



BENEMÉRITA Y CENTENARIA ESCUELA NORMAL DEL ESTADO DE SAN LUIS POTOSÍ.

TITULO: Teorías didácticas del aprendizaje y su incidencia en el libro de texto de matemáticas de segundo año de primaria.

AUTOR: Nayeli Gisselle Mares Castillo

FECHA: 15/07/2020

PALABRAS CLAVE: Teorías del aprendizaje, Libro de texto, Matemáticas, Análisis de contenido, Solución de problemas.

SECRETARÍA DE EDUCACIÓN DE GOBIERNO DEL ESTADO
SISTEMA EDUCATIVO ESTATAL REGULAR
DIRECCIÓN DE EDUCACIÓN
INSPECCIÓN DE EDUCACIÓN NORMAL

BENEMÉRITA Y CENTENARIA
ESCUELA NORMAL DEL ESTADO DE SAN LUIS POTOSÍ

GENERACIÓN

2016



2020

**“TEORÍAS DIDÁCTICAS DEL APRENDIZAJE Y SU INCIDENCIA EN EL LIBRO
DE TEXTO DE MATEMÁTICAS DE SEGUNDO AÑO DE PRIMARIA”**

TESIS

**QUE PARA OBTENER EL TÍTULO DE LICENCIADA EN EDUCACIÓN
PRIMARIA**

PRESENTA:

NAYELI GISSELLE MARES CASTILLO

ASESORA

DRA. CATALINA ELIZABETH CARREÓN GONZÁLEZ

SAN LUIS POTOSÍ, S.L.P.

JULIO DEL 2020



**BENEMÉRITA Y CENTENARIA ESCUELA NORMAL DEL ESTADO DE SAN LUIS POTOSÍ
CENTRO DE INFORMACIÓN CIENTÍFICA Y TECNOLÓGICA**

**ACUERDO DE AUTORIZACIÓN PARA USO DE INFORMACIÓN DEL DOCUMENTO
RECEPCIONAL EN EL REPOSITORIO INSTITUCIONAL DE LA BECENE DE ACUERDO A LA
POLÍTICA DE PROPIEDAD INTELECTUAL**

**A quien corresponda.
PRESENTE. –**

Por medio del presente escrito NAYELI GISSELLE MARES CASTILLO
autorizo a la Benemérita y Centenaria Escuela Normal del Estado de San Luis Potosí, (BECENE) la
utilización de la obra Titulada:

**“TEORÍAS DIDÁCTICAS DEL APRENDIZAJE Y SU INCIDENCIA EN EL LIBRO DE TEXTO DE
MATEMÁTICAS DE SEGUNDO AÑO DE PRIMARIA”**

en la modalidad de: Tesis

para obtener el

Título en Licenciatura en Educación Primaria

en la generación 2016-2020 para su divulgación, y preservación en cualquier medio, incluido el
electrónico y como parte del Repositorio Institucional de Acceso Abierto de la BECENE con fines
educativos y Académicos, así como la difusión entre sus usuarios, profesores, estudiantes o terceras
personas, sin que pueda percibir ninguna retribución económica.

Por medio de este acuerdo deseo expresar que es una autorización voluntaria y gratuita y en
atención a lo señalado en los artículos 21 y 27 de Ley Federal del Derecho de Autor, la BECENE
cuenta con mi autorización para la utilización de la información antes señalada estableciendo que se
utilizará única y exclusivamente para los fines antes señalados.

La utilización de la información será durante el tiempo que sea pertinente bajo los términos de los
párrafos anteriores, finalmente manifiesto que cuento con las facultades y los derechos
correspondientes para otorgar la presente autorización, por ser de mi autoría la obra.

Por lo anterior deslindo a la BECENE de cualquier responsabilidad concerniente a lo establecido en
la presente autorización.

Para que así conste por mi libre voluntad firmo el presente.

En la Ciudad de San Luis Potosí. S.L.P. a los 10 días del mes de julio de 2020.

ATENTAMENTE.

NAYELI GISSELLE MARES CASTILLO

Nombre y Firma

AUTOR DUEÑO DE LOS DERECHOS PATRIMONIALES



**BENEMÉRITA Y CENTENARIA
ESCUELA NORMAL DEL ESTADO
SAN LUIS POTOSÍ, S.L.P.**

BECENE-DSA-DT-PO-07

OFICIO NÚM: REVISIÓN 8
DIRECCIÓN: Administrativa
ASUNTO: Dictamen Aprobatorio

San Luis Potosí, S.L.P., a 06 de julio del 2020.

Los que suscriben, integrantes de la Comisión de Titulación y asesor(a) del Documento Recepcional, tienen a bien

DICTAMINAR

que el(la) alumno(a): **NAYELI GISSELLE MARES CASTILLO**

De la Generación: 2016-2020

concluyó en forma satisfactoria y conforme a las indicaciones señaladas en el Documento Recepcional en la modalidad de: () Ensayo Pedagógico (x) Tesis de Investigación () Informe de prácticas profesionales () Portafolio Temático () Tesina. Titulado:

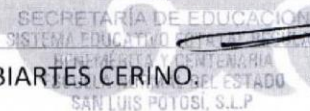
TEORÍAS DIDÁCTICAS DEL APRENDIZAJE Y SU INCIDENCIA EN EL LIBRO DE TEXTO DE MATEMÁTICAS DE SEGUNDO AÑO DE PRIMARIA.

Por lo anterior, se determina que reúne los requisitos para proceder a sustentar el Examen Profesional que establecen las normas correspondientes, con el propósito de obtener el Título de Licenciado(a) en Educación **PRIMARIA**

**ATENTAMENTE
COMISIÓN DE TITULACIÓN**

DIRECTORA ACADÉMICA

DIRECTOR DE SERVICIOS ADMINISTRATIVOS



MTRA. *[Firma]* NAYLA JIMENA TURRUBIARTES CERINO

[Firma] DR. JESÚS ALBERTO LEYVA ORTIZ.

JEFA DEL DEPARTAMENTO DE TITULACIÓN

ASESOR(A) DEL DOCUMENTO RECEPCIONAL

[Firma] MTRA. MARTHA IBÁÑEZ CRUZ.

[Firma] DRA. CATALINA ELIZABETH CARREÓN GONZÁLEZ

AL CONTESTAR ESTE OFICIO SÍRVASE USTED CITAR EL NÚMERO DEL MISMO Y FECHA EN QUE SE GIRA, A FIN DE FACILITAR SU TRAMITACIÓN ASÍ COMO TRATAR POR SEPARADO LOS ASUNTOS CUANDO SEAN DIFERENTES.

Tabla de Contenido

INTRODUCCIÓN	9
CAPÍTULO I	4
JUSTIFICACIÓN	4
PRUEBAS ESTANDARIZADAS	5
Estándares internacionales sobre resultados de Matemáticas.	6
Análisis del desempeño de México en la prueba PISA	8
ESTÁNDARES NACIONALES SOBRE RESULTADOS DE MATEMÁTICAS	10
Resultados de PLANEA en Matemáticas.	12
LIBRO DE TEXTO	13
CAPÍTULO II	16
PLANTEAMIENTO DEL PROBLEMA	16
OBJETIVO GENERAL	19
Objetivos específicos	19
PREGUNTAS DE INVESTIGACIÓN	19
CAPÍTULO III	21
ANTECEDENTES	21
TRANSPOSICIÓN DIDÁCTICA	21
PLANES Y PROGRAMAS DE LA EDUCACIÓN PRIMARIA EN MÉXICO	24
Enfoque didáctico	24
Enfoque Didáctico, Plan y Programa de Estudios 1993	25
Enfoque Didáctico, Plan y Programa de Estudios 2009	25
Enfoque didáctico, Plan y Programa de Estudios 2011	26
Enfoque Didáctico, Plan y Programa de Estudios 2018	28
COMPETENCIAS	30
LIBRO DE TEXTO	33
Conceptualización del libro de texto	33
La importancia de analizar el libro de texto	37
Historia del libro de texto en México	39
El libro de texto gratuito en México	40
Instituto encargado de producir el libro de texto en México	41
Uso del libro de texto en el aula	43
Avances en las investigaciones sobre el libro de texto	46
CAPÍTULO IV	48
MARCO TEÓRICO	48
PENSAMIENTO MATEMÁTICO	48
TEORÍA DEL CONFLICTO SOCIOCOGNITIVO	51

TEORÍA DE LAS SITUACIONES DIDÁCTICAS	54
TEORÍA DE LOS CAMPOS CONCEPTUALES	61
TEORÍA DE LA FENOMENOLOGÍA DIDÁCTICA	66
PROBLEMAS ARITMÉTICOS	68
RESOLUCIÓN DE PROBLEMAS.	70
MATEMÁTICAS REALISTAS	74
SUMA Y RESTA	81
CAPÍTULO V	91
METODOLOGÍA	91
INVESTIGACIÓN CUALITATIVA	93
Etapas del análisis cualitativo	94
Criterios del análisis cualitativo.	95
ANÁLISIS DIDÁCTICO	96
Ciclo del análisis didáctico	97
Procedimiento del análisis didáctico	100
METODOLOGÍA DE ANÁLISIS: CONTENIDO E INSTRUCCIÓN	101
Análisis de contenido	101
Análisis de instrucción	109
METODOLOGÍA DE ANÁLISIS	120
Análisis de contenido	120
Análisis de instrucción	126
CAPÍTULO VI	136
ANÁLISIS Y RESULTADOS	136
ANÁLISIS DE CONTENIDO PLAN Y PROGRAMA DE ESTUDIOS 2011	137
ANÁLISIS DE INSTRUCCIÓN PLAN Y PROGRAMA DE ESTUDIOS 2011	148
ANÁLISIS DE CONTENIDO PLAN Y PROGRAMA DE ESTUDIOS 2018	159
ANÁLISIS DE INSTRUCCIÓN PLAN Y PROGRAMA DE ESTUDIOS 2018	171
CAPÍTULO VII	182
CONCLUSIONES	182
CONSECUCIÓN DE LOS OBJETIVOS DE LA INVESTIGACIÓN	182
CONCLUSIÓN SOBRE LA HIPÓTESIS	186
LIMITACIONES DE LA INVESTIGACIÓN	187
ALGUNAS LÍNEAS PARA TRABAJOS FUTUROS	188
REFERENCIAS	189

Índice de tablas

Tabla 1. Niveles de competencias en Matemáticas.	7
Tabla 2. Comparación de los resultados entre OECD y México.	9
Tabla 3. Niveles de dominio cognitivo de Matemáticas.	10
Tabla 4. Niveles de logro en PLANEA.	11
Tabla 5. Ventajas del libro de texto.	45
Tabla 6. Efectos de la situación didáctica.	60
Tabla 7. Clasificación de los problemas.	86
Tabla 8. Clasificación de problemas Vergnaud.	87
Tabla 9. Correspondencia tipos de problemas.	88
Tabla 10. Tipos de tareas rutinarias y no rutinarias.	115
Tabla 11. Características de las tareas en cada nivel de complejidad PISA.	117
Tabla 12. Competencias PISA en la resolución de problemas según la complejidad.	117
Tabla 13. Acciones en las tareas para cada nivel de complejidad PISA.	118
Tabla 14. Demanda cognitiva.	121
Tabla 15. Análisis fenomenológico.	126
Tabla 16. Características de las situaciones didácticas.	127
Tabla 17. Rúbrica para determinar matemáticas realistas.	128
Tabla 18. Complejidad de tareas en PISA: agrupación de acciones cognitivas. Demandadas en tres niveles de complejidad.	130
Tabla 19. Demanda cognitiva.	140
Tabla 20. Análisis fenomenológico.	147
Tabla 21. Características de las situaciones didácticas.	149
Tabla 22. Rúbrica para determinar la complejidad de las matemáticas realistas dentro de los problemas aditivos del libro de texto.	151
Tabla 23. Rúbrica Complejidad de tareas en PISA: agrupación de acciones cognitivas. Demandadas en tres niveles de complejidad.	154
Tabla 24. Demanda cognitiva.	162
Tabla 25. Análisis fenomenológico.	169
Tabla 26. Características de las situaciones didácticas.	171
Tabla 27. Rúbrica para determinar la complejidad de las matemáticas realistas dentro de los problemas aditivos del libro de texto.	172
Tabla 28. Complejidad de tareas en PISA: agrupación de acciones cognitivas. Demandadas en tres niveles de complejidad.	176

Índice de figuras

Figura 1. Resultados de PLANEA en Matemáticas 2015.	13
Figura 2. Esquema de los componentes de una competencia.	31
Figura 3. Proceso de resolución de un problema real.	71
Figura 4. Proceso de resolución de un problema aritmético.	72

Figura 5. La tarea de proponer un problema aritmético.	73
Figura 6. Estructura y ciclo del análisis didáctico.	98
Figura 7. Relaciones entre tarea y otros elementos.	112
Figura 8. Complejidad de la tarea.	114
Figura 9. Estructura global de una lección.	121
Figura 10. Estructura global de una lección de 2° año.	137
Figura 11. Ejemplo de una lección con contenido de resta.	138
Figura 12. Estructura global de una lección de 2° año.	160
Figura 13. Ejemplo de una lección de matemáticas segundo año.	161

Introducción

El libro de texto es el material didáctico que por excelencia está presente en todas las aulas. Es un recurso importante, puesto que es parte de la transposición didáctica del conocimiento, siendo un complemento de apoyo por medio del cual el alumno adquiere conocimiento. Ante esto es importante que los libros de texto estén basados teóricamente para poder ofrecer al discente actividades en donde este pueda desarrollar habilidades y conocimientos matemáticos. Por ello, se presenta la necesidad de analizar los libros de texto de matemáticas para verificar si en realidad están fundamentados en las teorías didácticas matemáticas del aprendizaje, debido a que estas han sido parte elemental de la educación matemática.

Actualmente hay poca información sobre los libros de texto a comparación de otros temas de investigación educativa. En nuestro país es escasa la información, lo cual conduce a este documento la iniciativa de trabajar e investigar más sobre el objeto de estudio, es decir, el libro de texto, puesto que tendrá grandes beneficios en el área matemática de educación primaria.

La investigación presente recibe el nombre de “Teorías didácticas del aprendizaje y su incidencia en el libro de texto de matemáticas de segundo año de primaria” que es un tema de estudio e investigación de una tesis del área educativa matemática con el objetivo general de desarrollar un análisis didáctico de los libros de texto de segundo año pertenecientes a los planes y programas de estudios 2011 y 2018 para identificar las teorías didácticas del aprendizaje presentes. Ante esto, la hipótesis se centra en que el libro de texto presenta deficiencias al no tomar en cuenta las teorías didácticas del aprendizaje al momento de diseñar ejercicios y problemas matemáticos. Para esto se llevó a cabo una investigación cualitativa y un análisis didáctico enfocado al análisis de contenido y análisis de instrucción.

A raíz de ello este trabajo se encuentra conformado por seis capítulos, en donde toda la información recabada se focalizó con el fin de transferir al lector lo más relevante para que pueda comprender a profundidad el fenómeno de estudio y la perspectiva de la autora; con el propósito de que realice la interpretación de la información a través de las herramientas necesarias y genere su propio punto de vista crítico respecto a la investigación, sin dejar de lado el fin principal de la misma.

El capítulo uno es referente a la justificación, la cual permite dar los razonamientos por los cuales la investigación cobra relevancia, primero se hace una descripción de las pruebas estandarizadas PLANEA y PISA, dando a conocer la forma en que evalúan, así como los resultados obtenidos en los últimos años. Finalmente se hace un análisis acerca de la conceptualización del libro de texto según diferentes autores y la importancia que tiene como una herramienta ampliamente utilizada en el sector educativo

Enseguida, se tratará al planteamiento del problema en donde se da a conocer la situación problemática que reside esta investigación, así como el objetivo general, objetivos específicos y preguntas de investigación que rigen el documento.

Por otro lado, en la revisión de antecedentes nos permitirá recoger la información existente acerca del tema en cuestión. Se analizarán los últimos planes y programas de educación primaria en México, dentro de esto se dará a conocer la transición de los enfoques didácticos que marcan, así como las teorías del aprendizaje presente en ellos, y las competencias dentro del campo educativo. De igual modo se hablará sobre la conceptualización del libro de texto, su historia dentro del territorio mexicano, la organización que se encarga de elaborarlos, la importancia que tiene este recurso didáctico, el uso que se le da dentro de las aulas, sus ventajas y finalmente las últimas investigaciones sobre este recurso.

Posteriormente la información que se recoge en el marco teórico nos permite plantear las directrices bajo las cuales se abordó y efectuó este trabajo, así como el delimitar el área de estudio dentro de la cual se enmarca y fundamenta esta investigación. Para ello se exponen dos grandes grupos de información, el primero refiere a las teorías didácticas del aprendizaje, con el fin de conocerlas y ver su propósito en el conocimiento matemático, y el segundo alude al contenido matemático de adición y sustracción.

En el quinto apartado, se describe la metodología a trabajar. Dentro de esto, en una primera parte se habla sobre la investigación cualitativa y sus características y en un segundo momento se detalla la información sobre el análisis didáctico y se detallan el análisis de contenido y de instrucción como la vía principal de investigación de los libros de texto. Además, se dan a conocer los instrumentos para llevar a cabo el análisis.

El sexto capítulo concentra el análisis y los resultados obtenidos de los libros de matemáticas de segundo año correspondientes a los planes y programas 2011 y 2018 en relación con el tema de adición y sustracción.

El último apartado es dedicado a las conclusiones en relación a los objetivos y preguntas de investigación, así como la hipótesis, limitaciones y finalmente se exponen algunas líneas abiertas de investigación las cuales a partir de este trabajo se puede seguir trabajando, ya que pueden replantear la educación mexicana.

CAPÍTULO I

Justificación

La educación en nuestro país es la base de la sociedad, la cual es capaz de descubrir y crear fenómenos que pasan los límites de lo que está a simple vista. Paulo Freire (1971) hace mención que “la educación verdadera es praxis, reflexión y acción del hombre en el mundo para transformarlo, los seres humanos tienen que desarrollar la capacidad de comprender y ver al mundo como un proceso de cambios” (p.7). Así mismo, Rodríguez (2013) cita que:

El aprendizaje constituye un elemento esencial del quehacer educativo debido a que refiere la ganancia de conductas, conocimientos y estrategias que no se tenían en un principio y que por lo tanto marcan de manera significativa el desarrollo del individuo. No obstante, para lograr de manera satisfactoria esto, es importante tomar en cuenta una serie de aspectos que al momento de conjugarse dan sentido a la enseñanza, sabiendo que la educación es una disciplina que se sustenta de saberes técnicos y de experiencias que confluyen en el éxito de la gestión de la instrucción. (p.120)

Dentro de estos aspectos, el área de las matemáticas forma parte esencial de la educación básica, esto debido a que, constituye un aprendizaje del alumnado, no solo entorno a los números y operaciones aritméticas, sino también, al desarrollo de una forma de razonamiento, un pensamiento crítico basado en el análisis, que le permite entre otras cosas, la comprensión de la vida cotidiana.

Las matemáticas son el lenguaje en el que el humano lee el mundo y surgen de la necesidad por comprender los fenómenos de su alrededor, proporcionándole un conocimiento basado en la lógica y el razonamiento. Wittmann (2005) hace mención que Hans Freudenthal “nos ha enseñado a mirar las matemáticas como un campo de conocimiento que es firmemente integrado en nuestra cultura” (p. 295). Así mismo, es una ciencia considerada como un instrumento poderoso para ejercer la

ciudadanía de forma crítica; cuando una persona analiza con rigor las situaciones está utilizando las matemáticas, por lo que es más difícil de engañar.

Aprendizajes Clave enmarcan a las matemáticas como:

Conjunto de conceptos, métodos y técnicas mediante los cuales es posible analizar fenómenos y situaciones en contextos diversos; interpretar y procesar información, tanto cuantitativa como cualitativa; identificar patrones y regularidades, así como plantear y resolver problemas. Proporcionan un lenguaje preciso y conciso para modelar, analizar y comunicar observaciones que se realizan en distintos campos (SEP, 2017, p.225)

De esta forma, en la educación básica, se busca que el alumno “al desarrollar las habilidades matemáticas sea capaz de identificar y resolver problemas analizando situaciones en diversos contextos” (SEP, 2017, p.225). Lo que incide en la metodología didáctica de las matemáticas, siendo esta “el uso de situaciones problemáticas que enfoquen el interés del alumnado, incitándolos a reflexionar y formular argumentos implicando los conocimientos y habilidades que se quieren desarrollar” (SEP, 2011, p.312).

A pesar de dicha relevancia en el quehacer educativo y que los recientes programas de educación en nuestro país consideran a las matemáticas como una forma de pensar, en donde el alumno puede dejar de lado el uso sin comprensión de algoritmos y centrarse en el desarrollo de un razonamiento, dentro de las aulas la enseñanza de las matemáticas es deficiente, alejada de la propuesta de generar un razonamiento; reflejándose claramente en los bajos resultados obtenidos por los alumnos en las pruebas estandarizadas.

Pruebas estandarizadas

Las pruebas estandarizadas son una forma de evaluar el nivel de conocimiento de los niños a partir de niveles de desempeño. Las pruebas estandarizadas como PISA y PLANEA han optado por evaluar el razonamiento del alumno y no solo la reproducción de ideas. Slim (2018) menciona que las pruebas estandarizadas “son

instrumentos de evaluación que miden las fortalezas o debilidades particulares de los alumnos, detectan grupos de población con necesidades de mejoras educativas, identifican factores que impactan en el desempeño de los estudiantes y observan cambios en el nivel educativo”

Estándares internacionales sobre resultados de Matemáticas.

El referente en cuestión de la evaluación educativa a nivel internacional está regentado por la Organización para la Cooperación y el Desarrollo Económico (OCDE), mediante un proyecto denominado Prueba Internacional de Evaluación de los alumnos (PISA por sus siglas en inglés) aplicada cada tres años, cuya finalidad es “proporcionar información a los sistemas educativos de los países y economías partícipes sobre los aprendizajes que alcanzan los estudiantes que, habiendo cumplido 15 años de edad, se encuentran cursando algún grado de educación secundaria o media superior” (OCDE, 2017, p.112). Con ello se identifican las áreas de oportunidad dirigidos a progresar en la oferta educativa, la calidad y equidad de los aprendizajes. Esta prueba se centra en tres disciplinas básicas de educación básica (Lectura, Matemáticas y Ciencias). La evaluación con este instrumento mira hacia adelante, pues como menciona Macías (2016), “se centra más en la capacidad de los jóvenes de utilizar sus conocimientos y sus habilidades para hacer frente a los desafíos de la vida real, que en saber hasta qué punto dominan un programa escolar concreto” (p.225).

En PISA, las matemáticas son evaluadas a través de tres aspectos: el primero enfatiza los procesos que describen lo que hacen los individuos para relacionar el contexto del problema con las matemáticas y de ese modo resolverlo, además de las capacidades que subyacen a esos procesos; el segundo infiere en el contenido, el cual deberá de ser utilizado en las preguntas de evaluación y finalmente, el tercero hace referencia al contexto en los que se insertan las preguntas de evaluación.

En esta prueba se enfatiza la relevancia de ser competente para utilizar las matemáticas en una diversidad de contextos, de tal modo que no es suficiente ser

capaz de resolver operaciones aritméticas, sino que las Matemáticas se basan en habilidades y conocimientos, además de la capacidad de saber aplicarlo en diversos contextos, PISA lo denomina *literacy* (competencia), definida como:

La capacidad del individuo para formular, emplear e interpretar las matemáticas en distintos contextos. Incluye razonar matemáticamente y utilizar conceptos, procedimientos, herramientas y hechos matemáticos para describir, explicar y predecir fenómenos. Esto ayuda a las personas a reconocer la presencia de las matemáticas en el mundo y a emitir juicios y decisiones bien fundamentados que necesitan los ciudadanos constructivos, comprometidos y reflexivos. (OCDE, 2017 p.64)

La evaluación que se realiza dentro de esta prueba se basa en una clasificación de seis niveles de desempeño de la escala global de matemáticas, la cual se muestra a continuación:

Tabla 1
Niveles de competencias en Matemáticas

Nivel	Porcentaje	Descripción general de las tareas
6	Más de 669.30	Los estudiantes en este nivel pueden conceptualizar, generalizar y usar información basada en investigaciones, modelar situaciones de problemas complejos y aplicar sus conocimientos en contextos relativamente no habituales. También poseer una avanzada capacidad de pensamiento y razonamiento matemáticos, aplicando su conocimiento y comprensión, además de dominar operaciones y relaciones matemáticas simbólicas y formales para desarrollar nuevos enfoques y estrategias y abordar situaciones novedosas.
5	De 606.99 a menos de 669.30	Los estudiantes pueden desarrollar modelos y trabajar con ellos en situaciones complejas, identificando restricciones y especificando los supuestos. Son capaces de trabajar de manera estratégica al usar ampliamente habilidades de pensamiento y razonamiento bien

desarrolladas; además de relacionar apropiadamente representaciones, **caracterizaciones simbólicas y formales con la comprensión clara de las situaciones.**

- 4 De 544.68 a menos de 606.99 **Los estudiantes trabajan con eficacia modelos explícitos en situaciones complejas y concretas que pueden involucrar restricciones o demandar la formulación de supuestos. Pueden seleccionar e integrar diferentes representaciones, incluyendo las simbólicas, relacionándolas directamente con situaciones del mundo real.**
- 3 De 482.38 a menos de 544.68 Los estudiantes son capaces de **realizar procedimientos descritos con claridad, incluyendo aquellos que requieren decisiones secuenciales.** Sus interpretaciones son suficientemente sólidas para **construir un modelo simple** o para seleccionar y aplicar estrategias sencillas de solución de problemas. Las soluciones a las que llegan reflejan un **nivel básico de interpretación y razonamiento**
- 2 De 420.07 a menos de 482.38 Los estudiantes pueden **interpretar y reconocer situaciones en contextos que sólo requieren una inferencia directa.** Además de **usar algoritmos, fórmulas, procedimientos o convenciones elementales para resolver problemas** que involucren números enteros, para lograr interpretaciones literales de los resultados.
- 1 De 357.77 a menos de 420.07 Pueden **responder preguntas relacionadas con los contextos familiares** en los que está presente toda la información relevante y las preguntas están claramente definidas. Además de ser capaces de **identificar la información y llevar a cabo procedimientos rutinarios** siguiendo instrucciones directas en situaciones explícitas, para realizar acciones obvias que se deducen inmediatamente de los estímulos presentados

Descripción de los niveles marcados por PISA en Matemáticas, OCDE, 2015

Análisis del desempeño de México en la prueba PISA

Recordando que PISA realiza una evaluación entorno a la competencia matemática, en la siguiente tabla se muestra los resultados relacionados con

matemáticas que México obtuvo en las pruebas del 2012 y 2015 en comparación con el promedio que la OCDE consiguió. En esta paridad se refleja en términos de porcentajes según los niveles de la escala global matemática:

Tabla 2
Comparación de los resultados entre OCDE y México

Nivel	PISA 2012 MATEMÁTICAS MÉXICO (%)	PISA 2012 MATEMÁTICAS OECD (%)	PISA 2015 MATEMÁTICAS MÉXICO (%)	PISA 2015 MATEMÁTICAS OECD (%)
6	0.0	3.3	0.0	2.3
5	0.6	9.3	0.3	8.4
4	3.7	18.2	3.2	18.6
3	13.1	23.7	12.9	24.8
2	27.8	22.5	26.9	22.5
1	31.9	15.0	31.1	14.9

Elaboración propia a partir de los resultados marcados por PISA en Matemáticas, OCDE, 2012, 2015

Recordando que PISA realiza una evaluación entorno a la competencia matemática, en esta tabla se muestra los resultados relacionados con matemáticas que México obtuvo en las pruebas del 2012 y 2015 en comparación con el promedio que la OCDE consiguió, OCDE, 2016/ OCDE, 2013.

Ante estos resultados, es importante determinar el punto focal que conduce a estos resultados, ya que es evidente que los alumnos que aplicaron esta prueba se encuentran entre el nivel 1 y nivel 5, es decir, que dentro de estos niveles se desprenden solo preguntas con un nivel de complejidad de reproducción y no se proporcionan problemas que impliquen un nivel más alto de complejidad como la reflexión, lo que repercute en la adquisición de la competencia matemática. Hay que recordar que los niveles son acumulativos, es decir, el alumno que se encuentra en el nivel 2 presenta las características de dicho nivel y del anterior.

Estándares nacionales sobre resultados de Matemáticas

En México se creó el Instituto Nacional para la Evaluación de la Educación (INEE) en donde se realizan diagnósticos que orientan, describen y muestran el estado de la educación y sus niveles de calidad. Toma en cuenta evaluaciones internacionales como PISA, y nacionales como PLANEA (Plan Nacional para la Evaluación de los Aprendizajes). Este último se puso en acción en el 2015, aplicándose a los alumnos de sexto de primaria, tercero de secundaria y último grado de Educación Media Superior, alineado a los planes y programas de estudios vigentes, evaluando los campos de formación de Lenguaje y Comunicación y Matemáticas, puesto que son herramientas esenciales para el desarrollo del aprendizaje de otras áreas de conocimiento. Su finalidad es dar a conocer la medida en que las escuelas de educación obligatoria del país cuentan con condiciones básicas para su operación y funcionamiento.

PLANEA incluye contenidos, aprendizajes esperados y estándares curriculares que son los referentes acerca de lo que se espera de cada alumno en términos de los pilares de la educación (aprender a conocer, aprender a hacer, aprender a vivir juntos, aprender a ser). De igual manera, maneja tres niveles de dominio cognitivo de Matemáticas.

Tabla 3

Niveles de dominio cognitivo de Matemáticas

Dominio cognitivo	Descripción
Reconocimiento de objetos y elementos matemáticos	Este proceso comprende el conocimiento de hechos, la retención memorística de objetos y propiedades matemáticas, la ejecución de algoritmos y la realización de cálculos.
Resolución de problemas simples	Este proceso comprende el uso de información matemática explícita en el

enunciado, y el establecimiento de relaciones directas necesarias para llegar al resultado.

Resolución de problemas complejos

Este proceso comprende la reorganización de la información matemática presentada en el enunciado y la estructuración de una propuesta de solución, a partir de relaciones no explícitas

Estos niveles se utilizan como indicadores de los aprendizajes clave del currículum que poseen los alumnos, se percibe mayor realce en la resolución de problemas, INEE

PLANEA hace una clasificación por niveles de logro en donde se informa acerca de los conocimientos y habilidades que poseen los alumnos, además de verificar si han alcanzado o no los aprendizajes que se enmarcan en el currículo, en donde el nivel IV se obtiene un logro sobresaliente, mientras que el nivel I es un logro insuficiente.

Tabla 4

Niveles de logro en PLANEA

Nivel	Descriptor de logro
I	Los alumnos son capaces de escribir y comparar números naturales, y resolver problemas aplicando las características y propiedades básicas de triángulos, prismas y pirámides, así como aquellos que requieren leer información en gráficas de barras. Sin embargo, no son capaces de leer y realizar operaciones básicas con números naturales, representar gráficamente fracciones comunes ni identificar características de figuras y cuerpos geométricos.

- II Los alumnos son capaces de leer números naturales, resolver problemas de suma con ellos, y multiplicarlos y dividirlos con decimales. Son capaces de resolver problemas de conversión de unidades en el Sistema Internacional de Medidas (SI), así como solucionar problemas que implican analizar o representar información en tablas o gráficas de barras, y de porcentaje y proporcionalidad del tipo “valor faltante” en diversos contextos, dado el valor unitario.
- III Los alumnos son capaces de leer y escribir números decimales, y resolver problemas aditivos con naturales o decimales y de multiplicación o división de naturales o decimales con naturales. Logran reconocer distintas formas de representar un porcentaje, y resolver problemas de identificación de la moda en un conjunto de datos y de proporcionalidad del tipo “valor faltante” en diversos contextos, sin dar el valor unitario.
- IV Los alumnos son capaces de comparar números decimales, y resolver problemas aditivos con números naturales, decimales y fraccionarios que implican dos o más transformaciones. Resuelven problemas que implican dividir o multiplicar números fraccionarios por naturales. Resuelven problemas de aplicación de áreas, así como de conversión de unidades de medida con una operación adicional

Los niveles de logro indican las habilidades y conocimientos de los alumnos,
PLANEA

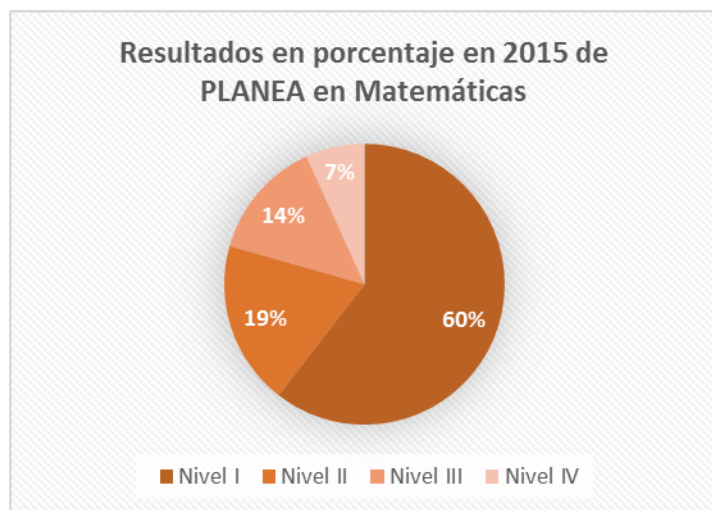
Cabe destacar que estos niveles de logro son acumulativos, es decir, los discentes que han adquirido los aprendizajes de un nivel de logro poseen, de igual modo, los del nivel previo.

Resultados de PLANEA en Matemáticas.

En el siguiente gráfico se muestran los resultados en porcentaje de esta prueba en el 2015 en función de los niveles de desempeño.

Figura 1

Resultados de PLANEA en Matemáticas 2015



Fuente: Elaboración propia a partir de los resultados en PLANEA (2015)

Esta prueba se aplicó en el 2015 a 104 204 estudiantes (Figura 1), de los cuales, solo el 7% obtuvieron un logro sobresaliente y el 60% de los alumnos consiguieron un nivel insuficiente, esto indica que no alcanzaron los aprendizajes esperados que marca el currículo mexicano. Ante estos resultados, es necesario conocer el punto focal que conlleva a ello; si bien puede ser consecuencia de varios factores, Yunga (2016) hace referencia que las situaciones más comunes son “las que involucran el ambiente de aprendizaje, la infraestructura en la que se desarrolla el aprendizaje, las condiciones en las que vive el niño, el vínculo del niño con la sociedad, y la responsabilidad de los padres” (p.22).

Libro de texto

El libro de texto es un medio de intervención en el proceso de enseñanza-aprendizaje. Rodríguez (2013), alude que el libro de texto es:

Un material curricular de gran centralidad para el aprendizaje en el aula y tienen un rol directivo y configurador de la práctica docente que lo hace cualitativamente diferente de otros recursos, es uno de los recursos que

ejerce mayor influencia en los profesores para la toma de decisiones sobre la planificación redacción. (p.19)

Las implicaciones que los libros de texto tienen en la labor docente “no solo están relacionados con las características del propio material, sino también con el uso que hacen de los mismos” (Braga y Belver, 2016, p.203).

Conforme surgen y se validan las teorías del aprendizaje se modifican las maneras, formas o modelos de enseñar las matemáticas y la forma en cómo se aprende, lo que conlleva a la continua investigación, innovación, análisis y reflexión de las prácticas educativas. Rojas (1998, citado por Rodríguez, 2013) establece que el libro de texto “constituye un instrumento de mediación, ya que representa un modelo de enseñanza y aprendizaje, en donde encarna una pedagogía dinamizadora de la relación educador-educando y permite el acercamiento a asignaturas particulares” (p.122). Así mismo, Rodríguez (2013) menciona que:

La valoración del libro de texto debe incluir su relación con el contenido curricular, es decir, si los contenidos del libro de texto responden a los que se proponen en el plan de estudios de la materia. Además, es fundamental la consideración de las actividades de mediación que el texto fomenta, en el sentido de si permiten realmente acercarse a los contenidos y procesarlos de tal forma que el estudiante pueda apropiarse de ellos y alcanzar los aprendizajes que necesita poseer de un campo en particular. (p.125)

Es, además, uno de los recursos ampliamente utilizados en el proceso de enseñanza-aprendizaje, Fernández y Caballero (2017) exponen que “el 99.1% de los alumnos hacen uso de este recurso didáctico y por ende es importante analizarlo, verificando si estos favorecen la adquisición de las competencias señaladas por las pruebas estandarizadas” (p.212).

De esta forma, aludiendo a la importancia del libro de texto dentro del aula y su influencia en el proceso de enseñanza-aprendizaje, la presente investigación realizará un análisis del libro de texto de matemáticas de 2° (segundo grado), referentes a los planes y programas 2011 y 2018, con el fin de verificar

primeramente la relación que tienen estos con las teorías de la didáctica de las matemáticas, como lo son la teoría de las situaciones didácticas, teoría de los campos conceptuales y la teoría de la fenomenología; con esto se llevará a cabo un análisis didáctico. Además, se verá si realmente el libro de texto contribuye al desarrollo de un pensamiento matemático y crítico.

