cantidad correcta entendiendo que se habla de partes, haciendo referencia a la fracción atendiendo la relación parte todo en un contexto discreto concibiendo la repartición congruente, que logre empatar que debe formar grupos o encerrar cierta cantidad correspondiente a la fracción que se pide en el problema.

### **Situación problemática 4 “Los pastelitos”**

Se construyó con base al significado parte-todo en un contexto discreto”, El todo está formado por el conjunto global de 24 pastelitos como ejemplo de los cuales un medio se comió la mamá y un sexto Manuel, podemos ver que se indica la relación entre el número de pastelillos y las fracciones que se tomaron del número total de pastelillos, el estudiante comienza a aprender a trabajar con fracciones, el repartir una cierta cantidad en partes y tomar fracciones equivalentes que son partes de la unidad

Para este problema se espera que el estudiante identifique las diferentes fracciones que se le piden encerrando la cantidad correcta de pastelillos que se comió cada personaje, se espera que se le facilite el estudio de equivalencia de fracciones, suma y resta, a su vez que el escolar pueda dividir el todo en partes iguales y que las partes juntas deben de ser igual al tamaño del todo.

### **Situación problemática 5 “Las galletas de Manuel”**

Es el último reactivo considerando a la fracción como parte-todo en un contexto discreto, comenzando a identificar el número de galletas como un conjunto global, del cual se debe estimar la cantidad de galletas que hacen falta para llegar al resultado, el proceso de identificación del todo en este caso resulta ser más apropiado, para que el estudiante comience a desarrollar el uso de reparto desde un proceso directo, partiendo de la información previa que se le brinda en la situación problemática, orillando al escolar a determinar y concluir su intervención, por otro lado, se sabe que utiliza un procedimiento de estimación ante dichos problemas de contexto discreto.

### **Situación problemática 6 ¿qué recorrido hace David?**

Se enfoca a la interpretación como medida; con el fundamento de que los alumnos aprendan y se desarrollen en la medida en la que construyen significados apropiados en torno a los contenidos que van a estudiar (Solé y Coll, 1999). De acuerdo con el problema seis, se pretende que el estudiante logre identificar la relación que existe entre una parte de un todo, ya que este problema pertenece a la interpretación de medida la cual nos exige que el alumno pueda seccionar un camino en partes iguales y que a su vez pueda seleccionar qué fracción corresponde al camino que señala los dos destinos diferentes, en este problema en particular.

Se espera que el estudiantado responda de acuerdo a la interpretación de medida donde debe de ser capaz de localizar un número en la recta numérica y recíprocamente pueda identificar un número representado por cierto punto en la recta, la cual a través de los conceptos y de interpretaciones pasadas construya significados propios, de la cual se espera que su respuesta si cuenta con la interpretación, a su vez con la explicación nos daremos cuenta sobre su conocimiento aplicando la fracción a través de la medida en situaciones que se presenten en la vida cotidiana.



En cuestión de la situación problemática cinco, se considera como un caso particular de parte-todo, en esta representación hace que se pueda pensar en las fracciones como números parecidos al 1, 2, 3, 4... esta forma de representar las fracciones provoca en algunos estudiantes dificultades (8 a 12 años) y también presentan ventajas como; hace que las fracciones impropias aparezcan de forma mucho más natural, así como la notación de números mixtos, el conjunto de fracciones forma una extensión del conjunto de los números naturales (las fracciones rellenan huecos entre los naturales). El principal problema que tienen los estudiantes es identificar el segmento de unidad cuando la recta numérica se ha extendido más allá del uno (punto de partida).

### **Situación problemática 7. La carrera atlética**

En este problema sí el estudiante selecciona la opción A, nos da apertura sobre que aún no entiende que el denominador indica la división del todo y el numerador el número de partes que debes de seleccionar o encontrar en la recta.

De igual forma pasa con el inciso B y C, el estudiante no ubica o se confunde con el todo sobre la recta y la división de donde se marca el 1 como un entero el cual equivale a  $\frac{3}{3}$ . Se espera que el estudiante seleccione el inciso C, puesto que nos indicará que puede identificar el segmento de unidad cuando se muestra la recta numérica más extendida que el punto señalado en la fracción.

Si bien la fracción vista como medida resulta ser complicado asemejar la unidad o segmento como “un todo”, los resultados arrojados por los estudiantes reflejan la subdivisión de unidades congruentes, atendiendo por otro lado la fracción como parte-todo, sin embargo, presentaron conflictos en el proceso de contar el número de partes utilizadas para medir el segmento, y así poder llegar al resultado. Cabe resaltar que es importante que el

escolar pueda dominar esta interpretación, ya que son distintas situaciones de medición en las que se pueden presentar tales como: estimación de volumen, longitud, entre otros.

### **Situación problemática 8 “El listón”**

En esta situación problemática se ve la fracción como cociente en un contexto discreto”, responde a cada una de las características de la interpretación como cociente ya que tiene un carácter globalizador en cuestión de la secuencia de enseñanza a las demás interpretaciones, indica una división de dos números naturales, y esto hace referencia al contexto de reparto, se sabe que el estudiante domina la interpretación cuando es evidente su proceso de diferenciar, representar y simbolizar. Se considera como un proceso no directo.

La fracción como cociente en un contexto discreto resulta ser una situación de confrontación para el escolar, puesto que para poder proceder y llegar a su resultado el estudiante necesita contar con la fracción como parte-todo, donde logre identificar un entero como “el todo”, sin importan el material o el escenario en el que se le señale al estudiante, en las dos situaciones problemáticas que contestaron se identificó que les falta trabajar acerca de percibir que el entero puede ser dividido en un numero de cantidades de las cuales deben de cumplir con el requisito de ser equitativas.

### **Situación problemática 9. Reparto de chocolates**

Bajo este escenario la fracción como cociente en un contexto discreto hace énfasis en el uso y aplicación que tiene en las demás interpretaciones, tales como parte-todo, medida, razón y como operador, si bien su principal característica se debe a la representación amplia que demuestra. Se espera que el estudiante pueda resolver el problema haciendo uso de la repartición

congruente y equitativa, puesto que la interpretación cociente en el contexto discreto hace hincapié en la división de partes congruentes de un todo.

Cabe destacar que el manejo de la primer interpretación parte-todo, resulta ser necesario para la fracción como cociente, puesto que al dominarse en el escolar se podrá ver su proceso de diferenciar, representar y simbolizar la fracción.

### **Situación problemática 10 “Los juguetes”**

La fracción como razón; en este tipo de problemas con sentido de “razón” se maneja la comparación de situaciones, en este caso no existe de forma natural una unidad (un todo), en esta situación la idea de par ordenado de números naturales toma fuerza, se pretende que los estudiantes a través del trabajo en esta situación se den cuenta de la equivalencia de situaciones, se entiende que cuando el estudiante tenga o domine la interpretación de razón inicia una esquematización progresiva de esta relación y su control en la equivalencia de fracciones, se puede mantener la estructura de estas situaciones variando el contexto.

Se tiene como objetivo que el estudiante pueda identificar esta interpretación como necesaria para el desarrollo de equivalencia de fracciones, en este caso se espera que el alumno comprenda la relación que existe entre la cantidad de carritos con la cantidad de muñecas y que la proporción entre las dos cantidades se mantiene o se mueve de acuerdo al número de carritos o muñecas.

### 3.6. Ruta metodológica

Para realizar esta investigación de tipo básica (diagnóstica) fue necesario determinar cierto procedimiento y acciones que permitieran la recolección y análisis de datos con base al objetivo de la investigación. En este sentido la investigadora, al desempeñarse en sus prácticas profesionales como docente en formación, aplicó el cuestionario de situaciones problemáticas, de tal forma que el escenario de la recolección de datos fuera lo más fiel posible al contexto de una clase de matemáticas. La aplicación del instrumento se realizó durante el periodo de noviembre a diciembre de 2020.

Las situaciones problemáticas se implementaron una por sesión. Cada sesión tuvo una duración de 50 minutos y se organizó de la siguiente manera: se entregaba la situación problemática a los estudiantes, se les solicitaba que la leyeran en voz alta y posteriormente se les preguntaba sobre el contenido de la misma a fin de identificar su comprensión. Se les proporcionó un tiempo de 15 minutos para la resolución (de forma individual), a fin de recuperar las producciones escritas de los estudiantes. Se decidió la resolución de situaciones problema dado que las producciones obtenidas de los estudiantes son manifestaciones de una manera de acercarse a su razonamiento, qué y cómo conocen a partir de sus procedimientos y representaciones utilizadas (Martínez, Báez y Oláis, 2019).

Una vez resuelta la situación problemática se les solicitaba guardar los lápices para recuperar la evidencia natural, para poder revisar y recabar información y resultados únicos, con el fin de poder hacer una indagación más amplia sobre el conocimiento de la fracción del escolar. Posteriormente se desarrollaba una plenaria donde los estudiantes discutieran sus respuestas con la finalidad de recuperar las producciones orales, en cada situación problemática. Es importante mencionar que el papel de la investigadora únicamente fue guiar el proceso, coordinar la

plenaria, de tal forma que no validó ni invalidó las respuestas de los estudiantes.

Para la interpretación de los datos coleccionados (producciones escritas y transcripciones de las discusiones), se realizó un análisis mediante revisiones sucesivas de las respuestas proporcionadas por los estudiantes que condujeron a la identificación de relaciones significativas y patrones a través de la codificación (Knobel y Lankshear, 2002) y triangulación de la información con los referentes teóricos a fin de describir la realidad, es decir, el conocimiento que tienen los estudiantes de quinto grado de primaria de la fracción en situaciones que abordan sus diversos significados.

## **CAPÍTULO IV. ANÁLISIS Y PRESENTACIÓN DE RESULTADOS**

En este apartado se muestran los resultados derivados del acercamiento realizado con un grupo de estudiantes de quinto grado de educación primaria a través del cuestionario diseñado a fin de presentar los hallazgos sobre los conocimientos de la fracción y sus significados manifestados por los estudiantes al resolver las situaciones problema.

Es necesario clarificar que los resultados se organizan en función de cada uno de los significados de la fracción. Se inicia con la presentación de los resultados del análisis de las situaciones problema que corresponden al significado de la fracción como parte todo. Enseguida aquellas situaciones que conforman el significado de medida, y finalmente aquellas del significado como cociente.

Dentro del análisis de las situaciones problema, se incorporan fragmentos de las transcripciones de audio grabaciones derivadas de las discusiones generadas en cada sesión, para ello se utilizan abreviaturas para referirse a la docente investigadora y a los estudiantes a fin de mantener su anonimato.

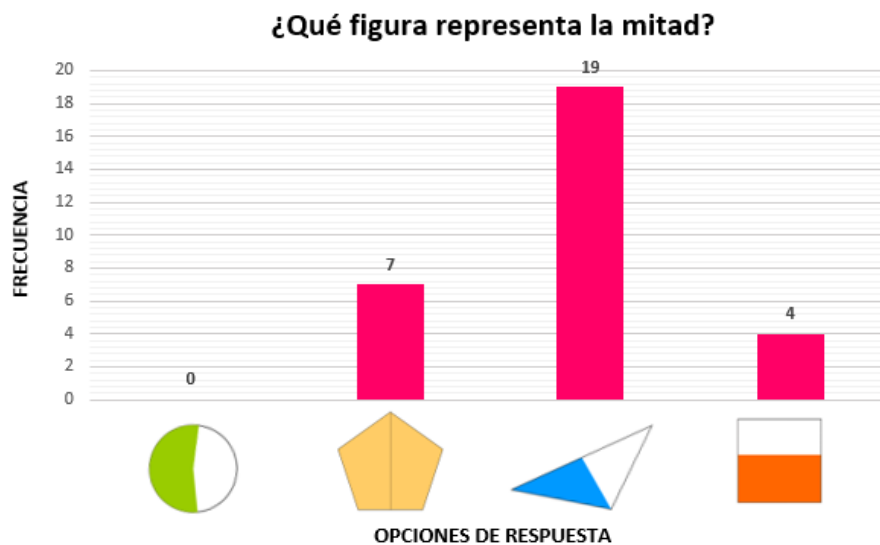
### **4.1. Situaciones de la fracción en su significado parte todo**

#### **4.1.1. ¿Qué figura representa la mitad?**

Esta situación problemática requería que los estudiantes observarían cada una de las representaciones gráficas y determinarían la existencia o no de la mitad (es decir, de la fracción  $1/2$ ). El 100% de los estudiantes afirmó que una de las opciones mostradas correspondía con dicha fracción, lo que

permitió identificar en un primer momento, que los estudiantes reconocen la interpretación de fracción como parte todo.

Ante la indicación de marcar con una cruz la representación gráfica, 26 de 28 estudiantes (92.8%) seleccionaron una opción, mientras el porcentaje restante (7.2%) optó por seleccionar 2 opciones, dichas respuestas se muestran a continuación.



**Figura 9.** Gráfica de las representaciones seleccionadas por los estudiantes.

Con base en la gráfica mostrada en la figura 9, se observa que la mayoría de los estudiantes (19 de 28) seleccionaron la opción del triángulo, opción deseada, sin embargo, al revisar sus respuestas en torno al por qué habían seleccionado dicha representación, se observó que únicamente 5 de los 19 estudiantes manifestaron conocimiento de la fracción como parte todo, al dar respuestas como: “porque los dos lados están iguales y uno coloreado”, “porque está dividido en mitades y se dibuja una”. Esta situación

obedece a lo que Mochón (s. f.) refiere como parte todo, es decir, una unidad se divide en partes iguales y se toma una de ellas.

Si bien es cierto los estudiantes seleccionaron la respuesta esperada, e hicieron uso de la regla como apoyo para medir la figura y confirmar sus respuestas, lo cual es producto del conocimiento de la equivalencia, es decir una figura que se divide en partes iguales y se toma una de ellas.

La opción representada por un círculo no fue seleccionada por algún estudiante, pues a través de la plenaria justificaron con respuestas como “*no es, porque si dobla la mitad no se marca justo en la línea que se ve*”, “*¡A lo mejor el círculo se acerca más que el cuadrado, porque en el cuadrado lo medí con la regla y su marca se pasaba por un centímetro más o menos maestra!*”,

En el caso de la representación del pentágono, 7 de 28 estudiantes la seleccionaron como respuesta que corresponde con “una mitad”. Entre sus respuestas escritas refieren: “*porque está dividida correctamente, tiene partes iguales*”, “*porque está dividida en dos partes*”. Sin embargo, durante la plenaria gran parte del tiempo se concentró en la discusión de estas respuestas, generando confusión entre los estudiantados, tal como se observa en el siguiente fragmento:

**A2:** “*Maestra, yo digo que sí es esta figura porque está dividida correctamente y en partes iguales*”.

**A5:** “*¿Pero la figura no marca la mitad maestra, o sí?*”

**A9:** “*Yo digo que sí es la respuesta, porque el pentágono está dividido en dos partes y son iguales*”.

**Aos:** [*se muestran confundidos*]

***Fragmento de transcripción de audiograbación de la sesión.***



De acuerdo a las respuestas brindadas tanto de forma escrita como oral, los estudiantes manifiestan que la fracción  $\frac{1}{2}$  significa dividir un todo en dos partes iguales (equivalencia), pero no reconocen que de esas partes deben tomar solo una, dado que, a pesar de que el entero (pentágono) está dividido en dos partes iguales, sigue representando el todo y no la mitad ( $\frac{1}{2}$ ), pues las dos partes están coloreadas. Estos resultados coinciden con los reportados por Butto (2013).

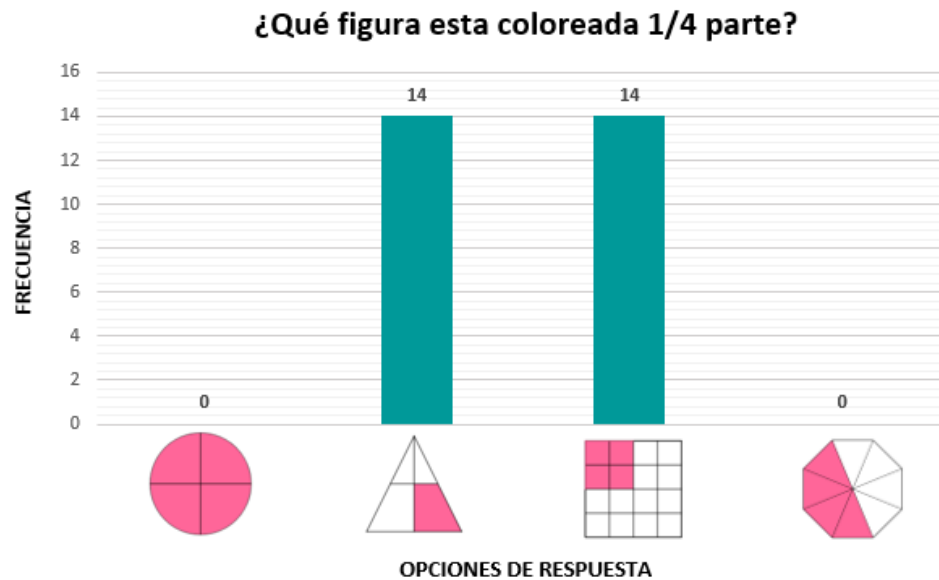
En cuanto a la opción del cuadrado, cuatro estudiantes la seleccionaron, partiendo de argumentos como: “tiene los lados iguales y está partido a la mitad”, “porque está a la mitad”, “porque la figura representa un medio” y “porque señala la mitad”.

Como resultados generales de esta situación problemática, se manifiesta por parte de los estudiantes comprensión limitada del significado parte todo en contextos continuos. Es decir, evidencian conocimiento del mecanismo de partición, al identificar que las figuras son divididas en cierto número de partes, y que dichas partes son iguales (equivalencia), pero muestran dificultades para identificar que se toma solo una de las partes para representar una mitad de un entero, pues para la mayoría del estudiantado basta con que la figura esté dividida en dos partes iguales, sin importar que las dos partes estén coloreadas, como en el caso del pentágono.

#### **4.1.2. La figura que representa una cuarta parte**

Esta situación problema guarda cierta relación con la primera, aquí se aborda la cuarta parte de una superficie, es decir, a la fracción  $\frac{1}{4}$ . Además de se muestran representaciones gráficas de mayor complejidad. Ante el primer cuestionamiento, el 100% de los estudiantes afirmó la existencia de una

opción que representa “un cuarto”. Las opciones de respuesta seleccionadas por el estudiantado se centraron en dos de las representaciones, como se muestra en la figura 10.



**Figura 10.** Gráfica de la selección de figura que representa  $\frac{1}{4}$  parte.

Como se observa en la figura anterior, las opciones de respuesta representadas por un círculo y un octágono no fueron marcadas por el estudiantado. Las justificaciones que expresaron durante la plenaria respecto a la opción del círculo fueron “Maestra no creo que sea el círculo, porque no tiene coloreada una parte”, “Yo digo maestra que no lo es porque la maestra de cuarto nos dijo que si está coloreada una parte de una figura y es lo mismo que el numerador está bien”. En cuanto a la opción del octágono mencionaron: “No la seleccioné maestra porque dice que quiere una cuarta parte y la figura está coloreada a la mitad”, “No creo que sea el octágono porque no están coloreados dos octavos”.

Con base en las producciones orales, se manifiesta que tienen mayor conocimiento de la fracción cuando se presenta en su forma  $\frac{a}{b}$  para

relacionarla con su representación gráfica, pues al referir que no hay una parte coloreada (caso del círculo) se evidencia el significado parte todo, donde el numerador representa las partes que se toman de un todo dividido. Así mismo, se manifiesta conocimiento de la equivalencia de fracciones, al explicitar que para que el octágono pueda representar  $\frac{1}{4}$  parte, la condición debe ser que estén coloreadas 2 de las 8 partes en que se dividió.

Llama la atención la respuesta expresada por algunos estudiantes donde utilizan como criterio que “basta con que esté coloreada *la parte de la figura que coincida con el numerador*”. Situación que se profundiza en la siguiente opción de respuesta.

El 50% de los estudiantes respondieron que la opción del triángulo representaba “una cuarta parte”, pues justificaron de forma escrita; “*Porque la figura está dividida en cuatro y está coloreada una parte que es  $\frac{1}{4}$  parte*”, “*Porque son cuatro cuadros y solo hay un cuadro que está coloreado*”, “*Porque está coloreada una parte*”, “*Porque son cuatro y colorean una*”.

En este sentido el estudiantado manifiesta conocimiento respecto a que el numerador indica el número de partes que se toman de un todo dividido en cierto número de partes (denominador), pero no manifiestan que las partes del todo deben guardar la misma superficie, en palabras de Mochón (s.f.), la equivalencia basada en la igualdad de sus áreas. Así mismo muestran dificultad para identificar dicha equivalencia entre las partes.

En cuanto a la representación del cuadrado, el 50% restante de los estudiantes la seleccionó. Dentro de sus justificaciones escritas se recuperan: “*Porque es equivalente*”, “*Porque está coloreada solo un cuarto y está bien dividido*”, “*Porque tiene dieciséis cuadritos y un cuarto de esos dieciséis están coloreados*”, “*Porque  $\frac{4}{16}$  es igual a  $\frac{1}{4}$* ”, “*Porque sí son dieciséis cuadros estos cuadros los partes en cuatro partes iguales y colorean  $\frac{1}{4}$  parte*”. Estas respuestas coinciden con las expresadas en la plenaria: “*Si es el cuadrado, porque si dibuja una línea horizontal y vertical no*

*parte ningún cuadrado y podemos ver más fácil que está coloreado exactamente una cuarta parte”, “Maestra, sí cuenta los cuadros son dieciséis y si los divide en cuatro, le salen cuatro cuadros y eso es una parte de cuatro cuartos”.*

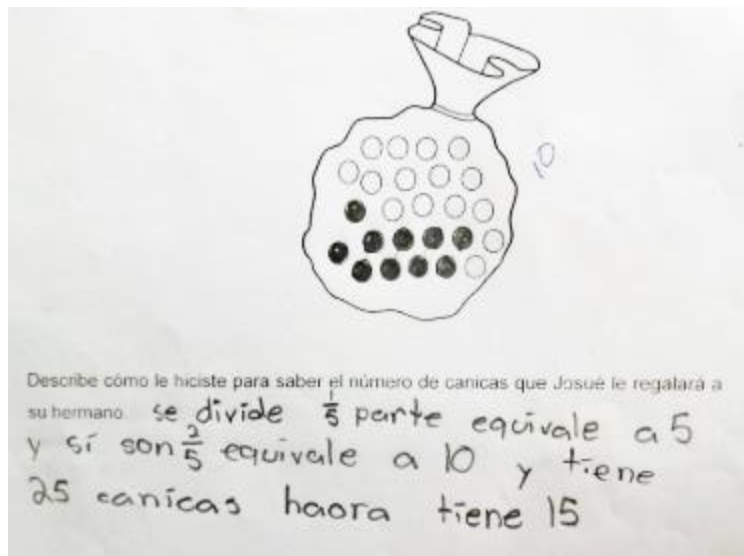
En estas respuestas se evidencia ampliamente el significado de la fracción como parte todo, al manifestar los estudiantes conocimiento de que las partes en que se divide el todo deben ser equivalentes en área. Así mismo manifestaron el conocimiento de equivalencia entre fracciones al enunciar que  $4/16$  es equivalente a  $\frac{1}{4}$ .