Esta investigación es trascendental en el ámbito de educación, puesto que el libro de texto es el material didáctico que por excelencia está presente en todas las aulas y su uso es fundamental dentro del proceso educativo. Ante esto, cabe destacar que en México hay escasas investigaciones en relación el tema y es realmente importante trabajar sobre esta línea, ya que contribuirá de manera significativa en el área matemática.

CAPÍTULO II

Planteamiento del problema

El problema de investigación de este trabajo se presenta con la necesidad de analizar los libros de texto para verificar si las teorías didácticas del aprendizaje se encuentran presentes, puesto que estas son parte fundamental de la educación matemática. Dicho análisis se enfoca en los libros de texto de segundo año con respecto a los Planes y Programas de estudio 2011 y 2018 en cuanto a su metodología y contenido del tema de problemas de adición y sustracción. La hipótesis de este trabajo se centra en que el libro de texto presenta deficiencias al no tomar en cuenta las teorías didácticas del aprendizaje al momento de diseñar ejercicios y problemas matemáticos.

Esta investigación posibilitará al lector conocer los libros de texto examinados en profundidad del tema principal, puesto que se realiza un análisis minucioso y detallado. Para lo cual se consideró realizar un análisis tipo didáctico el cual como describe Puig (1997) “es el análisis de los contenidos de las matemáticas que se realiza al servicio de la organización de su enseñanza en los sistemas educativos” (p.61). Por su parte, Gallardo y Gonzáles (2006) destacan que el análisis didáctico “se toma como una metodología de investigación para sintetizar y organizar información, detectar regularidades, vacíos y delimitar el problema de investigación”

Es necesario realizar un análisis de los libros de texto para verificar si este puede ser un factor en relación a los bajos resultados de las pruebas estandarizadas que se implementan en nuestro país. En Singapur, por ejemplo, los alumnos encabezan los resultados de estas pruebas y esto se debe a como mencionan Ginsburg, Leinwand, Anstrom y Pollock (2005) a que:

Los libros de texto están estructurados de forma en que el discente pueda adquirir los conceptos matemáticos con profundidad; dichos libros usan un enfoque con representaciones pictóricas de los contenidos, luego se dirigen a enfoques abstractos, utilizando definiciones claras permitiéndoles la transmisión de conceptos en los niveles inferiores. Cada lección comienza

con una introducción al tema, usando diagramas y modelos para ilustrar el concepto básico, seguido de tareas específicas de aprendizaje. Estos ejercicios utilizan diagramas adicionales e imágenes para mostrar diferentes formas de pensar sobre el concepto, y proporcionan ejemplos guiados para que los estudiantes practiquen y se familiaricen con el tema. Además, cuentan con libros de ejercicios en los que se incluyen una gran variedad de problemas, desde los que implican la adquisición de rutinas, hasta problemas matemáticas cada vez más complejos. (Citado por Fernández y Caballero, 2017, p.213)

Aunado a esto, Rodríguez (2013) “clarifica la necesidad de la congruencia entre el libro de texto y el paradigma educativo que lo sustenta” (p. 126), de tal forma que el libro de texto sea un conducto entre lo disciplinar y lo práctico. De igual forma menciona que:

En la construcción del libro se tiene que tomar en cuenta las orientaciones educativas específicas, en ese sentido, el libro de texto pone a pie la ideología de una editorial, de un autor, de una teoría disciplinar que busca ser mostrada al alumnado de tal forma que exista congruencia y secuencia curricular. (Rodríguez, 2013, p.126)

El hecho de que los libros de texto, en concreto los matemáticos o científicos, que son el objeto de estudio, presenten deficiencias o errores puede suponer un obstáculo para el aprendizaje. Shuttleworth (2001, citado por Fernández y Caballero, 2017) menciona que:

Hoy los libros de texto abarcan demasiados temas sin desarrollar ninguno de ellos en condiciones. Los conceptos centrales no se cubren con la suficiente profundidad como para dar al estudiante la oportunidad de comprenderlos verdaderamente. Mientras que muchos libros presentan las ideas clave que se describen en los estándares, pocos libros ayudan a los estudiantes a aprender esas ideas o a los profesores a enseñarlas correctamente. (p.209)

Por ello Rodríguez (2013) menciona:

Conocer el potencial curricular de los libros de texto puede repercutir positivamente en diversos aspectos, como lo son los siguientes: ayudar al profesional de la enseñanza a llenar ciertos vacíos formativos, representar un apoyo para el trabajo individual del estudiante, facilitar el manejo del tiempo, ordenar el proceso educativo, establecer un puente relacional entre la teoría y la práctica, facilitar la transposición didáctica y flexibilizar el currículum, entre otros. Además, los libros de texto deben tener un adecuado manejo conceptual, pues esto apunta directamente a su calidad y al aprovechamiento que de los mismos puede obtenerse. El personal docente debe ser vigilante ante tales circunstancias, especialmente porque los errores no solo le restan utilidad y credibilidad al libro, sino que también pueden interrumpir la secuencia de aprendizaje que el profesorado desea ofrecer. (p.128)

La resolución de problemas ha sido una parte esencial de la historia del aprendizaje de las matemáticas y en México dentro de los planes y programas de estudio se ha ido enmarcando que es tanto una meta como un medio para el aprendizaje de dicha ciencia, fomentando el gusto con actitudes positivas hacia su estudio (SEP, 2017). Dentro del libro del maestro de 1996, se toma en cuenta a los problemas como “situaciones que permiten desencadenar actividades, reflexiones, estrategias y discusiones, que llevarán a la solución buscada, mediante la construcción de nuevos conocimientos” (SEP, 1996, p.9).

Con ello, en los objetivos que se decretan en los Aprendizajes Clave (2017), se enmarca que se tiene que “concebir a las matemáticas como una construcción social donde se formulen y argumenten hechos y procedimientos matemáticos, además de desarrollar habilidades que les permitan plantear y resolver problemas usando herramientas matemáticas, enfrentándose a situaciones no rutinarias” (SEP, 2017, p.225). Aquí se menciona explícitamente que la resolución de problemas de situaciones reales es un elemento esencial para el proceso de enseñanza-aprendizaje.

Por ello, en los documentos curriculares mencionados se ejemplifica la relevancia que tiene el usar este tipo de problemas dentro del ámbito educativo. “Este tipo de situaciones suponen un obstáculo didáctico, puesto que constituyen un impedimento para el aprendizaje” (Brousseau, 1991, citado por Fernández y Caballero, 2017, p.211).

Objetivo general

- Desarrollar un análisis didáctico de los libros de texto de segundo año pertenecientes a los Planes 2011 y 2018 para identificar las teorías del aprendizaje presentes.

Objetivos específicos

- Investigar en qué medida el uso del libro de texto influye en el aprendizaje de las matemáticas.
- Identificar las teorías de conflicto sociocognitivo, situaciones didácticas, campos conceptuales y fenomenología didáctica presentes en el libro de texto de matemáticas.
- Identificar si el libro de texto propone problemas basados en las matemáticas realistas.
- Reconocer las diferencias entre el libro de texto de matemáticas de segundo año de cada plan y programa de estudios.

Preguntas de investigación

- ¿Cómo el uso del libro de texto de matemáticas influye en el proceso de enseñanza-aprendizaje?
- ¿Por qué es importante analizar el libro de texto?
- ¿Cuáles son las teorías de la didáctica de las matemáticas presentes en los libros de texto de matemáticas de segundo año de los planes 2011 y 2018?
- ¿Las actividades planteadas en los libros de texto de matemáticas se basan en las matemáticas realistas?

- ¿Hay un avance o retroceso en los libros de texto de matemáticas de segundo año de los Planes 2011 y 2018?

CAPÍTULO III

Antecedentes

En este capítulo se realiza una síntesis de las investigaciones previas relacionadas con el tema a trabajar; tales estudios contemplan cuestiones conexas con el aprendizaje de las matemáticas por medio del libro de texto situado dentro de la didáctica de las matemáticas. Este capítulo se encuentra dividido en tres secciones: la primera es la transposición didáctica, donde se hablará sobre su conceptualización y cómo los nuevos descubrimientos sobre la didáctica de las matemáticas aportan tanto a la metodología en el proceso de enseñanza-aprendizaje como al conocimiento que debe tener el alumno, lo cual se refleja en los planes y programas de estudio y por ende en el libro de texto. Enseguida se describen los planes y programas de estudio de educación primaria del sistema educativo mexicano a partir del año 1993 a la fecha, analizando en su enfoque didáctico aquellas teorías didácticas de las matemáticas que están presentes. Como tercer apartado se encuentra el libro de texto referenciando su concepción según varios autores, la importancia que tiene como herramienta ampliamente utilizada y los aportes realizados por recientes investigaciones al campo.

Transposición didáctica

“Un contenido del saber que ha sido designado como un saber a enseñar, sufre un conjunto de transformaciones adaptativas que van a hacerlo apto para ocupar un lugar entre los objetos de enseñanza” (Beltrán, Navarro y Peña, 2018, p.140). Lo anterior se le conoce como transposición didáctica, que en palabras de Chamorro (2006) “es el conjunto de transformaciones que sufre un saber en efectos de ser enseñado” (p.82).

El pionero de la transposición didáctica fue Michel Verret en 1975 quien señaló que no se puede enseñar un objeto sin transformación, ya que “toda práctica de enseñanza de un objeto presupone, en efecto, la transposición previa de su objeto en objeto de enseñanza, es decir, se da paso del concepto científico-teórico al mismo concepto enseñado en el aula” (Beltrán, Navarro y Peña, 2018, p.140). Su

sucesor más reconocido es Yves Chevallard, quien retomó el postulado de transposición didáctica de Verret desde una aproximación antropológica de los saberes. Este autor menciona que “la transposición didáctica tiene lugar cuando pasan al saber enseñado, elementos del saber” (Chevallard, 1991, p. 25). Es decir, “el saber científico sufre una serie de transformaciones apropiadas para ser enseñable al estudiantado” (Beltrán, Navarro y Peña, 2018, p.140).

Desde entonces, a partir de las investigaciones de Chevallard se amplió el espectro para abordar fenómenos relacionados con los procesos de enseñanza-aprendizaje; estableciendo relaciones entre la tríada didáctica (el saber, el profesor y los estudiantes) inmersos en un sistema didáctico (entendido este, como las relaciones que se generan entre el profesor, los estudiantes y el conocimiento) y un contrato didáctico (proyecto compartido de enseñanza aprendizaje) (Camilo y Roa, s/f). Chevallard, contribuyó ampliamente a las ideas de Verret, tanto que dividió la transposición didáctica en dos partes: externa e interna. Según Alfaro y Chavarría (2012) definen cada una de estas de la siguiente manera:

La transposición externa es aquella que se efectúa del saber sabio al saber a enseñar, define el saber a enseñar como aquellos contenidos que figuran en el currículo del sistema educativo, la transposición interna, que consiste en los cambios sufridos por el saber a enseñar al convertirse en saber enseñado, en esta transposición participa directamente el docente. (p.156)

Beltrán, Navarro y Peña (2018,) dictan que la transposición didáctica involucra un proceso de transformación de los saberes científicos en saberes enseñados, donde se toman en cuenta las características y el contexto estudiantil, con el propósito de dar sentido a los conocimientos a enseñar con base en estrategias de enseñanza y aprendizajes, actividades, recursos didácticos, e instrumentos de evaluación, para que el estudiantado logre apropiarse de esos saberes.

De esta manera, Solarte (2006, citado por Camilo y Roa, s/f) alude que:

Los textos escolares y universitarios son considerados recursos didácticos en los procesos de enseñanza aprendizaje, que poseen un enfoque y una perspectiva que contribuyen al proceso de construcción del conocimiento; poseen un diseño de actividades en los cuales se presentan los conceptos que pueden influir en la transformación del pensamiento. (p. 765)

Por su parte, Ramírez (2005) dicta que los libros de texto:

Están circunscritos a los enfoques teóricos en los que se formaron los autores de los mismos, y con alguna aproximación a los documentos oficiales que sirven de puente entre los saberes teóricos o de referencia y la puesta en práctica de los saberes escolares. Están destinados a los alumnos y exigen la intermediación del docente.

Por lo tanto, en la elaboración de un libro de texto según Angulo (2001) se deben de “tomar en cuenta las nociones que se han de enseñar, la secuenciación e interrelación de las mismas, la definición y formulación correspondientes, los tipos de progresión, la programación de los saberes, los tipos de ejercicios, los modos de aprendizaje, entre otros” (p.41). De esta manera, los libros de texto presentan la forma como debe enseñarse y la intencionalidad que persigue. Así también, los libros “son resultado de la interpretación histórico- epistemológica de quienes los elaboran, por lo que entonces contienen visiones de ciencia” (Camilo y Rosa, s/f, p.766).

El libro de texto gratuito según Carvajal (2001, cita a Rockwell, 1995: 31; Remillard, 2000) “es el material que de manera “más objetiva” muestra los cambios introducidos en los planes y programas de estudio, estas modificaciones son evidencias del proceso de transposición didáctica en la práctica docente” (p.12). Martínez y Rodríguez (2010) mencionan que “los procesos de colonización de la vida en el aula por el texto escolar tienen todavía escasa exploración, siendo especialmente relevante el estudio de las prácticas docentes con el texto desde el punto de vista de la cualificación y el desarrollo profesional” (p.21).

Planes y programas de la educación primaria en México

Los Planes y Programas de Estudio en educación básica son documentos que brindan las herramientas necesarias para que el docente pueda organizar y planificar los contenidos de cada asignatura y de este modo el alumno pueda cumplir con los rasgos que enmarca el perfil de egreso. En el Plan de estudios 2009 de educación primaria menciona que el perfil de egreso proyecta:

El conjunto de rasgos que los estudiantes deberán mostrar al término de la educación básica, como garantía de que podrán desenvolverse en cualquier ámbito en el que decidan continuar su desarrollo. Dichos rasgos son el resultado de una formación que destaca la necesidad de desarrollar competencias para la vida, que además de conocimientos y habilidades incluyen actitudes y valores para enfrentar con éxito diversas tareas (SEP, 2009 p.42)

Bajo esta premisa es relevante analizarlos, para conocer la evolución que han sufrido en cuanto a las teorías o aportes de la didáctica de las matemáticas, haciendo énfasis en el enfoque didáctico, propósitos y competencias matemáticas. A continuación, se hará una reseña de los Planes y Programas de Educación Primaria desde el plan y programas de 1993 a la fecha.

Enfoque didáctico

De acuerdo con Aprendizajes Clave (2018), el enfoque didáctico debe:

Ofrecer los supuestos acerca de la enseñanza y el aprendizaje del espacio curricular en los que se fundamenta el programa de estudios. Su narrativa es reflexiva y problematizadora, y sus argumentos se nutren de los resultados de las investigaciones educativas en el campo que corresponde a cada programa de estudios. Incluye nociones y conceptos, y subraya aquellos aspectos particulares de la pedagogía, que requieren ser abordados en ese espacio curricular con un tratamiento especial. (SEP, 2018, p.149)

Enfoque Didáctico, Plan y Programa de Estudios 1993

El Plan y Programa de Estudios de 1993 menciona que “el alumno a partir del diálogo, la interacción y la confrontación de puntos de vista puede aprender y construir sus conocimientos, puesto que la correlación con sus compañeros y profesor reforzaran tal proceso” (SEP, 1993, p.51). En el plan de estudios se hace mención al aprendizaje a través de la interacción y confrontación de puntos de vista, lo que coincide con el **conflicto sociocognitivo**, el cual según Gilly (1988) tiene una doble naturaleza “por un lado, es social porque se trata de un conflicto entre respuestas sociales diferentes y por otro, es cognitivo puesto que puede ocurrir un conflicto interno donde el sujeto debe tomar conciencia de una manera de pensar diferente” (P.32).

Dentro de este Plan y Programa se sugiere a la **resolución de problemas** como la construcción de los conocimientos matemáticos, lo cual potenciará en el alumno habilidades, conocimientos y formas de expresión que permitirán comunicar y comprender información matemática.

Enfoque Didáctico, Plan y Programa de Estudios 2009

En el Plan y Programa de Estudios 2009 se hace referencia a que la formación del estudiante tiene que estar orientada a la adquisición de conocimientos y al desarrollo de habilidades y actitudes, lo que desencadenara experiencias que deriven el gusto o el rechazo por los conocimientos proporcionados. Estos conocimientos requieren de una construcción que vaya de lo informal a lo formal apoyándose del razonamiento y no de la memorización. No obstante, este plan alude a que el uso de la memoria es significativo para guardar ciertos datos que pueden ser utilizados en distintas alternativas.

Aseverando que el conocimiento proviene del razonamiento, el Programa de estudios 2009 menciona que “se tiene que llevar a las aulas actividades de estudio que despierten el interés de los alumnos y los inviten a reflexionar, a encontrar diferentes formas de resolver problemas y formular argumentos que validen los resultados” (SEP, 2009, p.82).

Para favorecer la implementación de estas actividades de estudio, el programa señala que el *medio* es “la situación o las situaciones problemáticas que hacen pertinente el uso de las herramientas matemáticas, así como los procesos que siguen los alumnos para construir nuevos conocimientos y superar los obstáculos en el proceso de aprendizaje” (SEP, 2009, p.82).

De acuerdo a lo anterior podemos relacionar dicho enfoque con la **teoría de las situaciones didácticas** de Brousseau (1998), quien se refiere a estas situaciones como “todas aquellas tareas, actividades o prácticas educativas que se caracterizan por ser diseñadas y construidas intencionalmente por un determinado sujeto (profesor) con el fin de enseñar un concepto, noción u objeto de conocimiento a otro sujeto (alumno)” (s/p). De igual modo, este autor menciona que los obstáculos:

Se manifiestan, por tanto, por sus errores, pero esos errores no son debidos al azar. Están ligados entre ellos por una fuente común, una manera de conocer, una concepción característica, coherente si no correcta, antigua y que ha tenido éxito en todo un dominio de acciones... Los obstáculos de origen didáctico son los que parecen no depender más que de una elección o un proyecto de sistema educativo... Los obstáculos de origen propiamente epistemológico son aquellos a los cuales uno no puede ni debe escapar. (Brousseau, 1998, p.69-74)

En el *medio*, el papel del alumno se remite a emplear sus conocimientos previos para entrar a la situación, estando al tanto de la existencia de diversas estrategias de solución y que tiene que emplear al menos una. Para hacer posible esto, es necesario proponer a los alumnos situaciones problema interesantes correctamente articuladas, para que el alumnado razone la situación y todo lo que conlleva.

Enfoque didáctico, Plan y Programa de Estudios 2011

El Plan y Programa de Estudios 2011 dictamina que “la formación matemática permite a los individuos enfrentar con éxito los problemas de la vida cotidiana depende en gran parte de los conocimientos adquiridos y de las habilidades y actitudes desarrolladas durante la Educación Básica” (p.65).

El enfoque didáctico del Plan y Programa de Estudios 2011 apunta a que los alumnos construyan sus conocimientos y desarrollen habilidades con sentido y significado por medio de situaciones problemáticas usando el lenguaje matemático para comunicar e interpretar ideas. Por medio del cual, “promoverán en el alumno la utilización de sus conocimientos previos, mismos que le permitirán entrar en la situación, lo que consiste en reestructurar algo que ya sabe, para volver a aplicarlo en una nueva situación” (p.66).

Dicho enfoque coincide con la **Teoría de los Campos Conceptuales** de Vergnaud (1990), quien declara que un concepto no puede ser reducido a su definición, al menos si se está interesado en su aprendizaje y enseñanza. A través de las situaciones y de los problemas que se pretenden resolver es como un concepto adquiere sentido para el niño. En este sentido, podemos distinguir dos clases de situaciones:

- Clases de situaciones para las cuales el sujeto dispone en su repertorio, en un momento dado de su desarrollo y bajo ciertas circunstancias, de competencias necesarias para el tratamiento relativamente inmediato de la situación.
- Clases de situaciones para las cuales el sujeto no dispone de todas las competencias necesarias, lo que le obliga a un tiempo de reflexión, de exploración, de intentos etc., que le conducen al éxito o al fracaso. (Vergnaud, 1990, p. 2)

Dicho lo anterior, hay que recordar que existen situaciones que el alumnado resuelve sencillamente usando un único esquema. No obstante, al plantearse una situación para la cual el alumnado no tiene todas las competencias matemáticas, acude a varios esquemas simultáneamente. Situación por la cual hay que tomar en cuenta la importancia del **conflicto sociocognitivo**, punto que se destaca en las siguientes líneas.

La importancia de ofrecer a los alumnos la posibilidad de expresar sus ideas y de enriquecerlas con las opiniones de los demás, ya que desarrollan la actitud de

colaboración y la habilidad para argumentar; además, de esta manera se facilita la puesta en común de los procedimientos que encuentran. Sin embargo, la actitud para trabajar de manera colaborativa debe fomentarse por los docentes, además de insistir en que cada integrante asuma la responsabilidad de la tarea que se trata de realizar, no de manera individual sino colectiva; por ejemplo, si la tarea consiste en resolver un problema, cualquier integrante del equipo debe estar en posibilidad de explicar el procedimiento que se utilizó. (SEP, 2011, p.67).

Enfoque Didáctico, Plan y Programa de Estudios 2018

El Plan y Programa de Estudios 2018, denominado Aprendizajes Clave, menciona que “los estudiantes analizan, comparan y obtienen conclusiones con ayuda del profesor; defienden sus ideas y aprenden a escuchar a los demás; relacionan lo que saben con nuevos conocimientos, disfrutan haciendo matemáticas” (SEP, 2017, p.227). Así mismo, rescata que el aprendizaje “se sustenta en los conocimientos previos de los alumnos, de tal manera que ellos aprovechen lo que saben y avancen en la construcción de conocimientos cada vez más complejos” (SEP, 2017, p.253).

De igual forma hay que remarcar que el aprendizaje de las matemáticas no solo trata de aprender aritmética y geometría, es un campo totalmente amplio en donde se favorece “la formación ciudadana, la comunicación, el trabajo en equipo, la búsqueda de argumentos para mostrar que un procedimiento o resultado, así como la disposición de escuchar y respetar las ideas de los demás y de modificar las propias” (SEP, 2017, p.228).

El enfoque didáctico para el estudio de las matemáticas es la **resolución de problemas**. Lo que implica plantear **situaciones problemáticas** interesantes y retadoras que inviten a los alumnos a reflexionar, encontrar diferentes formas de resolverlas y a formular argumentos para validar resultados; así como también que favorezcan el empleo de técnicas de resolución y el uso del lenguaje matemático para interpretar y comunicar sus ideas. (SEP, 2017, p. 253).

Este plan y programa se centra en la **diversidad de contextos por medio de los cuales se pueden aplicar los conocimientos matemáticos**; es aquí en donde el niño debe de abrir su panorama y comprender que existe una **diversidad de escenarios en los cuales se pueden aplicar las matemáticas**; desde esta perspectiva se conduce a trabajar colaborativamente, desarrollando no solo competencias matemáticas, sino comunicativas y científicas. Hay que proponer situaciones contextualizadas de diversas índoles, incluir el juego como un medio del aprendizaje, utilizar las tecnologías y retar al estudiante a ir más allá de lo que tiene.

La teoría de la **fenomenología didáctica** está inmersa en este plan y programa de estudios, entendiendo la fenomenología didáctica desde Freudenthal (1983 citado en Puig, 1997) como “una manera de manifestarle al maestro los lugares donde el alumno podría caminar en el proceso de aprendizaje del objeto mental que ha sido creado para organizar los fenómenos del mundo físico, social y mental” (p.4). Es decir, “la relación que establece el alumno entre el objeto mental, el uso y el contexto que lo rodea” (Río y Ramírez, 2009, p.18). Freudenthal (1991, citado por Van den Heuvel- Panhuizen, 1994) manifiesta que:

Un contexto es un evento, una proposición o situación derivada de la realidad, la cual es significativa para los alumnos o la pueden imaginar y conduce a usar métodos matemáticos desde su propia experiencia. Provee significado concreto y apoyo para las relaciones y operaciones relevantes de la matemática. Las situaciones podrían ser tomadas desde experiencias cotidianas, tales como los recorridos del colectivo o las compras y el manejo del dinero. Además de los contextos derivados de la vida experiencia diaria, los contextos pueden encontrarse en la matemática misma – el mundo de problemas con números puros y las relaciones numéricas, tales como el contexto de los números primos (p. 243)

Referenciando lo anterior, Cantoral (2016) menciona que las matemáticas:

Son consideradas parte esencial de la cultura, un elemento “vivo” que se crea “fuera” del aula, pero se recrea “dentro” de ella: las matemáticas no se

inventaron para ser enseñadas y sin embargo se enseñan; se las usa en distintos escenarios, digamos que “viven” a través de las acciones más básicas de toda actividad humana (p.8-9)

Con base en la idea de Freudenthal (1977) de que las matemáticas deben almacenar relación con la realidad, mantenerse cercanas a los niños y ser relevantes para la sociedad, el uso de contextos realistas se convirtió en una de las características de la educación matemática. Por tanto, en la educación matemática realista, “los estudiantes deben aprender matemáticas desarrollando y aplicando conceptos y herramientas matemáticas en situaciones de la vida diaria que tengan sentido para ellos” (van den HeuvelPanhuizen, 2005, p.38).

Es en este punto en donde el papel del docente se reduce a:

Crear situaciones y ayudar al alumno a crear sus propias inferencias sobre dichas circunstancias, entonces las matemáticas realistas desde este enfoque ayudan a que el alumno puede experimentar tanto en situaciones basadas en el contexto como en las mismas matemáticas, donde los objetos mentales al manifestarse se hacen visibles y comprensibles por medio de la experiencia que el adquiere, convirtiéndose en algo primordial que subyace en el discernimiento de la realidad, integrando su conocimiento con lo académico y lo social. (Río y Ramírez, 2009, p.18)

Competencias

En el ámbito educativo el aprendizaje no es solo tener conocimientos, es necesario el saber aplicarlos, ser competente en la tarea. Frade (2009) indica que una competencia:

Supone que la persona que la tiene sabe hacer las cosas, pero no mecánicamente sino con conocimiento de causa, con cierta habilidad y destreza que le permite ser y hacer con los otros. Una competencia es, en este sentido, una capacidad cognitivo-conductual, lo que equivale al potencial que posee una persona para poner en uso los conocimientos adquiridos con

ciertas habilidades de pensamiento en ejecuciones diversas que se despliegan en contextos sociales. (p.19)

En el actual plan y programa de estudios de educación primaria las competencias son entendidas como “la movilización de saberes ante circunstancias particulares, se demuestran en la acción al entrelazar tres dimensiones: conocimientos, habilidades, actitudes y valores” (SEP, 2017, p.105). En este mismo documento, se declara que para representar las competencias y clarificar su complejidad, los especialistas educativos del proyecto Educación 2030 de la OCDE, han formado un esquema entrelazado (fig. 2). Destacando que dentro de la acción, cada una de las dimensiones es inseparable pero al mismo tiempo se tratan de modo individual.

Figura 2

Esquema de los componentes de una competencia



Aprendizajes Clave (2017)

Dentro de este plan, la construcción del conocimiento y el desarrollo de habilidades, actitudes y valores son la meta final, de tal forma que “los aprendizajes clave se formulan a partir de estos términos concretándose en aprendizajes esperados, definiendo estos como lo que se busca (metas) que logren los estudiantes al finalizar cada grado escolar” (SEP, 2017, p.107)

El término de competencia surgió dentro del campo industrial en el año 1911 por F.W. Taylor en Estados Unidos, debido al replanteamiento de la preparación de los trabajadores de una fábrica, lo que llevo a un aumento de la productividad. Por ello este personaje escribió un libro denominado *The Principles of Scientific*

Management, en donde indica que un trabajador es competente cuando “tiene las destrezas particulares que lo vuelven eficiente en el trabajo” (citado por Esquivel, 2016, p.10).

Weigel y Mulder (2006) señalaron que las primeras contribuciones al área académica de la competencia datan de la década de los 70, fecha que supuso el punto de arranque de la historia y del uso del concepto de competencia. La formación basada en competencias se introduce en México en educación media superior en 1993 por el Proyecto de Modernización de la Educación Técnica y la Capacitación (PMETyC), que la SEP y la Secretaría del Trabajo y Previsión Social iniciaron de manera conjunta, con el fin de establecer las bases que asintieran reorganizar la capacitación laboral, los programas de formación y suscitar una mejor vinculación entre la oferta educativa y las necesidades del campo empresarial.

Chong y Castañeda (2013) en la revista *Filosofía y Letras* publicaron el artículo llamado “Sistema educativo en México: El modelo de competencias, de la industria a la educación”, en donde mencionan lo siguiente:

Aplicar el modelo por competencias en la educación mexicana implica un cambio en la manera de enseñar de los profesores y en la de aprender de los alumnos. El objetivo es que la educación sea integral y de calidad para conseguir que los estudiantes aprendan valores que los formen como ciudadanos pero que también les enseñen a obtener conocimientos y desarrollen habilidades para un desempeño productivo y competitivo en el mercado laboral. (p.1)

A partir de la implementación del Plan y Programa de Estudios 2009, el término competencia se añade a la educación básica como un movilizador de saberes dentro del aula y fuera de ella. En este Plan de estudios señala que una competencia:

Implica un saber hacer (habilidades) con saber (conocimiento), así como la valoración de las consecuencias de ese hacer (valores y actitudes). En otras palabras, la manifestación de una competencia revela la puesta en práctica

de conocimientos, habilidades, actitudes y valores para el logro de propósitos en contextos y situaciones diversas, por esta razón se concibe a la competencia como la movilización de conocimientos. (Plan de Estudio 2009 p.40 cita Perrenoud, 1999)

Libro de texto

Conceptualización del libro de texto

El libro de texto dentro de la educación tiene un papel fundamental, Shishkova y Popok (1989, citados por Borja, s/f) señalan que “el libro de texto es un género del subestilo de divulgación científica, sirviendo de apoyo al proceso docente educativo”. Gauld (1997, citado por Fernández y Caballero, 2017), afirma que los libros de texto “son la principal fuente de información para la adquisición de conceptos científicos en la mayoría de los estudiantes”. El libro de texto “fue diseñado y organizado para servir a los fines de la escolarización” (Fernández y Caballero, 2017, p. 204). Estos mismos autores señalan la opinión de Venegas (1993) respecto al libro de texto, aludiendo que el libro de texto es:

Un instrumento básico en el proceso de enseñanza y aprendizaje, mediador del conocimiento, que permite al niño una autonomía en su trabajo, proporcionándole ejercicios, e induciéndole a llevar a cabo experimentos. El libro de texto debe de partir de las experiencias del alumnado y estar vinculado a los avances e innovaciones que se produzcan en el campo de la ciencia. (p.204)

De acuerdo con Gabriel Zaid (1997), el libro es:

Uno de los inventos humanos más extraordinarios, una fuente de creación y difusión del conocimiento sin igual, cuyas características y cualidades pueden resumirse en las siguientes: son portátiles, pueden ser hojeados, se pueden leer al ritmo que marque el lector, no requieren cita previa, por lo que es factible que se conviertan en un instrumento fundamental en el proceso educativo. (Citado por Partido, 2007, p.2)

El libro de texto es un medio de intervención en el proceso de aprendizaje de los discentes, puesto que crea el puente entre lo que ya sabe y lo que está por aprender. Rojas (1998, citado por Rodríguez, 2013) establece que el libro de texto “constituye un instrumento de mediación, ya que representa un modelo de enseñanza y aprendizaje, en donde encarna una pedagogía dinamizadora de la relación educador-educando y permite el acercamiento a asignaturas particulares” (p.122).

De acuerdo con el Real Decreto de España, se define al libro de texto como:

El material impreso de carácter duradero y autosuficiente, destinado a ser utilizado por los alumnos y que desarrolla, atendiendo a las orientaciones metodológicas y criterios de evaluación correspondientes, los contenidos establecidos por la normativa académica vigente para el área o materia y el ciclo de que en cada caso se trate. (1999, p.241)

Por su parte Danisova (2006, citado por Mengual, 2017) propone 4 afirmaciones sobre la definición de libro de texto:

- Una publicación para ayudar al profesor, con un contenido metódicamente adaptado y limitado por el curriculum nacional.
- Un medio fundamental didáctico que ayuda a desarrollar un proceso educacional.
- Una producción que integra fuentes de información en el largo plazo, accesibles para todos los alumnos y profesores.
- Un instrumento que colabora a implementar el control y la evaluación del proceso de aprendizaje del alumno. (p.57)

Monterrubio y Ortega (2009) citan a varios autores y a su perspectiva de lo que es el libro de texto, dentro de estos mencionan a Escudero (1983) quien alude a que el libro de texto está constituido por tres dimensiones: semántica (contenido), estructural-sintáctica (organización y símbolos) y pragmática (uso, propósitos).

Por su parte Sacristán (1988) y Santos (1991) hacen referencia a que “la evaluación depende del uso que se pretende hacer del libro de texto dentro del aula y del modelo de enseñanza y aprendizaje que se pretende desarrollar”

En 1983 Van Dormolen identifica distintos tipos de libros de texto, los que contienen solamente problemas/ejercicios y dejan de lado las explicaciones, dentro de estos las demostraciones las da el docente; otro tipo de libro de texto es el que contiene explicaciones y cuenta con el desarrollo del contenido y con ejercicios y problemas separados correctamente y por último están los libros de texto que es la mezcla de los anteriores, destacando que las observaciones, aclaraciones y explicaciones se intercalan con problemas y ejercicios. Mientras que, en una investigación posterior (Van Dormolen ,1986), dicho autor propone la existen tres tipos de libros de texto, los primeros constan solamente de ejercicios y problemas, los segundos componen la teoría, problemas y ejercicios y los terceros constituyen una mezcla en la que se presenta la teoría, los ejercicios y problemas mezclados.

Se sabe que el currículo “es el conglomerado de contenidos, actividades y estrategias didácticas que promueven el conocimiento del alumnado, dentro de este se encuentra el libro de texto el cual es un facilitador entre el proceso de enseñanza-aprendizaje” (Álzate, Arbeláez, Gómez, Romero y Gallón, 2003, citados por Rodríguez, 2013, p.121) y la transposición didáctica, es entendida como “la transformación que se hace del saber disciplinar en saber efectivamente enseñado en el contexto del aprendizaje escolar” (Rodríguez, 2013, p.122).

Dentro de las aulas el libro de texto tiene un lugar esencial, ya que los estudiantes ocupan la mayor parte de su tiempo al estar trabajado con ellos. Villelas y Contreras (2005), aluden a que la meta del docente en relación con la asignatura de matemáticas a través del uso del libro de texto debería de ser la de “ayudar al alumnado a comprender los conceptos que componen el diseño curricular y entusiasmarlos para que, a partir de dicho aprendizaje obtenido en las aulas, se motiven de ir más allá y puedan transferir dicho conocimiento en sus actividades diarias” (p.427).

El libro de texto debe de contribuir a que el estudiante tenga un impulso por aprender y desarrollar sus capacidades investigativas, abriendo su panorama a la búsqueda de nuevos conocimientos. Rojas (1998, citado por Rodríguez, 2013) menciona que “el libro de texto innovador rescata el juego, el juicio crítico y creatividad, permitiendo la comprensión y transformación del mundo favoreciendo el aprendizaje cognoscitivo” (p.123). Además, el libro de texto cede a aquellos alumnos que van atrasados, la oportunidad de disponer de los contenidos en cualquier momento, así como de tener un trabajo autónomo fuera del aula para ponerse al corriente.

En México a comparación con otros países como España, hay escasos estudios acerca del análisis del uso de libros de texto de matemáticas en educación básica, en España en el 2013 se realizó un estudio contabilizando que el 81.3% de los docentes reconocen emplear ampliamente el libro de texto en su labor diaria y el 71.9% de los padres de familia consideran imprescindible este recurso en la educación de sus hijos, tanto en las escuelas como en el propio hogar; así mismo los estudiantes expresan la necesidad de trabajar con los libros (Bayona, 2013). A pesar de que estos resultados no son alusivos de nuestro país, se puede tomar como referente para tener una aproximación del uso del libro de texto en México.

El libro de texto se ha configurado como “una invariante de la escuela, como un material estable, de hecho, el material pedagógico de más larga duración en la historia de la escuela, aunque sujeto a modificaciones y transformaciones” (Braga y Belver, 2014, p.200). Rodríguez (2015), alude que el libro de texto es:

Un material curricular de gran centralidad para el aprendizaje en el aula y tienen un rol directivo y configurador de la práctica docente que los hace cualitativamente diferentes de otros recursos; es uno de los recursos que ejerce mayor influencia en los profesores para la toma de decisiones sobre la planificación. (p.19)

Una parte fundamental de la educación primaria de nuestro país es el libro de texto dado que es multifuncional, Choppin (1998) señala tres funciones: a)

herramienta pedagógica, b) soporte de la verdad que la sociedad cree necesario transmitir a las jóvenes generaciones, por lo que cambia según la época y régimen político y c) medio de comunicación que tiende a uniformar el discurso que transmite.