Un hallazgo derivado de esta situación problemática subyace en cómo los estudiantes tienen la habilidad de transitar de un contexto continuo a uno discreto en una misma representación, dado que se les proporcionaba la fracción en contexto continuo (caso del cuadrado), sin embargo, los estudiantes recurrieron al conteo de unidades (20 cuadrados pequeños) que conformaban al entero para determinar la fracción  $\frac{1}{4}$ . Por tanto, esta representación puede considerarse como un contexto continuo discretizable.

La diferencia de esta situación problemática y la anterior subyace en que en la primera se aborda la notación de la fracción en su forma escrita con palabras “un medio” y en la segunda situación se explicita en su escritura formal  $\frac{1}{4}$ . Estos tipos de notación influyen en las respuestas de los estudiantes. Pues la notación escrita es el primer acercamiento que tienen los educandos al iniciar con el estudio de la fracción, y esta se va dejando de lado para formalizar la escritura de la fracción que comúnmente conocemos (a/b).

### 4.1.3. Coleccionando canicas

Esta situación problema abarca el significado de la fracción como parte todo en un contexto discreto. El problema incluye una representación de un conjunto de 25 canicas y los estudiantes deben identificar (colorear) la fracción  $\frac{2}{5}$  de dicho conjunto. En este sentido, al analizar las producciones, 13 de los 26 estudiantes (50%) dibujaron 10 canicas como interpretación de la fracción  $\frac{2}{5}$ , mencionando que 10 son las canicas que le corresponden al hermano de Josué, tal como se muestra en la producción escrita de la figura 11.



**Figura 11.** Producción de estudiante que pone de manifiesto conocimiento del significado parte todo, en contexto continuo.

Al solicitar el planteamiento describir el proceso que siguieron para saber la cantidad de canicas que correspondían con la fracción señalada, el porcentaje de estudiantes señalado describió respuestas como *“multipliqué cinco por cinco y después el resultado lo dividieron en cinco, y solo coloreé las dos quintas partes que se regalarían”*, *“lo dividí cinco entre cinco”*, *“porque si multiplicas cinco por cinco te da 25 y sí divides todas las canicas en cinco grupos y coloreas diez de ellas”*, *“porque tienes que colorear 2/5 partes y sí son 25 solo coloreas diez”*, *“porque puedes dividir 25 entre cinco y repartes cinco y coloreas dos partes”*. Estas respuestas coinciden con las obtenidas en la plenaria.

A partir de lo anterior se puede identificar que los estudiantes manifiestan conocimiento sobre la fracción en su significado parte todo, en un contexto discreto, dado que recurren a dividir el todo (25 canicas) en 5 subgrupos de 5 canicas cada uno, para posteriormente tomar 2 de ellos, que corresponden a 10 canicas, es decir a la fracción solicitada.

Por otro lado, 3 de los 26 estudiantes emitieron 5 canicas como respuesta, entre sus justificaciones refieren: *“dividí 25 entre cinco y pues lo que me dio fue cinco y Josué dio a su hermano cinco canicas”*. Los estudiantes manifiestan conocimiento para reconocer el todo y fracturarlo en 5 partes (denominador de la fracción), sin embargo, muestran dificultad para reconocer que esas 5 partes se conforman por 5 canicas cada una, de tal manera que su respuesta subyace en el valor de un quinto.

Una tercera respuesta mencionada por cuatro estudiantes es de 12.5 canicas, dentro de sus justificaciones señalaron: *“cómo son 25 solo las repartí a la mitad”*, *“porque dividí la mitad de canicas”*, *“porque dividí la mitad de la bolsa”*. En estas respuestas se manifiesta nulo conocimiento del significado de parte todo en un contexto discreto. Además de que los estudiantes muestran nociones erróneas sobre la partición, dado que un

objeto en un contexto discreto no es posible partirlo dado que pierde sus propiedades, como se evidencia a continuación.



**Figura 12.** Producción de estudiante que colorea la mitad de un objeto.

#### 4.1.4. Jugando con pastelitos

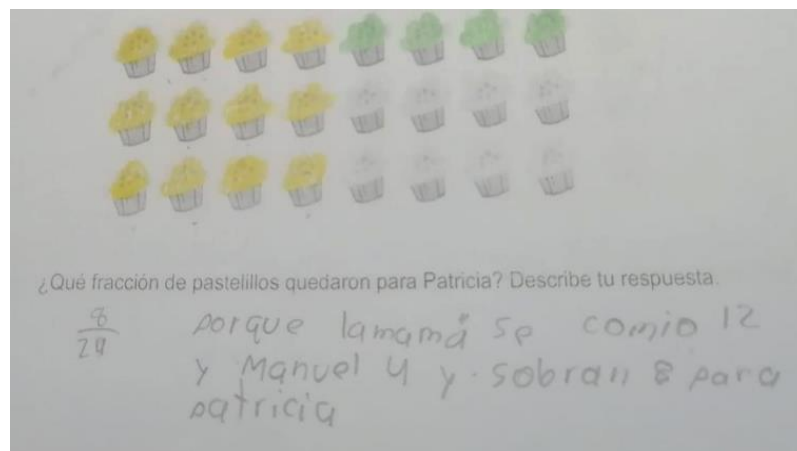
En esta situación problemática se muestra un todo conformado por 24 pastelitos y se enuncian varios repartos para que los estudiantes los encierren o colorean ( $1/2$  y  $1/6$ ) a fin de que identifiquen la fracción de los pastelitos sobrantes.

En las producciones escritas se evidencia que el 72% de los estudiantes (18) encerraron con color amarillo la cantidad de pastelitos que se comió la mamá de Patricia, siendo 12 pastelitos. Estos estudiantes manifiestan conocimiento del significado parte todo al relacionar la fracción  $1/2$ , pues el denominador indica las partes en que se divide el todo (2 grupos de 12 pastelitos) y el numerador el número de partes que se toman, es decir, una (conformada por 12 pastelitos).

Por otro lado, tres estudiantes (12%) seleccionaron la cantidad de seis pastelillos. Dos estudiantes encerraron ocho pastelillos y los restantes (3

estudiantes) seleccionaron 10 pastelitos, sin embargo, en sus producciones escritas no justificaron sus respuestas.

Una vez identificada la fracción un medio en los pastelitos (12 pastelitos), los estudiantes debían colorear o encerrar aquellos que representarían  $1/6$  de los que sobraron en un primer momento. Fue aquí donde se identificaron dificultades de los estudiantes en la resolución. En este sentido 9 de los 18 estudiantes (50%) relacionaron dicha fracción con 4 pastelitos, como se puede observar en la figura 13:



**Figura 13.** Producción de estudiante que relacionó la fracción  $1/6$  con 4 pastelitos.

De igual manera se recuperó de la plenaria algunas respuestas proporcionadas por los estudiantes.

**Docente/investigadora:** ¡ok niños! si ya acabaron de responder levanten la mano por favor

**Alumnos,** ¡Yo maestra! yo, yo, yo, yo [varios estudiantes en voz alta]

**Docente/investigadora,** A ver Anthon, ¿cuál es tu respuesta?

**A15:** yo digo que la mamá de Patricia se comió 12 pastelitos, y Manuel se comió cuatro, entonces le quedó a Patricia  $5/6$ , maestra.



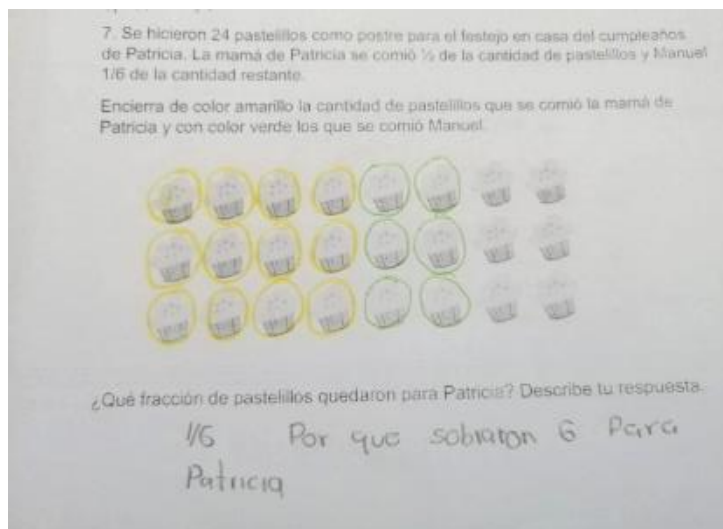
**A18:** *pero no sé Anthon, ¿cómo te salió cuatro?, sí por ejemplo cuando te quedan 12 pastelitos y te piden  $1/6$  de lo que sobró*

**A15:** *es que deberían de checar de nuevo lo que les pide, ¿verdad maestra? Aos:* *[se quedan pensando]*

***Fragmento de transcripción de audio grabación de la sesión.***

Tanto en la producción escrita como en el fragmento de la sesión mostrados se manifiesta dificultad por los estudiantes, dado que no identifican que hay un cambio en la unidad de referencia (Mochón, s.f.), pues siguen considerando como unidad los 24 pastelitos, que posteriormente dividen en 6 partes obteniendo 6 grupos de 4 pastelitos, y toman uno de estos grupos, por tanto, señalan que  $1/6$  está conformado por 4 pastelitos (que son los que tomo Manuel) y concluyen que los pastelitos sobrantes son  $8/24$ .

Por otro lado, 4 de los 18 estudiantes (22%) respondieron que habían sobrado 6 pastelitos. Es decir, a pesar de que realizaron el primer reparto de forma pertinente. En el segundo consideraron el denominador de la fracción  $1/6$  como el número de pastelitos que se eliminaban. Por tanto, su respuesta final fue  $1/6$ , tal como se observa en la figura 14. Siguiendo con las respuestas de los estudiantes, 3 de los 18, seleccionaron que solo son dos pastelitos los que sobran, sin justificar sus respuestas.



**Figura 14.** Producción de estudiante que llega al resultado  $\frac{1}{6}$ .

Esta situación problemática nos permitió identificar que los estudiantes manifiestan conocimiento de la fracción en su significado de parte todo cuando se le presenta una sola fracción en un contexto discreto, pues al plantearle una segunda fracción no consideran el cambio de la unidad de referencia para fracturar.

El estudiante aprende a trabajar con fracciones, el dividir una cierta cantidad en partes y tomar fracciones que son partes de la unidad, en esta interpretación reflexiona ver la fracción como una división, en una acción de, el contraste o la aportación que la interpretación es que este da como resultado de dividir uno o varias cosas entre un número de partes, ayudando al estudiante en su identificación de dividir un todo de forma equitativa, apoyando el proceso de dividir, ordenar y componer.

#### 4.1.5. Las galletas de Manuel

Esta situación problemática es la última que aborda el significado parte todo en contexto discreto. Se muestra una fracción que corresponde a una parte ( $1/3$ ) del todo, y se requiere encontrar la cantidad que conforma el todo (unidad), es decir  $3/3$ .

En las producciones escritas se identificó que 15 de 25 estudiantes (60%) manifestaron conocimiento de la fracción en su significado parte todo, dado que reconocen que la cantidad de galletas que proporcionaba el problema representaba una parte del total (una tercera parte,  $1/3$ ), en ese sentido relacionaron el numerador con las 9 galletas, y establecieron equivalencias, es decir, para dos tercios la cantidad de galletas aumentaría a 18, por tanto  $3/3$  da como resultado el entero, es decir 27 galletas, por tanto únicamente dibujaron 18 galletas más, como se muestra en la producción escrita de la figura 15.

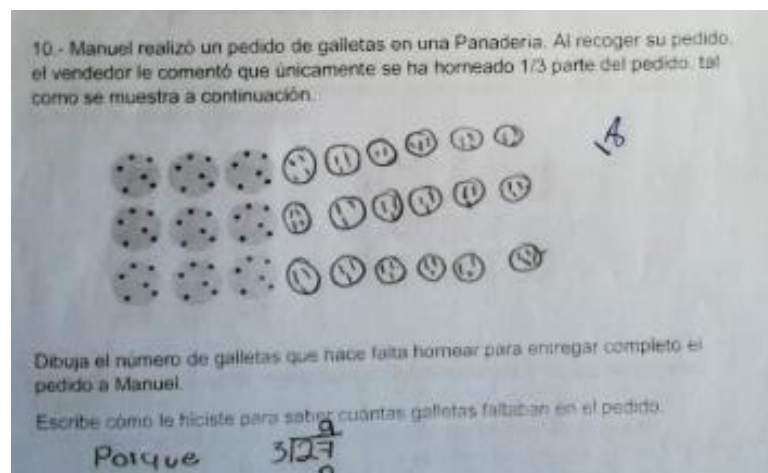


Figura 15. Producción de estudiante donde completa el entero.

Estas respuestas de los estudiantes manifiestan el uso de los tres mecanismos constructivos de la fracción; partición, equivalencia y unidades divisibles. En cuanto a los procedimientos empleados 6 (40%) de ellos aplicaron la operación de multiplicar 9 galletas por las 2 partes restantes. Tal como se evidencia en el siguiente fragmento de la plenaria.

En la participación de los estudiantes respecto a la situación problemática, se pudo identificar que existe una frecuencia mayor en los dos procesos que utilizan, uno de ellos es por medio del reparto, y el segundo por medio de la división 27 entre, argumentando lo siguiente:

**Docente/investigadora:** *en el siguiente problema niños, ¿quién me puede decir que proceso utilizó para llegar a la respuesta? y claro, ¿qué respuesta obtuvieron al resolverlo?*

**A19:** *¡Maestra, creo que yo estoy bien!*

**A26:** *No es de que estés bien Yael, si no que le compartas a la maestra lo que opinas del problema, ¿verdad que sí, maestra?*

**A19:** *Bueno maestra, mi respuesta es que faltan 18 galletas, porque en el problema dice que solo se han hecho  $\frac{1}{3}$  y son 9 galletas que están dibujadas, entonces si sumamos dos veces 9 nos saldría 18, qué es el número de galletas que faltan.*

**A6:** *Maestra yo solo sume tres veces el número de galletas, por ejemplo;  $9+9+9$  y el resultado que son 27, lo dividí entre 3, por que 27 es como si fuera un entero, y un entero también se puede ver como  $\frac{3}{3}$ , y ya entonces como el panadero solo horneó  $\frac{1}{3}$ , le faltaban dos tercios que es  $9+9$ , ósea como dice Yael 18 galletas que le faltaban.*

*... [el resto de estudiantes solo ponía atención en lo que decían sus compañeros, como si no conocieran en absoluto este tipo de procedimientos].*

**Fragmento de transcripción de audio grabación de clase.**

Por otra parte, 2 de los 25 estudiantes (8%) señalaron que faltaban 27 galletas. La dificultad estuvo en reconocer que el problema ya proporcionaba una tercera parte, y únicamente había que dibujar las 18 faltantes. El resto de los estudiantes (32%) plasmaron otros resultados, sin embargo, no escribieron el proceso que los llevo a esos resultados.

Como resultados generales sobre los conocimientos puestos en juego de los estudiantes en las situaciones que abordan el significado de la fracción, se manifiesta que:

En las situaciones problemáticas de parte todo en contextos continuos los estudiantes de quinto grado de primaria manifiestan un limitado uso de los mecanismos de partición, equivalencia y unidades divisibles.

Los estudiantes muestran mayor conocimiento del significado de la fracción en contextos discretos cuando interviene una sola fracción, dado que cuando intervienen 2 o más, los estudiantes muestran dificultades para identificar la unidad de referencia.

## **4.2. Situaciones de la fracción en su significado como medida**

### **4.2.1. ¿Qué recorrido hace David?**

En esta situación problemática se demanda al estudiante la observación cuidadosa sobre la imagen, la cual consta de ver el recorrido que David hace de su casa hasta la escuela, y un pequeño fragmento del camino de su casa a la tienda, se solicitaba que compararan el fragmento del ultimo camino al recorrido de su casa a la escuela y determinar que fracción representaba a comparación.

Se obtuvieron distintas respuestas fraccionarias, dos estudiantes respondieron, que la fracción que representaba dicho camino era un sexto, teniendo como evidencia escrita lo siguiente: “El último camino es un  $\frac{1}{6}$ , y el de la escuela es como de  $\frac{1}{3}$ ”, “Solo dividí el camino en seis partes”, siendo el 8% del total de estudiantes. Este escenario responde a los obstáculos que menciona Mochón (s/f), donde resulta relevante el manejo del concepto y uso de parte-todo, puesto que la integración de las unidades divididas requiere la relación de la unidad como tal, esto provoca que el escolar no alcance a relacionar el fragmento divisible con la fracción adecuada.

Por otro lado en la segunda opción, dos escolares obtuvieron un resultado distinto al de sus compañeros, mostrándose como el 8% de los estudiantes, donde muestra que obtuvo en su resultado  $\frac{2}{3}$ , mostrando sus respuestas por escrito, “porque si divide el camino en tres partes, te va a dar  $\frac{2}{3}$ ”, “porque medí de la casa a la tienda, y me dio  $\frac{2}{3}$ ”, como en el caso anterior, es poco el porcentaje de los estudiantes que seleccionaron una respuesta diferente, haciendo énfasis en que no relacionan la medida con la fracción, esto de acuerdo (Álvarez & Perera Dzul, 2009), menciona que la fracción como medida; los estudiantes asimilan y se desarrollan en la disposición en la que construyen significados adecuados en torno a los contenidos.

De acuerdo con lo anterior, crear un ambiente próspero que posibilite al niño el desarrollo adecuado de las actividades que suceden en su entorno social planteadas en las sesiones de trabajo permitiría establecer los diferentes tipos de relaciones que le ayudarán a construir los significados de la fracción vinculados a relación parte todo, medida, cociente intuitivo.

En una tercera respuesta de igual forma dos estudiantes escribieron que la respuesta correcta a dicho problema eran dos cuartos, siendo el 8%, dejando en blanco el espacio donde debían de explicar porque creían que era la respuesta correcta, se puede observar en este caso peculiar que dos

estudiantes no tienen presente la interpretación como medida, resaltando la gran dificultad que tienen en esta interpretación, los datos se reflejan en la figura 16.



**Figura 16.** Gráfica de las respuestas de los estudiantes.

Tres estudiantes (12%) escribieron como respuesta que  $\frac{1}{2}$  era la respuesta correcta ante la problemática, dejando a un lado una de las características de la interpretación como medida, como lo mencionan Llinares y Sánchez (1997), la conceptualización de las relaciones parte todo en un contexto y examinar la equivalencia que derivan de las divisiones de la unidad.

De igual forma un 12% de los estudiantes, escribieron la fracción seis octavos, arrojando datos escritos interesantes, tales como: “si mides con la regla te sale el resultado”, “dividiendo con la regla entre seis y así es como sale seis octavos”. Partiendo de estas interpretaciones de los escolares, se identifica que la noción de fracción utilizada en escenarios de medida, no favorece en su conceptualización de parte-todo, si bien Mochón (s/f),

menciona en su tercer mecanismo, unidades divisibles, que, una vez identificada la unidad, debe fraccionarse para cumplir con su objetivo, por medio de esta situación será fácil para el estudiante estimar y ampliar las respuestas conforme a la división de la unidad.

En el caso de la siguiente respuesta, nueve estudiantes se inclinaron por el resultado de  $\frac{1}{4}$ , representando el 36% de escolares, entre sus contestaciones escritas indican lo siguiente: “porque si dividimos el entero entre cuatro, solo tomamos una parte”, “porque si divides el entero en cuatro partes, el último camino es  $\frac{1}{4}$  y caben en el otro camino  $\frac{4}{4}$  del entero”, por otro lado, durante la plenaria se obtuvieron más argumentos como:

**Alumno 1**, *Maestra es  $\frac{1}{4}$  por que la línea chiquita cabe cuatro veces dentro de las líneas del primer camino*

**Alumno 2**, *Maestro yo medí las veces que podía caber la línea pequeña en las líneas grandes*

**Alumno 3**, *Porque medí la cantidad pequeña en la otra línea grande y salió que cabía cuatro veces y es  $\frac{1}{4}$ .*

Partiendo de las respuestas escritas y orales, los escolares revelaron que logran alcanzar a identificar la unidad medible (el camino de su casa a la tienda), y emplean distintas formas de llegar a la respuesta, de las cuales atienden la expresión, ¿Cuántas veces cabe algo en algo?, este escenario refiere a lo que Mochón (s/f) aporta, sobre las unidades divisibles, de las cuales una vez identificada la unidad medible puede actuar sobre el fragmento, estableciendo el número de veces que cabe dentro de él.



#### 4.2.2. La carrera atlética

Este escenario cumple con las características de la situación problema anterior, se observó dificultad principalmente en identificar la fracción en el segmento como una unidad, y aún más cuando la recta señala más de un entero. En esta situación problemática los estudiantes debían de identificar qué fracción del segmento representaba que un participante de una carrera se había cansado, a lo que el 25% de los alumnos contestaron seguros de su respuesta que era un sexto del segmento.

En el problema el estudiante debía identificar qué fracción corresponde a la parte del camino donde se cansó el participante, los estudiantes debían de leer cuidadosamente lo siguiente; una agencia de deportes organizó una carrera atlética de 2 km marcó uno de los competidores se cansó y se detuvo a los  $\frac{5}{3}$  de la pista de carrera, enseguida debían de trazar o de poner una marca en la carrera señalando dónde fue que se cansó de igual forma debían de representar el resultado en fracción. Al preguntarles sobre su procedimiento contestaron lo siguiente;

**A4**, entonces maestra ¿No importa que la fracción en la parte de arriba sea mayor que el número de abajo?

**Docente/investigadora**, no, pero es importante que puedan resolver el problema como ustedes crean conveniente

**A5**: ¡maestra! Yo digo que se cansó delante de la mitad de la línea de la carrera, que sería el inciso B, porque sí  $\frac{3}{3}$  es un entero y nos dice que se cansó en  $\frac{5}{3}$ , yo puse otro entero  $\frac{3}{3}$  y lo sume con el otro entero,  $\frac{3}{3}$  más  $\frac{3}{3}$  y me salió  $\frac{6}{3}$  y de esos le quite  $\frac{5}{3}$  entonces es más de la mitad del camino

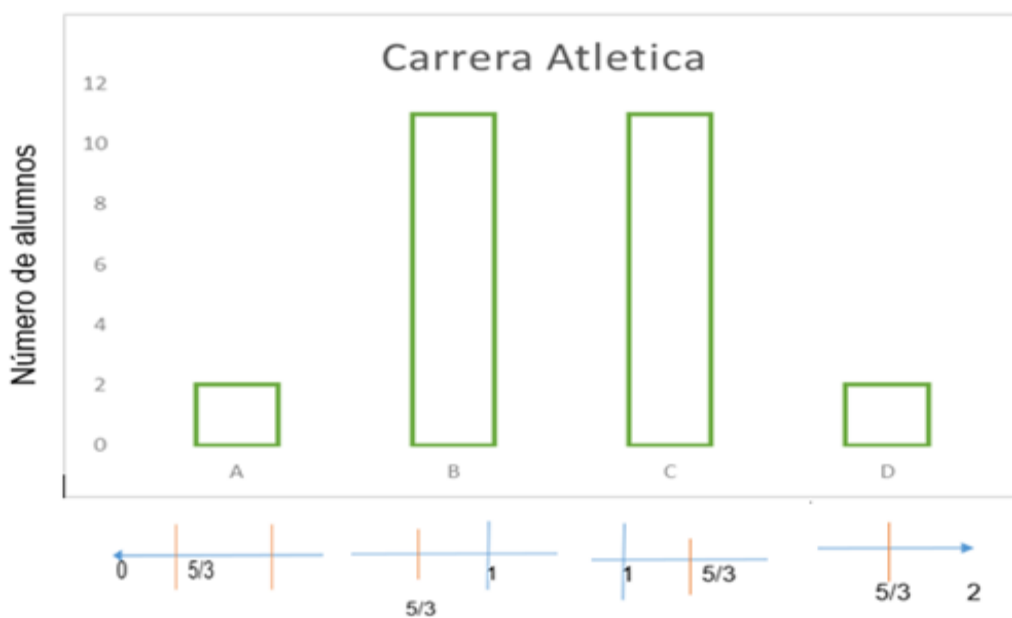
**A6**, pero no creo o bueno ¿es que yo lo hice diferente maestra!