Es por esto que como plantean Braga y Belver (2016) “las implicaciones que los libros de texto tienen en la labor docente no solo tienen que ver con las características del propio material, sino también con el uso que hacen de los mismos” (p.203).

La importancia de analizar el libro de texto

“Los libros de texto son una herramienta fundamental dentro de la educación básica, por esta razón es necesario considerar su análisis como un elemento básico para comprender su uso en la práctica educativa” (Partido, 2007, p.4). Por su parte Rodríguez (2013) menciona que:

La valoración del libro de texto debe incluir su relación con el contenido curricular, es decir, si los contenidos del libro de texto responden a los que se proponen en el plan de estudios de la materia. Además, es fundamental la consideración de las actividades de mediación que el texto fomenta, en el sentido de si permiten realmente acercarse a los contenidos y procesarlos de tal forma que el estudiante pueda apropiarse de ellos y alcanzar los aprendizajes que necesita poseer de un campo en particular. (p.125)

Dentro del libro de texto es relevante analizar la secuencia curricular de los contenidos y ejercicios prácticos que presentan, dado que “estos últimos deben de tener un orden lógico y el nivel de dificultad ascendente” (Rodríguez, 2013, p.127). De igual modo, es necesario reconocer que el libro de texto no solo es un apoyo para el docente, sino que también debe de responder a las necesidades de los alumnos.

Simari (2010) quien realiza una serie de sugerencias que valoran el potencial del libro de texto para fomentar experiencias del aprendizaje:

- Adecuación a los contenidos que se trabajarán ese año.
- Los valores y representaciones sociales que se dejan ver.
- Las capacidades que promueven y las competencias que se ponen en acción con la lectura y realización de actividades.
- La posibilidad de seguir investigando gracias a la complementación de información o fuentes de referencia que brinda.
- El lazo comunicativo que ese libro puede establecer con los chicos.(p.5)

Slater y Graves (1991 citados por Villela y Contreras, 2005) menciona que es importante “atender la selección y presentación de los contenidos de los libros de texto, puesto que no basta con informar con un contenido particular, sino que también debería de proporcionar explicaciones, mostrando con claridad las relaciones entre los hechos, conceptos, teorías y contextos” (p.423).

The George Eckert Institute for International Textbook Research (2016) establece que:

La investigación en libros de texto es un campo relativamente nuevo y todavía no está representado como un tema en las universidades. Esta situación hace que sea aún más crucial para los que trabajan en el campo abordarla desde una variedad de disciplinas académicas y contextos regionales, la necesidad de recurrir a un espacio de discusión académica y apoyo mutuo y de proporcionar recursos para la provisión de datos y fuentes de información. (Citado por Fernández y Caballero, 2017, p.23)

En México el libro de texto es considerado como un mediador del aprendizaje del estudiante, pero también se ha configurado como el material curricular de uso preferente del profesorado. Por ello el análisis del libro de texto ofrece enormes posibilidades en la formación inicial de profesionales de la educación. (Braga y Belver, 2014).

Historia del libro de texto en México

El libro de texto es considerado un elemento valioso dentro del ámbito educativo como resultado de la comunicación y transmisión de conocimientos que posee, por ello es relevante conocer la historia que condujo a que en la actualidad tengamos en nuestras manos dichos tesoros. En la obra “La educación en México” (Escalante, et al, 2010) se muestra como el libro de texto en México ha ido evolucionando, por ello a continuación se muestra de manera breve la historia del libro de texto en nuestro país.

La historia comienza desde la etapa indígena, en un periodo que va desde el año 1325 hasta 1521, dentro de esta etapa destacó dos escuelas públicas mexicas la Tepochcalli y el Cálmecac. Los estudiantes de esta última debían de aprender a interpretar 3 tipos de libros, uno de ellos era “Tonalámat”, que contenía el calendario adivinatorio de 260 días; “Xiuhámad”, era el libro de la historia, en los cuales se registraban gobiernos, guerras, alianzas y “El Libro de los Sueños”, que se enfocaba en el ámbito de la adivinación. Fue una etapa en donde los antecedentes de los libros de textos no eran distribuidos a toda la población y eran acceso para pocos afortunados hijos de los reyes mexicas.

Durante la etapa del Virreinato, se introdujo el texto del catecismo tridentino, que era usado para la enseñanza del español; además de la implementación de diversas facultades como Artes y Oficios, en donde se estudiaba la lógica y se apoyaban con textos de autores como Domingo Soto y tratados de Aristóteles. Con todo esto se anhelaba a que los jóvenes supieran a hablar, escribir e incluso ejecutar composiciones literarias y trascender en aquellos tiempos.

En el año de 1784 los gobernantes indios de Tlatelolco y Tenochtitlan reimprimieron la biografía de la “Salvadora de los Santos, India Otomí”, que fue escrita por Antonio de Paredes en 1762, el propósito de este texto era que los niños aparte de leer, aprendieran a imitar las virtudes cristianas con la historia de la indígena, y es así como este libro, se consideró como el primer libro de texto gratuito en México. En 1817 para ofrecer algunas lecciones de enseñanza se usó “El Catón”

el cual era un libro pequeño que contenía consejos morales basados en la enseñanza, así como el compendio matemático en donde se enseñaba aritmética, las cuatro reglas de quebrados, la regla de proporción y la regla de tres.

En busca de la modernidad y con el gobierno de Adolfo López Mateos y en conjunto con Jaime Torres Bodet se creó el Plan Nacional de Expansión y Mejoramiento de la Enseñanza Primaria (Plan de Once Años) con el fin de implementar diversas estrategias para reformar la educación primaria. Dentro de este el 12 de febrero de 1959, el presidente firmó el Decreto de Creación de la Comisión Nacional de Libros de Texto Gratuitos (CONALITEG) que fue creado por Martín Luis Guzmán cuyo objetivo era editar y distribuir millones de libros gratuitos por todo el país, con la ilustración de la alegoría de la patria mexicana de Jorge González Camarena, se propuso que estos libros no debían ser obligatorios, sino que debían ser una herramienta de apoyo para los docentes y alumnos.

Con esto a partir del 01 de septiembre de 1959 dio revuelo el repartimiento de los libros de texto gratuitos para todo el país, y actualmente sigue en marcha dicho proyecto con sus respectivas modificaciones según las reformas educativas que han trascendido con los años.

El libro de texto gratuito en México

El libro de texto es un referente de la educación mexicana; nacen de la necesidad de ser gratuitos para todo el territorio mexicano. Anzuarez (2011) referencia que:

Hace más de 57 años, el gobierno de Adolfo López Mateos emprendió un esfuerzo sin precedente por atender el enorme rezago educativo de la población. De la mano de Jaime Torres Bodet en la cartera de Educación Pública, se diseñaron distintas estrategias para expandir y mejorar la educación obligatoria que permitiesen insertar a México en la modernidad y el desarrollo. El libro de texto gratuito es, desde entonces, uno de los principales estandartes de la política educativa. (p. 364)

En nuestro país es bien conocido que el libro de texto es un material importante debido a que dentro de sus objetivos está el proveer una herramienta de apoyo para el aprendizaje de los estudiantes, establecer y generalizar la formación de todos los mexicanos a lo largo de seis grados escolares, como lo especifica la Ley General de Educación; encontrándose bajo los ejes de obligatoriedad, gratuidad y material único, con esto se garantiza que todos los mexicanos tienen acceso a este recurso (Anzures, 2011, Faustino, López y Organista, 2017). Por su parte, Barriga (2011) menciona que “los libros de texto en la actualidad siguen siendo, a pesar de los obstáculos y modificaciones, la única fuente de lectura al alcance de familias enteras” (citado por Faustino, López y Organista, 2017, p.80).

Instituto encargado de producir el libro de texto en México

La Dirección General de Materiales Educativos (DGME) es el área encargada de actualizar los contenidos, función y uso de los libros de texto gratuitos, además de acercar a la escuela a una diversidad de materiales educativos, así como mejorar el acervo de las bibliotecas escolares.

La misión de la DGME es fortalecer la autonomía escolar y el logro educativo de todos los niveles educativos, generando que toda la comunidad escolar tengan acceso y utilicen una nueva generación de materiales educativos de calidad, diversidad y pertinencia para aprender a aprender, y aprender a convivir. Así mismo, contribuye a elevar el nivel del logro educativo de alumnos de educación básica, en colaboración con las Autoridades Educativas Estatales, por medio del desarrollo, selección, producción, distribución, difusión y evaluación de materiales de calidad en diversos soportes y formatos, que llegan a la escuela en tiempo, contribuyendo al desarrollo de los alumnos como usuarios plenos de la cultura escrita y digital.

El Art. 30 (reformado en el 2016) del Reglamento Interior de la SEP, dictamina que le corresponde a la DGME el ejercicio de las siguientes atribuciones:

- Elaborar los contenidos, mantener actualizados y editar los libros de texto gratuitos, a partir de los planes y programas de estudio para la educación

básica publicados, así como autorizar a la Comisión Nacional de Libros de Texto Gratuitos su impresión y distribución.

- Realizar los análisis técnicos o pedagógicos relacionados con la edición, producción y adquisición de libros y materiales didácticos para la educación inicial, básica y especial y, en su caso, emitir la opinión técnica correspondiente.
- Proponer criterios y recomendaciones en materia de edición, producción y adquisición de libros y materiales didácticos para la educación inicial, básica y especial.
- Proponer normas, criterios, procedimientos y estándares de calidad para la producción y selección de los materiales educativos para la educación inicial, básica y especial.
- Elaborar los contenidos y diseñar, editar, desarrollar, innovar, producir, encomendar y actualizar materiales educativos para la educación inicial, básica y especial a partir de los correspondientes planes y programas de estudio, en coordinación con las demás direcciones generales adscritas a la Subsecretaría de Educación Básica.
- Fomentar la elaboración de materiales educativos a partir de la experiencia del personal docente con funciones de dirección y de supervisión en las escuelas, en coordinación con las demás direcciones generales adscritas a la Subsecretaría de Educación Básica.
- Impulsar entre las autoridades educativas locales el diseño y uso de materiales educativos de educación inicial, básica y especial, con contenidos propios de cada región que apoyen el aprendizaje de los planes y programas de estudio.
- Brindar la asesoría necesaria para el desarrollo de capacidades técnicas de equipos estatales para la elaboración, edición, producción, adquisición, distribución, difusión y uso de materiales educativos.

Uso del libro de texto en el aula

Los libros de texto según Partido (2007) se convierten en una “herramienta fundamental de la práctica docente ejercida en la escuela primaria. Ello nos plantea la necesidad de considerar su análisis como un elemento básico para entender no sólo el trabajo docente, sino para explicitar qué sucede en la práctica educativa” (p.4). Vista desde lo curricular, el libro de texto es un material vertebral en el proceso de enseñanza-aprendizaje, sus transformaciones representan cambios, principalmente generados por las reformas educativas, más que por las necesidades pedagógicas de cada país (Braga y Belver, 2016, Martínez y Rodríguez. 2010).

Los planes y programas de estudio propician la elaboración de los libros de texto, quienes son parte esencial de la educación básica nacional y sirven de referencia para el aprendizaje del alumnado. Desde el surgimiento de esta metodología de enseñanza- aprendizaje, los niños cuentan con material educativo que les permite acceder a una mezcla de conocimientos generalizados que representan el conjunto de competencias que los alumnos de educación básica deben adquirir (Arista, Bonilla, & Lima, 2010). Por su parte, Partido (2007) declara que:

La generación del conocimiento por medio del libro de texto abre la posibilidad de interactuar con el contenido; puesto que no sólo informan, sino también forman, permiten generar estrategias que trascienden la mera búsqueda de información; presentan actividades mediante las cuales ocurren procesos de construcción, reconstrucción y transformación del conocimiento.
(p. 3)

Los libros de texto les sirven a los maestros para introducir y describir conceptos, los utilizan como guías didácticas para planificar y desarrollar el proceso de enseñanza- aprendizaje facilitando el explicar, desarrollar y reforzar ideas, otros docentes adaptan las actividades de los libros de texto a su propio criterio, independientemente de los fundamentos metodológicos propuestos en los mismos

(Aguirre, Arévalo, Pineda, 2014, p.20 cita a Macilla 1990, Serrado y Azcarate 2003, citado por Arista, Bonilla, & Lima, 2010, p.21)

Braga y Belver (2014) especifican dos puntos importantes del libro de texto dentro de las aulas de clase:

- Realizan una determinada selección cultural. Los libros de texto transmiten una determinada visión de la realidad, representando el saber oficial.
- Se convierten en el currículum real. El libro de texto se ha convertido en un producto escolar específico en el que se materializa el currículo en todas sus dimensiones. (p.201)

Los libros de texto constituyen “herramientas mediadoras que traducen, interpretan y concretan aquellos significados incluidos en el currículo prescripto por los organismos gubernamentales a través de un proceso y una presentación didáctica” (Gimeno, 2005, Martínez, 2002,). También contribuyen a la “actualización del maestro, al mismo tiempo que le permiten estructurar los contenidos curriculares de la asignatura que imparten al sugerirles enfoques pedagógicos y didácticos para orientar los procesos de enseñanza aprendizaje” (Partido, 2007, p. 3).

Desde otra perspectiva Bayona (2009) menciona que el libro de texto es “un objeto para el aprendizaje, una herramienta de trabajo en el mundo escolar cuya función didáctica de transmisión del conocimiento se complementa con su valor como guía para las personas que forman parte del proceso educativo” (p.1). En el siguiente cuadro se muestran las ventajas del libro de texto que marcan varios autores:

Tabla 5
Ventajas del libro de texto

Ventajas	Autor
Motivación	
Promoción de la participación.	
Interacción individual y colectiva.	Romero (2011)
Facilitación de la evaluación.	
Permite secuencialidad y gradualidad.	
Motivación	
Interactivo	
Inclusión de opiniones, interacción social.	Santos (2014)
Contextualizado	
Eficaz	
Propicia estudio previo de los contenidos.	
Evaluación positiva	
Agrado de los estudiantes	Rodríguez y Rodríguez
Aprendizaje auto dirigido.	(2016)
Motivación para estudiar.	
Promoción de una buena enseñanza.	
Capacidad de concentrar.	
Experiencia compartida.	Lucía (2012)
Contenido aumentado	Medina y Maseda (2014)
Oportunidad a nuevas formas de inteligencia	
Faustino, López y Organista (2017)	

Los libros de texto “son materiales curriculares de gran centralidad para el aprendizaje en el aula y tienen un rol directivo y configurador de la práctica docente que los hace cualitativamente diferentes de otros recursos” (Rodríguez, 2015, p.19).

Es por ello que Braga y Belver (2014) establecen la importancia de que los futuros docentes:

Comprendan que el libro de texto cumple un papel importante en la práctica escolar y por qué se han convertido en el material didáctico por excelencia. Quizás la solución no está en satanizarlos, sino en formar al profesorado en su análisis, así como en el diseño de materiales alternativos o complementarios al libro de texto. (p.202)

Avances en las investigaciones sobre el libro de texto

Contreras y Villera en el 2005 publicaron un artículo denominado “La selección y uso de libros de texto: un desafío para el profesional de la enseñanza matemática”. Dicho artículo muestra la importancia que tiene la selección del libro de texto en la gestión de las clases y en el desarrollo profesional del docente; aluden a la función y ventajas que tiene el libro de texto y junto a esto clarifican algunos criterios de análisis del mismo, para culminar con un análisis de caso sobre el cómo se selecciona y usa el libro de texto en las aulas. Estos autores concluyen que a través del análisis de la selección y uso de un libro de texto se evidencia algunas características de la tendencia didáctica de un profesor, así mismo rescatan que se tiene que realizar un seguimiento estricto del análisis entre la manera de entender la enseñanza y la orientación implícita en el material que se utiliza.

Por su parte en el año 2009, Monterrubio escribió el artículo denominado “Creación de un modelo de valoración de textos matemáticos. Aplicaciones”, esta investigación redacta la creación de un modelo exhaustivo de análisis y valoración de textos de matemáticas, con el objetivo de ayudar a los docentes a elegir el libro que mejor se adapte a las necesidades del contexto en el cual se utilizará. Esta autora toma en cuenta una diversidad de autores que enmarcan en una primera parte lo que es el libro de texto y en segunda la forma de analizarlos.

En el 2017, Fernández y Caballero realizaron una investigación denominada “El libro de texto como objeto de estudio y recursos didáctico para el aprendizaje: fortalezas y debilidades”, dicha investigación parte del cómo ha sido comprendido

conceptualmente el libro de texto, así como sus principales características por una diversidad de autores, además, mencionan que es el instrumento más utilizado para la enseñanza y el aprendizaje; así mismo, muestran evidencias de cómo este recurso puede ser un obstáculo para el aprendizaje.

En el mismo año (2017), Mengual investigó sobre la caracterización del contenido subyacente al libro de texto en el tema de medida, esta autora presenta un estudio de la propuesta de enseñanza de la medida presente en los libros de texto de matemáticas de la etapa de educación primaria en España; se realizó un análisis cualitativo basándose en una jerarquización de la estructura de la propuesta didáctica del libro.

Recientemente, en el 2019 Maiguasí en Ecuador investigó sobre el rol que cumple el texto escolar en la planificación curricular de educación inicial. Esta autora menciona que el texto escolar es un recurso primordial dentro de la clase, considerado como un mediador entre el conocimiento y los estudiantes, ya que facilita el trabajo de los docentes, mientras que para los discentes refuerza los contenidos comunicados por el docente y mediante las actividades dadas en el mismo fortalecen la formación total de todos los alumnos.

En síntesis las recientes investigaciones se dirigen hacia la importancia que tiene el analizar los libros de texto, ya que son un recurso indispensable dentro de las aulas educativas en nuestro país.

CAPÍTULO IV

Marco teórico

La investigación se fundamenta sobre dos pilares de referencia, los cuales son el foco de este capítulo dedicado al marco teórico, a saber: la primera es la metodología didáctica de las matemáticas haciendo referencia a las teorías que hablan sobre el método y la segunda el contenido matemático aludiendo al contenido de sumas y restas. La información que aquí se recoge permite plantear las directrices bajo las cuales se abordó y efectuó este trabajo, al mismo tiempo delimitar el área de estudio dentro de la cual se enmarca y fundamenta este trabajo.

El capítulo se estructura en dos grandes grupos y cada uno dividido en diferentes elementos:

-Metodología didáctica de las matemáticas

- Pensamiento matemático
- Teoría del conflicto sociocognitivo.
- Teoría de las situaciones didácticas.
- Teoría de los campos conceptuales.
- Teoría de la fenomenología didáctica.
- Problemas aritméticos.
- Matemáticas realistas.

-Contenido matemático

- Suma y resta.
- Clasificación de problemas aditivos

Pensamiento matemático

El objetivo primordial de la enseñanza de las matemáticas es desarrollar un pensamiento. Carretero y Asencio (2008, citado por Bosch, 2012) declaran que el pensamiento “es un conjunto de actividades mentales u operaciones intelectuales,

como razonar, hacer abstracciones, generalizaciones, etc., cuyas finalidades son, entre otras, tomar decisiones y representar la realidad externa” (p.16). Al estar hablando de matemáticas, se propicia un pensamiento matemático el cual en palabras de López (2012) “fomenta el desarrollo del razonamiento lógico, además de desarrollar la creatividad y la imaginación, por lo que el enseñar al alumno a reflexionar y a pensar es de suma importancia, puesto que permite mejorar su desarrollo intelectual” (p.3). Por su parte Navarro (2017) dice que “el pensamiento matemático ha de convertirse en una necesidad para el desarrollo integral de cada estudiante” (p.2).

Visto de esta manera las matemáticas son vistas como una forma de pensamiento que busca desarrollar una forma de razonar, justificar y argumentar decisiones ante una situación problemática. En el documento de Aprendizajes Clave (2017) se plantea al pensamiento matemático como “la forma de razonar que utilizan los matemáticos profesionales para resolver problemas provenientes de diversos contextos, ya sea que surjan en la vida diaria, en las ciencias o en las propias matemáticas” (SEP, 2017, p.222).

Aunado al pensamiento matemático, nos encontramos con el pensamiento crítico, el cual para Ennis citado por López (2012), se concibe como “el pensamiento racional y reflexivo interesado en decidir qué hacer o creer” (p.43). Es decir, por un lado, constituye un proceso cognitivo complejo de pensamiento que reconoce el predominio de la razón sobre las otras dimensiones del pensamiento. Su finalidad es reconocer aquello que es justo y aquello que es verdadero, es decir, el pensamiento de un ser humano racional. Para potenciar el pensamiento matemático según López (2012):

Se debe de generar ambientes de aprendizaje con situaciones significativas que permitan que los alumnos logren niveles de conocimientos cada vez más complejos, para lo cual es necesario insistir en el desarrollo paulatino de competencias como el pensar, plantear, argumentar, comunicar, razonar y proponer, entre otras más. Este proceso paulatino los estudiantes lo

construyen a partir de las experiencias que van adquiriendo por la interacción con los objetos de su entorno y poco a poco irán alcanzando una formación matemática que les permitirá solucionar diversos problemas, pero este conocimiento no es solamente el conocer formas técnicas de solución, sino también implica ciertas dificultades de cómo utilizarlo siempre con un fin provechoso, lo que significa que deben entender que las matemáticas son necesarias no solo en la escuela, sino más allá de ella. (p.3)

En este sentido se trata de fortalecer el pensamiento matemático en el discente, en la medida que ellos estén en escenarios de tomar el control de sus propias actividades matemáticas, a través de confrontaciones con cierto tipo de obstáculos. Cantoral, et al (2005) mencionan que para el desarrollo del pensamiento matemático y del pensamiento crítico entre los estudiantes es necesario:

- La actividad de los estudiantes está orientada hacia la obtención de un resultado preciso. Deben de anticipar y luego verificar los resultados.
- La resolución de problemas implica la toma de múltiples decisiones por parte de los alumnos, y la posibilidad de conocer las consecuencias de sus decisiones a fin de modificarlas para adecuarlas al logro del objetivo perseguido. Es decir, se permite que los estudiantes intenten resolver el problema varias veces.
- Los estudiantes pueden recurrir a varias estrategias para resolver el problema planteado.

En los distintos análisis de la teoría de las situaciones didácticas se hace una clara elección por la manipulación de las variables de comando, dado que permiten modificar las situaciones didácticas favoreciendo el uso de estrategias y generalizando condiciones para la aparición y estabilización de otras subyacentes al conocimiento que se quiere enseñar (aprender).

De esta manera al favorecer el pensamiento matemático en el aula, el alumno se convertirá en un ser racional y crítico, en lo cual el libro de texto tiene que ayudar,

generando situaciones en las cuales este sujeto pueda desenvolverse matemáticamente competente. El libro de texto es el recurso didáctico que por excelencia la mayor parte de los docentes utilizan para desarrollar sus clases, y por tal motivo debe de ser el material que proporcione las mejores herramientas para desarrollar el pensamiento matemático.

Por tal motivo, el libro de texto tiene que estar elaborado metódicamente siguiendo las teorías del aprendizaje de matemáticas más recientes que favorecen el pensamiento matemático, entre las cuales destaca las situaciones didácticas de Guy Brousseau (1986) planteando que el profesor “debe de construir intencionalmente una situación con el fin de hacer adquirir a los alumnos un saber determinado” (p.4), la teoría de los campos conceptuales de Gerard Vergnaud (1990) nos menciona que “un campo conceptual es aquel conjunto de problemas y situaciones cuyo tratamiento requiere conceptos, procedimientos y representaciones de tipos diferentes pero íntimamente relacionados”, Teoría del conflicto cognitivo y finalmente la teoría sobre la fenomenología didáctica de Hans Freudenthal (1983).

El conflicto sociocognitivo tiene vinculación con la resolución de problemas, puesto que en este tipo de actividades, el alumno necesitará de relacionarse con sus compañeros y poner en juego sus conocimientos, es decir, confrontar lo que sabe con el conocimiento de sus compañeros y entrar en ese conflicto lo cual puede conducir a un nuevo aprendizaje. Estas deben de ser consideradas, ya que son las generadoras de comprender cómo es que el alumno tiene que aprender y bajo qué circunstancias debería de hacerlo.

Teoría del conflicto sociocognitivo

El conocimiento es visto como “un proceso de negociación o construcción conjunta, y es parte para el proceso de enseñanza-aprendizaje” (Roselli, 2016, p.224). A partir de esto, es importante definir el conflicto sociocognitivo (csc), para lo cual se toman las concepciones de diversos autores:

Carugati y Mugny (1988) consideran que el conflicto es “sobre todo, social, ya que confluye en la construcción social de nuevos instrumentos cognitivos. De esta manera, definen al csc como la confrontación de respuestas social y lógicamente incompatibles” (p.81). Por su parte, para Coll (1991) el conflicto cognitivo aparece básicamente “como resultado de la falta de acuerdo entre los esquemas de asimilación del sujeto y la constatación de los observables físicos correspondientes, o bien como resultado de las contradicciones internas entre los diferentes esquemas del sujeto” (p. 116). Roselli (1999) define el conflicto cognitivo como:

El rechazo explícito de un razonamiento o aporte cognitivo ajeno o propio, o simplemente la introducción de un punto de vista distinto respecto del preexistente (rechazo implícito). Tanto el rechazo como la nueva propuesta deben estar cognitivamente fundadas, o sea que el conflicto supone necesariamente una o más unidades cognitivas. (p. 150)

En cambio, Gilly (1988), manifiesta que el conflicto tiene una doble naturaleza. “Por un lado, es social porque se trata de un conflicto entre respuestas sociales diferentes. Por otro, es cognitivo puesto que puede ocurrir un conflicto interno donde el sujeto debe tomar conciencia de una manera de pensar diferente” (p.29).

Finalmente, es importante destacar que el csc nació en la Escuela de Psicología Social de Ginebra, la cual propone que “la interacción social es determinante del progreso cognitivo, tal convergencia supone el conflicto cognitivo que posibilita el progreso, que, ante todo, es de carácter social” (Peralta, 2016, p.125). Esta institución considera que el conocimiento no implica sólo una relación entre un sujeto y un objeto, sino que involucra la relación del sujeto con los otros sujetos. De esta manera “la actividad de una persona es socializada y, en la medida en que existen acciones y juicios que hacen confrontar a los sujetos, la coordinación finaliza en la obtención de un equilibrio que es, por sí mismo, social” (Doise y Mugny, 1991, citado por Peralta, 2016, p.16). Roselli (2016) declara que:

El conflicto sociocognitivo constituye el factor determinante del desarrollo intelectual. Este se vehiculiza en el seno de la interacción social,

fundamentalmente en contextos de cooperación entre pares. La multiplicidad de perspectivas que convergen en este tipo de situaciones sociales, siempre que sean intrínsecamente conflictivas y que den lugar a un desacuerdo social explícito, hace posible la descentración cognitiva del sujeto y, con ello, el progreso intelectual. (p.225)

Carugati y Mugny, (1988, citado por Peralta (2016) en su investigación dictamina una serie de condiciones para que se produzca el conflicto sociocognitivo, las cuales son:

La primera es el prerrequisito cognitivo en donde es necesario que el sujeto disponga de esquemas elementales previos a las situaciones de conflicto y el prerrequisito social es que pueda comunicarse e interpretar en forma adecuada los mensajes de sus compañeros. El segundo hace referencia a las interacciones sociales la cuales dan lugar a rendimientos cognitivos superiores a los alcanzados por los individuos que trabajan solos y que se mantienen cuando los niños son interrogados por separado y pueden usar el nuevo instrumento tanto en situaciones de trabajo individuales como colectivas. (p.131)

La idea anterior se manifiesta en palabras de Pujol (2007) de la siguiente manera:

Desde el punto de vista piagetiano se entiende que los esquemas de interpretación del alumnado se configuran a partir de la existencia de conjuntos organizados de conocimiento en su mente y que dicha construcción si bien en gran parte es individual, interna y solitaria, precisa de los demás para desarrollarse; adquiere importancia la comunicación con los demás como elemento clave para provocar un desequilibrio inicial y establecer un nuevo equilibrio en la estructura cognitiva, revalorizándose, además, el papel del profesorado en el aprendizaje. (p. 99)

Así mismo, el sujeto debe de ser capaz de comunicar e interpretar apropiadamente los mensajes de los demás. Ante esto “se toma como condiciones la heterogeneidad de los niveles cognitivos de los individuos, la oposición de

centraciones, la existencia de puntos de vista opuestos o una técnica de cuestionamiento” (Carugati y Mugny, 1988, p.86).

Teoría de las situaciones didácticas

Guy Brousseau (1933), matemático e investigador marroquí propuso un modelo donde la enseñanza fuera vista como un proceso enfocado en la obtención de los conocimientos matemáticos en el ámbito escolar; puesto que producir conocimientos conjetura establecer nuevas relaciones y transformar otras. En todos los casos, “provocar conocimientos involucra validarlos, según las normas y los procedimientos aprobados por la comunidad matemática en la que dicha producción tiene lugar” (Sadovsky, 2005, p.2). Dicho modelo es la teoría de las situaciones didácticas, para centrarnos totalmente a ella primero es importante definir lo que es una situación, en palabras de Brousseau (2007):

Una situación es un modelo de interacción de un sujeto con cierto medio que determina un conocimiento dado, como el recurso del que dispone el sujeto para alcanzar o conservar en este medio un estado favorable. Algunas de estas situaciones requieren la adquisición anterior de todos los conocimientos y esquemas necesarios, pero hay otros que le ofrecen al sujeto la posibilidad de construir por sí mismo un conocimiento nuevo en un proceso de génesis artificial. (p.17)

Godino y Batanero (2016) alude que:

La teoría de las situaciones didácticas formulada por Brousseau constituye, desde nuestro punto de vista, una teoría del aprendizaje organizado de la matemática, es decir, una teoría de la enseñanza de la matemática, en acuerdo con los presupuestos epistemológicos y psicológicos evidenciados en precedencia. Describe un ambiente de aprendizaje potente en el cual no sólo se presta atención al saber matemático puesto en juego en la propuesta de trabajo sino también a las actividades de comunicación en aula, todo esto en una secuencia ordenada de situaciones didácticas. (...) la teoría de las

situaciones didácticas [y aquí se citan los trabajos de G. Brousseau] que nos sirve de referencia evidencia el papel de las situaciones de acción para hacer que los estudiantes den sentido a las nociones y a los procesos de la matemática. (p.6)

Sadovsky (2005) menciona que “la concepción constructivista llevo a Brousseau a postular que el sujeto produce conocimiento como resultado de la adaptación a un medio resistente con el que interactúa” (p.2), es decir, “el alumno aprende adaptándose a un medio que es factor de contradicciones, dificultades y desequilibrios. Se manifiesta por medio de nuevas respuestas, que son la marca de aprendizaje” (Brousseau, 2007, p.30).

La Situación Didáctica, como la menciona Sadovsky (2005) percibe el proceso en el cual el docente proporciona el medio didáctico en donde el estudiante construye su conocimiento, consiste en la interrelación de los tres sujetos que la componen (docente-estudiante-medio). Brousseau (2006) explica la situación didáctica de la siguiente manera:

Suponiendo que cada conocimiento matemático posee al menos una situación que lo caracteriza y lo diferencia de los demás. Por otra parte, se conjetura que el conjunto de situaciones que caracterizan una misma noción está estructurado y puede ser engendro a partir de un pequeño número de situación llamadas fundamentales, a través de un juego de variantes, variables y cotas sobre estas variables. Como el alumno no puede resolver de entrada cualquier situación a-didáctica, el maestro le procura aquellas que están a su alcance. Las situaciones a-didácticas preparadas con fines didácticos determinan el conocimiento enseñado en un momento dado y el sentido particular que este conocimiento va a tomar por efecto de las restricciones y deformaciones aportadas a la situación fundamental. Esa situación o ese problema elegido por el docente lo involucra a él mismo en un juego con el sistema de interacciones del alumno con su medio. (p.32)

En el desarrollo de la teoría de las situaciones didácticas, el profesor se convierte en algo más importante, en guía en el aprendizaje del alumno, cumpliendo las siguientes funciones:

- Debe buscar una situación apropiada para que el alumno produzca sus conocimientos como respuesta personal a una pregunta.
- Debe preparar con cuidado el medio que conforma cada situación, previendo las acciones que cada alumno puede realizar, las retroacciones que ofrece el medio y las posibilidades de validación de las que disponen.
- Debe gestionar las variaciones y modificaciones que pueden efectuarse sobre el medio que conducirán a un cambio en la acción del alumno y por tanto a la construcción de un nuevo conocimiento.
- Debe evitar darle información directa o indirecta al alumno que le permita resolver el problema, y sobre todo debe evitar juzgar el trabajo del alumno.
- Una vez los alumnos han alcanzado el conocimiento que se pretendía, el docente debe dicho conocimiento y explicitar sus conexiones con el saber oficial. (Brousseau, 1994, citado por Macías, 2016, p.7).

Por su parte, el estudiante:

- Debe entrar en el problema haciéndolo suyo con un objetivo claro y no impuesto: resolverlo.
- Debe de realizar acciones sobre el medio aplicando los conocimientos de los que dispone, independientemente de que sean óptimo o no para solucionar la tarea.
- Debe validar su acción de acuerdo con la interpretación que hace de las retroacciones del medio. Puede obtener dos posibles resultados: Una validación positiva lo que reforzará la acción realizada y los conocimientos puestos en juego, o una validación negativa produciendo un desequilibrio que conlleva la adaptación o modificación de la acción produciendo nuevos conocimientos y teniendo que iniciar un nuevo ciclo acción-retroacción-validación. (Brousseau, 1994, citado por Macías, 2016, p.8).

Situación a-didáctica.

Chavarría (2006) declara que una situación a-didáctica es:

El proceso en el que el docente le plantea al estudiante un problema que asemeje situaciones de la vida real que podrá abordar a través de sus conocimientos previos, y que le permitirán generar, además, hipótesis y conjeturas que asemejan el trabajo que se realiza en una comunidad científica. En otras palabras, el estudiante se verá en un micro-comunidad científica resolviendo situaciones sin la intervención directa del docente, con el propósito posteriormente de institucionalizar el saber adquirido. (p.2)

Por su parte Brousseau, 2007, menciona que cuando el alumno acepta el problema como suyo, el docente se tiene que rehusar a intervenir en calidad de oferente de los conocimientos que quiere ver en el discente. De esta forma, “el alumno tiene conocimiento que el problema fue elegido para obtener un conocimiento nuevo y que debe ser capaz de utilizarlo en situaciones fuera del contexto escolar y en ausencia de cualquier indicación intencional” (Brousseau, 2007, p.31). Para que una situación sea a-didáctica son indispensables las siguientes condiciones:

- El alumno debe poder entrever una respuesta al problema planteado.
- El procedimiento de base debe mostrarse rápidamente como insuficiente.
- Debe existir un medio de validación de las estrategias.
- Debe existir incertidumbre, por parte de alumno, en las decisiones a tomar.
- El medio debe permitir retroacciones.
- El juego debe ser repetible.
- El conocimiento buscado debe aparecer como el necesario para pasar de la estrategia de base a la estrategia óptima. (Chamorro, 2005, p.94).

De esta forma la distinción entre la situación didáctica y la a-didáctica es que:

La interacción entre los sujetos de la situación didáctica acontece en el medio didáctico que el docente elaboró para que se lleve a cabo la construcción del conocimiento (situación didáctica) y pueda el estudiante, a su vez, afrontar aquellos problemas inscritos en esta dinámica sin la participación del docente (situación a- didáctica). (Chavarría, 2006, p.2).

Distintos tipos de situaciones.

Brousseau (2007, citado por Macías, 2016) marca una primera aproximación a la clasificación de las situaciones didácticas:

Situación de acción: Una estrategia se adopta rechazando intuitivamente o racionalmente una estrategia anterior. Una estrategia nueva se somete a la experiencia y puede ser aceptada o rechazada según la apreciación que tenga el alumno sobre su eficacia. La sucesión de situaciones de acción constituye el proceso por el cual el alumno aprende un método de resolución de su problema.

Situaciones de formulación: El alumno se comunica con uno o varios interlocutores intercambiando información sobre lo que ha descubierto o encontrado. En este tipo de situaciones el medio está organizado de tal manera que las restricciones impuestas obligan al estudiante a utilizar sus conocimientos para producir formulaciones que pueden ir acompañadas o no de un código o lenguaje en forma de mensaje, pudiendo tratarse únicamente de un intercambio de ideas o juicios. La falta de idoneidad de los mensajes intercambiados pone en duda el procedimiento empleado para su obtención, de forma que la sanción en forma de fracaso reenvía a la revisión de la acción. Las condiciones para que una situación de formulación se desarrolle satisfactoriamente y funcione son, según Chamorro (2005):

- Que haya necesidad de comunicación entre alumnos cooperantes.

- Que las posiciones de los alumnos sean asimétricas en lo que se refiere a los medios de acción sobre el medio o las informaciones.
- Que permita retroacciones: con el medio, para la acción, con el receptor del mensaje. (p. 48).