**Docente/investigadora**, a ver dígame cómo fue que lo hizo o llegó al resultado

**A6**, por ejemplo, maestra yo digo que es el inciso C, donde el camino marca que se cansó un poquito antes de la mitad maestra porque, si son  $5/3$ , entonces es porque el camino está dividido en cinco y solo tomaría tres partes de ahí.

**Transcripción de audio grabación de la sesión.**

En la siguiente figura se muestra la gráfica de datos interesantes con respecto a las respuestas que los estudiantes determinaron en el problema.



**Figura 17.** Gráfica de las respuestas de los escolares

Se obtuvo dos respuestas diferentes con la misma frecuencia respecto a la fracción en donde tomó un descanso nuestra participante, si bien por el inciso D) dos estudiantes contestaron que se había cansado faltando un poco de los dos enteros ( $3/3 + 3/3$ , pidiéndose  $5/3$ ), tomando en cuenta la resolución de problemas de la interpretación como medida, siendo el 7.14%

del total de estudiantes, donde se detecta que el estudiante alcanza a comprender que todo el recorrido pertenece a una unidad, y que de esa unidad  $\frac{5}{3}$  se toman en cuenta.

Por otro lado los dos estudiantes que seleccionaron el inciso A), representando igualmente el 7.14% de sus compañeros, en sus pruebas escritas, mencionan que la recta representa cinco enteros y de ellos solo debían de tomar tres, esto nos permite saber que cuentan con una confusión y mala información sobre el significado del denominador y numerador, destacando que para los escolares el número que representa la unidad es el numerador y que el denominador hace referencia al número de cantidades que se toman del todo, (el reparto equitativo).

En cambio, los estudiantes que seleccionaron los incisos restantes, que casualmente representan el mismo número de frecuencia, tales como la selección del inciso D) presentan claramente dificultades en identificar el segmento de la unidad cuando la recta numérica se muestra con dos puntos marcados, el estudiante cree que todo el largo de la recta pertenece a una unidad, sin prestar atención en la división de la misma, representando el 39.4% de los dos incisos seleccionados.

Al recabar todos los resultados que dieron a conocer los escolares, nos permitió identificar en cada situación problemática, el débil conocimiento e información respecto a la participación de la fracción en la interpretación como medida, posteriormente llegan a tener un previo conocimiento con respecto al fragmento de medida, logran señalar el objeto que se puede medir, sin embargo, muestran obstáculo en asemejar la unidad como herramienta para medir. La mayoría de los estudiantes optaron por integrar sus propios conocimientos a falta de la carencia del uso de la fracción como medida, realizaban acciones como medir con la regla, dividir las partes en fracciones diferentes, por ejemplo, en el camino corto identificaban  $\frac{1}{6}$  y en el camino grande determinaban fracciones grandes, tales como  $\frac{1}{2}$ .

### **4.3. Situaciones de la fracción en significado de cociente**

#### **4.3.1. Barras de chocolate**

En el problema de las barras de chocolate está vinculado al significado de la fracción como cociente. Se pide a los estudiantes realicen el reparto de 2 chocolates entre tres personas, relaciones y resuelvan de manera adecuada una división de fracciones para poder analizar su capacidad de resolver y afrontar problemas fraccionarios en actividades que se pueden encontrar en la vida cotidiana. Se le explica al alumno que un padre de familia compró dos barras de chocolate para repartirlas en partes iguales entre sus cinco hijos a lo cual el estudiante tiene que analizar y relacionar para contestar de manera adecuada, sin embargo, nos podemos percatar la falta de congruencia en sus respuestas, como las que analizaremos.

El 4% de los estudiantes (una escolar) no tomo el tiempo de relacionar las dos barras con números enteros para poder resolver de manera adecuada el problema planteado, ya que obtuvo como resultado  $4/20$  de chocolate para cada hijo. Sin embargo, en esta actividad pudimos observar la gran falta de relación y congruencia por parte de los alumnos ya que existe gran variedad de resultados tal como el 4% de los alumnos (una persona) que obtuvo como resultado  $7/8$  de chocolate para cada hijo.

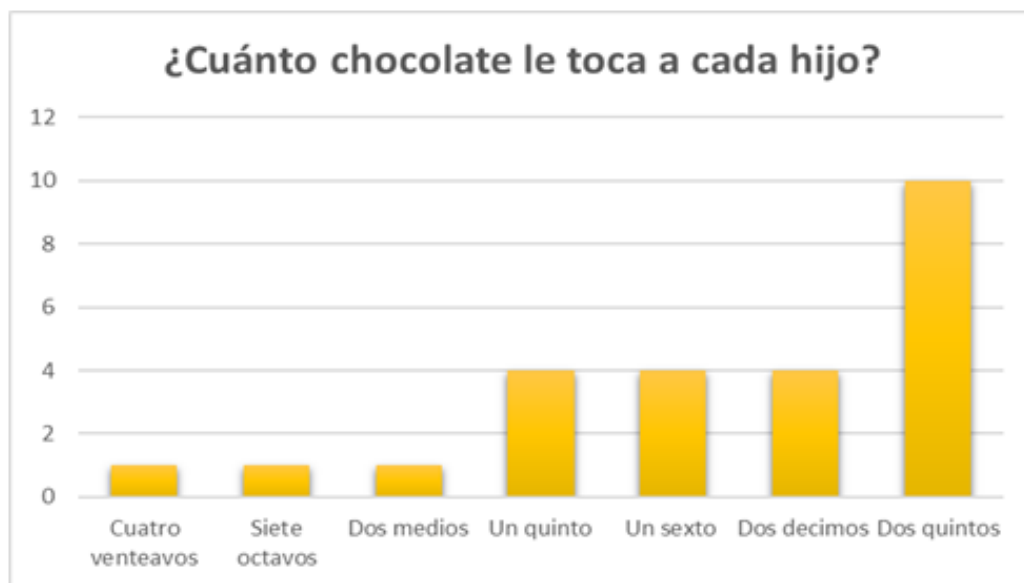
En la siguiente respuesta brindada por los estudiantes, el 4% restante de estudiantes (una persona) que realizaron este ejercicio, no acató el proceso de relación de problemas ya que no dividió el segmento correctamente haciendo uso de la representación gráfica.

Por otro lado, el 16% de los escolares (cuatro estudiantes) no comprendieron lo que se les pedía ya que realizaron divisiones de fracciones erróneas al momento de tomar fracciones que no estaban relacionadas con el problema expuesto. También, el 16% del alumnado (cuatro personas) presentó un resultado distinto al correcto esto debido a la falta de análisis en

cuestión de relación congruente con las barras de chocolate y la cantidad de personas en las que se tiene que dividir, ya que obtuvieron  $1/6$  como resultado.

Posteriormente, el 16% de los estudiantes (cuatro personas) obtuvieron de manera incorrecta el resultado esperado, ya que no tomaron sentido de relación y congruencia al realizar una división de fracciones incorrecta con datos que no estaban relacionados con el problema expuesto lo cual les generó un resultado de  $2/10$  de chocolate para cada hijo.

No obstante, el 40% de los alumnos (diez personas) obtuvo el resultado correcto gracias a que relacionaron problemas de la vida cotidiana con el problema antes expuesto, lo cual los condujo a un resultado exitoso que consta de  $2/5$  de chocolate para cada hijo, como se muestra en la siguiente gráfica:



**Figura 18.** Gráfica de las fracciones escritas por los estudiantes como resultado

Esta situación problema buscó que el alumno partiera de un todo, es decir que lograra llevar a cabo el contexto continuo, además de que lograra identificar el numerador y el denominador en dicho problema para posteriormente dividir en partes iguales el entero en cuestión y posteriormente dar un resultado en concreto basado en lo antes mencionado.

Se pide que el alumno lea con atención, identifique y analice el procedimiento que tiene que llevar a cabo, se le menciona que se cuenta con 37 cm de listón para hacer moños para un evento escolar, se debe repartir en partes iguales a cinco niñas, la pregunta aquí es ¿Cuántos cm de listón le corresponden a cada niña?

Si seguimos el pensamiento lógico matemático, en cuestión de segundos sabemos que este problema se trata de una división, la cual tiene que quedar con un número exacto para lograr la correcta repartición de dicho listón, por ende, el estudiante debe realizar si así lo desea de manera gráfica una representación de un listón y posteriormente dividir en rectángulos iguales como tradicionalmente se realiza.

Los alumnos que otorgaron respuesta a este ejercicio, en su gran mayoría siendo el 52% (trece personas), mostraron un buen entendimiento, desglose y justificación de dicho problema, contestando de forma correcta que para cada niña le correspondía  $1/7$  cm de listón.

Por otra parte, el 16% de los escolares (cuatro personas) mostraron en sus evidencias que tienen nulo conocimiento respecto al contexto continuo ya que no supieron desarrollar de forma adecuada su respuesta por lo que su resultado final fue de  $7/2$  cm de listón.

Sin embargo, también se identificó en esta evidencia que el 4% de los estudiantes (una persona) no es capaz de comprender ni asimilar el ejercicio ya que muestra una deficiente capacidad de identificación de problema obteniendo como resultado  $5/5$  cm de listón.

No obstante, en este ejercicio obtuvimos una gran variedad de resultados que dan mucho que desear por parte del alumnado ya que son resultados que carecen de un sentido lógico matemático arrojando resultados nulos y fuera de lo esperado, tal es el caso del 12% del alumnado (tres personas) ya que su resultado fue de  $7/5$  cm de listón, como se muestra en la siguiente gráfica.



**Figura 19.** Gráfica de la fracción que corresponde a la cantidad de listón.

Por otra parte, se observó que en el ejercicio el alumno sabe qué operación tiene que desarrollar y sabe que como llevarlo a cabo sin embargo se puede prestar atención que a la primera dificultad que aprecia el estudiante, pierde interés sobre dicho ejercicio y pone cualquier fracción tales como este resultado que fue de  $7/8$  cm de listón.

Otro 4% de los estudiantes (una persona) mencionó un resultado de  $1/5$  cm de listón dando la oportunidad de observar la falta de conocimiento sobre el contexto continuo y la importancia de que el alumno comprenda y desarrolle problemas de este tipo

Por último, el 8% restante (dos estudiantes) logra dividir en dos, debido a que ambos muestran similitud en procedimiento, pero nulo conocimiento en identificar el numerador y el denominador para poder llevar a cabo dicho problema y siendo procedimientos similares arrojan diferentes resultados es decir el 4% (una persona) dijo que el resultado era de  $1/6$  cm de listón mientras que el otro 4% (una persona) mencionó que eran  $7/2$  cm de listón respectivamente.

#### **4.4. Situación de la fracción en significado de razón**

##### **4.4.1. Jugando con muñecas y carritos**

En el ejercicio número seis del diagnóstico una vez analizando cada una de las evidencias escritas de los estudiantes, observamos que se manifestaron distintos resultados con respecto a la problemática. En el problema se le pide al estudiante que logre identificar la cantidad correcta que le corresponden a cada niño y el número correcto de muñecas para cada niña; se le indica que por cada niño son cuatro carritos y por cada niña se cuenta con tres muñecas, enseguida se le cuestiona lo siguiente: ¿cuántos juguetes quedarían al final si fueran tres niños y tres niñas?, a continuación, se muestran los resultados:

El 4% de los estudiantes (un escolar) expresó el resultado de la siguiente manera; para los tres niños y tres niñas, es de tres carritos y doce muñecas, se observa que no logra interpretar las indicaciones que se pide en el problema, lo cual le genera una dificultad para razonar sobre las indicaciones que le otorgan en dicho problema. Por otra parte, también el 4% del alumnado dedujo que al realizar una multiplicación de niños por juguetes obtenía dieciséis carritos y nueve muñecas, al igual que en el caso anterior en las evidencias escritas se puede observar que el alumno se encuentra



débil en el conocimiento en manejar la comparación de situaciones, haciendo uso de la “equivalencia”.

Un estudiante, realizó esta actividad mostrando un resultado diferente, en el cual se puede observar la nula capacidad de razonamiento por parte del escolar, debido a que muestra un resultado poco favorable con respecto al problema mencionada, ya que su respuesta es de seis carritos para tres niños y seis muñecas para tres niñas, con esto se puede observar que no está analizando el problema desde el momento en que lo está leyendo.

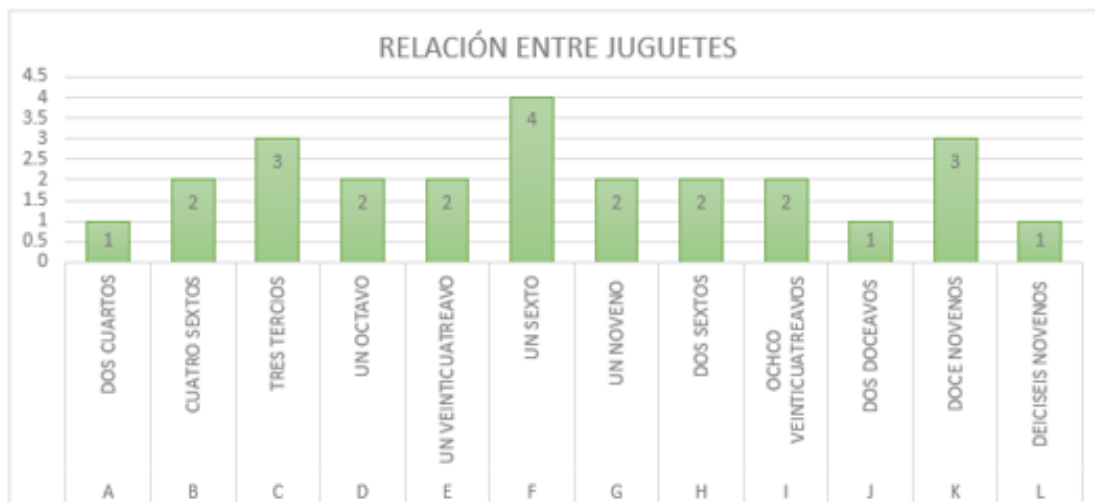
Sin embargo, se encontró en la producción escrita que otro 4% del alumnado, después de haber leído el problema no alcanzo a observar detenidamente lo que se le pedía, esto provocó que tuviera un resultado erróneo en el problema ya que para el alumno el resultado fue de once carritos para tres niños y ocho muñecas para 3 niñas, si bien, nos podemos percatar que sus resultados no van de acuerdo con el problema planteado.

También se obtuvo mediante este problema planteado que el 8% de los estudiantes (dos escolares) tuvo como resultado cuatro carritos para tres niños y seis muñecas para tres niñas, por lo cual es muy fácil saber que el niño no se tomó el tiempo para leer el problema detenidamente y razonar lo que se cuestiona.

Por último, el 12% restante de los alumnos (tres personas) mostraron también un resultado erróneo debido a la falta de razonamiento del problema ya que su resultado fue tres carritos para tres niños y tres muñecas para tres niñas, como lo muestra en la figura 19.

Para los resultados de los escolares que se analizaron detenidamente, se puede prestar atención que no determinan la comparación de las dos situaciones que se les plantea, en este caso la cantidad de carritos y de muñecas parra que a su vez puedan responder qué fracción tendrían si tuvieran una cantidad más elevada en cada una de las situaciones, no

relacionan la equivalencia de las dos situaciones para poder determinar el resultado de manera correcta.



**Figura 20.** Gráfica de la fracción que corresponde a la cantidad de muñecos y carritos

Con base a la gráfica anterior se puede observar que el 64% de los estudiantes (dieciséis escolares) respondieron de manera esperada, en el que se puede observar el análisis, razonamiento y comprensión sobre la información otorgada en el problema, continuaron realizando la multiplicación que argumentaban como necesaria para resolver el problema y obtener como resultado doce carritos para tres niños y nueve muñecas para tres niñas, en este caso la fracción  $12/9$ .

Siendo la mayoría de los escolares que se inclinaron por el resultado correcto manifestando comprensión en la interpretación de fracción como razón, se obtuvieron las siguientes evidencias escritas; “multiplique tres por tres y cuatro por tres”, “lo multiplique e hice dibujos”, lo que nos menciona nuestro autor sobre esta interpretación:

“La fracción como razón; en este tipo de problemas con sentido de “razón” se maneja la comparación de situaciones, en este caso no existe de forma natural una unidad (un todo), en esta situación la idea de par ordenado de números naturales toma fuerza, se pretende que los estudiantes a través del trabajo en esta situación se den cuenta de la equivalencia de situaciones, además de iniciar una esquematización progresiva de esta relación, se puede mantener la estructura de estas situaciones variando el contexto” (García, 1997).

## CONCLUSIONES

Las fracciones en numerosas ocasiones son consideradas como un contenido matemático difícil de enseñar y de aprender, a pesar de que se utilizan en diversas situaciones cotidianas en las que las personas se desempeñan. Usualmente la fracción es manipulada en escenarios donde se busca el reparto equitativo, la división de un número de objetos entre otro número de personas, la estimación de medida, al momento de comparar dos situaciones o cantidades, entre otros. Sin el conocimiento de las fracciones no se podría realizar acciones correctas como repartir, dividir, dar o recibir equitativamente algo en específico.

Esta investigación de tipo básica permitió tener un acercamiento a los conocimientos y dificultades que presentan estudiantes de quinto grado de educación primaria respecto a la fracción en situaciones que abordan de forma acentuada los significados de parte todo, medida y cociente, en contextos continuos y discretos. Lo anterior dado que, los tres significados mencionados se trabajan de manera enfática en tercer y cuarto grados de educación primaria.

En este sentido, como parte de los hallazgos de esta investigación se identificó que los estudiantes no han desarrollado con éxito los mecanismos constructivos de la fracción, mismos que deben abordarse en cualquier situación que implique a la fracción, a fin de favorecer el desarrollo del pensamiento lógico matemático de los estudiantes.

Así mismo, a pesar de que parte todo es el significado con el cual se inicia el estudio de la fracción en tercer grado de primaria mediante situaciones de medios, cuartos y octavos (SEP, 2011), los estudiantes presentan serias dificultades en los contextos continuos. Lo anterior dado que los contenidos programáticos de matemáticas inducen al estudiante a la noción de fracción con lenguaje como “mitad”, “la cuarta parte”, entre otros, y en contenidos subsecuentes se prioriza su escritura formal ( $a/b$ ). Esta

situación influyó para que los estudiantes no reconocieran en representaciones gráficas la fracción  $\frac{1}{2}$ , cuando se le refiere como “una mitad”.

Por otro lado, los estudiantes manifestaron mayor conocimiento en situaciones parte todo en contextos discretos, que de acuerdo a Llinares y Sánchez (1997) son los contextos con mayor dificultad. La dificultad se observó en el momento en que algunos estudiantes planteaban como respuesta la partición de un objeto (por ejemplo, una canica) no siendo conscientes de que, al realizar esta acción, el objeto pierde sus propiedades. Otra situación identificada fue que los estudiantes pueden hacer particiones de un conjunto de objetos de acuerdo a una fracción dada, pero cuando se le presenta una segunda fracción evidencian dificultad para reconocer una nueva unidad de referencia.

En la fracción como medida, la mayoría de los estudiantes no presentaban la división del segmento de forma congruente, arrojando datos erróneos sin procedimientos o algunas veces sin prueba escrita. Otra situación que resaltó en las contestaciones de los escolares, fue que no alcanzan a identificar la unidad con la que se puede medir la cantidad medible, dejando a un lado la idea de “cuántas veces cabe la unidad en la cantidad que se va a medir”.

En cuestión del significado de la fracción como cociente, los estudiantes muestran mayor dificultad en las situaciones de reparto en contexto continuo, pues en este tipo de situaciones es necesario haber desarrollado el conocimiento sobre la equitatividad y exhaustividad. De acuerdo con Dávila (1992), toda situación de reparto es de suma importancia para forjar los cimientos sobre los cuales los estudiantes puedan abordar determinados semblantes de la noción de la fracción. Los principales conflictos que presentaron la minoría de estudiantes fueron de reparto,

donde comenzaron a presentar dificultades a la hora de repartir de forma equitativa “el todo”.

Una dificultad que persistió durante la implementación de las situaciones problemáticas fue una limitada justificación escrita por parte de los estudiantes, dado que este aspecto no es muy común en las clases de matemáticas, por ello puede considerarse como una veta de investigación a fin de generar conocimiento sobre ello.

Este trabajo investigativo se realizó desde la perspectiva de los estudiantes al analizar el conocimiento que manifestaron sobre las fracciones. Sin embargo, la práctica docente influye en el logro de los aprendizajes, por tanto, resulta necesario que en la formación inicial del docente en educación primaria se acentúen los conocimientos matemáticos y didácticos en torno a la enseñanza de las fracciones, dado que su abordaje en el plan de estudios 2012 es insuficiente.

Además, los resultados obtenidos en esta investigación sirven como parteaguas para transitar hacia una investigación de tipo aplicada (Martínez, 2007) para el aprendizaje y enseñanza de las fracciones, donde el conocimiento generado sea base para el diseño de propuestas de intervención didáctica a fin de no solo conocer una realidad, sino mejorarla, transformarla y, si es posible, evaluarla. Esta fue una limitante en esta investigación, dado que, por motivos de la contingencia de salud nacional, no fue posible llevar a cabo una intervención que se tenía planificada en el periodo marzo-abril del año en curso.

Para realizar una propuesta de intervención es necesario revisar los diversos materiales que han sido publicados por la SEP y diseñar una secuencia didáctica que permita al estudiantado resignificar sus conocimientos sobre las fracciones en sus interpretaciones como parte-todo, cociente y medida en situaciones problema no prototípicas, el uso de las TIC'S, aprendizaje cooperativo, test matemáticos y resolución de problemas.

La reflexión es una piedra angular en la práctica docente, sin embargo, también es fundamental desde la perspectiva de la investigación, dado que al ser este trabajo una investigación de tipo formativa, considero que desarrollé en mayor medida algunas de las competencias del perfil de egreso contempladas en el Plan de Estudios (SEP, 2012) de la Licenciatura en Educación Primaria, tales como:

Comprensión lectora con el objetivo de ampliar mis conocimientos con respecto al tema de las fracciones, lograr de esta manera un mayor entendimiento y manejo de la información, por otro lado, otra competencia que fortalecí durante la elaboración del documento fue identificar hechos, interpretaciones, opiniones y valoraciones en la teoría y discurso de otros autores para la toma de decisiones, y aportación a el tema de investigación, esto me permitió un mayor alcance en la observación de las dificultades de los estudiantes, para de esta manera poder aplicar la herramienta diagnostica con éxito.

De igual forma el presente trabajo me permitió evidenciar la competencia profesional referente al uso de recursos de la investigación educativa para enriquecer la práctica docente, expresando el interés por la ciencia y por la propia investigación. En este sentido, fue indispensable la revisión al estado del arte para identificar qué y cómo se ha investigado sobre fracciones, así como en la profundización en el conocimiento de los estudiantes respecto al tema, pues los resultados de esta investigación me permiten prever qué conocimientos de la fracción son necesarios favorecer al intervenir didácticamente.