Situaciones de validación: En esta situación el alumno debe transmitir la estrategia seguida y que ha funcionado en el momento de la acción o la pertinente formulación y los resultados satisfactorios obtenidos con el propósito de que un interlocutor someta dichas declaraciones a juicio. El profesor debe organizar el medio de forma que su papel sea exclusivamente el de organizador de la acción pedagógica, de modo que su situación de privilegio con respecto al saber sólo se manifieste como gestor y responsable del buen funcionamiento del medio y la situación que en él se desarrolla, y no a través de la corrección tradicional. No obstante, no existe garantía a priori de que la fase de validación conduzca al estudiante hacia conclusiones acertadas para él. Por este motivo, la situación de validación busca que sean los propios alumnos los que entren a valorar la idoneidad de lo realizado, entablando un proceso de pruebas. Según Chamorro (2005) para que se consiga un medio a-didáctico en una situación de validación se requiere:

- Que haya necesidad de comunicación entre alumnos oponentes (proponente y oponente).
- Que las posiciones de los alumnos sean simétricas en relación con los medios de acción sobre el medio y las informaciones.
- Que el medio permita retroacciones a través de la acción (mensajes), y con el juicio del interlocutor. (p. 49- 50).

Situación de institucionalización: Cuando la estrategia empleada por el estudiante le permite encontrar la solución al problema al que se ha enfrentado (estrategia óptima), desconoce que los conocimientos implícitos en dicha estrategia, personales y contextualizados, constituyen un saber matemático, impersonal y descontextualizado, que puede ser reutilizado con éxito en otras situaciones. Por lo tanto, una vez finalizada la situación a-didáctica, el profesor debe explicitar las

relaciones entre el conocimiento construido por el propio estudiante gracias a la situación y el saber que desea enseñar. A este proceso, que corre a cargo del profesor, se le llama institucionalización.

Contrato didáctico.

Brousseau (1986) plantea el contrato didáctico como “un modelo teórico del vínculo de relaciones que decretan, una parte de lo que cada oponente, enseñante y enseñado, tiene la responsabilidad de gestionar y de lo que será responsable, es decir, el conocimiento buscado” (p. 299). Ante esto Chavarría (2006) menciona que “Brousseau identifica algunos efectos que pueden inhibir o interrumpir la construcción de conocimiento que lleva a cabo el estudiante dentro del medio didáctico que el profesor elabora” (p.3). Básicamente, son actitudes que generan efectos negativos en el proceso de enseñanza- aprendizaje, o bien, en la definición del contrato didáctico. Brousseau indica cuatro efectos:

Tabla 6

Efectos de la situación didáctica

Efecto	Características
Topaze	Se produce cuando el profesor toma a su cargo y bajo su responsabilidad lo fundamental del trabajo. Si el alumno fracasa, el profesor proporciona información adicional para que el estudiante encuentre la respuesta la cual estará desprovista de significado, pues el problema se ha reducido produciéndose una pérdida de su sentido.
Jourdain	Es una degeneración del Efecto Topaze. El profesor, para evitar el debate con el alumno sobre el conocimiento, y constatar eventualmente el fracaso de éste, admite y reconoce el indicio de un conocimiento sabio en los comportamientos o respuestas del alumno,

	aunque éstas hayan sido motivadas por causas y significaciones banales. (Brousseau, 1984, p. 11)
Analogía	Consiste en la sustitución del estudio de un concepto complejo y abstracto por el de otro análogo más sencillo y concreto.
Desplazamiento metacognitivo	Consiste en tomar como objeto de estudio un método satisfactorio para resolver un problema, perdiéndose de vista la situación inicial y el conocimiento que se pretendía enseñar.

Macías, 2016, p.17

La enseñanza de las matemáticas debe verse como un proceso de construcción a través del planteamiento de situaciones didácticas, en las cuales “el alumnado debe efectuar un trabajo similar al de la persona matemática, con un papel activo y donde la resolución de problemas debe estar siempre presente como propuesta didáctica” (Brousseau, 1986, citado por Alfaro y Fonseca, 2016, p.9). Desde este punto y para el análisis de las situaciones didácticas, es imprescindible la teoría de campos conceptuales de Vergnaud (1990).

Teoría de los campos conceptuales

La teoría cognitivista de los Campos Conceptuales fue desarrollada por Gérard Vergnaud en 1990, la cual está inspirada en los aportes teóricos de Jean Piaget puesto que toma como cimiento fundamental “las nociones de esquema, los invariantes operatorios y relacionales, aceptando que el conocimiento matemático emana de la adaptación del individuo, por medio de los procesos de asimilación y acomodación” (Macías, 2016, p.70). Ante esto, Alfaro y Fonseca (2016) citan a Piaget (1978) mencionando que la idea de la educación matemática y la orientación que se dé a los procesos de enseñanza y aprendizaje “dependen de una gama muy compleja de factores; entre estos, la concepción que se adopte sobre las matemáticas y la interpretación que se acepte de la adquisición de las operaciones

y estructuras lógico-matemáticas” (p.1). Desde este punto, Vergnaud (1990) señala que:

Un campo conceptual es un conjunto informal y heterogéneo de problemas, situaciones, conceptos, relaciones, estructuras, contenidos y operaciones del pensamiento, conectados unos a otros y, probablemente, entrelazados durante el proceso de aprendizaje. No es una teoría de enseñanza de conceptos explícitos y formalizados. Estudia procesos de conceptualización de lo real que permitan visualizar continuidades y rupturas entre conocimientos desde el punto de vista de su contenido conceptual. (p.8)

La experiencia es el encuentro del sujeto con situaciones. El campo de experiencia de una persona es tan vasto y pleno de situaciones y de registros de actividad que resulta en los hechos, imposible analizarlo como un sistema. Contrariamente, un campo conceptual puede pensarse como un conjunto de conceptos que forman un sistema referido a una clase de situaciones, y que se originan en la actividad del sujeto en esas situaciones (Vergnaud, 2013).

Por lo cual en palabras de Vergnaud (1994) se trata de involucrar en una misma teoría “todo el desarrollo de situaciones progresivamente controladas, de conceptos y teoremas necesarios para operar eficientemente en una situación, y de las palabras y símbolos que pueden representar eficazmente esos conceptos y operaciones para el estudiantado, dependiendo de sus niveles cognitivos” (p.7). Toda situación se puede analizar como una combinación de tareas de las que es importante conocer la naturaleza y la dificultad. En la teoría de los campos conceptuales “la complejidad de las tareas recae en los conceptos matemáticos y, por ende, la forma de los enunciados y el número de elementos puestos en juego tienen un rol secundario” (Alfaro y Fonseca, 2016, p.156).

Vergnaud (1990) declara que un concepto “no puede ser reducido a su definición, al menos si se está interesado en su aprendizaje y enseñanza. A través de las situaciones y de los problemas que se pretenden resolver es como un concepto

adquiere sentido para el niño” (p. 2). En este sentido, podemos distinguir dos clases de situaciones:

- Clases de situaciones para las cuales el sujeto dispone en su repertorio, en un momento dado de su desarrollo y bajo ciertas circunstancias, de competencias necesarias para el tratamiento relativamente inmediato de la situación.
- Clases de situaciones para las cuales el sujeto no dispone de todas las competencias necesarias, lo que le obliga a un tiempo de reflexión, de exploración, de intentos etc., que le conducen al éxito o al fracaso. (Vergnaud, 1990, p.2)

Dicho lo anterior, hay que recordar que existen situaciones que el alumnado resuelve sencillamente usando un único esquema. No obstante, al plantearse una situación para la cual el alumnado no tiene todas las competencias matemáticas, acude a varios esquemas simultáneamente. Es decir, “el funcionamiento cognitivo de un sujeto o de un grupo de sujetos en situación está basado en el repertorio inicial de los esquemas disponibles” (Alfaro y Fonseca, 2016, p.161)

Dentro de la primera situación se detectarán conductas automatizadas y organizadas por un esquema único, mientras que en la segunda se determinará que los esquemas reflejan toda aquella información que está resguardada en nuestro interior, si se presenta una situación similar a una que se vivió, salen los esquemas y hacen que se efectúe las mismas acciones, cuando se presenta una situación diferente salen varios esquemas que se pueden conjuntar para hacer uno nuevo.

Por lo cual, el conocimiento está centrado en “campos conceptuales cuyo dominio, ocurre a lo largo de un extenso periodo de tiempo, a través de la experiencia, madurez y aprendizaje” (Vergnaud, 1982, p.40). De esta manera “la primera entrada de un campo conceptual es la de las situaciones; y una segunda entrada es la de conceptos y teoremas” (Vergnaud, 1990, p.141). De acuerdo con

el análisis de las situaciones, Vergnaud (1990) identifica el siguiente campo conceptual:

- Estructuras aditivas. Incluyen situaciones que implican una o varias adiciones o sustracciones, así como los conceptos y teoremas asociados. Los conceptos relacionados son los de cardinal, medida, transformación temporal por aumento o disminución, relación de comparación cuantificada, composición binaria de medidas, entre otros. (p.149).

Dentro de la teoría de campos conceptuales (Vergnaud, 1983) hay tres asunciones que son de gran relevancia:

1. Un concepto no se forma dentro de un solo tipo de situaciones.
2. Una situación no se analiza con un solo concepto.
3. La construcción y apropiación de todas las propiedades de un concepto o de todos los aspectos de una situación es un proceso extenso que se extiende a lo largo de los años, con analogías y mal entendidos entre situaciones, conceptos, procedimientos y significantes. (p.51).

Esquema.

El esquema “es un concepto fundamental en psicología cognitiva y en didáctica, se reconoce que está compuesto de reglas de acción y de anticipaciones, pues genera una serie de acciones con el fin de lograr un cierto objetivo” (Alfaro y Fonseca, 2016). De tal modo que un esquema es una organización invariante de la conducta para una clase de situaciones dada. “El funcionamiento cognitivo del sujeto ante una situación reposa sobre un repertorio de esquemas disponibles formados con anterioridad” (Vergnaud, 1998, p.44). Es decir, los esquemas contienen información ya adquirida y que se puede utilizar posteriormente en diversas ocasiones, con este conocimiento previo y ante las nuevas situaciones los niños son capaces de crear otros esquemas que se adecuen a la situación.

Concepto.

Un concepto puede definirse como un triplete de conjunto distintos, que no son independientes entre sí, (Vergnaud, 1990):

C (concepto)= S.I.T.

S: Conjunto de situaciones que dan sentido al concepto (la referencia).

I: Conjunto de invariantes sobre los cuales reposa la operacionalidad (El significado).

T: Conjunto de las formas lingüísticas y no lingüísticas que permiten representar simbólicamente el concepto, sus propiedades, las situaciones y los procedimientos de tratamiento (el significante). (p.8).

Situación.

El concepto de situación va dirigido al de ser visto como una tarea, la idea es que toda situación compleja se puede analizar como una combinación de tareas de las que es importante conocer la naturaleza y la dificultad propias. “La dificultad de una tarea no es ni la suma ni el producto de la dificultad de las diferentes subtareas, pero está claro que el fracaso en una subtarea implica el fracaso global” (Vergnaud, 1990, p.9). Ante esto, Ortero, Fanaro, Sureda, Llanos y Arlego (2014) mencionan que:

Los individuos se adaptan a las situaciones que enfrentan, pero en realidad, son los esquemas que ellos utilizan en la situación lo que resulta modificado durante la adaptación. Así, una clase de situaciones llama a un cierto tipo de esquemas, que se desarrollan en virtud del tipo de situación. Las situaciones y la actividad del sujeto en situación, se refieren al aspecto inmediato de la conceptualización, pero hay más de un aspecto mediato. Es decir, el desarrollo de los esquemas que permiten dominar un cierto campo conceptual, sólo se produce en el largo plazo, cuando el sujeto es expuesto

a una gama de situaciones de cierta clase, durante un tiempo prolongado de la vida, que incluso pueden ser años. (p.16)

Finalmente, Vergnaud (1990) dictamina que:

La teoría de los campos conceptuales reposa sobre un principio de elaboración pragmática de los conocimientos. No se puede teorizar sobre el aprendizaje de las matemáticas ni a partir solo del simbolismo, ni a partir sólo de las situaciones. Es necesario considerar el sentido de las situaciones y de los símbolos. La clave está en considerar la acción del sujeto en situación, y la organización de su conducta. De aquí la importancia atribuida al concepto de esquema. (p.9)

Teoría de la fenomenología didáctica

La fenomenología entiende el mundo como un cosmos, como unidad de sentidos, no como yuxtaposición de cosas y así es como debe manifestarse el mundo ante los niños para que perciban sus conexiones y sean capaces de encontrarle significados para sus vidas. Vinculando los conocimientos con los intereses, la fenomenología “estimula la creatividad y la capacidad de abstracción del niño desde temprana edad, ya que pone en práctica el razonamiento en el aula y la reflexión sobre la razón” (López, 2000,). Por su parte, Aguirre y Jaramillo (2012) mencionan que “el método fenomenológico contribuye, de modo privilegiado, al conocimiento de realidades escolares, en especial, a las vivencias de los actores del proceso formativo” (p.52). El ser humano en su cotidianidad pasa por la vida en “actitud natural”.

Hans Freudenthal (1905-1990) es el fundador de la teoría de la fenomenología didáctica, la cual menciona que los fenómenos que se toman en consideración son los que están presentes en el mundo en el que viven los alumnos a los que se pretende enseñar en los sistemas escolares, es decir, la descripción de los fenómenos para los que es un medio de organización ha de considerar la totalidad de los fenómenos para los que actualmente es así, esto es, ha de tomar las

matemáticas en su desarrollo actual y en su uso actual, pero también es conveniente que se indique cuáles son los fenómenos para cuya organización fue creado y a qué fenómenos se extendió posteriormente. “La descripción de la relación con los fenómenos en cuestión ha de mostrar de qué manera actúa sobre esos fenómenos como medio de organización y de qué poder nos dota sobre ellos” (Puig, 1997, p.4).

Por tanto, para Puig (1997) el análisis fenomenológico de Freudenthal tiene como objetivo “servir de base para la organización de la enseñanza de las matemáticas. Aceptar que para la organización de la enseñanza podemos ver los conceptos matemáticos como medios de organización de fenómenos” (p.7). Este autor también declara que Freudenthal distingue varios tipos de fenomenología, todos importantes desde el punto de vista de la didáctica, pero sólo uno de ellos calificado de didáctico. Esos tipos son:

- Fenomenología.
- Fenomenología didáctica.
- Fenomenología genética.
- Fenomenología histórica.

Lo primero que caracteriza cada uno de estos análisis fenomenológicos, son los fenómenos que se toman en consideración con respecto al concepto cuyo análisis se realiza. En el primer caso se trata de los fenómenos que están organizados en las matemáticas tomadas en su estado en el momento actual y considerando su uso actual.

En el caso didáctico intervienen los fenómenos presentes en el mundo de los alumnos y los que se proponen en las secuencias de enseñanza. En el caso genético, los fenómenos se consideran con respecto al desarrollo cognitivo de los aprendices. En el caso histórico se presta especial atención a los fenómenos para cuya organización se creó el concepto en cuestión y cómo se extendió a otros fenómenos.

Fenomenología pura, los conceptos o las estructuras matemáticas se tratan como productos cognitivos, mientras que en el caso de la fenomenología didáctica se tratan como procesos cognitivos, es decir, situados en el sistema educativo como materia de enseñanza y siendo aprendidos por los alumnos. Freudenthal dice que al escribir una fenomenología didáctica uno puede pensar que debería estar basada en una fenomenología genética, pero que esta idea es errónea.

Las matemáticas están por tanto en el mismo mundo de los fenómenos que organizan: no hay dos mundos sino uno que crece con cada producto de la actividad matemática. Los fenómenos que organizan los conceptos matemáticos son los fenómenos de ese mundo que contiene los productos de la cognición humana y en particular los productos de la propia actividad matemática; los fenómenos que organizan los conceptos matemáticos son los objetos de ese mundo, sus propiedades, las acciones que realizamos sobre ellos y las propiedades de esas acciones, en tanto se encuentran en el primer término de un par fenómenos / medios de organización.

Problemas aritméticos

Dentro de las aulas los problemas aritméticos son los que se proponen para que el alumno los resuelva. De esta manera Puig y Cerdán (1988) citan que:

Los problemas aritméticos dentro de un contexto escolar, consiste en un enunciado verbal o escrito en el cual la información proporcionada es cuantitativa (los datos suelen ser cantidades numéricas), la condición contenida en el enunciado expresa relaciones de tipo cuantitativo y la pregunta se refiere a la determinación de una o varias cantidades, o bien relaciones entre cantidades. (p.13)

Siendo esto, los problemas aritméticos tienen una clasificación que a continuación se presentará.

Problemas de una o más etapas/ problemas simples y compuestos.

Ayllón (2012) hace referencia que “los problemas aritméticos se clasifican dependiendo de la estructura operatoria que presenten” (p.37), por ello se toma referencia de los campos conceptuales de Vergnaud. Si los problemas necesitan de las operaciones de suma o resta para ser resueltos, se les llama de estructura aditiva, y si requieren de multiplicación o división se les conoce como estructura multiplicativa. En efecto a esto los problemas aritméticos se clasifican atendiendo al número de operaciones requeridas para darle solución.

Puig (1998) discierne entre problemas de una etapa para los cuales es necesario una operación para resolverlo, y los problemas de más de una etapa, es decir, para su solución es imprescindible varias operaciones para su disolución. De tal manera que en un problema de una etapa se distingue la parte informativa y la pregunta del problema.

Por otra vertiente, tenemos a Castro (1994) quien especifica que los problemas aritméticos se distinguen entre problemas simples que son aquellos que requieren de una sola operación para su solución y problemas compuestos para los cuales es necesario realizar más de una operación para darle desenlace.

Problemas encadenados y yuxtapuestos

Para Castro y Castro (1997) los problemas encadenados “son aquellos que requieren del establecimiento de más de una relación entre los datos y la realización de dos operaciones o más. De tal modo que el resultado final está dependiente al encuentro de un resultado parcial” (p.29). Este tipo es similar a los problemas compuestos de Castro (1994) y a los de más de una etapa de Puig (1998).

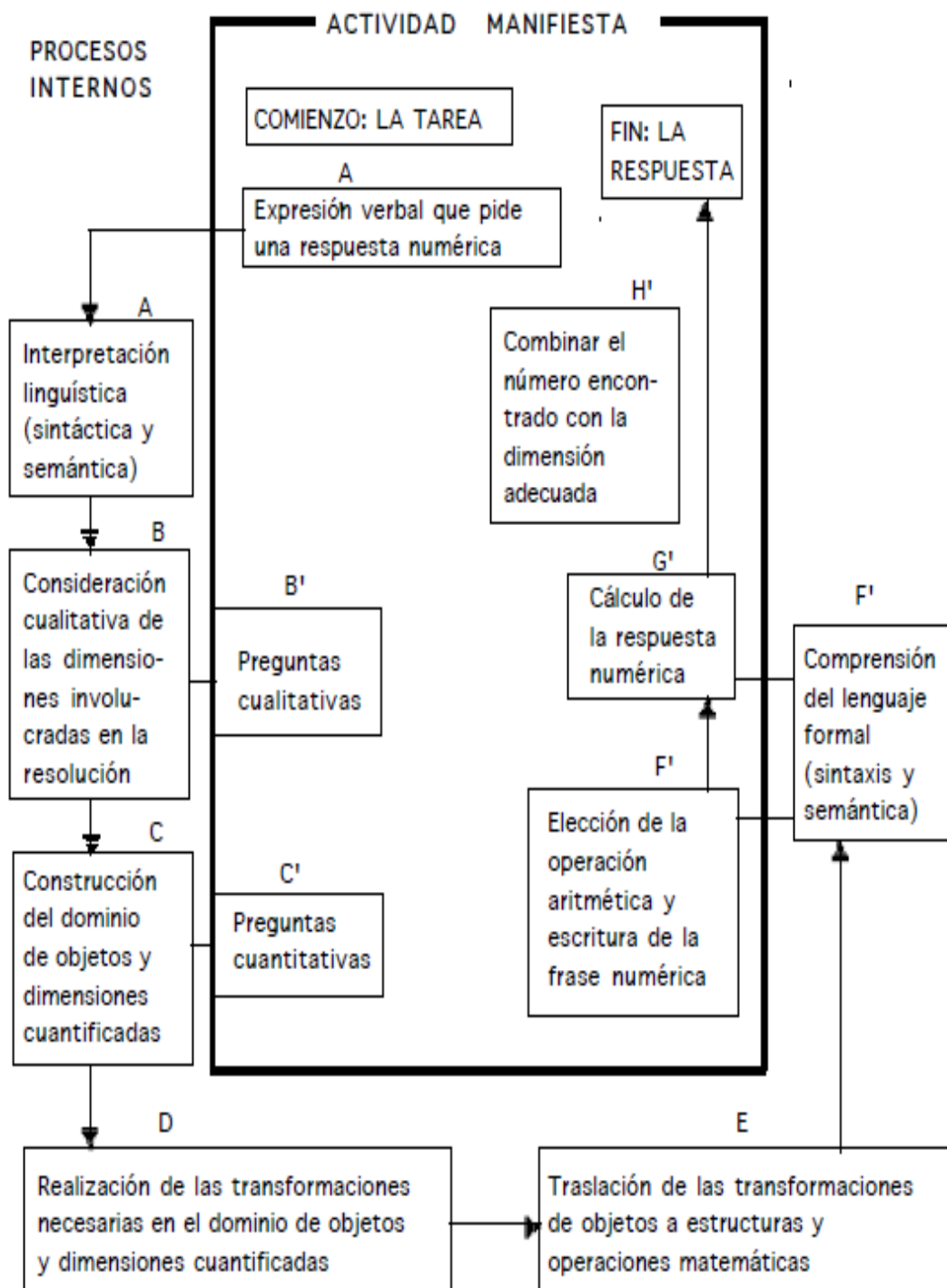
Por otro lado, Cázares (2000, citado por Ayllón, 2012) habla de los problemas yuxtapuestos, los cuales son aquellos que “parecen ser de dos o más etapas, pero realmente se tratan de varios problemas simples (Castro, 1994) o de una etapa (Puig, 1998) que aparecen de modo conjunto en un mismo enunciado y se tiene que resolver de forma encadenada” (p.39).

Resolución de problemas.

En el proceso de resolución de un problema “la actividad mental es desplegada por el resolutor desde el momento en que, siéndole presentado un problema, asume que lo que tiene delante es un problema y quiere resolverlo, hasta que da por acabada la tarea” (Puig, 1988,) Cada vez que una persona resuelve un problema real, hay un proceso interno establecido por Nesher (1980) que va marcando el aprendizaje y comprensión de las Matemáticas, pero cuando se da resolución a un problema escolar, algunos de los pasos que marca este proceso se omiten lo que conduce a lo contrario de lo que produce una situación real. Así mismo, cuando el resolutor de problemas se convierte en un inventor, el proceso se enmarca diferente pero conduciendo a la misma meta. A continuación se muestran los tres esquemas:

Figura 3

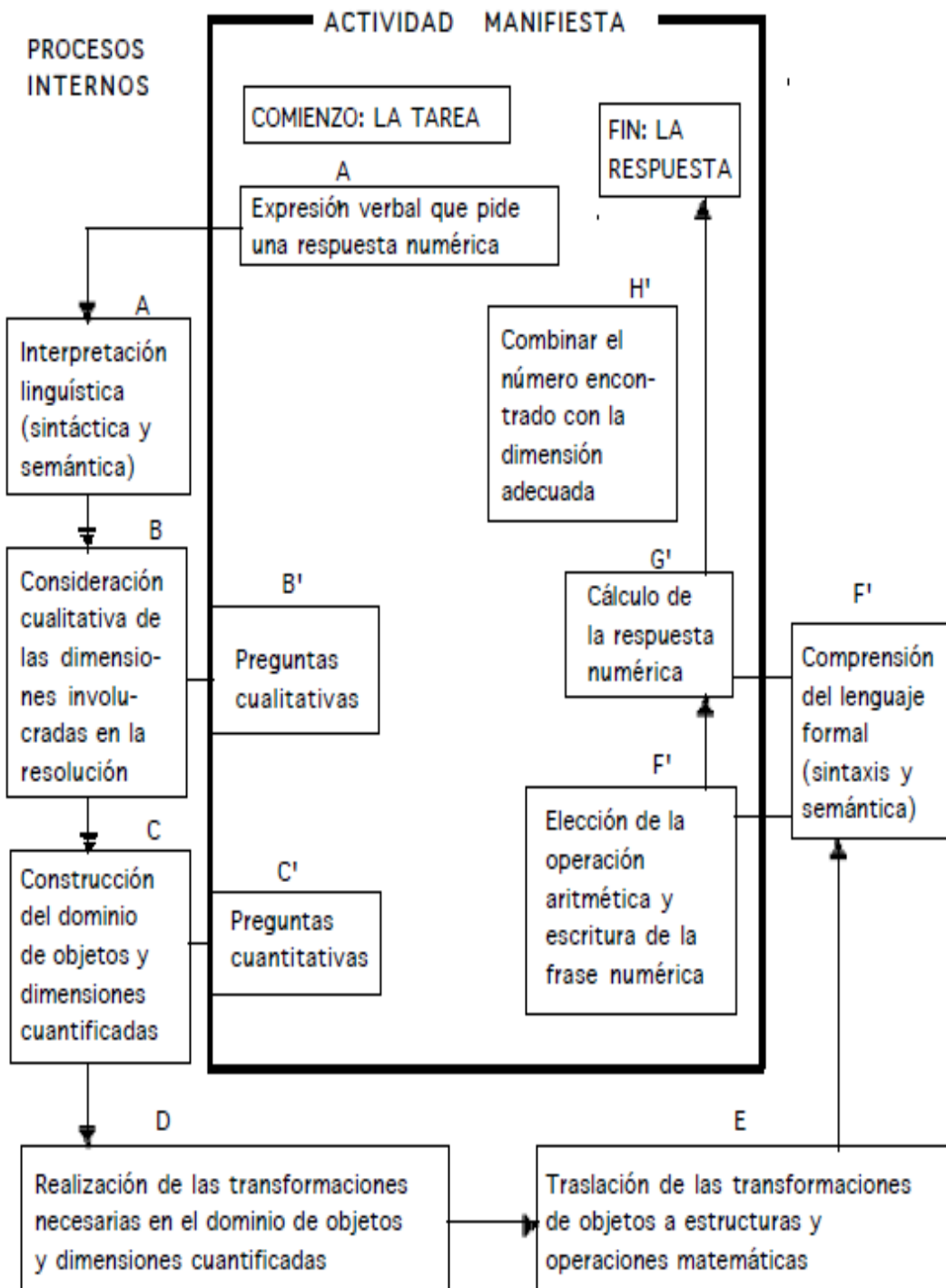
Proceso de resolución de un problema real.



Nesher (1980)

Figura 4

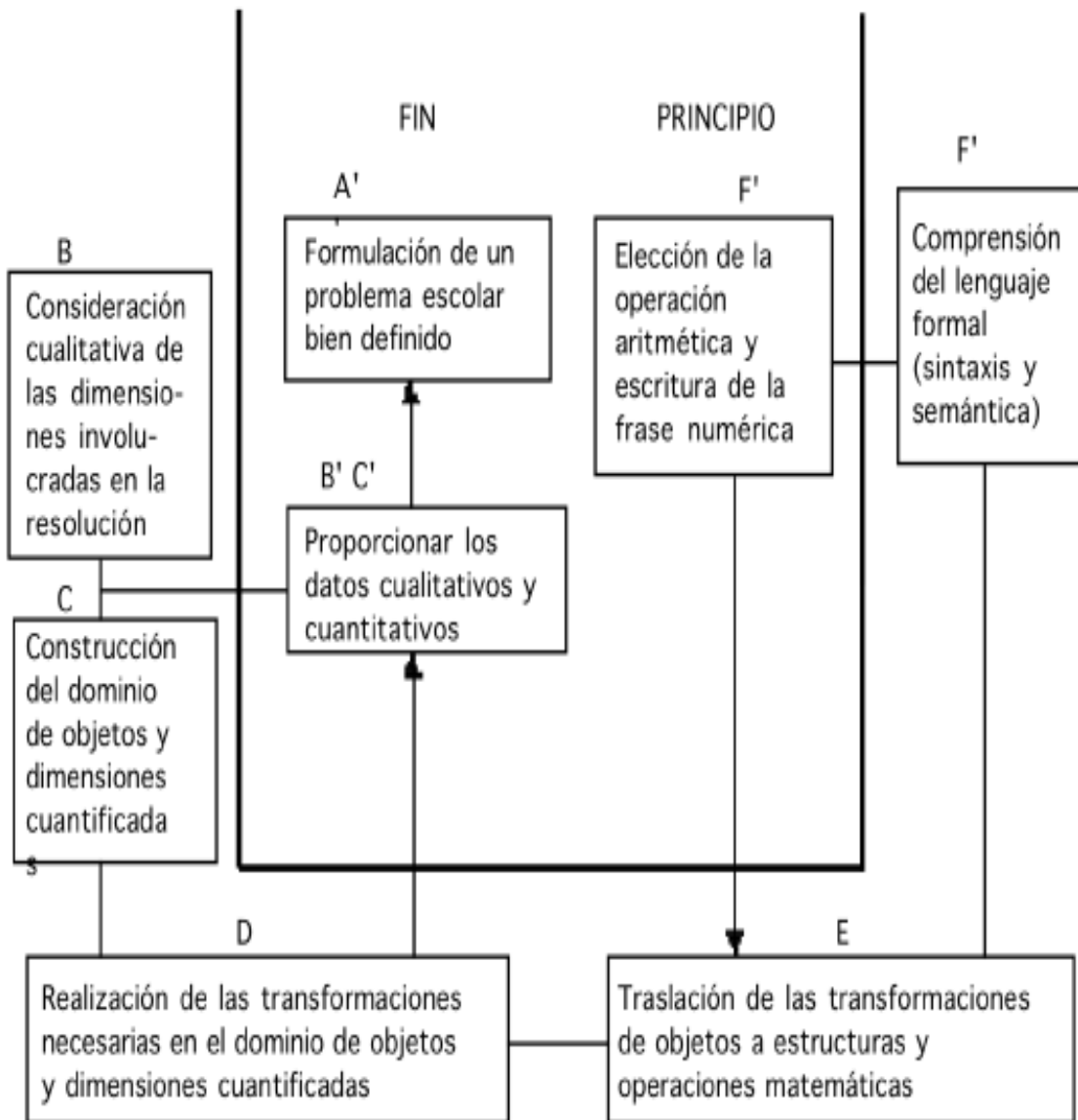
Proceso de resolución de un problema aritmético



Nesher (1980)

Figura 5

La tarea de proponer un problema aritmético



Nesher (1980)

Nesher mantiene que el paso de D y E es crucial para la comprensión de la tarea que se está realizando y que en el proceso de resolución de un PAE es difícil que pueda darse, y concluye que:

Sin transformaciones reales, en la mente del que resuelve el problema en el dominio pragmático de los objetos pertinentes y sin conciencia explícita de

sus dimensiones y relaciones funcionales, es imposible aplicar las matemáticas de forma significativa, incluso en los casos en que se comprende totalmente el lenguaje matemático. (Nesher, 1980, citado por Puig, p.33)

En la práctica usual, el profesor, o el autor del libro de texto, es el único que realiza las transformaciones anteriormente mencionadas. Esto puede verse en el último esquema, que también es de Nesher y que representa la tarea del profesor desde que, partiendo de una operación aritmética, elige un contexto real, hasta que acaba formulando el problema escolar bien definido.

Matemáticas realistas

La resolución de problemas ha sido vista como la metodología del aprendizaje de las matemáticas, pero los tiempos cambian y con ello han surgido nuevas maneras de hacerlo y la invención de problemas se tiene que tomar en cuenta también dentro del sistema educativo. En relación con esto, el NCTM (1991) referencia que “los estándares profesionales para la enseñanza de esta ciencia al incluir estas actividades los estudiantes tienen la oportunidad de formular sus propios problemas a partir de situaciones dadas”.

Bonnoto (2013) alude que la invención de problemas tiene un enfoque de instrucción al certificar:

El proceso de crear problemas representa una de las formas de auténtica investigación matemática, que adecuadamente implementada en actividades de clase, tiene el potencial de llegar más allá de las limitaciones de los problemas verbales, por lo menos como son típicamente tratados. Impulsar la creación de problemas es una de las formas de lograr el desarrollo de diferentes potencialidades de los estudiantes y estimular una mayor flexibilidad mental. (p.53)

Como se mostró, la invención de problemas es una opción práctica para la enseñanza y aprendizaje de las matemáticas, sin embargo, en nuestro país es un

tema del que se habla muy poco y como menciona Silver (1994) “no ha sido muy estudiado por la comunidad de educación matemática de forma tal que se conoce relativamente poco sobre las habilidades de los estudiantes al inventar sus propios problemas” (p.22). Así mismo, Malaspina (2015) señala que “los estudios sobre este tema no son frecuentes dentro de la investigación matemática”. De tal manera que “se desconoce la forma de emplear este tipo de actividades y recomendaciones que contribuyan a la labor docente de incluirlas” (Ayllón, et al, 2016, p.59).

Comúnmente los niños desconocen el motivo del por qué tienen que aprender matemáticas, no le encuentran el sentido a su quehacer dentro de esta asignatura debido a la falta de contextualización que se tiene en los contenidos. Aunado a esto, Zamora (2013) hace referencia a que “el interés y la participación de los alumnos en su trabajo escolar aumenta significativamente cuando ellos “ven” el por qué están aprendiendo esos conceptos y cómo se pueden usar los mismos en su vida diaria fuera del aula” (p.3).

Las recomendaciones para el aprendizaje de matemáticas “dan cada vez más relevancia a la conveniencia de vincular las matemáticas escolares con contextos reales” (Chamoso y Cáceres, 2019, p.2). Por esto, las matemáticas juegan un importante papel en el curriculum de la escolaridad elemental, al “proporcionar instrumentos que permiten describir y analizar numerosas situaciones que ocurren en el mundo real, puesto que permite desarrollar en los estudiantes las habilidades sobre cuándo u cómo aplicar sus conocimientos matemáticos a situaciones de la vida cotidiana” (Orrantia, González y Vicente, 2005, p.430).

Riyanto, Zulkardi, Putri y Darmawijoyo (2017) hacen mención que “el enfoque tradicional para la enseñanza de las matemáticas no es suficiente para fortalecer las habilidades de resolución de problemas de los estudiantes y, por lo tanto, no puede ayudarlos a desarrollar su competencia en matemáticas y aplicación” (p.5). Como menciona Font (2006) “saber matemáticas es hacer matemáticas, lo cual comporta la resolución de problemas de la vida cotidiana; para conseguir una

actividad matemática significativa hay que partir de la experiencia real de los estudiantes” (p.53).

La resolución de problemas es una herramienta esencial para el aprendizaje dentro de las escuelas. Vicente y Orrantia (2014) hacen mención que:

La tarea de resolver un problema de matemáticas implica la interacción de varios tipos de procesos cognitivos Además del componente matemático, esto es, la comprensión de la estructura matemática del problema, algunos modelos teóricos (Kintsch, 1988; Nathan et al., 1992; Reusser, 1988; Verschaffel et al., 1994) proponen que, para resolver correctamente los problemas, es necesario generar una representación mental cualitativa de la situación descrita por el problema, utilizando para ello el conocimiento sobre el mundo real de que disponga el sujeto. (p.80)

Por lo tanto, para optimizar dicha situación los maestros deben de emplear otros medios por los cuales el alumno vea la verdadera razón de aprender matemáticas y su utilidad intrínsecamente de la cotidianidad. Dentro de los recursos que se pueden tomar en cuenta, la contextualización de los problemas matemáticos es una buena opción. Como menciona Paul R. Pintrich (citado por Zamora, 2013):

Una escuela orientada hacia el dominio de temas enfocará el plan de estudios y las tareas académicas de tal manera que promueva el valor y el interés que el alumno tenga sobre el aprendizaje. Se puede hacer esto alentando el uso de tareas reales y significativas que conecten el contenido del plan de estudios con problemas del mundo real, conocimientos previos y experiencias de los alumnos. (p.5)

La resolución de problemas implica una transposición de los conocimientos, es decir, el conocimiento generado en una situación puede ser utilizado en otra, ante esto lo que se aprende en la escuela debe de ser usado en la vida cotidiana. Font (2006) menciona que “algunos estudios han demostrado que los individuos que no tienen éxito en situaciones matemáticas escolares, pueden ser extraordinariamente

competentes en actividades de la vida diaria que implican el uso del mismo contenido matemático” (p.2). Además, en este tipo de situaciones, “se observa que las personas utilizan sus propias matemáticas, alejadas de lo que aprendieron en la escuela, en estas situaciones el problema y la solución se generan simultáneamente y la persona está implicada cognitivamente, emocional y socialmente” (Font, 2006, p.53).

De esta manera el hecho de que el alumnado esté inmiscuido en situaciones reales, le permitirá un conocimiento más sólido, además de actitudes positivas, el desarrollo de habilidades y una comprensión más racional de las matemáticas dentro de la realidad. Zamora (2013) alude que:

Una mayor contextualización de las matemáticas puede conducir a un acceso más inmediato del conocimiento por parte del alumno y a la aprehensión del mismo; ya que si somos capaces de poner en clima al alumno, de hacerle ver que lo que estamos estudiando es parte de la realidad que le rodea conseguiremos una mayor motivación de este, además de hacer de las matemáticas una ciencia útil e imprescindible no solo para los matemáticos, sino para toda la sociedad. (p.4)

Los problemas de aplicación realistas son aquellos que reproducen fielmente situaciones del mundo real. “Se trata de problemas que necesitan un razonamiento basado en el conocimiento sobre el mundo real” (Vicente y Orrantia, 2014, p.63). Dentro de esto, Heuvel y Panhuizen, (2002) señalan que “si se hace uso de situaciones de la vida cotidiana o problemas contextuales como el medio para aprender matemáticas, paulatinamente, estas situaciones son matematizadas a través lo abstracto y lo concreto, para formar relaciones más formales y estructuras abstractas” (p.4)

Zamora (2013) en su investigación refiere como antecedentes dos movimientos del modelo de enseñanza contextual, primeramente tomando como referencia la didáctica de la escuela de Hans Freudenthal, llamada Realistic Mathematics Education (RME) desarrollada en Holanda entre 1905 y 1990 realizando la

importancia de utilizar situaciones realistas, a partir de esto el alumno mediante sus procesos de matematización puede dar resultados a las problemáticas planteadas. Los principios didácticos de dicho movimiento son:

- 1) La matemática es vista como una actividad humana organizativa.
- 2) Las situaciones realistas son tanto el medio de aplicación como el punto de salida de las matemáticas.
- 3) La implementación de situaciones reales crean puentes entre los saberes informales y formales.
- 4) La interacción en el proceso de aprendizaje-enseñanza hace posible la comunicación de las producciones y construcciones de los estudiantes.

El segundo movimiento es la Reforma Educativa de Estados Unidos denominado Tech Prep, el cual dio inicio en 1980 y es el líder dentro del ámbito educativo en este país; está orientado a auxiliar a aquellos estudiantes cuyos estilos de aprendizaje no “responden” a la enseñanza abstracta. Este movimiento maneja cinco principios didácticos:

- 1) Relación: El aprendizaje se genera a partir de experiencias de vida.
- 2) Experimentación: Se aprende en el contexto por medio de la exploración, es decir, se aprende haciendo.
- 3) Aplicación: Los conceptos aprendidos en el contexto se ponen en práctica.
- 4) Cooperación: El conocimiento adquirido en el contexto se comparte con otros.
- 5) Transferencia: Lo que se aprendió puede ser utilizado en otros contextos o en nuevas situaciones.

Aunado a esto, Riyanto, Zulkardi, Putri y Darmawijoyo mencionan que (2017) “las actividades no solo pueden ayudar a los estudiantes a usar ideas matemáticas esenciales en la resolución de problemas, sino que también puede ayudar a los maestros a desarrollar el sentido de pensamiento de los estudiantes” (p.2).

Gardini (2016) en su estudio de las Matemáticas con un propósito, enmarca que, una clase de matemáticas para que sea significativa tiene que darse una enseñanza con propósitos, es decir, hacer partícipes a los estudiantes dentro de situaciones reales, además hacerles ver que las matemáticas no solo están en actividades donde se implique usar alguna operación aritmética, sino que también están inmiscuidas en otras áreas de aprendizaje como Inglés, Arte e Historia. Por esta razón, las instituciones educativas deben de optar por un plan estratégico en donde los estudiantes puedan utilizar y aplicar las habilidades, el conocimiento y la comprensión de esta ciencia en un contexto real.

En vista de esto, en los últimos años se han propuesto diversas actividades en donde se da una conexión del aprendizaje, actividades útiles y contextos significativos, por mencionar algunos encontremos que Lyon y Bragg (2011) realizaron un proyecto en donde los niños realizaron un huerto utilizando las matemáticas, por su parte Riyanto y Zulkardi (2017) implementaron un proyecto incluyendo la profesión de Uber y finalmente en 2008 Gómez y Maestre propusieron dentro de su investigación una actividad en relación con la investigación policial, siendo este un escenario en donde es difícil imaginarse las matemáticas dentro de ella. Estos estudios reflejan que se puede producir una enseñanza significativa y un ambiente de aprendizaje en donde los estudiantes son capaces de vincularse con contextos reales.

Por su parte, Heras (2017) cita a Gregorio (2002) defiende que “en el salón de clases se realice un trabajo matemático que aporte diversas situaciones interesantes y funcionales para que los niños aprendan de esta ciencia” (p.4). Ya son varios países que integran en sus currículos este método de enseñanza, por ejemplo, Costa Rica que propone que “la resolución de problemas en contextos reales como estrategia metodológica principal y el planteamiento de problemas como uno de los procesos matemáticos centrales” (MEP, 2012,).

Vicente, Dooren y Verschaffel (2008) declaran que en los últimos años diversos autores como Mukhopadhyay y Greer (2001) han demostrado que todos los alumnos

deben de desarrollar la capacidad de resolver problemas de la vida cotidiana, ya que proporciona beneficios como el pensar críticamente utilizando las matemáticas como un instrumento para analizar asuntos sociales y políticos. Por ello la mejor manera de no separar las matemáticas y la vida escolar de la vida del alumnado es:

Que estos la entiendan como una herramienta eficaz para analizar situaciones personales y de la sociedad, para lo cual deben de establecer sensibilidad a los contextos a los que se refieren los problemas y a la diversidad de perspectivas desde los que se pueden abordar. (p.404)

Sparrow (2008) alude, que el discente puede experimentar por medio de las matemáticas realistas tomando en cuenta su interés y actividades de interés, ya que aportan habilidades matemáticas y conocimientos lo cual conduce a una mejor oportunidad para que los niños se desempeñen competentemente. Las matemáticas se hace real cuando los niños a explorar y resolver problemas que requieran del uso de sus conocimientos y habilidades en contextos matemáticos (p.8).

Resolver problemas matemáticos más allá de un procedimiento, exige “vivir las matemáticas, creando espacios de encuentros entre lo abstracto y lo real. Aplicar matemáticas a contextos y situaciones cercanas, reales, laborales y científicas, permite considerarla como una herramienta útil y formadora” (Villalobos, 2008, p.41)

La información anterior destaca la relevancia de las situaciones reales dentro de las aulas, por ello es necesario que los docentes lo tomen en cuenta no solo para obtener mejores resultados numéricos, sino para que el alumno reconozca la importancia y aplicación de lo aprendido. Como se mencionó en una primera instancia, el uso excesivo de los libros de texto dentro de las aulas ha provocado rechazo de las matemáticas por parte de los alumnos, lo cual ha conseguido un bajo rendimiento de los mismos. Por esto hay que optar por mejores cosas que potencien la competencia matemática.

Suma y resta

La suma y la resta son operaciones aritméticas que se utilizan frecuentemente en la educación básica, puesto que son la noción de la transposición didáctica (Chevallard, 1992), de la teoría de las situaciones didácticas (Brousseau, 1993) y la teoría de los campos conceptuales (Vergnaud, 1985). Sabemos que la suma tiene relación con los verbos reunir, juntar, añadir, aumentar e incrementar, es decir, es una operación aritmética definida sobre conjuntos de números ya sean naturales, enteros, racionales, reales y complejos, por su parte la resta se liga con los verbos quitar, separar, disminuir y comparar, tratándose de una operación de descomposición que consiste en, a cierta cantidad dada, eliminar una parte de ella (Godino y Font, 2006, citados por Pérez, Peña, Cruz y Chacón, s/f).

Por su parte Velasco (2011) menciona que “la suma y la resta forman parte del curriculum de educación infantil porque su aprendizaje es simultáneo a la adquisición del concepto de número” (p.204). Mialaret (1984, citado por Velasco, 2011), manifiesta que el niño pasa por cuatro etapas para llegar al aprendizaje de la suma y de la resta:

- Primera etapa: Se produce antes de los tres años y en ella los niños actúan sobre los objetos matemáticos manipulándolos, realizando acciones como reunir-separar, añadir-quitar, etc. Por ejemplo, si en una mesa hay esparcida una caja de colores, el niño es capaz de reunirlos todos en un montón.
- Segunda etapa, “acción acompañada del lenguaje”: a los tres años los niños van contando la acción al mismo tiempo que la realizan, de este modo se consigue la adquisición de términos parecidos a reunir---añadir (suma), quitar--- separar (resta). Siguiendo con el ejemplo anterior, el niño al hacerse con los lápices diría: cojo un lápiz, cojo otro. Esto lo hace de una manera global ya que aún no tiene adquirido bien los conceptos de número.
- Tercera etapa la conducta del relato a los cuatro años el niño es capaz de relatar una acción que solo está en su mente sin necesidad de tener que manipular los objetos por ejemplo el niño dice tenía cuatro lápices mi

hermana ha tomado uno y ahora tengo tres esta acción la realiza el niño sin tener que estar tocando los lápices.

- Cuarta etapa esta etapa representa un grado mayor de abstracción, puesto que el niño a la edad de cinco años asimila el concepto de suma y resta es decir que no hay que presentar de los objetos para que realice la acción el niño puede responder a la pregunta de cuánto es cuatro más uno sin tener que recurrir a objetos concretos la acción está en su mente. (p.206).

Velasco (2011) declara que “los primeros acercamientos del niño con la suma y la resta se hacen inconscientemente, ya que es capaz de diferenciar cuánto falta o sobra, a esto se le llama cuantificar el cambio” (p.206). Para que el niño cuantifique, requiere primeramente adquirir la cardinalidad y para ello dominar el proceso de recuento, por lo tanto, cuando el niño sabe que el cardinal de un conjunto y el cardinal del otro se puede sumar o restar, tiene que aplicar la relación numérica para que éste complete la acción de sumar o restar. De esta manera, el niño al establecer relaciones numéricas, tendrá que pasar por el esquema de transformaciones de cantidades discretas:

- Estado inicial.
- Transformación.
- Estado final.

Ahora, cuando el niño describe la transformación, este presenta varias conductas:

- Conducta 1: describen una sola secuencia.
- Conducta 2: describen dos secuencias.
- Conducta 3: describen toda la transformación.

Lo relevante en este caso a observar es que los niños solo mencionan si hay más o menos, no indican los cambios cuantitativos como tal, por ejemplo:

- Conducta 1: tengo más.
- Conducta 2: tenía menos caramelos y ahora tengo más.

- Conducta 3: antes tenía menos, me has dado uno y por eso tengo más.

La suma y resta a través del cardinal son posibles cuando el niño ha adquirido previamente el principio de cardinalidad y lo relaciona con la acción de añadir o quitar, ya que cada uno de los números a sumar o restar, así como el resultado, representan el cardinal de su conjunto. Ejemplo, tengo 3 perros y me dan 3 más, entonces tengo 6 perros. En este ejemplo los números que aparecen están tratados desde el punto de vista del aspecto cardinal, puesto que 3, 3 y 6 representan a cardinales de conjunto (Velasco, 2011). De esta manera se presentan las estrategias más frecuentes para cuantificar acciones de sumar y restar:

- Recuento completo: consiste en reunir las dos colecciones y contar el conjunto total.
- Recuento progresivo; consiste en contar a partir de un conjunto dado. El niño debe convertir el cardinal del conjunto inicial en ordinal para poder contar a partir de él.

Hasta llegar al recuento progresivo se han de pasar por tres fases:

- Recuento perceptual: Tiene que tocar los elementos para poder contarlos.
- Recuento figurativo: pueden contar los elementos de la colección mental y figurativamente sin necesidad de que el elemento figurado sea del que se hable.
- Recuento abstracto: los niños son capaces de resolver el problema sin tener el objeto presente.
- Deducción: para poder aplicar esta estrategia se deben haber memorizado previamente una serie de relaciones numéricas entre las que tenemos:
 - a) Adición sumando hasta 3, los niños trabajan e interiorizan distintas combinaciones cuyo resultado final será 3. Ejemplo: $1+1$, $1+2$, $2+1$.
 - b) Adición de sumandos hasta 6, los niños trabajará sumas del tipo $1+6$, $2+2$, $6+2$, $6+6$.

- c) Adición de dobles hasta 10, se pretende que el niño memorice sumas del tipo $1+1$, $10+10$. Los dobles son fáciles de recordar y sirven de referencia para deducir y recordar otras sumas.
- d) Partición de conjuntos de sumas ya reconocidas y de 10, se intenta que el niño memorice las posibles combinaciones que producen el mismo resultado.
- e) Pensar en 6, 7, 8 y 9 como $5+1$, $5+3$ y $5+4$ y sumas sumandos hasta 10, este apartado hace referencia a que los niños suma números reagrupándolos mentalmente en torno a 5 o 10.

Clasificación de problemas aditivos

En palabras de Velasco (2011) “los niños son capaces de resolver problemas de suma y restas verbalizados sin necesidad de recibir una enseñanza formal, siempre y cuando se basen en hechos de su vida cotidiana y se refieren a situaciones concretas” (p.211). Ante esto, Carpenter, Hiebert y Moser (s/f, citado por Velasco, 2011,), mencionan que los problemas que se les presentan a los niños de 6 años deben de cumplir:

- Que los números a sumar estén entre 2 y 10.
- Que el resultado esté entre 10 y 16-
- Que los sumandos no sean consecutivos. (p.211)

Estos mismos autores declaran distintos tipos de problemas de suma y resta:

- Clasificación de problemas aditivos:
 - a) Parte-parte-todo: Se suman dos conjuntos que estén en la misma categoría y formen parte de un mismo todo. El cardinal del resultado se averigua al reunirlos en un conjunto total, es decir, se suman dos conjuntos que el niño posee dando como resultado un nuevo conjunto.
 - b) Adjunción: Consiste en añadir a un conjunto inicial que tenemos un nuevo conjunto, llegando a un estado final surgido por la transformación del estado inicial.

- c) Comparación: Según Kamii estos problemas son demasiado complicados para el niño, ya que este tiene que relacionar la totalidad de un conjunto como parte de otro conjunto mayor. (p.112)

Clasificación de los problemas de resta:

- a) Separación: a un conjunto total se le quita una parte dando como resultado el cardinal de la otra parte.
- b) Parte-parte-todo: tenemos un conjunto a, como elementos de la misma categoría pero con diferentes características, del cual se sabe el cardinal de una de las partes. Se trata de averiguar el cardinal de los elementos restantes.
- c) Comparación: Se comparan conjuntos de diferentes características y de desigual número de elementos, se trata de averiguar cuántos elementos hay de más en un conjunto que en otro.
- d) Igualación: El procedimiento es igual al de la comparación, la diferencia se encuentra en que los elementos son de las mismas características, por lo que son más fáciles de resolver para los niños. (Velazco, 2011, p.213)

En la siguiente tabla se muestra de modo concreto esta clasificación:

Tabla 7.

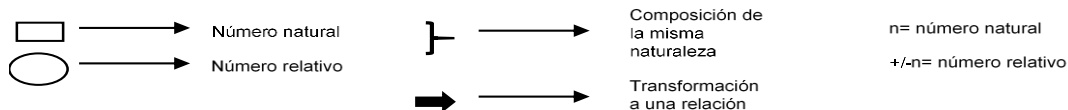
Clasificación de los problemas

Categoría	Descripción	Subcategoría	Esquemmatización	Ejemplos
Cambio	Se caracterizan por la presencia de una acción de transformación aplicada sobre una cantidad inicial, la cual experimenta un cambio (aumento o disminución) y resulta una cantidad final.	Aumentado/ disminuido (resultado desconocido)		<ul style="list-style-type: none"> • Si tienes 15 pelotas y tu prima te regala 11 más. ¿Cuántas pelotas tienes al final?
		Aumentado/ disminuido (cambio desconocido)		<ul style="list-style-type: none"> • Ana tiene 6 paletas y Juan le da algunas paletas más. Al final Ana tiene 10 paletas. ¿Cuántas paletas le dio Juan a Ana?
		Aumentado/ disminuido (comienzo desconocido)		<ul style="list-style-type: none"> • Si tienes varios chocolates y llega tu primo se come 4 y al final te quedan 12. ¿Cuántos chocolates tenías en un inicio?
Combinación	Se caracterizan por la presencia de dos cantidades que pueden considerarse aisladamente o como partes del todo, sin que exista ningún tipo de acción.	Aumentado/ disminuido (Resultado desconocido)		<ul style="list-style-type: none"> • En la granja de Edgar hay 96 vacas y le regala 17 a su hermano. ¿Con cuántas vacas se quedó Edgar al final?
		Aumentado/ disminuido (cantidad inicial desconocida)		<ul style="list-style-type: none"> • Ana compra una caja de chicles, si ya tenía 15 chicles y ahora tiene 35. ¿Cuántos chicles contenía la caja?
Comparación	En este tipo de problemas se establece una relación comparativa entre dos cantidades distintas, bien para determinar la diferencia existente entre ellas o bien para hallar una cantidad desconocida a partir de una conocida y la relación entre ellas	Aumentado/ disminuido (diferencia desconocida)		<ul style="list-style-type: none"> • Ana tiene 14 paletas y Lucía 10. ¿Cuántos más tiene Ana que Lucía?
		Aumentado/ disminuido (grande desconocido)		<ul style="list-style-type: none"> • Daniela tiene 5 galletas y Fernando tiene 2 más que Daniela. ¿Cuántas galletas tiene Fernando?
		Aumentado/ disminuido (pequeño desconocido)		<ul style="list-style-type: none"> • Pablo tiene varios lápices, y Juan 15, tres más que Pablo. ¿Cuántos lápices tiene Pablo?

Elaboración propia a partir de Carpenter y Moser (1984)

Por su parte Vergnaud (1991, pág.169) Propone la siguiente clasificación de problemas utilizando la consiguiente esquematización:

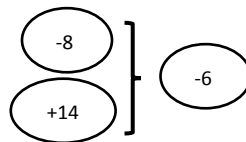
Tabla 8
Clasificación de problemas Vergnaud



Tipo de problema	Descripción	Esquematización	Ejemplos
Composición de medidas	Dos medidas se componen para dar lugar a una medida.		<ul style="list-style-type: none"> En una caja hay 22 pelotas color negro y 16 color blanco. ¿Cuántas pelotas tiene la caja en total? En una cafetería hay 46 personas, de las cuales 8 son niños y el resto adultos. ¿Cuántos adultos hay en la cafetería?
Transformación de medidas	Una transformación opera sobre una medida para dar lugar a una medida.		<ul style="list-style-type: none"> Daniel tiene 91 chocolates. Se compra una caja de chocolates y ahora tiene 122. ¿Cuántos chocolates tenía la caja? Tenía 33 canicas en la mañana y por la tarde perdí 13. ¿Cuántas canicas tengo ahora?
Comparación de medidas	Una relación une dos medidas.		<ul style="list-style-type: none"> Martín tiene 36 años y Rosy 3 menos que Martín. ¿Cuántos años tiene Rosy? Salvador tiene 96 manzanas, 9 menos que Alejandro. ¿Cuántas manzanas tiene Alejandro?
Composición de transformaciones	Dos transformaciones se componen para dar lugar a una transformación.		<ul style="list-style-type: none"> Sergio tiene una alcancía con \$176, en la mañana sacó \$95 para comprarse una camisa. En la tarde su tía le dio \$102 y los guardó en su alcancía. ¿Cuánto dinero tiene ahora? Ayer tenía 62 colores y hoy en la mañana se perdieron 15. Mi mamá me compró otros 33. ¿Cuántos colores tengo en total ahora?
Transformación sobre estados relativo	Una transformación opera sobre un estado relativo (una relación) para		<ul style="list-style-type: none"> Víctor le debía \$119 a Rafael. Le pagó \$55. ¿Cuánto le debe ahora? Esmeralda le debía a María 46 dulces. El martes le dio 11, el

Composición de estados relativos

dar lugar a un estado relativo.
 Dos estados relativos (relaciones) se componen para dar lugar a un estado relativo.



miércoles 6 y el jueves 2. ¿Cuánto dulces le sigue debiendo?

- Ignacio le debe 8 canicas a Manuel y éste 14 a Ignacio. ¿Cuántas canicas le deberá Manuel a Ignacio?
- Ana le debe \$30 a Itzel y ésta \$70 a Ana. ¿Cuánto dinero le deberá Itzel a Ana?

Elaboración propia a partir de Vergnaud (1991)

En relación a ambas clasificaciones propuestas, se hace una correspondencia entre ellas para ver sus similitudes y diferencias:

Tabla 9

Correspondencia tipos de problemas

Carpenter y Moser (1984)			Vergnaud (1991)	
Categoría	Subcategorías	Descripción	Categoría	Descripción
Cambio	-Aumentado/ disminuido (resultado desconocido)	Se caracterizan por la presencia de una acción de transformación aplicada sobre una cantidad inicial , la cual experimenta un cambio	Composición de medidas	Dos medidas se componen para dar lugar a una medida.
	-Aumentado/ disminuido (cambio desconocido)	cambio (aumento o disminución) y resulta una cantidad final.	Transformación de medidas	Una transformación opera sobre una medida para dar lugar a una medida.
Combinación	-Aumentado/ disminuido	Se caracterizan por la presencia	Transformación sobre estados relativos	Una transformación opera sobre un estado relativo (una relación) para dar lugar a un estado relativo.
			Composición de	Dos transformacion

	(Resultado desconocido) -Aumentado/ disminuido (cantidad inicial desconocida)	de dos transformaciones es componen para dar lugar a una transformación. aisladamente o como partes del todo, sin que exista ningún tipo de acción.	Composición de estados relativos	Dos estados relativos (relaciones) se componen para dar lugar a un estado relativo
Comparación	-Aumentado/ disminuido (diferencia desconocida) -Aumentado/ disminuido (grande desconocido) -Aumentado/ disminuido (pequeño desconocido)	En este tipo de problemas se establece una relación comparativa entre dos cantidades distintas, bien para determinar la diferencia existente entre ellas o bien para hallar una cantidad desconocida a partir de una conocida y la relación entre ellas	Comparación de medidas	Una relación une dos medidas.

Elaboración propia

Los colores subrayados significan la relación entre ambos autores. Fernández y Domínguez (2015) mencionan que:

Cuando se realiza una de estas acciones se tiene que recordar y pensar simultáneamente en: el estado inicial (lo que se tenía), la transformación (acciones de quitar o añadir) y el estado final (lo que se tiene ahora); y se da

la circunstancia de que las tres secuencias de la transformación no se dan al mismo tiempo, por eso en la suma y la resta el niño/a tiene que hacer algo más que contar una colección de objetos. (p.322)

CAPÍTULO V

Metodología

“El conocimiento es el proceso progresivo y gradual desarrollado por el hombre para aprehender su mundo y realizarse como individuo” (Ramírez, 2009, s/p), de tal modo que al conocimiento se le identifica siguiendo el contexto con que se le aprehende. En consecuencia, la presente investigación busca un conocimiento, el cual se hace en el marco de la investigación educativa, dando a conocer la importancia que juega la investigación cualitativa y el análisis didáctico dentro de la investigación educativa, así como la descripción de la metodología usada durante esta investigación.

La metodología es vista como la descripción de los métodos empleados para la obtención de un conocimiento, estos métodos están basados en el rigor científico dando una perspectiva científica en la investigación, dicho esto es pertinente definir la investigación científica, siendo esta en palabras de Cortés e Iglesias (2004) la encargada de:

Profundizar el conocimiento de un proceso ya sea teórico, práctico o teórico-práctico, que parte del conocimiento científico y lo lleva a la solución de problemas de la sociedad que de una forma u otra no han sido investigados o su investigación se ha conducido en otra dirección (p.8)

De acuerdo a Buendía, Colás y Hernández la investigación “debe hacer referencia al fenómeno o campo de estudio al que se refiere, a los métodos, procedimientos y técnicas adecuados (métodos y metodología), y al propósito que desea resolver (creación y acumulación del conocimiento y solución de problemas)” (1998, p. 3). Por lo tanto, al iniciar con una investigación científica se deben tener en cuenta estos elementos.

Bajo estos términos, es que se requiere una puntualización de los conceptos relacionados con la investigación a desarrollar en el presente trabajo, como es la definición de investigación educativa y metodología, los cuales nos darán pauta para

desarrollar el proceso de investigación. Para la concepción de investigación educativa se retoma la propuesta de Hernández (1995, citado por Buendía, et al.) quien la entiende como “el estudio de los métodos, los procedimientos y las técnicas utilizados para obtener un conocimiento, una explicación y una comprensión científicos de los fenómenos educativos, así como también para «solucionar» los problemas educativos y sociales” (1998, p. 3), en la cual, podemos destacar que se busca comprender científicamente los fenómenos educativos a través de una metodología aplicada y posteriormente dar solución a los problemas detectados.

Por su parte, Kaplan (1994, citado por Buendía, et al.) “la metodología es el estudio (descripción, explicación y justificación) de los métodos y no los métodos en sí” (1998, p. 6), así pues, podemos entender que la metodología es la reflexión en torno a la utilización de los métodos y procedimientos que el investigador utiliza para interpretar los datos y lograr alcanzar determinadas conclusiones.

Entonces, la investigación está bajo el rigor de un método científico. Es aquí en donde encontramos la naturaleza de este capítulo, describiendo el modo en que se ha llevado a cabo esta investigación. Para ello, se contemplan cuatro secciones; la primera parte del capítulo se centra en la descripción de la investigación cualitativa, ya que en este tipo de investigación se descubren hallazgos sobre una problemática, identificando todos los componentes de la misma.

La segunda sección relata sobre el ciclo de análisis didáctico, ya que este se sitúa en la reflexión, articulando y relacionando lo pedagógico y lo educativo; en la tercer sección se describen a detalle el análisis de contenido y de instrucción siendo estos los puntos clave de la investigación; y finalmente, en la cuarta sección se puntualiza la manera en la cual se realizará el análisis didáctico tomando como referencia solamente los análisis de contenido e instrucción, debido que para realizar un análisis didáctico completo del libro de texto no se pueden tomar en cuenta todos los componentes del mismo, puesto que una parte se realiza en los planes y programas de estudio, además cabe destacar que por excelencia el análisis de

contenido es el encargado de analizar rigurosamente los materiales escritos y el contenido de los mismos.

De igual manera, otro factor importante es el tiempo. Por lo cual, en este apartado se definirán los lineamientos del análisis de contenido y de instrucción que deberían de estar presentes en los libros de texto con relación al contenido de suma y resta.

Investigación cualitativa

El método cualitativo parte desde un acontecimiento real acerca del cual pretende construir un concepto, basándose en un modelo conceptual e inductivo en donde su primera tarea es concretar el fenómeno a estudiar. Ante esto, la idea es congrega toda la información posible para concebir los numerosos contenidos que genera el acontecimiento. De este modo, “se trata de seleccionar, de la información recolectada, solo ciertos aspectos, esto, por medio de una perspectiva teórica, es decir, hay que ir vinculando la información sobre las cualidades del fenómeno para obtener una construcción teórica de lo observado” (Aravena, Kimelman, Micheli, Torrealba y Zúñiga, 2006, p.40). Entonces, la investigación cualitativa es denominada como:

Un proceso sistemático, activo y riguroso de indagación orientado a la comprensión en profundidad de fenómenos educativos y sociales, a la transformación de prácticas y escenarios socioeducativos, a la toma de decisiones y también hacia el descubrimiento y desarrollo de un cuerpo organizado de conocimiento. (Sandín, 2003, p.123, Pérez, 1994, p.46)

Aravena, et al. (2006) declaran que la investigación cualitativa se basa en “la interpretación, es decir, en la comprensión del fenómeno como un todo, que en el apócrifo de cualquier ámbito donde los datos sean recogidos, el investigador podrá entender los acontecimientos si los sitúa en un contexto social e históricamente amplio” (p.41). Por esto, la investigación cualitativa es de carácter procesal, yéndose por una estrategia de investigación abierta y no estructurada, es coherente con una apertura a la posibilidad de acceder a tópicos importantes y se inclina por una propuesta donde la teoría y la investigación empírica se entremezclan.

Dentro de las investigaciones cualitativas, se proporcionan datos descriptivos, por lo cual el análisis de datos cualitativos en palabras de Mella (1998) es:

Un proceso que involucra un continuo preguntarse, una búsqueda de respuestas y de observación activa. Es el proceso de colocar datos en un conjunto, de hacer invisible lo obvio, de reconocer lo significativo a partir de lo insignificante, de poner juntos datos aparentemente no relacionados lógicamente, de hacer caber unas categorías dentro de otras y de atribuir consecuencias a antecedentes. Es un proceso de interrogantes y verificación, de corrección y modificación, de sugestión. Es un procedimiento creativo de organización de los datos, de manera que el esquema analítico aparezca como obvio (p.80)

De esta manera, el análisis de datos es un proceso en continuo progreso en la investigación cualitativa. La recolección de información y el análisis de datos son operaciones que marchan de la mano y se retroalimentan mutuamente. De esta forma, el análisis de datos cualitativos “se refleja como un proceso progresivo que refiere a formas de tratamiento de los datos que permiten su sosegada organización e interpretación” (Aravena, et al.2006, p.81).

Etapas del análisis cualitativo

Aravena, et al. (2006) mencionan que el analizar los datos es visualizado como la tarea más complicada de la investigación cualitativa, “puesto que su naturaleza, la irrepetibilidad de los discursos y el inmerso volumen de datos que se acumulan en la investigación, son elementos que le delegan a esta parte del proceso la dificultad y complejidad” (p.81). Por lo cual a continuación se describe las etapas de codificación, categorización y triangulación descritas por Aravena, et al. (2006).

- La etapa de codificación es simplificar la información recogida durante el trabajo de campo para poder analizarla. El proceso de análisis cualitativo necesita de la reflexión acerca de la información recogida que facilite su codificación, la cual consiste en la clasificación de la información sobre

eventos, conductas y discursos registrada durante la fase de trabajo de campo, lo cual permitirá dar una estructura al análisis de datos.

- La etapa de categorización es la operación por la cual se catalogan conceptualmente las unidades referidas a un mismo tema. Cada categoría contiene un significado y puede estar referida a una gran diversidad de registros como lo son situaciones contextos, actividades, eventos, métodos, procesos, estrategias, entre otros.
- Se denomina triangulación a la combinación dentro de un mismo estudio de distintos métodos de recolección de información o de fuentes de datos. Taylor y Bogdan (1987) conciben la triangulación como un modo de protegerse de las tendencias del investigador y de confrontar y someter a control recíproco relatos de diferentes informantes. Abrevándose entre otros tipos y fuentes de datos, los observadores pueden también obtener una comprensión más profunda y clara del escenario estudiado. (p.91)

Criterios del análisis cualitativo.

Leininger (citado por Mella y Orlando, 1998) propone los siguientes criterios para validar la investigación cualitativa:

- **Credibilidad:** Se refiere al grado de certeza, de que los hallazgos que han sido establecidos por el investigador. Credibilidad se refiere así a la verdad conocida, sentida y experimentada.
- **Confirmación:** Se refiere a la participación directa repetida y a la evidencia observada documentada u obtenida de fuentes primarias de información. Confirmación significa obtener afirmaciones directas y a menudo repetidas de lo que el investigador ha escuchado, visto o experimentado con relación al fenómeno bajo estudio.
- **Significado en contexto:** se refiere a que los datos obtenidos son entendibles dentro de contextos holísticos. Este criterio focaliza la contextualización de las ideas y experiencias dentro de una situación total.

- Saturación: se refiere a la inmersión total dentro del fenómeno en orden a conocerlo tan completamente y comprensivamente como sea posible. Saturación significa que el investigador ha hecho una exploración exhaustiva acerca del fenómeno en estudio.
- Transferencia: se refiere a la medida en que determinados hallazgos de un estudio cualitativo puedan ser transferidos a otro contexto similar preservando los significados particularizados, las interpretaciones e inferencias del estudio realizado. Puesto que el objetivo de la investigación cualitativa no es producir generalizaciones sino más bien entendimientos en profundidad y conocimiento de fenómenos particulares. (p.92)

Análisis didáctico

“Un análisis es el desglose de un todo en las partes que lo constituyen. Dentro del ámbito educativo el análisis se visualiza como un método sistemático” (Rico, 2013, p.12). Ante esto Pappus (1970) declara que el análisis es

El camino que parte de la cuestión que se busca, suponiéndola conocida, para llegar, por medio de las consecuencias que se deduzcan, a la síntesis de lo que se dio por conocido. Suponiendo obtenido, en efecto, lo que se busca se considera lo que se deriva de ello y lo que le precede, hasta que, volviendo sobre los pasos dados, se llega a una cuestión que ya se conoce o pertenece al orden de los principios; y este camino se llama análisis porque es una inversión de la solución. Hay dos clases de análisis, el propio de la investigación, que se llama teórico, y el que aplica para encontrar lo que se propone, y que se llama problemático. (p. 991)

Por su parte, Puig (1997) propone al análisis didáctico como, “el análisis de los contenidos de las matemáticas que se realiza al servicio de la organización de su enseñanza en los sistemas educativos, tiene varios componentes” (p. 61). Además, Rojas y Flores (2011) mencionan que el análisis didáctico “permite profundizar y disponer al investigador de una información más amplia sobre los elementos que puede haber considerado el profesor al diseñar su actuación” (p.20).

Rico (2013) dictamina que “las finalidades del análisis didáctico residen en cimentar, dirigir y sistematizar la planificación, la puesta en práctica de los procesos de enseñanza y aprendizaje de las matemáticas” (p.19). Por ello, define al análisis didáctico como:

Método de investigación propio de la Didáctica de la matemática, que se sustenta en la historia, en la propia matemática, en la filosofía del conocimiento y de la educación, que utiliza técnicas y métodos del análisis conceptual y del análisis de contenido. Son objeto del análisis didáctico aquellos conceptos, conocimientos, normas, juicios, argumentos, textos y relatos que tienen su origen en la actividad propia de la comunidad de educadores matemáticos, textos que se ajustan a su organización y que regulan su práctica. (Rico, 2013, p.19)

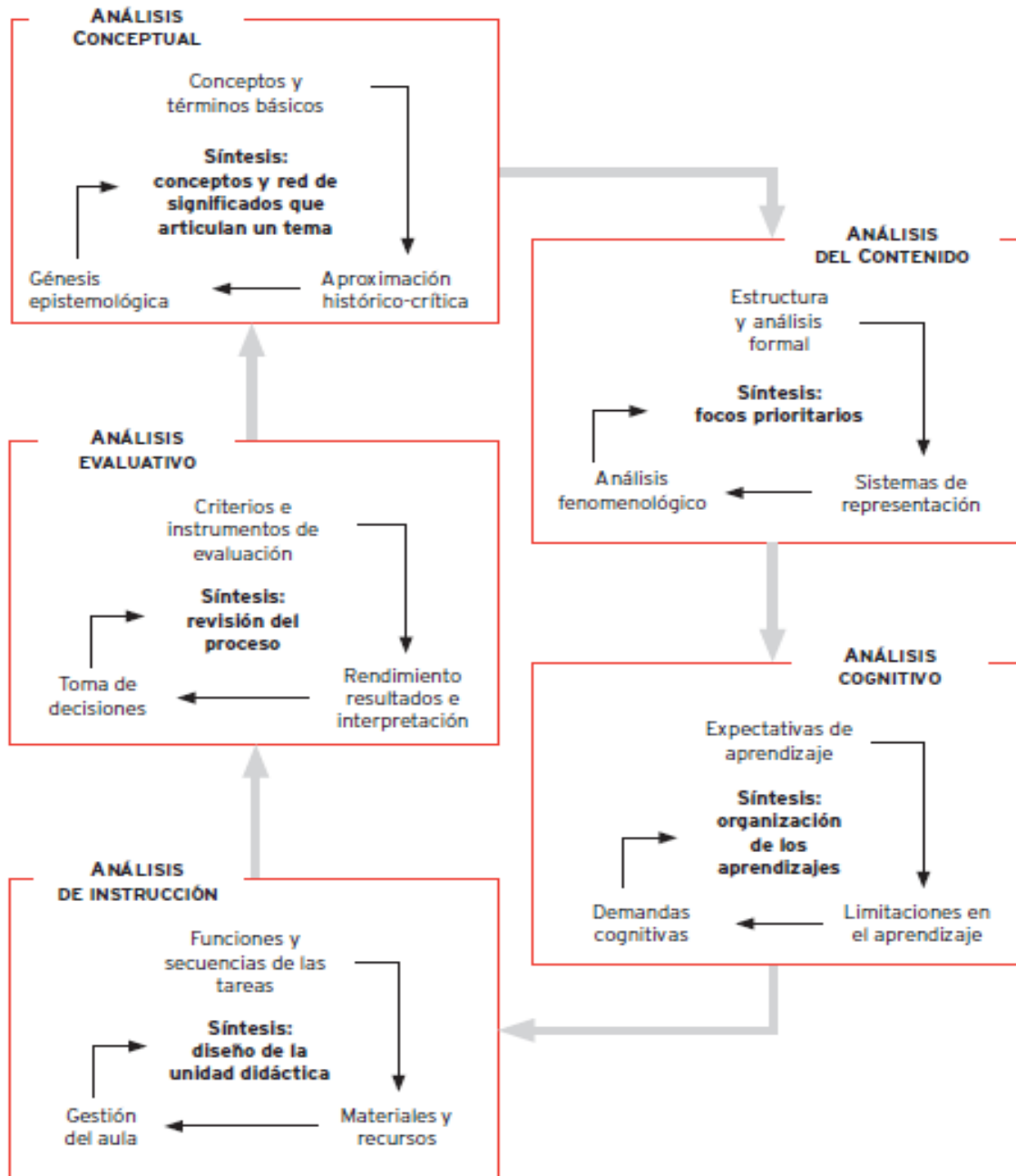
El análisis didáctico es visto como “un tipo de metodología de investigación utilizada para sintetizar y organizar información y delimitar el problema de investigación” (Gallardo y González, 2006, p.2). Además, es vista como una herramienta de investigación matemática que responde a cuatro preguntas: ¿Qué es el conocimiento matemático? ¿Qué es el aprendizaje? ¿Qué es la enseñanza? ¿Para qué sirve el conocimiento? (Valenzuela, Ramos, Gonzáles y Portugal, 2018). Visto de esta forma, Gómez (2007) alude que el análisis didáctico es “el procedimiento compuesto por cinco categorías; análisis conceptual, análisis de contenido, el análisis cognitivo, el análisis de instrucción y el análisis de evaluación” (p. 29).