Lo anterior para consagrarme como docente, pero a la vez como investigadora, dado que la realización de este trabajo me motiva para seguir en el campo de la investigación educativa, específicamente sobre la línea de la enseñanza de las matemáticas en la educación primaria.

## REFERENCIAS

- Ávila, A. (2019). Significados, representaciones y lenguaje: las fracciones en tres generaciones de libros de texto para primaria. *Revista Educación Matemática.*, 31 (2). (págs. 22-60).
- Ávila S., A & Cedillo O., J. L. (noviembre de 2017). El concepto de equivalencia de fracciones en la educación primaria mexicana entre 1960 y 2011. Trabajo presentado en el XIV Congreso Nacional de Investigación Educativa (COMIE), San Luis Potosí, S.L.P.
- Block, D., & Solares, D. (2001). Las fracciones y la división en la escuela primaria: análisis didáctico de un vínculo. En D. Block, & D. Solares, *Revista Educación Matemática* (págs. 5-30). Iberoamérica.
- Butto Z., C. (2013). EL aprendizaje de fracciones en educación primaria: Una propuesta de enseñanza en dos ambientes. *Horizontes Pedagógicos*, 15(1). Recuperado de <https://horizontespedagogicos.iber.edu.co/article/view/403>.
- Cedillo O., J. L. (2016). *El concepto de equivalencia de fracciones en la educación primaria mexicana entre 1960 y 2011*. (Tesis de Maestría no publicada). México: Universidad Pedagógica Nacional.
- Dávila, V., M. (1992). El reparto y las fracciones. *Revista Educación Matemática*, 4 (1), páginas 32-45. Recuperado de <http://www.revista-educacion-matematica.org.mx/descargas/vol4-1.pdf>.
- Dienez, Z. (1972). Introducción. En *Fracciones*. (pp. 8-9). México: Verazen.
- Dubinsky (1996). El aprendizaje cooperativo de las matemáticas en una sociedad no cooperativa. *Revista Cubana de Educación Superior* 2(3). Universidad de la Habana.
- Dzul, P. B., & Valdemoros Álvarez, M. (20 de Septiembre de 2008). "Enseñanza experimental de las fracciones en cuarto grado". *Scielo*.



Obtenido de <http://www.scielo.org.mx/pdf/ed/v21n1/v21n1a3.pdf>.  
Página 29-59.

Fandiño, M. I. (2009). *Las fracciones. Aspectos conceptuales y didácticos. “De los números racionales a los naturales a los racionales absolutos y de los números enteros a los racionales”*. Bogotá: Editorial Magisterio.

Freudenthal, H. (1983). *Didactical Phenomenology of Mathematical Structures*. Dordrecht: Ridel. (Fenomenología didáctica de las estructuras matemáticas) traducción de Luis Puig (2001). En Varios Autores. *Textos seleccionados*. México: Cinvestav.

Hernández S., R, Fernández. C., C. & Baptista L., P. (2010). *Metodología de la investigación*. (Quinta edición). México: Mc Graw Hill.

Instituto Nacional para la Evaluación de la Educación. (2016). *PISA*. (R. Martínez, Editor, & Díaz Gutiérrez María Antonieta). México Obtenido de <http://www.diplomadoems.unam.mx/sites/default/files/pdf/publicaciones/censos/PISA-2015-Informe.pdf>

Instituto Nacional para la Evaluación Educativa. (2018). *Planea. Resultados nacionales 2018. 6° de primaria y 3° de secundaria. Lenguaje y comunicación y matemáticas*. Recuperado de <https://inee.edu.mx/evaluaciones/planea/resultados-planea/>

Kerlaske, & Lesh. (1997). *Providing a foundation for teaching mathematics in the middle grades*. New York.

Kieren, T. E. (1988). *Personal Knowledge of Rational Numbers: Its Intuitive and Formal Development*. In J. Hiebert & M. Behr (Eds.), *Number, Concepts and Operations in the Middle Grades* (pp. 162-181). Reston VA: Lawrence Erlbaum Associates, National Council of Teachers of Mathematics.

- Knobel M. & Lankshear C. (2002). *Maneras de saber. Tres enfoques para la investigación educativa*. México: Centro Pedagógico de Durango.
- León, H. D., & Fuenlabrada, I. (1996). Procedimientos de solución de niños de primaria en problemas de reparto. *Revista Mexicana de Investigación Educativa* , 268-282.
- Llinares C., S. & Sánchez G., M. (1997). *Fracciones*. España: Editorial Síntesis
- Marí M., R. (2007). *Propuesta de un modelo de diagnóstico en educación*, 59 (4), 611-626. Bordón. *Revista de Pedagogía*.
- Martínez G., R-A. (2007). *La investigación en la práctica educativa: Guía metodológica de investigación para el diagnóstico y evaluación de los centros docentes*. Madrid: Ministerio de educación y ciencia.
- Martínez M., J. A., Baéz M., M. & Oláis G., J.M. (2019). Procesos de razonamiento en estudiantes de secundaria frente a la resolución de problemas geométricos. En Memoria Electrónica del Congreso Nacional de Investigación Educativa. año 4, No. 4. México: COMIE.
- Mayer, A. N., & López Velazquez, M. (2017). *Cuaderno para el profe*. Obtenido de <http://iteatlaxcala.inea.gob.mx/SEducativos/AseEs/AE%20Matem%C3%A1ticas/AE%20Matem%C3%A1ticas%20Cuaderno%203.pdf> página 6-96
- Mochón, S. (s.f.). *Fracciones: algo más que romper un todo*. (Documento no publicado). México: Sección de Matemática Educativa del CINVESTAV.
- Morales, C. P. (diciembre de 2011). *Construyendo el concepto de fracción y sus diferentes*. Medellín Obtenido de <http://bdigital.unal.edu.co/6084/1/43701138.2012.pdf>

- Muñoz, T. G. (marzo de 2003). *Etapas del proceso de investigador*. Obtenido de [http://www.univsantana.com/sociologia/El\\_Cuestionario.pdf](http://www.univsantana.com/sociologia/El_Cuestionario.pdf)
- OCDE. (2018). *LA OCDE*. (A. Gurría, Editor), México. Obtenido de <http://www.oecd.org/centrodemexico/46440894.pdf>
- Parra C. (2005). *Matemática, fracciones y números decimales 6to grado: apuntes para la enseñanza*. Buenos Aires: Secretaría de Educación Gobierno de la Ciudad de Buenos Aires.
- Parra M., C. (2004). Apuntes sobre la investigación formativa. Núm. 7. 57-77. Revista Educación y Educadores. Recuperado de: <http://www.redalyc.org/articulo.oa?id=83400707>.
- Pazos, S. (2008). Redalyc. Obtenido de <https://www.redalyc.org/pdf/761/76111892006.pdf>
- PISA. (2003). Documentos internacional PISA. Obtenido de <http://evalua.catedu.es/documentos/internacional/pisa/Matematicas%20PISA.pdf>
- PISA. (2015). Documentos internacional PISA. Obtenido de <https://www.oecd.org/pisa/pisa-2015-results-in-focus-ESP.pdf> Página 331 - 362.
- PLANEA. (2015). *Secretaría de Educación Pública*. Obtenido de SEP: <http://www.planea.sep.gob.mx/>
- PLANEA (2018). Secretaría de Educación Pública. Obtenido de SEP: [http://planea.sep.gob.mx/content/ba\\_d/docs/2018/Manual\\_PLANEA\\_Diagnostica\\_2018.pdf](http://planea.sep.gob.mx/content/ba_d/docs/2018/Manual_PLANEA_Diagnostica_2018.pdf)
- Ríos García, Yaneth Josefina (2017). “*Concepciones sobre las fracciones en docentes en formación en el área de matemática*”. Universidad de Zulia. Obtenido de <https://www.redalyc.org/pdf/737/73718406002.pdf> Página 11-33.

- Sánchez Moguel Andrés, (2015). “*Instituto Nacional para la Evaluación de la Educación*” PLANEA. Distrito Federal México. Obtenido de <https://www.inee.edu.mx/wp-content/uploads/2019/05/P1D320.pdf>
- Secretaría de Educación Pública. (1992). Las fracciones en situaciones de reparto y medición. En *Guía para el Maestro Educación Primaria*. (pp. 1-58). México: SEP.
- Secretaría de Educación Pública. (2011). *Programa de estudios. Educación Primaria*. México; SEP.
- Secretaría de Educación Pública. (2012). *Plan de Estudios 2012. Licenciatura en Educación Primaria*. México; SEP.
- Secretaría de Educación Pública. (2017). *Aprendizajes clave para la Educación Integral. Educación Primaria 3°. Plan y programas de estudio, orientaciones didácticas y sugerencias de evaluación*. México; SEP.
- Serrano P., G. (2008). *Investigación cualitativa. Retos e interrogantes. I. Métodos*. Madrid. Editorial La Muralla.
- Vallejos Díaz Yter Antonio (diciembre, 2008). Forma de hacer un diagnóstico en la investigación científica. Perspectiva holística. Obtenido de <file:///C:/Users/Usuario/Downloads/Dialnet-FormaDeHacerUnDiagnosticoEnLaInvestigacionCientifi-3700944.pdf>  
Página 11-23
- Vara H., A. (2012). *Desde la idea hasta la sustentación: Siete pasos para una tesis exitosa. Un método efectivo para las ciencias empresariales*. Lima: Facultad de Ciencias Administrativas y Recursos Humanos. Universidad de San Martín de Porres.

## ANEXOS

### Anexo A. Declaración de Consentimiento Informado



#### Declaración de consentimiento informado

- Proyecto de investigación de tesis: "Las fracciones: modelo didáctico para favorecer su aprendizaje desde sus diversas interpretaciones, en un grupo de quinto grado de educación primaria".
- Investigador: Karla Gitzell Reyna Galván
- Asesor del proyecto de investigación: Mtro. Jesús Arnulfo Martínez Maldonado

El presente proyecto de investigación tiene como finalidad evaluar un modelo didáctico que permita favorecer el aprendizaje de las fracciones desde sus diversas interpretaciones en un grupo de quinto grado de educación primaria y reflexionar sobre la intervención docente.

Por lo anterior resulta necesario realizar una serie de actividades que nos permitan obtener datos/información sobre el tema de investigación. Entre dichas actividades se encuentran: a) Observar las clases de matemáticas e identificar dificultades de los estudiantes en algún saber matemático, b) Aplicación de un cuestionario para reconocer las nociones de los estudiantes sobre las fracciones, c) Una secuencia didáctica diagnóstica, para identificar las formas en que los estudiantes resuelven problemas de fracciones y sus dificultades y, d) Implementar secuencias didácticas con los estudiantes para favorecer el aprendizaje de las fracciones.

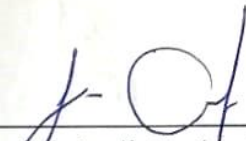
En este sentido con este documento se busca su autorización para aplicar los instrumentos y actividades enunciadas anteriormente dentro del aula clase de quinto grado grupo "C", de la Escuela Primaria Plan de San Luis. Cabe destacar que:


1. La participación es voluntaria. En cualquier momento y por cualquier razón los participantes se pueden desvincular del proyecto.
2. No se extiende ningún riesgo por el hecho de participar en este proyecto.
3. El método de evaluación de este proyecto implica:
  - a. Hacer observaciones de las clases de matemáticas.
  - b. Realizar video/audiograbaciones en la aplicación de los instrumentos.
  - c. Implementar secuencias didácticas en la asignatura de matemáticas.


4. Los datos obtenidos se utilizarán exclusivamente para los fines propios de esta investigación y serán devueltos a la institución.
5. Los resultados de la investigación podrán ser publicados por cualquier medio y se garantiza la confidencialidad de todos los datos de la institución y los datos personales de los participantes.