Ciclo del análisis didáctico

El análisis didáctico como ya se mencionó permite al docente disponer de herramientas para potenciar el proceso de enseñanza-aprendizaje. Este tipo de análisis para poderse efectuar de manera correcta tiene que pasar por diferentes etapas y categorías dentro de estas, es por ello que en la fig. 6 se da conocer el ciclo y estructura del análisis didáctico y posterior a esto se hace una breve descripción de cada etapa.

Figura 6

Estructura y ciclo del análisis didáctico.



Rico (2013)

- *Análisis conceptual:* Los conceptos son los componentes de nuestro pensamiento. Son relevantes para comprender y descifrar los procesos mentales y psicológicos como la categorización, inferencia, memoria, aprendizaje y decisión. El análisis conceptual es un método para trabajar sobre los conceptos, para conseguir precisión y dominio en su uso. En el ámbito educativo, el análisis conceptual es una herramienta metodológica donde se inspecciona la precisión teórica de los conceptos. Dicho esto, los principios orientadores de este análisis son la naturalidad, aplicabilidad, complejidad y simplicidad, lo cual conduce a una reflexión previa sobre el tema que se quiere investigar, determinando aquellos puntos foco que limitan el problema en estudio (Rico, 2013, p.15).
- *Análisis de contenido:* Su finalidad es descubrir la estructura interna de la comunicación, estudiando su contenido semántico. Consiste en un método para establecer y estudiar la especificidad de los significados de los conceptos y procedimientos que conforman un texto de las matemáticas escolares. Además de proporcionar principios para atender a la estructura interna de la matemática escolar en los textos, que se elaboran para su implementación durante los procesos de enseñanza y aprendizaje, y también para evaluar las producciones recogidas en términos de las expectativas enunciadas. (Rico, 2013, p.17).
- *Análisis cognitivo:* Organiza el para qué y hasta dónde aprender determinados conocimientos sobre un tema. De esta manera, cada tema requiere, “enunciar sus prioridades cognitivas, determinando su objeto y su alcance, organizando y relacionando sus prioridades” (Rico y Lupiáñez, 2008, p.107). Se centra sobre las dificultades de aprendizaje y sobre los errores detectados en la práctica, se hace un análisis sobre las limitaciones en el aprendizaje de los estudiantes. (Socas, 1997, citado por Rico, 2013, p.23),
- *Análisis de instrucción:* Su finalidad es responder a la cuestión: ¿cómo y cuándo se lleva a cabo la formación? La noción del análisis de instrucción es

transformadora e interpretativa, puesto que cualquier consideración que se haga supone una adaptación de un programa concreto al marco de un aula. Las categorías del análisis de instrucción consideran primero las funciones y tipos de tareas junto con su secuenciación (Marín, 1997, citado por Rico, 2013); en segundo lugar, los materiales y recursos para la enseñanza de las matemáticas y, tercero, como faceta interpretativa, la organización y gestión del trabajo en el aula. (Rico, 2013, p.24)

- *Análisis evaluativo:* Atiende al cuestionamiento ¿cuáles han sido los resultados? Este análisis maneja tres tipos de categorías: la primera referencia los criterios e instrumentos para diagnosticar, orientar y valorar los aprendizajes; enseguida, la interpretación de los rendimientos y resultados alcanzados; finalmente, la toma de decisiones para la revisión del proceso de enseñanza y aprendizaje que se infiere de los logros alcanzados (Rico, 1995). Se muestra los aprendizajes alcanzados, determina el desarrollo cognitivo de los escolares, enjuicia las fortalezas y debilidades del proceso de instrucción, previene sobre sus amenazas y señala sus oportunidades de mejora. (Rico, 2013, p.25)

Procedimiento del análisis didáctico

Rico (2013) declara que el análisis didáctico empieza con una revisión histórica y epistemológica de los conceptos centrales implicados en el tema. Después continúa con el análisis del contenido matemático escolar correspondiente, contemplando una síntesis que selecciona y organiza los conceptos relevantes que profieren el tema matemático. Prosigue con un análisis cognitivo centrado en el aprendizaje de los contenidos, generando una síntesis sobre las expectativas de aprendizaje, estableciendo criterios que sirve para organizar los aprendizajes. Por lo cual, sigue con el análisis de instrucción que produce una nueva síntesis, que se expresa en el diseño de la unidad didáctica del tema de estudio y finalmente, hace un nuevo análisis sobre evaluación de la enseñanza y aprendizaje de los contenidos matemáticos, dando paso a una síntesis evaluadora del proceso.

El foco de la investigación se concreta en dos de las fases del ciclo del análisis didáctico, siendo estas el análisis de contenido y el análisis de instrucción, ya que, desde el currículo matemático, “el análisis didáctico tiene como objetivo establecer los significados de los conceptos y aprender la intencionalidad educativa de las matemáticas escolares, viéndolo como un análisis interpretativo que maneja, de manera conjunta, categorías matemáticas y educativas” (Rico, 2013, p.21).

Metodología de análisis: contenido e instrucción

Análisis de contenido

Es una herramienta técnica que establece y estudia la diversidad de significados de los contenidos matemáticos, contribuyendo al desarrollo de capacidades vinculadas con la competencia de planificación. Por esta razón, el análisis didáctico toma en cuenta el análisis de contenido, es decir, hace una revisión de las estructuras matemáticas desde la consideración de su aprendizaje y enseñanza, y de ahí la importancia de revisar los contenidos desde una perspectiva cognitiva. Cohen, Manion y Morrison (2011, citado por Rico, 2013) subrayan que:

El término análisis de contenido indica el proceso de recogida y resumen de datos escritos, define un conjunto de procedimientos estricto y sistemático para el análisis riguroso, el examen y verificación de los contenidos de datos escritos, técnica de investigación para elaborar inferencias válidas y replicables a partir de textos en aquellos contextos en que se utilizan. Por texto se entiende cualquier material de comunicación escrita, que se supone deben ser leídos, interpretados y entendidos por otras personas distintas de aquella que los analiza. El análisis de contenido se puede llevar a cabo con cualquier tipo de material escrito, desde documentos impresos a transcripciones de entrevistas, desde productos de los medios hasta producciones escritas. (p.17)

Dado un tema de análisis, el análisis de contenido se realiza en diferentes fases, en el trabajo de Rico, Marín, Lupiáñez y Gómez (2008) se consideran las siguientes: tratamiento curricular, tipo de contenido, focos conceptuales, estructura conceptual

y análisis de contenido, sistemas de representación, análisis de contenido, situaciones, contextos numéricos y finalmente el análisis fenomenológico y análisis de contenido.

Tratamiento curricular

“Al realizar un análisis de contenido es importante adentrarse a la normativa curricular y con ello analizar las referencias al tema contenidas en los diferentes niveles” (Rico, et al., 2008, p.10). Dentro de esto, los Decretos de Enseñanzas y las secuenciaciones que caracterizan al tema, “dan un programa de contenidos organizado en epígrafes, junto con algunas referencias metodológicas que proporcionan información sobre su extensión y aportan especificidad a los contenidos” (Rico, et al., 2008, 10). A partir de esto, se toma en cuenta la posibilidad de:

- Destacar conexiones con otros temas y núcleos temáticos del currículo.
- Establecer una secuenciación de los aspectos del tema que se podrán desarrollar en varios cursos o a lo largo de otros tópicos.
- Delimitar el contenido en un curso en el marco de una programación global. (Rico, et al., 2008, p.10).

Tipo de contenido

Un profesor tiene que ser capaz de segregar los contenidos matemáticos como objetos de aprendizaje, “teniendo capacidad para establecer una clasificación detallada de los contenidos que intervienen en un tema concreto, de su tipología y nivel de complejidad” (Rico, et al., 2008, p.11). Por ello, el análisis de los significados de ideas y conceptos de las matemáticas escolares “obliga a revisar los contenidos y las estructuras en las que tales conceptos se insertan” (Rico, et al., 2008, p.12). Derivado de esto, en el ámbito de los procedimientos los tres niveles de complejidad que se consideran son: destrezas, razonamientos y estrategias. Ante esto, dentro del campo conceptual se marcan hechos, conceptos y estructuras, cuya descripción la brinda Rico, et al. (2008) de la siguiente manera:

Los primeros constituyen el nivel básico de complejidad conceptual, y se pueden diferenciar en términos, notaciones, convenios o resultados. Enseguida, en un nivel medio de complicación están los conceptos, que pueden tener diferentes significados y finalmente en un nivel de complejidad superior están las estructuras. (p.10)

El Análisis de contenido sobre un tópico se lleva a cabo mediante distintas fases, las cuales desarrollan ciertas capacidades y contribuyen a la competencia de planificación.

Focos conceptuales

Los focos conceptuales son “agrupaciones concretas de conceptos, estrategias y estructuras que adquieren importancia, ya que expresan, organizan y resumen agrupamientos coherentes de los contenidos, establecen prioridades sobre las expectativas de aprendizaje del tema y reconocen una adecuada secuenciación de tareas para su enseñanza” (Rico, et al., 2008, p.11). De este modo, al hablar de focos conceptuales prioritarios se plantea la organización de los contenidos de un tema a partir de un número menor de ideas prioritarias (Rico, et al., 2008).

De tal forma, para avanzar y profundizar en el proceso de análisis del contenido de un tema conviene que el docente “determine relaciones y prioridades entre conceptos, procedimientos y estrategias, requiriendo su capacidad para fijar los conceptos que emiten el tema y mostrar el sistema de relaciones que se generan entre los distintos tipos de contenidos a partir de dichos focos conceptuales” (Rico, et al., 2008, p.11).

Estructura conceptual y análisis de contenido

El Análisis de contenido tiene su primera etapa “en la consecución de un marco de relaciones que muestre la complejidad de la estructura conceptual en estudio” (Rico, et al., 2008, p.14) Para esto se utilizan los mapas conceptuales que son las herramientas para llevar a cabo el estudio de la estructura conceptual de un tema matemático. “La delimitación de la estructura conceptual de un tópico matemático

sitúa los correspondientes conceptos y procedimientos y sus relaciones, estableciendo prioridades” (Rico, et al., 2008, p.14). Con ello, las ventajas de los mapas conceptuales son:

- Establecer una jerarquía de nociones dentro de cada concepto, que se expresa por su ordenación dentro de una lista mediante una representación lineal secuenciada.
- Conectar las nociones de las distintas listas; las relaciones y conexiones se muestran mediante segmentos o posiciones conectadas que, a veces, se identifican mediante etiquetas.
- Mostrar un grafo con nodos y conexiones como producto final; los nodos con mayor número de conexiones son los conceptos principales.
- Considerar distintos recorridos en el grafo; cada recorrido muestra un modo coherente de secuenciar varias nociones centrales en una estructura conceptual.
- El mapa conceptual es, fundamentalmente, un esquema para entender e interpretar una estructura conceptual determinada. (Rico, et al., 2008, p.12).

“Con esto se despliegan las capacidades de síntesis y estructuración, al conectar las nociones centrales de las distintas listas presentadas según los focos señalados” (Rico, et al., 2008, p.13). Por lo tanto, el resultado más importante de esta actividad es la profundidad del análisis de relaciones entre conceptos y procedimientos, lo que favorece al proceso de enseñanza y aprendizaje.

Sistemas de representación

Otro componente del análisis de contenido es el estudio y revisión de los sistemas de representación, junto a la estructura conceptual y el análisis fenomenológico. “Se entiende la representación como cualquier modo de hacer presente un objeto, concepto o idea. Conceptos y procedimientos matemáticos se hacen presentes mediante distintos tipos de símbolos, gráficos o signos y cada uno de ellos constituye una representación” (Castro y Castro, 1997, citado por Rico, Marín, Lupiáñez y Gómez, 2008, p.15).

- *Sistema de representación y análisis de contenido:* La segunda etapa del Análisis de contenido, se da cuando se logra mostrar la complejidad de la estructura conceptual mediante sus principales sistemas de representación, dentro de lo cual constituyen elementos centrales para organizar la estructura conceptual de un tema. De esta manera, la diversidad de sistemas de representación en una misma estructura y sobre las conexiones entre ellos, se profundiza en el dominio del contenido en estudio. (Rico, et al., 2008, p.15).

Análisis fenomenológico

“El significado de los conceptos matemáticos se logra mostrando su conexión con el mundo real, con los fenómenos en cuyo tratamiento se implican tales conceptos” (Rico, et al., 2008, p.16). La tercera etapa del análisis de contenido es el análisis fenomenológico, que según Rico et al. (2008) se:

Enlaza con el planteamiento funcional de las matemáticas escolares afirmando que las ideas y conceptos son el núcleo de nuestro pensamiento, sosteniendo que este surge de los fenómenos y que las estructuras matemáticas abstraen y organizan grandes familias de fenómenos de los mundos natural, social y mental. (p.17)

De esta manera se aporta una técnica para exponer cuáles son los sentidos con que se utilizan conceptos y estructuras; enfatizando en el uso y aplicación de los conceptos, los medios y en los modos en que, se abordan distintas tareas. Es decir, “el análisis fenomenológico muestra la vinculación de conceptos y estructuras matemáticas con ciertos fenómenos con la finalidad de dotar de sentido el aprendizaje” (Rico, et al., 2008, p.17).

Situaciones

El primer paso para el análisis fenomenológico radica en la revisión de sus usos según los tipos de situaciones, lo cual debe consumar con “un conjunto de situaciones en las que los conceptos y estructuras considerados se utilizan,

destacando aquellos usos que tienen especial relevancia para la formación del estudiante” (Rico, et al., 2008, p.17). Primeramente, se delimitan aquellas situaciones donde tienen uso los conceptos matemáticos implicados, es decir, aquellas en las que se muestra su funcionalidad. De tal forma, que cualquier tarea matemática a la que se enfrenta una persona, “viene asociada a una situación, la cual es vista como aquella parte del mundo real en la cual se sitúa la tarea para el individuo” (Rico, et al., 2008, p.17). PISA delimita las situaciones del estudio en personales, educativo o laboral, público y científico (OCDE, 2005 citado por Rico, et al., 2008):

- Las situaciones personales: son las relacionadas con las actividades diarias de los alumnos. Estas situaciones corresponden con prácticas cotidianas y suelen poner en juego los conceptos más básicos, afectando de modo inmediato al individuo y al modo en que éste percibe el contexto del problema.
- Situaciones educativas, ocupacionales o laborales: son las que encuentra el alumno en el centro escolar o en un entorno de trabajo. El campo de aplicaciones y usos de los números en cada una de las profesiones de nuestra sociedad es objeto de reflexión y de enseñanza en la escuela actual.
- Situaciones públicas: se refieren a la comunidad local u otra más amplia, en la cual los estudiantes observan determinados aspectos sociales de su entorno o que aparezcan en los medios de comunicación. Los estudiantes como ciudadanos deben estar capacitados para interpretar, analizar y evaluar información numérica. Deben dominar las operaciones básicas para seguir argumentos cuantitativos, tener sentido del número, capacidad para hacer estimaciones y dominio de distintos códigos que se emplean en la presentación de datos numéricos.
- Situaciones científicas: son más abstractas e implican la comprensión de un proceso tecnológico, una interpretación teórica o un problema específicamente matemático. (p.18)

Contextos numéricos

Un contexto matemático es entendido como “un marco en el cual conceptos y estructuras atienden unas funciones, responden a unas necesidades como instrumentos de conocimiento” (Rico, et al., 2008, p.18). De tal modo, que “los contextos de una explícita estructura se exploran porque muestran posibles respuestas a la pregunta ¿para qué se utilizan estas nociones?” (Rico, et al., 2008, p.18). Por ello, y como menciona Rico, et al. (2008) el contexto numérico más sencillo:

Hace uso de los números para contar; lo cual consiste en asignar los términos de la secuencia numérica a los objetos de una colección, bien señalando cada objeto o marcando pautas y realizando espaciamentos temporales. Otro tipo de contexto es aquel que usa los números como cardinal; utilizamos este sentido cuando queremos dar respuesta a la cuestión ¿cuántos hay? ante una colección discreta de objetos distintos. Por su parte, el contexto operacional, es el más prolífero, para dar respuesta a la cuestión ¿cuál es el resultado? La diversidad de problemas aritméticos aditivos y multiplicativos elementales muestra el contexto operacional básico. (p.19)

Análisis fenomenológico y análisis de contenido

Dentro del Análisis Fenomenológico se desarrollan capacidades como:

Representar diferentes medios en los que se usan los conocimientos matemáticos; conectar las matemáticas otras ramas del conocimiento; atender distintos modos de uso de los conceptos, enunciar las cuestiones y familias de problemas a las que dan respuesta y finalmente, establecer relaciones entre fenómenos y subestructuras en tanto las segundas modelizan a los primeros. (Rico, et al., 2008, p.20)

Con ello, se tienen que tomar en cuenta los siguientes pasos para realizar el análisis fenomenológico:

- Primer paso: consiste en el estudio de las situaciones vinculadas a la estructura en estudio.

- Segundo paso: es la delimitación de los distintos contextos de uso, las demandas cognitivas a las que atienden tales conceptos y, por ello, las funciones cognitivas que satisfacen.
- Tercer paso: consiste en identificar las relaciones entre subestructuras y fenómenos, dentro de una misma estructura conceptual. (Rico, et al., 2008, p.21)

El Análisis Fenomenológico culmina cuando se establecen asociaciones entre las distintas familias de fenómenos, las subestructuras y conceptos que conforman la estructura conceptual en estudio.

Consideraciones finales respecto al análisis de contenido

El Análisis de Contenido se centra sobre la estructura conceptual, seguido de los sistemas de representación y finalmente el análisis fenomenológico (Rico, 2008). En cada una de estas fases hay una serie de pasos y técnicas que organizan el análisis de contenido, con esto se desarrollan las siguientes capacidades:

- Seleccionar focos conceptuales prioritarios en cada uno de los temas del currículo de matemáticas.
- Establecer los conceptos y procedimientos que se articulan en cada foco;
- Sintetizar y expresar la estructura de un tema mediante diversos mapas que organicen su complejidad.
- Relacionar distintos sistemas de representación de un mismo concepto y traducir sus propiedades y regularidades de un sistema a otro.
- Relacionar mediante distintos sistemas de representación los conceptos y propiedades, así como desarrollar argumentos de prueba y demostración.
- Tipificar diversos medios en los que se usan unos determinados conocimientos matemáticos.
- Conectar las matemáticas con las ciencias experimentales, con el arte, la economía y otras ramas del conocimiento.

- Atender distintos modos de uso de los conceptos y precisar las funciones que se llevan a cabo mediante la estructura contemplada,
- Establecer relaciones entre fenómenos y subestructuras en tanto las segundas modelizan a los primeros;
- Enunciar cuestiones y familias de problemas a los que las subestructuras dan respuesta. (Rico, et al., 2008, p.22).

De tal forma que el análisis de contenido “reúne la dimensión reductora, alterando el contenido en sus unidades más simples utilizando de modo sistemático la determinación de temas y la identificación de categorías” (Rico, et al., 2008, p.22), lo cual puede contribuir a: “descubrir patrones en el discurso, contrastar una hipótesis previa e inferir significados interpretativos en un texto” (Rico, et al., 2008, p.22).

Análisis de instrucción

Flores, Gómez y Marín (2013) mencionan en su investigación, que “dentro del análisis de instrucción se trabajan los medios que dispone el docente para alcanzar sus fines, dentro de esto se presta mayor atención a la enseñanza, es decir, se trata de hacer una descripción de los medios que va a poner en práctica el profesor para lograr sus intereses del aprendizaje”. (p.1). Con el análisis de instrucción se puede:

- a) Analizar qué pueden hacer el profesor y los estudiantes para lograr los aprendizajes, especialmente identificar qué es una tarea de enseñanza y qué elementos comporta,
- b) Diseñar tareas acordes con las finalidades educativas planteadas.
- c) Examinar aspectos de las tareas que se pueden alterar para lograr las expectativas de aprendizaje.
- d) Organizar las tareas en una secuencia para cubrir las expectativas de aprendizaje. (Flores, et al., 2013, p.1).

Para llevar a cabo los objetivos de aprendizaje se distinguen dos componentes del proceso que conciernen a los dos sujetos implicados:

Actividades del profesor y actividades del alumno, dentro de las primeras, estas son planificadas y en las segundas se pondrán en marcha si son adecuadas al grupo de alumnos al que van dirigidas, por lo cual el profesor tiene que decidir cuáles son los recursos más adecuados para las actividades que realizan los estudiantes y estos lleven a cabo el proceso de aprendizaje que ha previsto en sus expectativas de aprendizaje. (Flores, et al., 2013, p.2)

Para ahondar más en el tema, Flores, et al. (2013) describen en su investigación el análisis de instrucción y a continuación se presenta una síntesis de su trabajo considerando lo siguiente: materiales y recursos y tareas.

Materiales y recursos.

Los materiales y recursos dan la pauta al profesor de plantear tareas para que los alumnos utilicen los conceptos matemáticos, por lo tanto, estos medios facilitan el hacer para la enseñanza. Dentro de esto, Carretero, Coriat y Nieto (1993) diferencian lo que es un recurso y un material:

- Recursos: se utilizan para el aprendizaje de un concepto o procedimiento determinado, que el profesor decide incorporar en sus enseñanzas.
- Materiales: se diseñan con fines educativos (un buen material didáctico trasciende la intención de uso original y admite variadas aplicaciones; por ello, no hay una raya que delimite claramente qué es un material y qué es un recurso). (p.3)

El aprender matemáticas consiste en “comprender los conceptos y relacionarlos con las destrezas para saber en qué ocasiones y con qué problemas hay que utilizarlas, esto exige al estudiante realizar actividades que le faciliten una cadena de conductas por medio de los materiales y recursos” (Flores, et al., 2013, p.3).

En el proceso de enseñanza, se debe de tener presente las características de los materiales y los contenidos matemáticos que se están trabajando poniendo atención a la finalidad de la propia enseñanza y “para establecer dichas características es necesario focalizar las adecuadas al contenido matemático, dictaminando qué

formas de representación emplean, así como las acciones que promueven y para qué estructura conceptual” (Flores, et al., 2013, p.4). En relación con la estructura conceptual, los materiales pueden tener diferentes funciones:

- Materiales para comprender un concepto: Cuando un material o recurso promueve que el alumno resuelva situaciones problemáticas, empleando una representación tangible del concepto matemático, estará dando la oportunidad a que el alumno genere ideas e imágenes mentales sobre ese concepto, relacione con otras formas de representación, identifique elementos, etc., iniciando así la comprensión del concepto. (Flores, et al., 2013, p.5)

Por lo tanto, al hablar de un material se debe de tener presente el tipo de tareas, que se pueden hacer con ellos, y optar los más adecuados a los objetivos. Para determinar qué materiales y recursos se deben de utilizar para llevar a cabo las tareas, se deben de tomar en cuenta los siguientes puntos:

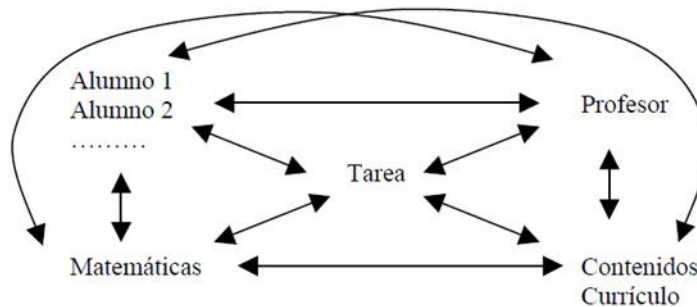
- Si se pretende que el alumno aprenda/comprenda un concepto, deberá emplear materiales conceptuales, que propongan retos que lleven a hacerse preguntas, poner en común, consultar libros, etc.
- Cuando los objetivos tienen una intención procedimental, esperando que el alumno domine una técnica, el material debe dar la ocasión de ejercitar esa técnica, empleando un sistema de representación próximo al que se enfatiza en ella.
- Por último, el profesor puede emplear material lúdico de refuerzo, para aquellos alumnos que ya manejan destrezas, dándoles la ocasión de percibir que los conceptos matemáticos son susceptibles de aparecer en los juegos.
- Además de llevar a cabo las capacidades posibilitando la identificación de elementos de la estructura conceptual que aborda la tarea, los sistemas de representación que usan y cómo se relacionan, y la función que se le da al análisis fenomenológico. (Flores, et al., 2013, p.7).

Tareas

Las tareas son vistas como “actividades específicas propuestas para el estudiante, implicando una actividad enlazada con la actuación matemática de los alumnos; ante esto, el profesor las planifica como instrumento para el aprendizaje” (Flores, et al., 2013, p.10). Christiansen (1986), dictamina que “las tareas para la enseñanza y aprendizaje de las matemáticas, están en relación con los elementos que intervienen en la enseñanza” (p.256), los cuales los establece en la siguiente representación:

Figura 7

Relaciones entre tarea y otros elementos



Christiansen (1986)

Una enseñanza que se basa en tareas radica en “planificar una secuencia dentro del proceso de enseñanza y aprendizaje para este contenido, encaminada a un fin y estableciendo cierta relación con problemas significativos” (Flores, et al., 2013, p.12). Ante esto, Doyle (1983, citado por Eliot, 1990) referencia tres elementos que se encuentran en una tarea:

- Un producto o meta
- Un conjunto de recursos disponibles
- Un conjunto de operaciones que se aplican a los recursos para lograr la meta. (p.195)

Complementando esto, Ponte (2004) propone otros elementos que identifican a una tarea:

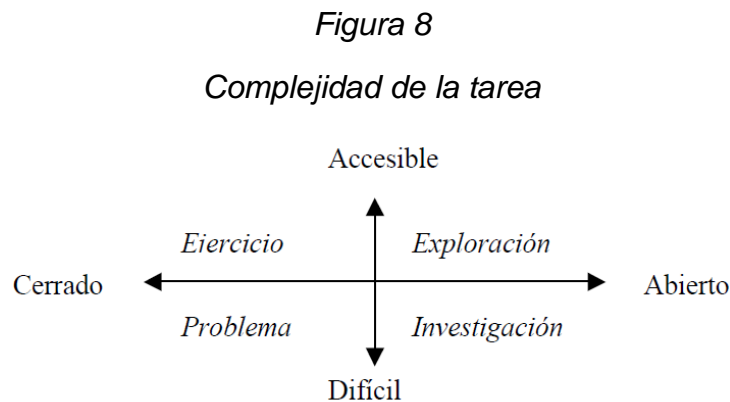
- El contenido matemático al que se dirige
- La situación de aprendizaje, el contexto en el que se propone su acción.
(p.29)

Con esto, se crean situaciones en donde el aprendizaje muestre que la tarea corresponde con un problema real del entorno. Ante esto, el análisis de contenido puede proporcionar situaciones en que el contenido estudiado adquiere sentido. Es por ello que hay que añadir al contenido matemático la situación de aprendizaje, las cuales se buscan entre las situaciones cotidianas, científicas o técnicas.

Por su parte, Marín (2005) indica que “la selección, el diseño y la organización de las tareas están orientados a obtener una enseñanza efectiva” (p.6) y para ello se fija en ciertos criterios:

1. Una formulación clara, en que sus elementos muestren que se han creado las condiciones para que el alumno lleve a cabo actividades de aprendizaje que correspondan con las expectativas o meta de la tarea.
2. Una selección adecuada del recurso o material didáctico para que facilite la realización de la tarea seleccionada de acuerdo con los contenidos y objetivos de aprendizaje.
3. Determinados la organización de los elementos del entorno que condicionan la ejecución de la tarea.
4. Una complejidad adecuada con la diversidad del alumnado, como las situaciones o contextos en que se propone el problema y los tipos de objetivos de aprendizaje que se implican en la resolución del problema influyen en el nivel de dificultad de la tarea y en la posibilidad de que se articule como una propuesta de acción viable OCDE, (2005).
5. Coherencia con la planificación previa de los contenidos y objetivos de aprendizaje, y la previsión de errores y dificultades que se haya realizado.
(Marín, 2005, p.7)

Ponte (2004) menciona que la complejidad de una tarea está dada “al menos por dos cualidades diferentes: el grado de estructura (el cierre de la meta o fin) y el grado de dificultad (es decir, el número y complejidad de las destrezas, conocimientos y creatividad exigida para su resolución)” (p.30). Organizando estas cualidades en dos ejes perpendiculares, elabora el siguiente esquema de en el que aparecen las tareas situadas en cuatro cuadrantes.



Ponte 2004

Para Christiansen (1986) las tareas rutinarias “son medios para consolidar conocimiento y habilidades adquiridos por el aprendiz, pero no contribuyen a un desarrollo profundo del conocimiento, la explicación ni el aprendizaje de conocimiento nuevo” (p.298). Por su parte, las tareas no rutinarias proporcionan condiciones para un desarrollo cognitivo para:

- Construir nuevo conocimiento que tiene que comenzar de manera subjetiva
- Reconocer y evaluar conocimientos adquiridos antes
- Generar nuevas interpretaciones y nuevas relaciones
- Reorganizar y reestructurar el conocimiento en un cuerpo más amplio y consolidado. (Christiansen, 1986, p.299)

Este mismo autor muestra ejemplos de tareas rutinarias y no rutinarias, las cuales se plasman en el siguiente recuadro:

Tabla 10

Tipos de tareas rutinarias y no rutinarias

Ejemplos de tareas rutinarias y no rutinarias	
Tareas rutinarias (ejercicios)	Tareas no rutinarias (problemas)
Ejercicios de reconocimiento	Problemas de procesos
Ejercicios algorítmicos	Problemas abiertos
Ejercicios de aplicación (problema enunciado)	Situaciones problemáticas

Christiansen (1986)

Las tareas pueden “coger la forma de problemas, para favorecer que los alumnos sean competentes a la hora de resolver problemas, se debe de optar por realizar tareas que impliquen problemas, ejecutando destrezas específicas que se aplican al resolver problemas” (Flores, et al., 2013, p.19). Por lo cual un problema exige:

- Una situación comprendida por el resolutor.
 - Con un objetivo definido y comprendido
 - Está motivado a afrontarla
 - No dispone de un procedimiento, de manera inmediata, para resolverlo.
- (Flores, et al., 2013, p.19)

Esto permitirá analizar en qué sentido las tareas propuestas se pueden tomar como problemas, lo que en efecto es importante si se ha contemplado lograr desarrollar la competencia de resolución de problemas. Rico y Lupiáñez (2008, citado por Flores, et al., 2019) señalan que en el estudio PISA (OCDE, 2003), “la competencia de resolución de problemas propone que el niño se enfrente a problemas muy explícitos y directos hasta comparar y evaluar diferentes estrategias de resolución” (p.20). Esto se concreta en que los escolares desarrollen las siguientes capacidades:

- Plantear, formular y definir diferentes tipos de problemas matemáticos (puros, aplicados, de respuesta abierta, cerrados)
- Resolver distintos tipos de problemas mediante diversidad de vías. (Rico y Lupiáñez, 2008, Flores, et al., 2019, p.20)

Ante esto, en los estándares básicos de competencia del MEN, (2006), se visualiza que ser matemáticamente competente requiere “formular, plantear, transformar y resolver problemas a partir de situaciones de la vida cotidiana” Es por ello que las situaciones problema proporcionan el contexto inmediato en donde el quehacer matemático cobra sentido, es decir, que sean significativas para los alumnos. Ante esto, Flores, et al. (2013) retoman los niveles de complejidad marcados en los problemas de PISA y se presentan a continuación:

- En el nivel de representación, la reiteración de los conocimientos practicados, como son las representaciones de hechos y problemas comunes, el recuerdo de objetos y propiedades matemáticas familiares, el reconocimiento de equivalencias, la utilización de procesos rutinarios, la aplicación de algoritmos, el manejo de expresiones con símbolos y fórmulas familiares o la realización de operaciones sencillas.
- Con esto, el nivel de conexión permite resolver problemas situados en contextos familiares o cercanos, planteando más exigencias para su interpretación y requiriendo establecer relaciones entre distintas representaciones de una misma situación.
- Finalmente, en el nivel de reflexión se movilizan las capacidades que requieren comprensión y reflexión, así como la creatividad para identificar conceptos, por lo tanto, se requiere mayor implicación de elementos que exigen generalizaciones y explicación o justificación de resultados. (p.21)

En la siguiente tabla se muestran las características de las tareas en cada nivel de complejidad PISA:

Tabla 11

Características de las tareas en cada nivel de complejidad PISA

Grupo de reproducción	Grupo de conexión	Grupo de reflexión
Representaciones y definiciones estándar	Construcción de modelos	Formulación y solución de problemas
Cálculos rutinarios	Traducción, interpretación y solución de problemas	de problemas complejos
Procedimientos rutinarios	estándar	Reflexión y comprensión en
Solución de problemas de rutina	Métodos múltiples y bien definidos	profundidad
		Aproximación matemática original
		Múltiples métodos complejos
		Generalización

Flores, Gómez y Marín (2013)

Ante esto, se observa hasta qué punto las tareas propuestas contribuyen a desarrollar la competencia de formulación y resolución de problemas, y a qué nivel de complejidad. A continuación, se recogen estas correspondencias entre las competencias de PISA en la resolución de problemas según su complejidad y las acciones en tareas para cada nivel de complejidad:

Tabla 12

Competencias PISA en la resolución de problemas según la complejidad

Competencia	Niveles de complejidad		
	Reproducción	Conexión	Reflexión
Formulación y resolución	Exponer y formular problemas.	y Plantear y formular problemas más allá de	Exponer y formular problemas mucho más allá de la reproducción

de problemas	Reconocer y reproducir problemas ya practicados de manera cerrada	los ya practicados en forma cerrada. Resolver procedimientos estándar más que conectan áreas matemáticas, formas de representación y comunicación (esquemas, tablas, gráficas, palabras e ilustraciones)	de los ya practicados en forma cerrada. Resolver con procedimientos originales, conectando áreas matemáticas y formas de representación y comunicación (esquemas, tablas, gráficas, palabras e ilustraciones)	de los ya practicados en forma cerrada. Resolver con procedimientos originales, conectando áreas matemáticas y formas de representación y comunicación (esquemas, tablas, gráficas, palabras e ilustraciones)	de los ya practicados en forma cerrada. Resolver con procedimientos originales, conectando áreas matemáticas y formas de representación y comunicación (esquemas, tablas, gráficas, palabras e ilustraciones)
					Reflexionar sobre estrategias y soluciones.

Flores, Gómez y Marín (2013)

Tabla 13

Acciones en las tareas para cada nivel de complejidad PISA

Acción	Niveles de complejidad		
	Reproducción	Conexión	Reflexión
Exponer, plantear y formular problemas.	Problemas cerrados, ya practicados	Problemas cerrados algo diferentes	Problemas cerrados muy diferentes
Reconocer, reproducir y resolver		Problemas con procedimientos estándar u otros más independientes.	Problemas con procedimientos estándar u otros más originales.

	Problemas con conexiones entre áreas matemáticas y/o diferentes formas de representación y comunicación o expresión.	Problemas con conexiones entre áreas matemáticas y/o diferentes formas de representación y comunicación o expresión.
Reflexionar		Sobre las estrategias utilizadas y las soluciones obtenidas.

Flores, Gómez y Marín (2013)

Consideraciones finales respecto al análisis de instrucción

El análisis de instrucción constituye una metodología para “el diseño y la actuación y tiene como fin identificar, describir y organizar tareas para diseñar y ejecutar las actividades de enseñanza y aprendizaje que constituyen la unidad didáctica, su protagonismo está en las tareas, se analizan, seleccionan y diseñan” (Flores, et al., 2013, p.10), utilizando los siguientes criterios planteados:

- a) En primer lugar las tareas deben ser compatibles con el análisis del contenido, por lo que deben estar vinculadas al análisis y selección de los contenidos realizados anteriormente.
- b) Las tareas tienen que contribuir a las expectativas de aprendizaje descritas en el análisis cognitivo, y deben que afrontar las limitaciones de aprendizaje, reflejadas en las dificultades o errores, para lo que tenemos que fijar las condiciones de realización de las tareas, así como su grado de complejidad.
- c) Las tareas permiten incorporar recursos y materiales, que, al presentar acciones próximas a las establecidas en el análisis de contenido del tema, optimicen las expectativas de aprendizaje del mismo.

d) La reunión de todas las tareas previstas debe constituirse en un conjunto coherente en la planificación de las secuencias de aprendizaje, adecuándose a los caminos de aprendizaje establecidos en el análisis cognitivo.

e) Pero también las tareas deben concretar y ser compatibles con la forma de llevar a cabo la gestión de la clase, de manera que sea posible y que se relacione de manera más adecuada con las expectativas de aprendizaje. (Flores, et al., 2013, p.10)

Metodología de análisis

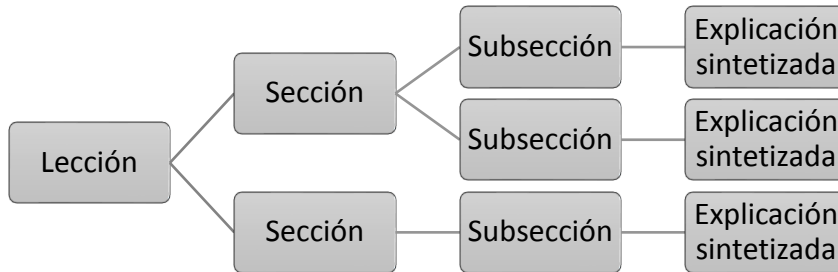
Se realizará una comparativa de los lineamientos que los libros de texto deberían de cumplir, y lo que realmente se cumple en relación a las teorías de la didáctica de las matemáticas. Godino, Font y Wilhelmi (2006) hacen referencia que “los libros de texto escolares constituyen la fuente inmediata donde se acumula la experiencia práctica de los profesores y, en cierta medida los resultados de la investigación” (p.132). Ante esto, el análisis crítico de los textos escolares, la evaluación de su pertinencia, idoneidad, adecuación, entre otros, debe ser un componente importante en los programas de profesores. Se tiene el pensamiento que, entre estas herramientas deben de figurar los criterios para analizar la propia práctica docente y las lecciones de los textos escolares como una fuente próxima para el diseño de unidades didácticas.

Análisis de contenido

Para llevar a cabo este análisis se toma como referencia el análisis ontosemiótico de una lección sobre la suma y la resta de Godino, Font y Wilhelmi (2006). En una primera instancia se hará un análisis global a las lecciones del libro de texto gratuito de segundo grado de primaria de los planes 2011 y 2018, para el cual se esbozará en una figura la estructura general de la lección explicando el contenido de cada una de estas partes:

Figura 9

Estructura global de una lección



Godino, Font y Wilhelmi (2006)

Posteriormente se verificará el nivel de demanda cognitiva (tabla 14), que tienen las actividades propuestas en el libro de texto.

Tabla 14

Demanda cognitiva

Nivel demanda cognitiva	Tipo de cuestión	Categoría	Características
Bajo Memorización	Recuento directo	Procedimiento de resolución	No se resuelven usando algoritmos, sino recurriendo a datos recordados o tomados directamente del enunciado.
		Finalidad	Reproducción de elementos (datos, reglas, fórmulas, etc.) previamente aprendidos, recordados o tomados

			directamente del enunciado.
		Esfuerzo requerido	Su resolución con éxito apenas requiere esfuerzo. No son ambiguas. Indican claramente qué hacer.
		Explicaciones	No requieren explicaciones.
		Representación de la solución	El enunciado utiliza la representación del algoritmo y su resolución, en caso de representarse, utilizará la aritmética.
		Procedimiento de resolución	Son algorítmicas. Indican expresamente qué algoritmo usar o es evidente por el contexto.
Bajo-medio Algoritmos sin conexiones	Término inmediato Término próximo	Finalidad	Enfocadas a obtener respuestas correctas pero no a desarrollar la comprensión matemática.
		Esfuerzo requerido	Su resolución con éxito requiere un esfuerzo limitado. Existe poca

**Medio-alto
Algoritmos
con
conexiones**

Término próximo
Término lejano

ambigüedad sobre qué hacer y cómo hacerlo.

Explicaciones Explicaciones que se enfocan únicamente a describir el algoritmo usado.

Representación de la solución En su resolución se pueden utilizar múltiples representaciones (aritmética, diagramas visuales, materiales manipulativos, etc.), pero sólo se usan aquellas que resultan de más ayuda para resolver el problema.

Procedimiento de resolución Las cuestiones anteriores de la actividad sirven como sugerencia explícita o implícita de la vía a seguir, que es un algoritmo general con conexiones estrechas con las ideas conceptuales subyacentes.

**Alto
Hacer
matemáticas**

Término general

Finalidad	Una comprensión más profunda de los conceptos e ideas matemáticos
Esfuerzo requerido	Su resolución con éxito requiere cierto esfuerzo cognitivo. Se pueden utilizar algoritmos generales, pero al aplicarlos, hay que prestar atención a la estructura del problema.
Explicaciones	Explicaciones que hacen referencia a las relaciones subyacentes utilizando casos concretos.
Representación de la solución	La resolución conecta diversas representaciones. Se representan de varias formas y los estudiantes utilizan aquellas que les llevan a un razonamiento más abstracto.
Procedimiento de resolución	Requieren pensamiento complejo y no algorítmico. El enunciado no sugiere

	ninguna forma de resolución.
	Requieren que los estudiantes analicen la actividad y examinen restricciones que puedan limitar posibles estrategias de resolución y soluciones.
Finalidad	Los estudiantes necesitan explorar y comprender los conceptos, procesos o relaciones matemáticos.
Esfuerzo requerido	Requieren un considerable esfuerzo cognitivo. Requieren de los estudiantes auto-control y auto-regulación de los propios procesos cognitivos.
Explicaciones	Explicaciones y demostraciones sobre el término general del problema.
Representación de la solución	En la resolución se utiliza una representación

algebraica, que algunas veces puede estar conectada con otras formas de representación.

Benedicto, Jaime y Gutiérrez (2015)

Finalmente se mostrará las características de la teoría fenomenológica (Tabla 15), para esto se tomará en cuenta la información de la tabla 14 en cuestión de las demandas cognitivas. En este apartado se enfatiza si las actividades propuestas hacen uso y aplicación de los diferentes contextos en los que se pueden realizar las tareas matemáticas. Por ello en la tabla 15 se exponen las situaciones en las cuales pueden estar inmersos los contextos que mencionan los libros de texto, el nivel de demanda cognitiva que estos muestran y la manera en cómo el concepto de suma y resta se presentan.

Tabla 15
Análisis fenomenológico

Situación	Contextos	Demanda cognitiva en el contexto	Concepto aplicable a la situación
Personal			
Educativa o laboral			
Pública			
Científica			

Elaboración propia

Análisis de instrucción

Para llevar a cabo este análisis se toma como referencia el trabajo de Flores, et al. (2013). Primero se verificará si los libros de texto se relacionan con la teoría de las situaciones didácticas, para esto se tomará como referencia la tabla 16 en la cual se describen las características de dicha teoría.

Tabla 16

Características de las situaciones didácticas

Características
Parten de un problema o situación de la vida real
Permite la construcción de aprendizajes
Permite la interacción del sujeto con cierto medio
Requieren de los conocimientos previos (utilización de los esquemas cognitivos)
Proporcionan nuevos esquemas al alumno (Conflictos cognitivos)
Permiten la comunicación entre los sujetos involucrados (docente-estudiante-medio)
Integran contenidos de diferentes ciencias
Permiten el acceso a diferentes herramientas
El alumno es partícipe total en la situación del problema
Las situaciones son motivantes
Involucra conocimientos, actitudes y valores
La actividad de los estudiantes está orientada hacia la obtención de un resultado preciso. Deben de anticipar y luego verificar los resultados.
Elaboración propia

Se continuará verificando los problemas de los libros de texto en relación si son problemas aritméticos escolares o si bien, incluyen problemas realistas, para esto se utilizará la siguiente rúbrica:

Tabla 17

Rúbrica para determinar matemáticas realistas

Indicador	Nivel I	Nivel II	Nivel III
Actividad	<p>Los problemas permiten un pensamiento cerrado sin reflexionar acerca de las situaciones expuestas.</p>	<p>Se utiliza la esquematización y modelización sin llegar a crear un pensamiento crítico-matemático.</p>	<p>Permite desarrollar un pensamiento crítico-matemático a partir de la modelización, esquematización y reflexión del problema propuesto.</p>
Realidad	<p>Las problemáticas son expuestas sobre situaciones escolares delimitando el conocimiento del mundo real del alumno.</p>	<p>Los problemas presentados exponen diversas situaciones del mundo real, pero no permiten usar el conocimiento del alumno, es decir, son situaciones alejadas de su contexto.</p>	<p>Los problemas generan una representación mental cualitativa de la situación, utilizando el conocimiento sobre el mundo real que tiene el alumno. Permitiendo describir y analizar una diversidad de situaciones relacionadas con el mundo real.</p>
Niveles	<p>Los problemas solo permiten formalizar los conocimientos sin poder generar una exploración de las situaciones.</p>	<p>Los problemas expuestos permiten la exploración por medio de esquemas y modelos accediendo a relacionar las</p>	<p>Los problemas presentados permiten reconocer la importancia y aplicación de lo aprendido, además de relacionar lo abstracto y lo concreto para</p>

Reinvención guiada

	matemáticas con el mundo real.	crear relaciones más situacionales, es decir, matematizar lo aprendido.
Delimitan al alumno a usar solamente un método de resolución, no permitiendo explicar el porqué del mismo. Es decir, solo reproduce el conocimiento.	Conecta diferentes métodos de resolución, sin embargo, el alumno no es capaz de reflexionar sobre los mismos	Permiten al alumno usar distintos métodos de solución del problema, explicando y reflexionando sobre el proceso de resolución. Así mismo el alumno es un sujeto capaz de defender el por qué utilizo dicho método,

Interacción

Los problemas planteados cierran la posibilidad de que el alumno experimente con la realidad y el trabajo se concentra solamente en él sin la oportunidad de relacionarse con otros.	Permiten experimentar con la realidad de modo delimitado, el trabajo se comparte con otras personas, tomando su opinión, pero sin generar un conocimiento.	Acceden al alumno a sentirse parte de la realidad, es decir, se aprende experimentando, así mismo permiten la interacción con otros sujetos tomando en cuenta su opinión y al mismo tiempo aprendiendo de ellos.
--	--	--

Interconexión	Los problemas propuestos no permiten transferir los conocimientos matemáticos a otras situaciones, así mismo no implican otras áreas de aprendizaje.	Los problemas sólo permiten transposición de los conocimientos matemáticos a situaciones concretas, involucran la utilización de otras áreas de aprendizaje.	Los problemas implican una transposición de los conocimientos matemáticos creando habilidades sobre cuándo y cómo aplicarlos a una diversidad de situaciones. Así mismo implican usar otras áreas de aprendizaje.
----------------------	--	--	---

Elaboración propia

En el nivel I se encuentran los problemas aritméticos escolares y en el nivel III están las matemáticas realistas. En esta misma tabla, se evaluará si los libros de texto proponen actividades en donde el alumno ponga en juego un conflicto sociocognitivo o si solamente las consignas en colaborativo expuestas no tienen este propósito como tal.

Finalmente, de manera general se identificará en qué nivel de complejidad se encuentra el libro de texto según los estándares marcados por PISA, en cuanto a la resolución de problemas:

Tabla 18

Complejidad de tareas en PISA: agrupación de acciones cognitivas. Demandadas en tres niveles de complejidad

	Reproducción	Conexión	Reflexión
Pensar y razonar	Formular preguntas simples (¿Cuántos...?, ¿cuánto es...?) y comprender los	las preguntas más (¿cómo hallamos...?, ¿qué tratamiento matemático damos...?)	Formular preguntas (¿cómo hallamos...?, ¿qué tratamiento matemático damos...?, ¿cuáles son los aspectos esenciales del problema o situación...?)

<p>de respuesta («tantos», «tanto »); Distinguir entre definiciones y afirmaciones; comprender y emplear conceptos matemáticos en el mismo contexto en el que se introdujeron por primera vez o en el que se han practicado subsiguientemente.</p> <p>Seguir y justificar los procesos cuantitativos estándar, entre ellos los procesos de cálculo, los enunciados y los resultados.</p>	<p>comprender los consiguientes tipos de respuesta (plasmadas mediante tablas, gráficos, álgebra, cifras, etc.); distinguir entre definiciones y afirmaciones y entre distintos tipos de éstas; comprender y emplear conceptos matemáticos en contextos que difieren ligeramente de aquellos en los que se introdujeron por primera vez o en los que se han</p> <p>Razonar matemáticamente de manera simple sin distinguir entre pruebas y formas más amplias de argumentación y razonamiento; evaluar y elaborar encadenamientos de seguir y evaluar el</p>	<p>y comprender los consiguientes tipos de respuesta (plasmadas mediante tablas, gráficos, álgebra, cifras, especificación de los puntos clave, etc.); distinguir entre definiciones, teoremas, conjeturas, hipótesis y afirmaciones sobre casos especiales y articular de modo activo o reflexionar sobre estas distinciones; comprender y emplear conceptos matemáticos en contextos nuevos o complejos; comprender y tratar la amplitud y los límites de los conceptos matemáticos dados y generalizar los resultados.</p> <p>Razonar matemáticamente de manera sencilla, distinguiendo entre pruebas y formas más amplias de argumentación y razonamiento; seguir, evaluar y elaborar encadenamientos de argumentos matemáticos de</p>
--	--	--

encadenamiento de diferentes tipos; emplear la los argumentos heurística (p. ej., «qué puede matemáticos de o no puede pasar y por diferentes tipos; qué?», «¿qué sabemos y tener sentido de la qué queremos obtener?», heurística (p. ej., « «¿cuáles son las ¿qué puede o no propiedades esenciales? », puede pasar y por «¿cómo están relacionados qué?», « ¿qué los diferentes objetos?»). sabemos y qué queremos obtener?»).

Reconocer, recopilar, activar y aprovechar modelos familiares bien estructurados; pasar sucesivamente de los diferentes modelos (y sus resultados) a la realidad y viceversa para lograr una interpretación; comunicar de manera elemental los resultados del modelo.	Estructurar el campo o situación del que hay que realizar el modelo; traducir la «realidad» a estructuras matemáticas en los contextos que no son demasiado complejos pero que son diferentes a los acostumbrados los estudiantes. Comporta también saber interpretar alternando los modelos (y de sus	Estructurar el campo o situación del que hay que realizar el modelo, traducir la realidad a estructuras complejas o muy diferentes a los que están acostumbrados los estudiantes y pasar alternando de los diferentes modelos (y sus resultados) a la «realidad», incluyendo aquí aspectos de la comunicación de los resultados del modelo: recopilar información y datos, supervisar el proceso de construcción de modelos
---	--	---

Formulación y resolución de problemas

resultados) y la y validar el modelo realidad), y resultante. Conlleva también sabiendo también reflexionar analizando, comunicar los realizando críticas y llevando resultados del a cabo una comunicación modelo. más compleja sobre los modelos y su construcción.

Exponer y formular problemas Plantear y formular problemas Exponer y formular problemas mucho reconociendo y de la reproducción más allá de la reproducción reproduciendo de los problemas ya de los problemas ya problemas ya practicados de practicados de forma practicados puros y forma cerrada; cerrada; resolverlos aplicados de resolverlos mediante la utilización de manera cerrada. mediante la procedimientos y utilización de aplicaciones estándar pero procedimientos y también de procedimientos aplicaciones de resolución de problemas estándar pero más originales que implican también de establecer conexiones entre procedimientos de distintas áreas matemáticas resolución de y formas de representación y problemas más comunicación (esquemas, independientes que tablas, gráficos, palabras e implican establecer ilustraciones). También conexiones entre conlleva reflexionar sobre las distintas áreas estrategias y las soluciones. matemáticas y distintas formas de representación y

Representación

comunicación
(esquemas, tablas,
gráficos, palabras e
ilustraciones).

<p>Descodificar, e codificar e interpretar representaciones de objetos matemáticos previamente conocidos de un modo estándar que ya ha sido practicado. El paso de una representación a otra sólo se exige cuando ese paso mismo es una parte establecida de la representación.</p>	<p>Descodificar, e codificar e interpretar formas de representación más o menos familiares de los objetos matemáticos; seleccionar y cambiar entre diferentes formas de representación de matemáticos; seleccionar y cambiar entre diferentes formas de representación de matemáticos, y traducir y diferenciar entre diferentes formas de representación.</p>	<p>Descodificar, codificar e interpretar formas de representación más o menos familiares de los objetos matemáticos; seleccionar y cambiar entre diferentes formas de representación de las situaciones y objetos matemáticos y traducir y diferenciar entre ellas. También conlleva combinar representaciones de manera creativa e inventar nuevas.</p>
---	--	--

<p>Descodificar e interpretar lenguaje formal y simbólico rutinario que ya se ha practicado en contextos</p>	<p>Descodificar e interpretar lenguaje formal y simbólico básico en situaciones y contextos menos conocidos y manejar</p>	<p>Descodificar e interpretar el lenguaje formal y simbólico ya practicado en situaciones y contextos desconocidos y manejar afirmaciones y expresiones con símbolos y fórmulas, tales como utilizar</p>
--	---	--

sobradamente afirmaciones variables, resolver conocidos; manejar sencillas y ecuaciones, y realizar afirmaciones expresiones con cálculos. También conlleva sencillas y símbolos y fórmulas, la habilidad para saber tratar expresiones con tales como utilizar con expresiones y símbolos y variables, resolver afirmaciones complejas y fórmulas, tales ecuaciones y con lenguaje simbólico o como utilizar realizar cálculos formal inusual, y realizar variables, resolver mediante traducciones ecuaciones y procedimientos entre este lenguaje y el realizar cálculos familiares. lenguaje natural mediante procedimientos rutinarios.

Flores, Gómez y Marín (2013)

La información presentada nos permitirá realizar un análisis detallado para conocer a profundidad la esencia del libro de texto en cuanto a las teorías didácticas del aprendizaje en relación al tema de suma y resta y verificar si éstas se encuentran presentes, así como sus deficiencias a partir de estas.

CAPÍTULO VI

Análisis y resultados

En este capítulo se centra la atención en realizar el análisis didáctico de los libros de texto de matemáticas de segundo de primaria del plan y programa 2011 y del plan y programa de estudios 2018, todo en relación al contenido de suma y resta. El análisis didáctico se ha realizado de acuerdo a las necesidades de la investigación, considerando solamente dos de sus fases: el análisis de contenido y el análisis de instrucción.

Este capítulo se organiza en dos secciones, la primera en el análisis didáctico del plan y programa de estudios 2011 en los libros de texto ya mencionados y la segunda sección es referente al análisis didáctico del plan y programa de estudios 2018 en el libro de texto. Cada uno de estos apartados se dividirá en análisis de contenido y análisis de instrucción en donde se refleja, cada uno, en las tablas y figuras propuestas en el capítulo anterior.

Se realiza un análisis de contenido con el fin de identificar la metodología que sigue el libro de texto de matemáticas en relación al contenido ya nombrado. En este análisis se partirá de ver los elementos generales de las lecciones, posteriormente se realiza un análisis de las actividades propuestas para ver el nivel de demanda cognitiva que contienen, para finalmente analizar el contenido fenomenológico del libro de texto.

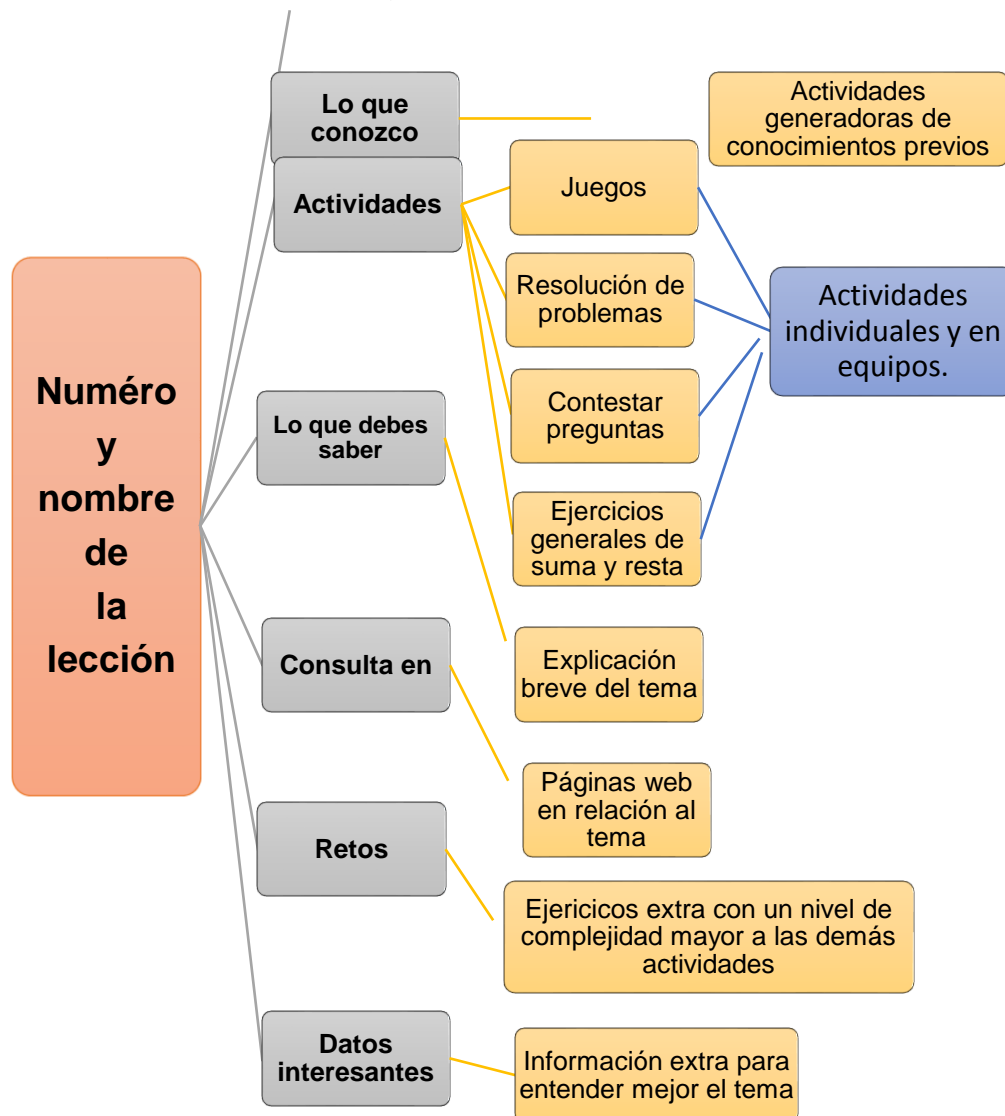
En cuanto al análisis de instrucción se realiza con el objetivo de examinar más a detalle las actividades propuestas por el libro de texto y ver en qué grado de complejidad (marcados por PISA) se encuentran, también ver la relación que tienen las actividades con las situaciones didácticas, además de analizar si los problemas propuestos pertenecen a los problemas aritméticos o si en realidad utilizan las matemáticas realistas.

Análisis de contenido Plan y Programa de estudios 2011

Se comienza con el planteamiento de un esquema, el cual permite realizar una radiografía de la estructura que siguen las lecciones en el libro de texto, el cual se presenta a continuación, y a su vez es acompañado de un ejemplo de las lecciones que se plantean con el fin de ampliar la perspectiva del lector. Segundo año.

Figura 10

Estructura global de una lección de 2° año



Godino, Font y Wilhelmi (2006)

Figura 11

Ejemplo de una lección con contenido de resta

Resuelvo restas de distintas maneras.

Lección 20

Sustracciones

Lo que conozco. Ana y Lilia deben escribir el número que falta para completar las restas. ¿Qué números deben escribir?

a) $17 - 10 = \square$ b) $29 - 9 = \square$

c) $19 - 4 = \square$ d) $50 - 25 = \square$

1. En equipos de tres, utilicen su **material 7**.

Junten las tarjetas azules, revuélvanlas y colóquenlas al centro con el número hacia arriba.

Tracen en una hoja un tablero como el siguiente.

Por turnos:

- ♦ Tomen una tarjeta azul y colóquenla sobre el recuadro azul.
- ♦ Pongan una tarjeta amarilla sobre el recuadro amarillo.
- ♦ Realicen la operación y busquen entre sus tarjetas amarillas o verdes el resultado.
- ♦ Coloquen el resultado sobre el recuadro verde.
- ♦ Gana un punto quien coloque correctamente el resultado.
- ♦ El resto del equipo cerciórese de que el resultado sea correcto.
- ♦ Gana el juego quien primero logre 5 puntos.

2. En parejas, resuelvan las siguientes restas.

a) $39 - 25 = \frac{30+9}{-20+5} - \frac{30-20}{10} + \frac{9-5}{4} = 14$

b) $36 - 21 = \frac{30+6}{-20+1} - \frac{30-20}{10} + \frac{6-1}{5} = \square$

c) $45 - 23 = \frac{\square}{-20+1} - \frac{30-20}{10} + \frac{6-1}{5} = \square$

d) $64 - 43 = \frac{\square}{-20+1} - \frac{30-20}{10} + \frac{6-1}{5} = \square$

e) $77 - 32 = \frac{\square}{-20+1} - \frac{30-20}{10} + \frac{6-1}{5} = \square$

3. En parejas, encierran con algún color las restas que son correctas.

a) $36 - 22 = \frac{30+6}{-20+2} - \frac{20+2}{10} - \frac{10+4}{14} = 14$

b) $47 - 34 = \frac{40+7}{-30+4} - \frac{30+4}{10} - \frac{20+3}{23} = 23$

c) $68 - 53 = \frac{60+8}{-50+3} - \frac{50+3}{10} - \frac{10+5}{15} = 15$

d) $93 - 21 = \frac{90+3}{-20+1} - \frac{20+1}{10} - \frac{70+2}{72} = 72$

e) $88 - 33 = \frac{80+8}{-30+3} - \frac{60+5}{65} = 65$

Escriban el resultado correcto de las restas que son incorrectas.

4. Subrayen la respuesta correcta.

1. Se restan dos números y el resultado es 13, ¿cuáles son esos números?
a) 58 - 47 b) 58 - 44 c) 58 - 45

2. Dos números que restados den 21.
a) 56 - 25 b) 56 - 35 c) 56 - 45

3. Dos números que restados den 34.
a) 87 - 53 b) 98 - 64 c) 78 - 40

Una forma de resolver las restas es descomponiendo el minuendo y el sustraendo en sumas. Por ejemplo:

$$\begin{array}{r} 58 \\ - 34 \\ \hline 20 \end{array} + \begin{array}{r} 8 \\ - 3 \\ \hline 5 \end{array} + \begin{array}{r} 30 \\ - 30 \\ \hline 0 \end{array} + \begin{array}{r} 4 \\ - 4 \\ \hline 0 \end{array} = 24$$

Consulta en...
http://www.juntadeandalucia.es/averroes/recursos_informaticos/concurso2005/34/sumaresta.html para practicar sustracciones.

Libro de texto de matemáticas segundo año (SEP, 2011)

La figura anterior nos muestra la composición general de las lecciones de matemáticas, en la primera parte se coloca el número y nombre de la lección el cual debe de estar relacionado con el contenido a trabajar, en la parte superior derecha se muestra el aprendizaje que el alumno obtendrá al realizar las diferentes consignas.

Las secciones de cada lección puede variar, sin embargo hay elementos que siempre se visualizarán en cada una. Uno de ellos es la sección denominada “lo que conozco” en donde se presentan actividades con el fin de activar los conocimientos previos del alumnado, estas actividades son breves y de manera individual, comúnmente se apoyan de recursos visuales como dibujos; el alumno se dispone a contestar una serie de ejercicios según lo que se le indique.

Otra sección perenne son las diversas actividades dentro de las cuales se pueden encontrar ejercicios generales de suma y resta, es decir, resolver de manera tradicional estas operaciones, así mismo se presentan complementos visuales como tablas y dibujos para que el alumno por medio de la observación se disponga a contestar una serie de preguntas, de igual modo se visualiza una variedad de problemas en donde se dan ciertos datos y el discente conteste a cuestionamientos del tipo: cuántos le falta o cuánto le sobra. Todas estas actividades se pueden trabajar individualmente, en parejas o hasta en equipos de cuatro integrantes, según se indique; normalmente para trabajar de esta manera se presentan actividades lúdicas en donde los niños pueden manipular con material recortable o con otro tipo de material como fichas.

Las lecciones también pueden estar conformadas con otras secciones, como por ejemplo “lo que debes saber”, en la cual se presenta de forma detallada una explicación breve del tema dando a conocer conceptos o formas de resolución de alguna operación aritmética. En los apartados de “consulta en...” se proporcionan sitios web a los cuales el discente puede ingresar para reforzar el tema, en la sección de retos se plasman ejercicios para que el alumno ponga en juego lo que ha aprendido, y finalmente en los apartados de “datos interesantes”

se evidencia información extra que le pueda ayudar al alumno a entender mejor el tema. De esta forma se da a conocer la estructura global de las lecciones que conforman el libro, detallando cada sección para comprender su esencia.

En la siguiente tabla se analizará en qué nivel de demanda cognitiva están las actividades desarrolladas en el libro de texto y ver si realmente contribuyen a que el alumnado esté adquiriendo un pensamiento matemático y desarrollando la competencia matemática y no solamente reproduciendo lo que se les enseña.

Tabla 19
Demanda cognitiva

Nivel demanda cognitiva	Tipo de cuestión	Categoría	Características
Bajo Memorización	Recuento directo	Procedimiento de resolución	No se resuelven usando algoritmos, sino recurriendo a datos recordados o tomados directamente del enunciado.
		Finalidad	Reproducción de elementos (datos, reglas, fórmulas, etc.) previamente aprendidos, recordados o tomados directamente del enunciado.
		Esfuerzo requerido	Su resolución con éxito apenas requiere esfuerzo.

**Bajo-medio
Algoritmos
sin
conexiones**

Término
inmediato
Término próximo

	No son ambiguas. Indican claramente qué hacer.
Explicaciones	No requieren explicaciones.
Representación de la solución	El enunciado utiliza la representación del algoritmo y su resolución, en caso de representarse, utilizará la aritmética.
Procedimiento de resolución	Son algorítmicas. Indican expresamente qué algoritmo usar o es evidente por el contexto.
Finalidad	Enfocadas a obtener respuestas correctas pero no a desarrollar la comprensión matemática.
Esfuerzo requerido	Su resolución con éxito requiere un esfuerzo limitado. Existe poca ambigüedad sobre qué hacer y cómo hacerlo.
Explicaciones	Explicaciones que se enfocan únicamente a

**Medio-alto
Algoritmos
con
conexiones**

Término próximo
Término lejano

	describir el algoritmo usado.
Representación de la solución	En su resolución se pueden utilizar múltiples representaciones (aritmética, diagramas visuales, materiales manipulativos, etc.), pero sólo se usan aquellas que resultan de más ayuda para resolver el problema.
Procedimiento de resolución	Las cuestiones anteriores de la actividad sirven como sugerencia explícita o implícita de la vía a seguir, que es un algoritmo general con conexiones estrechas con las ideas conceptuales subyacentes.
Finalidad	Una comprensión más profunda de los conceptos e ideas matemáticos.
Esfuerzo requerido	Su resolución con éxito requiere cierto esfuerzo cognitivo. Se pueden

**Alto
Hacer
matemáticas**

Término general

	utilizar algoritmos generales, pero al aplicarlos, hay que prestar atención a la estructura del problema.
Explicaciones	Explicaciones que hacen referencia a las relaciones subyacentes utilizando casos concretos.
Representación de la solución	La resolución conecta diversas representaciones. Se representan de varias formas y los estudiantes utilizan aquellas que les llevan a un razonamiento más abstracto.
Procedimiento de resolución	Requieren pensamiento complejo y no algorítmico. El enunciado no sugiere ninguna forma de resolución. Requieren que los estudiantes analicen la actividad y examinen restricciones que puedan limitar posibles

estrategias de resolución y soluciones.

Finalidad Los estudiantes necesitan explorar y comprender los conceptos, procesos o relaciones matemáticos.

Esfuerzo requerido Requieren un considerable esfuerzo cognitivo. Requieren de los estudiantes auto-control y auto-regulación de los propios procesos cognitivos.

Explicaciones Explicaciones y demostraciones sobre el término general del problema.

Representación de la solución En la resolución se utiliza una representación algebraica, que algunas veces puede estar conectada con otras formas de representación.

En la tabla anterior se muestra el nivel de demanda cognitiva de los ejercicios propuestos en el libro de texto. Se puede visualizar que están marcados los niveles de bajo-medio (algoritmos sin conexiones) y medio alto (algoritmos con conexiones), puesto que en las doce lecciones referidas al contenido de suma y resta ambos niveles se pueden concebir, sin embargo, el remarcado con color amarillo se determina en todas las consignas y el color azul solamente en algunos ejercicios.

Referente a la categoría de procedimiento de resolución se destaca que los procedimientos para obtener la solución a los ejercicios son algorítmicos en su mayoría, ya que dentro de los enunciados es evidente el algoritmo a utilizar, por lo tanto no requieren por parte del alumno un pensamiento complejo ni que este analice a profundidad la situación proporcionada. Hay que resaltar que dentro de algunas lecciones los ejercicios dados van de menor a mayor nivel de complejidad, por lo cual es relevante mencionar que las consignas que presentan mayor complicación sean tomadas con un nivel de demanda cognitiva superior, puesto que permiten al discente seguir un camino, pero al mismo tiempo, hacer conexiones entre otras ideas conceptuales ya expuestas.

En relación a la categoría de finalidad es preciso resaltar que las consignas propuestas en el libro de texto van enfocadas primordialmente a que el alumno obtenga resultados correctos sin la necesidad de llegar a una comprensión matemática, la cual en muchas ocasiones se alcanza a partir de los obstáculos que llegan a conducir al alumno a presentar errores, sin embargo estos pueden considerarse realmente como una fuente de conocimiento para el alumno, permitiéndole comprender las situaciones. Por otra parte, hay consignas que conducen a una mayor comprensión de los procesos matemáticos debido a que proponen ejercicios en donde el discente reflexiona sobre lo que está realizando.

En cuanto a la categoría de esfuerzo requerido, los ejercicios y problemas planteados solo se pueden comprender ambiguamente, es decir, limitan al alumno en el qué y cómo resolver las consignas propiciando una reproducción de los

conocimientos, lo cual dirige al alumno a no ser matemáticamente competente. Como se mencionó en la categoría de procedimiento de resolución, las actividades son propuestas de menos a más complejidad, lo cual indica que el niño requiere de un esfuerzo cognitivo mayor, ya que se tiene que enfocar en la estructura del problema o ejercicio. Un ejemplo de esto se ve reflejado en la consigna de inventar un problema, la cual es una actividad que necesita que el niño tenga un autocontrol de sus propios procesos cognitivos para poder hacer uso de los mismos, aunque este tipo de consignas son escasas en el libro de texto.

Referente a la categoría de explicaciones, las lecciones del libro de texto después de las actividades marcan la consigna de comentar, explicar o describir el procedimiento utilizado sin demostrar de manera general el problema, es decir, solamente se basan en el cómo y no en el por qué ni en el para qué. Esto puede conducir al alumno a no saber realmente la intención del conocimiento matemático y mucho menos su aplicación fuera del contexto educativo.

Finalmente, en la categoría de representación de la solución es evidente que dentro de las actividades los resultados pueden ser expuestos de diversas maneras ya sean aritméticas, dibujos, tablas o por medio de material recortable, sin embargo, estas representaciones son utilizadas sin saber el alumno el por qué, puesto que se usan solo con el fin de facilitar la resolución del problema y no como una vía de razonamiento, lo cual no aporta a la construcción del sentido del concepto trabajado (suma y resta).

Ante esto, es evidente que el libro de texto proporciona actividades de un nivel de demanda cognitiva bajo, sin embargo también propone ciertas actividades que le ayudan al discente a elevar su proceso cognitivo, pero este tipo de actividades son pocas y se tiene que trabajar en ello para que el niño en verdad haga matemáticas. Para finalizar el análisis de contenido se examinarán los problemas expuestos en el libro de texto con el fin de conocer los contextos en el cual se desenvuelven las situaciones, para ello se expone el siguiente cuadro.