Por lo anterior, acepto y doy autorización al docente en formación Karla Gitzell Reyna Galván para la aplicación de su proyecto de investigación en la que además declaro haber estado debidamente informada de lo que ello supone.

San Luis Potosí, S.L.P., a 21 de octubre de 2019

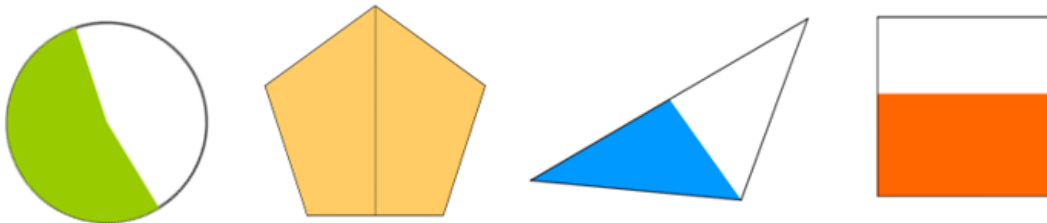
  
\_\_\_\_\_  
Mtro. Jesús Arnulfo Martínez Maldonado  
Asesor del Proyecto de Investigación

  
\_\_\_\_\_  
Mtra. Karen Ivonne Vázquez Hernández  
Titular del grupo de 5° "C"

  
\_\_\_\_\_  
Dra. Saraí de los Ángeles Gaitán Morales  
Directora de la Escuela Primaria "Plan de San Luis"

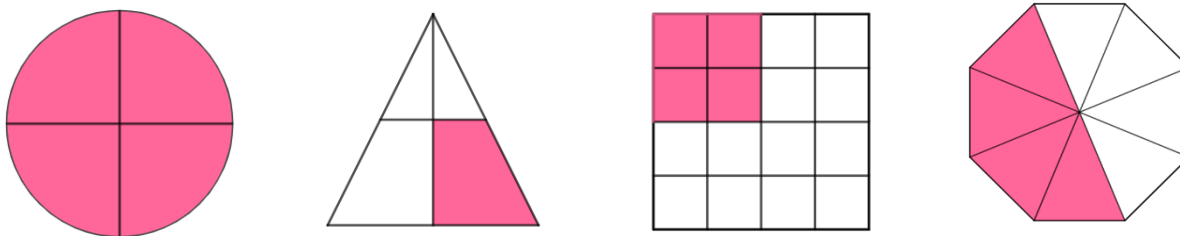
### Anexo B. Instrumento de recolección de datos. Situaciones problema

1.- De las siguientes figuras que se muestran, ¿hay alguna que represente una mitad? Si\_\_\_ No\_\_\_ En caso afirmativo márcala con una cruz.



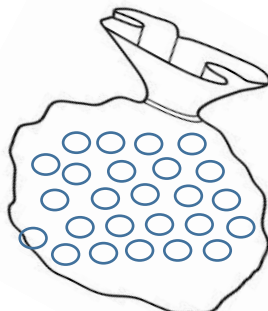
Escribe por qué consideras que la figura que marcaste representa una mitad.

2. De las siguientes figuras que se muestran, ¿hay alguna que este coloreada  $\frac{1}{4}$  parte? Si\_\_\_ No\_\_\_ En caso afirmativo márcala con una cruz.



Escribe por qué consideras que la figura que marcaste representa  $\frac{1}{4}$ .

3. Josué es coleccionista de canicas, y tiene 25 de ellas, pero le regalará  $\frac{2}{5}$  partes a su hermano. Colorea el número de canicas que Josué le regalará a su hermano.



Describe cómo le hiciste para saber el número de canicas que Josué le regalará a su hermano.

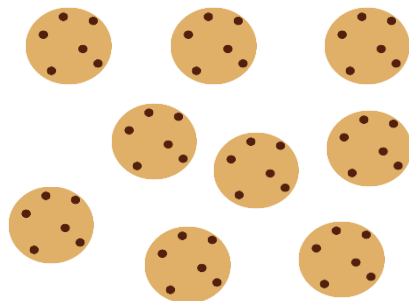
4. Se hicieron 24 pastelillos como postre para el festejo en casa del cumpleaños de Patricia. La mamá de Patricia se comió  $\frac{1}{2}$  de la cantidad de pastelillos y Manuel  $\frac{1}{6}$  de la cantidad restante.

Encierra de color amarillo la cantidad de pastelillos que se comió la mamá de Patricia y con color verde los que se comió Manuel.



¿Qué fracción de pastelillos quedaron para Patricia? Describe tu respuesta.

5. Manuel realizó un pedido de galletas en una Panadería. Al recoger su pedido, el vendedor le comentó que únicamente se ha horneado  $\frac{1}{3}$  parte del pedido, tal como se muestra a continuación.



Dibuja el número de galletas que hace falta hornear para entregar el pedido completo a Manuel.



Escribe cómo le hiciste para saber cuántas galletas faltaban en el pedido.

6. El siguiente dibujo representa el camino que recorre David de su casa a la escuela



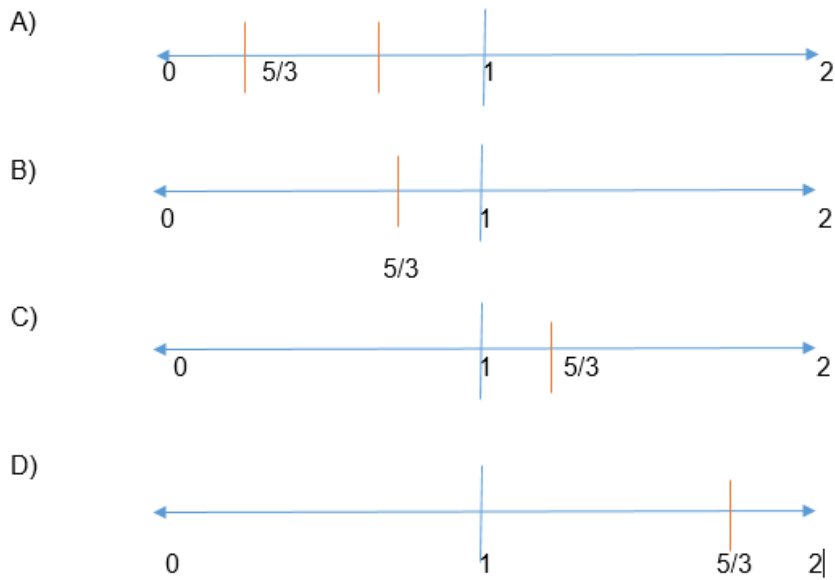
Y este otro, el camino que recorre de su casa a la tienda.



Éste último camino ¿qué parte es, del primero?

Escribe cómo lo supiste.

7. Una agencia de deportes organizó una carrera atlética de 2 kilómetros. Marco, uno de los competidores se cansó y se detuvo a los  $\frac{5}{3}$  de la pista de carrera. Selecciona el inciso que representa el punto donde se detuvo Marco.



Describe cómo le hiciste para saberlo.

8. Un papá compró 2 barras de chocolate y las va a repartir en partes iguales a sus 5 hijos.

¿Cuánto chocolate le tocará a cada niño? Escribe cómo le hiciste para saberlo.

9. Si se tienen 37 cm de listón para hacer moños para un evento escolar sobre el 20 de noviembre. Se deben repartir, en partes iguales, entre 5.  
¿Cuánto listón le corresponde a cada niña?

Describe cómo le hiciste para saber la cantidad de listón que le corresponde a cada niña.

10. La siguiente imagen representa la relación que existe entre el número de juguetes que hay por cada niño y niña. Por cada niño hay cuatro carritos y por cada niña hay tres muñecas.

$$\frac{\begin{array}{cc} \text{🚗} & \text{🚗} \\ \text{🚗} & \text{🚗} \end{array}}{\begin{array}{cc} \text{👧} & \text{👧} \\ & \text{👧} \end{array}} = \frac{4}{3} = \text{Cuatro tercios}$$

Si en lugar de un niño y una niña, ahora fueran 3 niños y 3 niñas, dibuja los juguetes que habría y escribe la fracción (con números y luego con letras) que representaría la relación entre los juguetes y el número de niñas y niños.

Escribe como le hiciste para saber la cantidad de

## **Anexo C. Carta de Presentación y Certificado de Validez de Contenido**

**Asunto:** Validación de instrumento a través de juicio de experto.

San Luis Potosí, S.L.P., a 14 de noviembre de 2019

### **CARTA DE PRESENTACIÓN**

Catedrático de la Licenciatura en Educación Secundaria con especialidad en Matemáticas de la BECENE.

**PRESENTE. -**

Me es grato comunicarme con Usted para expresarle un saludo y así mismo, hacer de su conocimiento que, siendo estudiante de la Licenciatura en Educación Primaria de la Benemérita y Centenaria Escuela Normal del Estado de San Luis Potosí, requiero validar un instrumento mediante el cual recopilare información necesaria para desarrollar mi proyecto de investigación, como modalidad de titulación de la Licenciatura en Educación primaria, de la BECENE.

El título del proyecto de investigación se denomina: "Un acercamiento al conocimiento de la fracción y sus interpretaciones en estudiantes de quinto grado de educación primaria", por ello, resulta imprescindible contar con la aprobación de jueces especializados para poder aplicar el instrumento en mención, considerando conveniente recurrir a Usted, ante su distinguida experiencia en el campo docente y en la línea de didáctica de las matemáticas en educación básica.

El expediente de validación, que le hacemos llegar contiene:

- Carta de presentación.
- Definiciones conceptuales de las dimensiones.
- Matriz de operacionalización de las variables.
- Certificado de validez de contenido de los instrumentos.

Expresándole nuestros sentimientos de respeto y consideración nos despedimos de Usted, no sin antes agradecerle por la atención prestada a la presente.

Atentamente.

Karla Gitzell Reyna Galván

Estudiante del séptimo semestre de la Licenciatura en Educación Primaria

Mtro. Jesús Arnulfo Martínez Maldonado

Asesor del proyecto de investigación

**CERTIFICADO DE VALIDEZ DE CONTENIDO DEL INSTRUMENTO PARA VALORAR EL  
CONOCIMIENTO DE LA FRACCIÓN EN SUS DIVERSAS INTERPRETACIONES.**

Nº	DIMENSIONES	Pertinencia <sup>1</sup>				Relevancia <sup>2</sup>				Claridad <sup>3</sup>				Sugerencias
		1	2	3	4	1	2	3	4	1	2	3	4	
Situación problema	Significado de la fracción													
La mitad	Parte-todo contexto continuo													
La cuarta parte	Parte-todo contexto continuo													
Los pastelillos	Parte todo, contexto discreto													
Las canicas	Parte-todo, contexto discreto													
Las galletas	Parte-todo, contexto discreto													
El camino	Medida													
La recta	Medida													
El chocolate	Cociente, contexto continuo													
El listón	Cociente, contexto discreto													
Los moños	Razón													

**Observaciones (precisar si hay suficiencia):**

**Opinión de aplicabilidad del instrumento:**      **Aplicable**       **Aplicable después de**  
**corregir**       **No aplicable**

**Apellidos y nombres del juez validador:**  
**Especialidad del validador:**

**Fecha:**

<sup>1</sup>**Pertinencia:** El ítem corresponde al concepto teórico formulado.

<sup>2</sup>**Relevancia:** El ítem es apropiado para representar al componente o dimensión específica del constructo

<sup>3</sup>**Claridad:** Se entiende sin dificultad alguna el enunciado del ítem, es conciso, exacto y directo

**Indicador 1:** No posee el indicador especificado

**Indicador 2:** Posee en baja cantidad el indicador especificado

**Indicador 3:** Posee gran parte del indicador especificado

**Indicador 4:** Posee completamente el indicador especificado

-----  
**Firma del evaluador**

**Nota:** Suficiencia, se dice suficiencia cuando los ítems planteados son suficientes para medir la dimensión