Tabla 20
Análisis fenomenológico

Situación	Contextos	Demanda cognitiva en el contexto	Usos principales de conceptos de adición y sustracción
Personal	Tienda de ropa	Bajo-medio Algoritmos sin conexiones	¿Cuánto sobra?
	Fiestas de cumpleaños	Bajo-medio Algoritmos sin conexiones	¿Cuánto falta?
	Tiendita	Alto-medio Algoritmos con conexiones	¿Cuánto es en total?
	Dulcería	Alto-medio Algoritmos con conexiones	¿Cuánto se pagará por tanta cantidad...?
	Feria	Alto-medio Algoritmos con conexiones	¿Qué cantidad se necesita para...?
	Ferretería	Alto-medio Algoritmos con conexiones	
	Fiestas tradicionales	Bajo-medio Algoritmos sin conexiones	
Educativa o laboral	Granja	Alto-medio Algoritmos con conexiones	¿Cuántos animales son en total? ¿Qué cantidad de animales hay en el corral? ¿Cuántos litros de leche...? ¿Cuántos huevos...?

Pública -
Científica -

Elaboración propia

En la tabla es evidente que el libro de texto no presenta variedad de contextos, se remiten a los mismos en todo momento y como se mencionó en las categorías de la demanda cognitiva, la mayoría de estos se encuentran en un nivel bajo-medio. Hay que resaltar la importancia que tiene la fenomenología dentro del ámbito educativo, ya que “a partir de esta se estimula la creatividad y la capacidad de abstracción del niño, debido a que se pone en práctica el razonamiento en el aula y la reflexión sobre la razón” (López, 2000, s/p). Dada su importancia, entonces por qué no se toma en cuenta al momento de elaborar las actividades del libro de texto.

Otro punto importante es ver la manera en cómo se usan los conceptos de suma y resta, tratándose solo de responder a cuestionamientos cerrados que no permiten al alumno el pensar de forma crítica y matemática, entonces no se está tomando en cuenta la cognición del estudiante como un ser capaz de razonar y pensar.

El análisis de contenido nos ha permitido tener un panorama más amplio de la metodología que lleva a cabo el libro de texto en cuestión del tema de sumas y restas. Es evidente que las actividades marcadas no están permitiendo que los alumnos realmente adquieran la competencia matemática, es decir, que no tenga un proceso cognitivo real y que no sea capaz de aplicar sus conocimientos en otros contextos, ya que las matemáticas están inmersas en todos los ámbitos.

Análisis de instrucción Plan y Programa de estudios 2011

Es claro que el uso de una diversidad de contextos en la resolución de problemas potencia la capacidad del alumno de razonar y tener un pensamiento crítico-matemático, es decir, acercarlos a la realidad utilizando las matemáticas realistas y en conjunto con las situaciones didácticas, proporcionan al estudiante las herramientas necesarias para que pueda desempeñar su conocimiento matemático en cualquier área. En la siguiente tabla se analizarán las características de las

situaciones didácticas con el fin de identificar sí todas o cuales están presentes en las lecciones del contenido de suma y resta del libro de texto.

Tabla 21
Características de las situaciones didácticas

Características
Parten de un problema o situación de la vida real
Permite la construcción de aprendizajes
Permite la interacción del sujeto con cierto medio
Requieren del conocimientos previos (utilización de los esquemas cognitivos)
Proporcionan nuevos esquemas al alumno (Conflictos cognitivos)
Permiten la comunicación entre los sujetos involucrados (docente-estudiante-medio)
Integran contenidos de diferentes ciencias
Permiten el acceso a diferentes herramientas
El alumno es partícipe total en la situación del problema
Las situaciones son motivantes
Involucra conocimientos, actitudes y valores
La actividad de los estudiantes está orientada hacia la obtención de un resultado preciso. Deben de anticipar y luego verificar los resultados.

Elaboración propia

En la tabla 21 se muestra que las actividades están dentro de las situaciones didácticas de acción y en cierta parte dentro de la situación de formulación, en la primera es debido a que se establece una relación entre el alumno y el medio, este último referido al libro de texto. Estas actividades, alusivas a la situación de acción, solo requieren que el discente ponga en práctica sus conocimientos implícitos tomando sus propias decisiones, en cuestión de lo necesario, para poder llegar a la solución del problema, en cuanto a las situaciones de formulación se proponen

pocas consignas en donde el alumno tiene que explicar y compartir lo que realizó a sus semejantes por medio de la utilización de un lenguaje sencillo de comprender.

De igual modo, hay que tomar en cuenta que las actividades hacen uso de diferentes herramientas manifestándose por medio de tablas, gráficas, dibujos, utilizando material como tarjetas, fichas, lo cual permite al niño no tener solo una vía de solución. Así mismo, en todas las actividades se toman en cuenta los esquemas conceptuales del alumno, ya que para trabajar en concreto con las actividades se retoman los conocimientos que el niño ya posee. En general, en la tabla se muestra de color anaranjado aquello que está totalmente presente en las lecciones y lo que está en azul se refleja en menor medida.

También se muestran en el cuadro oraciones que no se encuentran evidentes dentro del libro de texto como la vinculación con otras ciencias, si bien se toma en cuenta los conocimientos, pero no se involucran actitudes y valores lo cual es importante, puesto que forman parte de la tríada que conforman las competencias. Además, es importante señalar que no se muestra una motivación para que el niño manifieste actitudes positivas ante la resolución de los problemas o en las matemáticas en general. Esta parte es importante, ya que en muchas ocasiones es evidente el rechazo y actitudes negativas sobre esta ciencia, que por lo general proviene de la poca vinculación con el mundo real, puesto que el alumno no sabe cómo actuar frente a una circunstancia que implique la utilización de las matemáticas en su vida real. Ante esto en la siguiente rúbrica se verificará si las situaciones proporcionadas en los problemas son sobre las matemáticas realistas o si solamente son problemas aritméticos escolares.

Tabla 22

Rúbrica para determinar la complejidad de las matemáticas realistas dentro de los problemas aditivos del libro de texto

Indicador	Nivel I Desconexión	Nivel II Conexión	Nivel III Conexión-Reflexión
Actividad	Los problemas permiten un pensamiento cerrado sin reflexionar acerca de las situaciones expuestas.	Se utiliza la esquematización y modelización sin llegar a crear un pensamiento crítico-matemático.	Permite desarrollar un pensamiento crítico-matemático a partir de la modelización, esquematización y reflexión del problema propuesto.
Realidad	Las problemáticas son expuestas sobre situaciones escolares delimitando el conocimiento del mundo real del alumno.	Los problemas presentados exponen diversas situaciones del mundo real, pero no permiten usar el conocimiento del alumno, es decir, son situaciones alejadas de su contexto.	Los problemas generan una representación mental cualitativa de la situación, utilizando el conocimiento sobre el mundo real que tiene el alumno. Permitiendo describir y analizar una diversidad de situaciones relacionadas con el mundo real.

Niveles	Los problemas solo permiten formalizar los conocimientos sin poder generar una exploración de las situaciones.	Los problemas expuestos permiten la exploración por medio de esquemas y modelos accediendo a relacionar las matemáticas con el mundo real.	Los problemas presentados permiten reconocer la importancia y aplicación de lo aprendido, además de relacionar lo abstracto y lo concreto para crear relaciones más situacionales, es decir, matematizar lo aprendido.
Reinvención guiada	Delimitan al alumno a usar solamente un método de resolución, no permitiendo explicar el porqué del mismo. Es decir, solo reproduce el conocimiento.	Conecta diferentes métodos de resolución, sin embargo el alumno no es capaz de reflexionar sobre los mismos.	Permiten al alumno usar distintos métodos de solución del problema, explicando y reflexionando sobre el proceso de resolución. Así mismo el alumno es un sujeto capaz de defender el por qué utilizo dicho método
Interacción	Los problemas planteados cierran la posibilidad de que el alumno experimente con la realidad y el trabajo se concentra solamente en él sin la oportunidad de relacionarse con otros.	Permiten experimentar con la realidad de modo delimitado, el trabajo se comparte con otras personas, tomando su opinión pero sin generar un conocimiento.	Acceden al alumno a sentirse parte de la realidad, es decir, se aprende experimentando, así mismo permiten la interacción con otros sujetos tomando en cuenta su opinión y al mismo tiempo aprendiendo de ellos.

Interconexión	Los problemas propuestos no permiten transferir los conocimientos matemáticos a otras situaciones, así mismo no implican otras áreas de aprendizaje.	Los problemas sólo permiten la transposición de los conocimientos matemáticos a situaciones concretas, pero involucran la utilización de otras áreas de aprendizaje.	Los problemas implican una transposición de los conocimientos matemáticos creando habilidades sobre cuándo y cómo aplicarlos a una diversidad de situaciones. Así mismo implican usar otras áreas de aprendizaje.
---------------	--	--	---

Elaboración propia

Las matemáticas realistas permiten al alumno conectar sus intereses con el aprendizaje, esto le facilitará comprender las situaciones y desempeñarse mejor no solo en matemáticas, sino en otras áreas académicas potenciando múltiples beneficios como pensar de forma crítica; entonces el hecho de separar el campo matemático de la vida real está posicionando al libro de texto en el nivel II que es referente a la conexión de ciertas situaciones reales con el proceso de aprendizaje; puesto que los problemas proporcionados solo formalizan los conocimientos a través de diferentes métodos de resolución limitando la experimentación y reflexión de los mismos con las situaciones.

En la categoría de interacción es importante resaltar que este punto se vincula con el conflicto sociocognitivo, pues se ha hecho mención que las actividades se pueden trabajar tanto individual como en pequeños grupos. En este tipo de consignas se pide al alumno que compare, comente, explique, comparta y describa lo que hizo en algún ejercicio, pero realmente ¿esto genera algún conocimiento? O simplemente se está estableciendo una comunicación sin sentido, ya que una cosa es oír y otra escuchar, en esta última se tiene la intención de hacerla y en la primera solo se perciben sonidos. Entonces, se rescata que se tiene la intención de poner al discente en un conflicto sociocognitivo al proponer actividades entre varios niños,

sin embargo hay que prestar más atención para que el alumno realmente aprenda de sus semejantes y sea capaz de defender su postura.

En la siguiente rúbrica se determinará en qué nivel de complejidad están las tareas (actividades) del libro de texto, y si realmente proponen que el alumno llegue a una reflexión de lo que está aprendiendo.

Tabla 23

Rúbrica Complejidad de tareas en PISA: agrupación de acciones cognitivas. Demandadas en tres niveles de complejidad

	Reproducción	Conexión	Reflexión
Pensar y razonar	Formular las preguntas más simples (¿Cuántos...?, ¿cuánto es...?) y comprender los tipos de respuesta («tantos», «tanto»); Distinguir entre definiciones y afirmaciones; comprender y emplear conceptos matemáticos en el mismo contexto en el que se introdujeron por primera vez o en el	Formular preguntas (¿cómo hallamos...?, ¿qué tratamiento matemático damos...?) y comprender los tipos de respuesta (plasmadas mediante tablas, gráficos, álgebra, etc.); distinguir entre definiciones y afirmaciones y entre distintos tipos de éstas; comprender y emplear conceptos	Formular preguntas (¿cómo hallamos...?, ¿qué tratamiento matemático damos...?, ¿cuáles son los aspectos esenciales del problema o situación...?) y comprender los tipos de respuesta (plasmadas mediante tablas, gráficos, álgebra, cifras, especificación de los puntos clave, etc.); distinguir entre definiciones, teoremas, conjeturas, hipótesis y afirmaciones sobre casos especiales y articular de modo activo o reflexionar sobre estas distinciones;

que se han practicado matemáticos en contextos que difieren ligeramente de aquellos en los que se introdujeron por primera vez.	comprender y emplear conceptos matemáticos en contextos nuevos o complejos; comprender y tratar la amplitud y los límites de los conceptos matemáticos dados y generalizar los resultados.
Seguir y justificar los procesos cuantitativos estándar, entre ellos los procesos de cálculo, los enunciados y los resultados.	Razonar matemáticamente de manera sencilla, distinguiendo entre pruebas y formas más amplias de argumentación y razonamiento; seguir, evaluar y elaborar encadenamientos de argumentos matemáticos de diferentes tipos; emplear la heurística (p. ej., «¿qué puede o no puede pasar y por qué?», «¿qué sabemos y qué queremos obtener?»).
	Razonar matemáticamente de manera sencilla, distinguiendo entre pruebas y formas más amplias de argumentación y razonamiento; seguir, evaluar y elaborar encadenamientos de argumentos matemáticos de diferentes tipos; emplear la heurística (p. ej., «¿qué puede o no puede pasar y por qué?», «¿qué sabemos y qué queremos obtener?»), «¿cuáles son las propiedades esenciales?», «¿cómo están relacionados los diferentes objetos?»).

Construcción de modelos	<p>Reconocer, recopilar, activar y aprovechar modelos familiares bien estructurados; pasar sucesivamente de los diferentes modelos (y sus resultados) a la realidad y viceversa para lograr una interpretación; comunicar de manera elemental los resultados del modelo.</p>	<p>Estructurar el campo o situación del que hay que realizar el modelo; traducir la «realidad» a estructuras matemáticas en los contextos que no son demasiado complejos pero que son diferentes a los que están acostumbrados los estudiantes. Comporta también saber interpretar alternando los modelos (y de sus resultados) y la realidad), y sabiendo también comunicar los resultados del modelo.</p>	<p>Estructurar el campo o situación del que hay que realizar el modelo, traducir la realidad a estructuras matemáticas en contextos complejos o muy diferentes a los que están acostumbrados los estudiantes y pasar alternando de los diferentes modelos (y sus resultados) a la «realidad», incluyendo aquí aspectos de la comunicación de los resultados del modelo: recopilar información y datos, supervisar el proceso de construcción de modelos y validar el modelo resultante. Conlleva también reflexionar analizando, realizando críticas y llevando a cabo una comunicación más compleja sobre los modelos y su construcción.</p>
Formulación y resolución de	<p>Exponer y formular problemas reconociendo y reproduciendo problemas ya</p>	<p>Plantear y formular problemas más allá de la reproducción de los problemas ya practicados de</p>	<p>Exponer y formular problemas mucho más allá de la reproducción de los problemas ya practicados de forma</p>

Empleo de operaciones y de un lenguaje simbólico,	<p>Descodificar e interpretar el lenguaje formal y simbólico rutinario que ya se ha practicado en contextos sobradamente</p>	<p>Descodificar e interpretar el lenguaje formal y simbólico básico en situaciones y contextos menos conocidos y manejar afirmaciones</p>	<p>Descodificar e interpretar el lenguaje formal y simbólico ya practicado en situaciones y contextos desconocidos y manejar afirmaciones y expresiones con símbolos y fórmulas, tales como utilizar variables, resolver</p>
	<p>practicados puros y aplicados de manera cerrada.</p>	<p>forma cerrada; resolverlos mediante la utilización de procedimientos y aplicaciones estándar pero también de procedimientos de resolución de problemas más independientes que implican establecer conexiones entre distintas áreas matemáticas y distintas formas de representación y comunicación (esquemas, tablas, gráficos, palabras e ilustraciones).</p>	<p>cerrada; resolverlos mediante la utilización de procedimientos y aplicaciones estándar pero también de procedimientos de resolución de problemas más originales que implican establecer conexiones entre distintas áreas matemáticas y formas de representación y comunicación (esquemas, tablas, gráficos, palabras e ilustraciones). También conlleva reflexionar sobre las estrategias y las soluciones.</p>

<p>conocidos; manejar sencillas y afirmaciones expresiones con sencillas y símbolos y fórmulas, expresiones con tales como utilizar símbolos y variables, resolver fórmulas, tales ecuaciones y como utilizar realizar cálculos variables, resolver mediante ecuaciones y procedimientos realizar cálculos familiares. mediante procedimientos rutinarios.</p>	<p>ecuaciones, y realizar cálculos. También conlleva la habilidad para saber tratar con expresiones y afirmaciones complejas y con lenguaje simbólico o formal inusual, y realizar traducciones entre este lenguaje y el lenguaje natural</p>
--	---

Flores, Gómez y Marín (2013).

Esta tabla nos muestra que el libro de texto se encuentra en dos niveles de complejidad, en el de reproducción y en el de conexión. Esto es debido a que el libro de texto plantea preguntas cerradas cuantitativas de tipo ¿Cuántos hay...? ¿Cuánto se paga por...? Siendo su respuesta algo sin significado para el niño, ya que no conoce verdaderamente la razón de dicho resultado. Cabe mencionar que también se encuentran consignas que permiten al discente razonar más sobre lo que hace y esto se visualiza por medio de situaciones del tipo ¿Cómo encontraste la respuesta? Explica la manera en que lo hiciste o describe el proceso que seguiste para llegar a la solución, sin embargo, estas indicaciones no llegan al punto en que el alumno reflexione realmente sobre lo que está haciendo y aprendiendo.

Cuando el alumno se enfrenta a una situación matemática dentro de su vida cotidiana tiene que poner en funcionamiento sus esquemas cognitivos, siendo capaz de aplicar su conocimiento a dicha situación, esto no se refleja en las lecciones del libro de texto, ya que como se mencionó anteriormente las matemáticas realistas no se toman en cuenta en su totalidad, entonces el niño solo reconoce las matemáticas dentro de los contextos empleados en los problemas y

no como algo que está inmerso en todo lo que le rodea. Por lo tanto, el alumnado suele reproducir lo que ha hecho a partir de situaciones rutinarias empleando un lenguaje matemático simple solo con los conceptos que han estado familiarizado.

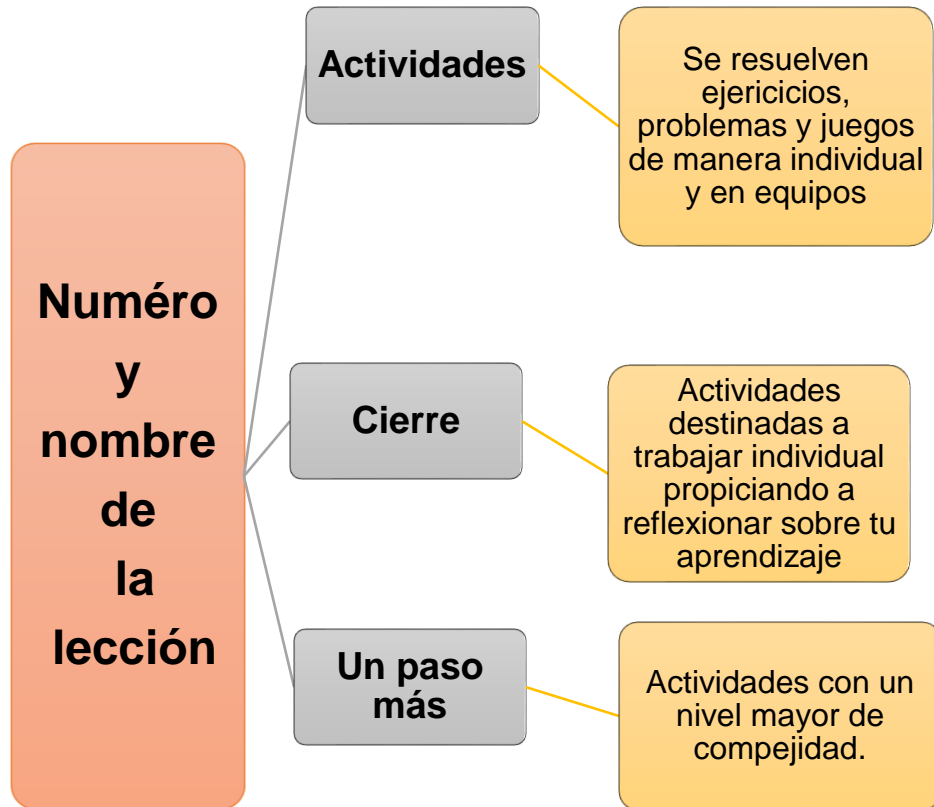
Es evidente que las actividades que el libro genera están dirigidos en un punto medio, entonces surge el cuestionamiento de ¿qué le hace falta para llegar a estar en los niveles más altos? Es decir, para que realmente propicie en el alumno el pensar matemáticamente que herramientas tienen que constituir las actividades.

Análisis de contenido Plan y Programa de estudios 2018

Con el mismo fin de otorgar una radiografía de la estructura general que siguen las lecciones del libro de texto, se plantea el siguiente diagrama y el ejemplo de una lección, puesto que esto facilitará la inmersión del lector al análisis.

Figura 12

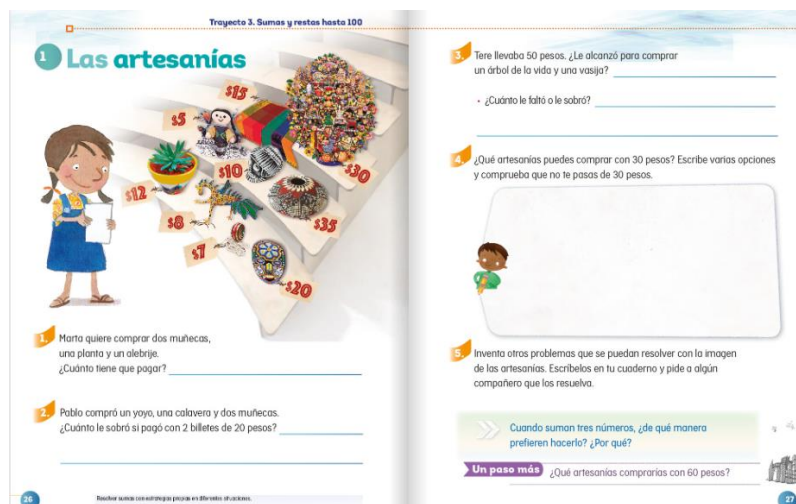
Estructura global de una lección de 2º año



Godino, Font y Wilhelmi (2006)

Figura 13

Ejemplo de una lección de matemáticas segundo año



Libro de texto de matemáticas segundo año (SEP, 2017)

La figura 13 nos presenta la constitución global de las lecciones de matemáticas, parte superior se coloca el número y nombre de la lección el cual está vincula con el contenido a trabajar, en la parte superior derecha se coloca el trayecto solo en la primer lección del mismo, en las restantes no y en la parte inferior se visualiza el aprendizaje que el alumno obtendrá al realizar las diferentes consignas.

Las secciones de cada lección son las mismas, siendo solamente tres. En la primera se proponen una serie de actividades en donde el alumno puede contestar diferentes ejercicios, resolver problemas y también jugar, todo esto encaminado al tema de sumas y restas; dichas actividades se pueden trabajar de manera individual, en parejas o en equipos de más integrantes. De igual modo presentan complementos visuales como esquemas, gráficos, tablas y dibujos para que de esta manera el discente a través de la observación y análisis se ponga a contestar una serie de preguntas, también se presentan una diversidad de problemas en donde se dan ciertos datos y el niño tiene que contestar a cuestionamientos del tipo: cuántos le falta o cuánto le sobra. Para llevar a cabo

algunas de estas actividades se requerirán el uso de material recortable u otro tipo de material como fichas.

Dentro de la segunda sección la cual se denomina cierre, el alumno tiene que contestar a un par de preguntas para reflexionar y/o analizar sobre lo que realizó durante las actividades anteriores. Se pregunta el qué, cómo, por qué, para qué, qué pasa si, lo cual ayuda al niño a comentar sus conocimientos.

En el tercer apartado de las lecciones, se proporciona al alumno una breve actividad con un nivel de complejidad mayor para que ponga en juego su aprendizaje, este tipo de actividades son en su mayoría resolver problemas o la resolución de ejercicios algorítmicos. De esta forma se da a conocer la estructura global de las lecciones del libro de texto, detallando sus secciones para comprender todo lo que le conforma.

En la siguiente tabla se analizará el nivel de demanda cognitiva que florece en las actividades desarrolladas en el libro de texto, así como verificar si realmente contribuyen a que los niños adquirieran un pensamiento matemático y por consecuente desarrollar la competencia matemática y no solamente reproduciendo lo que se les enseña.

Tabla 24
Demanda cognitiva.

Nivel demanda cognitiva	Tipo de cuestión	Categoría	Características
Bajo	Recuento directo	Procedimiento de resolución	No se resuelven usando algoritmos, sino recurriendo a datos recordados o tomados
Memorización			

**Bajo-medio
Algoritmos
sin
conexiones**

Término inmediato
Término próximo

	directamente del enunciado.
Finalidad	Reproducción de elementos (datos, reglas, fórmulas, etc.) previamente aprendidos, recordados o tomados directamente del enunciado.
Esfuerzo requerido	Su resolución con éxito apenas requiere esfuerzo. No son ambiguas. Indican claramente qué hacer.
Explicaciones	No requieren explicaciones.
Representación de la solución	El enunciado utiliza la representación del algoritmo y su resolución, en caso de representarse, utilizará la aritmética.
Procedimiento de resolución	Son algorítmicas. Indican expresamente qué algoritmo usar o es evidente por el contexto.
Finalidad	Enfocadas a obtener respuestas correctas pero no a desarrollar la

**Medio-alto
Algoritmos
con
conexiones**

Término próximo
Término lejano

Esfuerzo requerido	comprensión matemática. Su resolución con éxito requiere un esfuerzo limitado. Existe poca ambigüedad sobre qué hacer y cómo hacerlo
Explicaciones	Explicaciones que se enfocan únicamente a describir el algoritmo usado.
Representación de la solución	En su resolución se pueden utilizar múltiples representaciones (aritmética, diagramas visuales, materiales manipulativos, etc.), pero sólo se usan aquellas que resultan de más ayuda para resolver el problema.
Procedimiento de resolución	Las cuestiones anteriores de la actividad sirven como sugerencia explícita o implícita de la vía a seguir, que es un algoritmo general con conexiones estrechas con las ideas

**Alto
Hacer
matemáticas**

Término general

	conceptuales subyacentes.
Finalidad	Una comprensión más profunda de los conceptos e ideas matemáticas
Esfuerzo requerido	Su resolución con éxito requiere cierto esfuerzo cognitivo. Se pueden utilizar algoritmos generales, pero al aplicarlos, hay que prestar atención a la estructura del problema.
Explicaciones	Explicaciones que hacen referencia a las relaciones subyacentes utilizando casos concretos.
Representación de la solución	La resolución conecta diversas representaciones. Se representan de varias formas y los estudiantes utilizan aquellas que les llevan a un razonamiento más abstracto.
Procedimiento de resolución	Requieren pensamiento complejo y no algorítmico. El enunciado

no sugiere ninguna forma de resolución.

Requieren que los estudiantes analicen la actividad y examinen restricciones que puedan limitar posibles estrategias de resolución y soluciones.

Finalidad Los estudiantes necesitan explorar y comprender los conceptos, procesos o relaciones matemáticos.

Esfuerzo requerido Requieren un considerable esfuerzo cognitivo.

Requieren de los estudiantes auto-control y auto-regulación de los propios procesos cognitivos.

Explicaciones Explicaciones y demostraciones sobre el término general del problema.

Representación de la solución En la resolución se utiliza una representación algebraica, que algunas veces puede estar

conectada con otras formas de representación.

Benedicto, Jaime y Gutiérrez (2015)

En la tabla anterior se muestra el nivel de demanda cognitiva de los ejercicios propuestos en el libro de texto. Se puede visualizar que en los niveles de bajo-medio y medio-alto se combinan dos colores, el color anaranjado representa aquello que se encuentra con mayor presencia y el azul refiere que también está presente, pero con menor frecuencia.

Es evidente que este libro de texto muestra un gran avance, ya que propone actividades en donde el alumno puede tener una mejor comprensión de los conceptos matemáticos, ya que se requiere un mayor nivel de razonamiento al utilizar los esquemas cognitivos previos y relacionarlos con los nuevos esquemas que generaron las actividades, sin embargo, aún no se llega a un control total de sus propios procesos cognitivos, pero va por buen camino.

Las lecciones del libro de texto después de algunas actividades marcan la consigna de comentar, explicar o describir el procedimiento utilizado, a diferencia de otros casos se agregan cuestiones como por ejemplo cómo y el por qué, lo cual ayuda al discente no solo a comentar sus conocimientos con sus semejantes, sino poner en manifiesto su conocimiento.

Es importante hacer referencia que, si bien el libro de texto ha mejorado en estas situaciones, también sigue estancado en la solución de los ejercicios, puesto que siguen siendo más algorítmicos y no necesitan que el alumno ponga en juego todos sus conocimientos, piense de manera más crítica ni que considere a profundidad toda la situación; de igual modo los ejercicios expuestos van en ascenso de complejidad. Esto ayuda a que el alumno conozca que equivocarse es parte del proceso de aprendizaje, si se le presentan al alumno una serie de obstáculos entonces entrara en un conflicto cognitivo y se comenzará a cuestionar sobre sus

conocimientos, y de esta manera verificara si lo que sabe es correcto o si hay que hacer algunas modificaciones para poder encontrar la solución correcta.

Para que el niño pueda ir aumentando su nivel de pensamiento matemático, es necesario proponerle situaciones en donde pueda usar todos sus esquemas cognitivos y a partir de estos puedan generar otros que le permitan resolver problemas con mayor facilidad, una de estas situaciones es la invención de problemas, actividad que conduce a la transformación en la mente y así obtener un razonamiento más crítico y lógico de las cosas. En algunas actividades del libro de texto propone al niño inventar problemas sin condiciones, es decir, el discente es libre de diseñar el problema a partir de sus conocimientos y no siguiendo algún criterio.

Ante esto, es evidente que el libro de texto ha ido evolucionando en ciertas cuestiones y en otras sigue suspendido, pero el hecho de que se vea el avance demuestra un mayor compromiso con la educación mexicana. Para finalizar el análisis de contenido se examinarán los problemas expuestos en el libro de texto con el fin de conocer los contextos en el cual se desenvuelven las situaciones, a través del siguiente cuadro.

Tabla 25
Análisis fenomenológico

Situación	Contextos	Demanda cognitiva en el contexto	Usos principales de conceptos de adición y sustracción
Personal	Tienda de ropa	Bajo-medio Algoritmos sin conexiones	¿Cuánto sobra? ¿Cuánto falta?
	Fiestas de cumpleaños	Bajo-medio Algoritmos sin conexiones	¿Cuánto es en total? ¿Cuánto se pagará por tanta cantidad...?
	Tiendita	Alto-medio Algoritmos con conexiones	¿Qué cantidad se necesita para...?
Educativa o laboral Pública	Compra-venta de alimentos	Bajo-medio Algoritmos sin conexiones	Calcular sobrante Calcular el cambio ¿Cuánto sobra? ¿Cuánto falta? ¿Cuánto es en total? ¿Cuánto se pagará por tanta cantidad...? ¿Qué cantidad se necesita para...?
Científica		-	-

Elaboración propia

Los problemas matemáticos deben de manifestarse ante el alumno como un universo el cual tiene infinitas situaciones y soluciones, sin embargo el libro de texto

limita mucho esta realidad al estar constantemente poniendo las mismas situaciones problemáticas, por ejemplo los típicos problemas de mostrar en una primera instancia los precios de productos como comida, ropa o juguetes, en donde el niño solo se dispone a conocer cuánto se pagará por tal cosa, cuánto le sobra si pago con un billete de cierta denominación o comparar entre los precios cuál es más caro/barato. Todo lo anterior si bien, son situaciones que se presentan en la vida cotidiana del niño, no son las únicas en las que las matemáticas viven, pues hay infinidad de contextos los cuales pueden ser tomados en cuenta para que el niño aprenda matemáticas reales.

Con esto se evidencia que la teoría de la fenomenología didáctica no está presente, ya que no es posible representar diferentes medios en los que se usan los conocimientos matemáticos, así mismo es nula la conexión de las matemáticas con otras ramas del conocimiento; es escaso los distintos modos de uso de los conceptos y no se establecen relaciones entre fenómenos de las situaciones con las funciones cognitivas del alumno.

La tabla 25 es una evidencia de lo anterior, sin embargo es importante señalar que aunque sea en una lección se presenta un problema dentro de la situación pública, ya que la compra-venta de alimentos que si bien es un contexto el cual el alumno puede estar familiarizado, no se imagina realmente la cantidad de cosas en las cuales puede hacer uso de sus conocimientos matemáticos; a pesar de plantear los problemas con un nivel de demanda cognitiva bajo-medio (algoritmos sin conexiones) se está dirigiendo al niño a que vea las matemáticas más allá de lo que siempre se le propone.

Toda la información recabada hasta el momento nos conduce a tener una visualización más profunda de la metodología que lleva a cabo el libro de texto en cuestión al contenido de adición y sustracción. Es evidente que las actividades diseñadas van mejorando y permitiendo que los discentes adquieran poco a poco la competencia matemática, es decir, sin embargo es muy lento el proceso y hay que seguir trabajando en ello.

Análisis de instrucción Plan y Programa de estudios 2018

En la siguiente tabla se analizarán las características de las situaciones didácticas e identificar si todas o cuales están presentes en las lecciones del contenido de suma y resta del libro de texto.

Tabla 26

Características de las situaciones didácticas

Características
Parten de un problema o situación de la vida real
Permite la construcción de aprendizajes
Permite la interacción del sujeto con cierto medio
Requieren del conocimientos previos (utilización de los esquemas cognitivos)
Proporcionan nuevos esquemas al alumno (Conflictos cognitivos)
Permiten la comunicación entre los sujetos involucrados (docente-estudiante-medio)
Integran contenidos de diferentes ciencias
Permiten el acceso a diferentes herramientas
El alumno es partícipe total en la situación del problema
Las situaciones son motivantes
Involucra conocimientos, actitudes y valores
La actividad de los estudiantes está orientada hacia la obtención de un resultado preciso. Deben de anticipar y luego verificar los resultados.

Elaboración propia

Para que realmente se produzca un conocimiento en el alumno, es necesario relacionar lo que ya se conoce con la información nueva y así se podrá realizar una transformación generando ideas que pongan en manifiesto los conocimientos construidos. Ante esto el libro de texto de este plan y programa presenta las mismas características que el que se analizó primero, debido a que las actividades solo están diseñadas para que el niño ponga en práctica sus conocimientos implícitos al

definir sus propias decisiones en relación a la solución del problema. Se resalta que en este libro hay una mayor cantidad de consignas en donde el niño debe de explicar y compartir sus procedimientos a sus iguales por medio de la utilización de un lenguaje sencillo de comprender pero ya utilizando un lenguaje más forma.

En la siguiente rubrica se expondrá si las situaciones proporcionadas en los problemas son sobre las matemáticas realistas o si son problemas aritméticos escolares.

Tabla 27

Rúbrica para determinar la complejidad de las matemáticas realistas dentro de los problemas aditivos del libro de texto

Indicador	Nivel I Desconexión	Nivel II Conexión	Nivel III Conexión-Reflexión
Actividad	Los problemas permiten un pensamiento cerrado sin reflexionar acerca de las situaciones expuestas.	Se utiliza la esquematización y modelización sin llegar a crear un pensamiento crítico-matemático.	Permite desarrollar un pensamiento crítico-matemático a partir de la modelización, esquematización y reflexión del problema propuesto.

Realidad	Las problemáticas son expuestas sobre situaciones escolares delimitando el conocimiento del mundo real del alumno.	Los problemas presentados exponen diversas situaciones del mundo real, pero no permiten usar el conocimiento del alumno, es decir, son situaciones alejadas de su contexto.	Los problemas generan una representación mental cualitativa de la situación, utilizando el conocimiento sobre el mundo real que tiene el alumno. Permitiendo describir y analizar una diversidad de situaciones relacionadas con el mundo real.
Niveles	Los problemas solo permiten formalizar los conocimientos sin poder generar una exploración de las situaciones.	Los problemas expuestos permiten la exploración por medio de esquemas y modelos accediendo a relacionar las matemáticas con el mundo real.	Los problemas presentados permiten reconocer la importancia y aplicación de lo aprendido, además de relacionar lo abstracto y lo concreto para crear relaciones más situacionales, es decir, matematizar lo aprendido.
Reinvención guiada	Delimitan al alumno a usar solamente un método de resolución, no permitiendo explicar el porqué del mismo. Es decir, solo reproduce el conocimiento.	Conecta diferentes métodos de resolución, sin embargo el alumno no es capaz de reflexionar sobre los mismos.	Permiten al alumno usar distintos métodos de solución del problema, explicando y reflexionando sobre el proceso de resolución. Así mismo el alumno es un sujeto capaz de defender el por qué utilizo dicho método

Interacción	<p>Los problemas planteados cierran la posibilidad de que el alumno experimente con la realidad y el trabajo se concentra solamente en él sin la oportunidad de relacionarse con otros.</p>	<p>Permiten experimentar con la realidad de modo delimitado, el trabajo se comparte con otras personas, tomando su opinión pero sin generar un conocimiento.</p>	<p>Acceden al alumno a sentirse parte de la realidad, es decir, se aprende experimentando, así mismo permiten la interacción con otros sujetos tomando en cuenta su opinión y al mismo tiempo aprendiendo de ellos.</p>
Interconexión	<p>Los problemas propuestos no permiten transferir los conocimientos matemáticos a otras situaciones, así mismo no implican otras áreas de aprendizaje.</p>	<p>Los problemas sólo permiten la transposición de los conocimientos matemáticos a situaciones concretas, pero involucran la utilización de otras áreas de aprendizaje.</p>	<p>Los problemas implican una transposición de los conocimientos matemáticos creando habilidades sobre cuándo y cómo aplicarlos a una diversidad de situaciones. Así mismo implican usar otras áreas de aprendizaje.</p>

Elaboración propia

Como se presenta en el instrumento anterior, las características marcadas con color verde reinciden en este libro, sin embargo se detecta que hay un tenue progreso en la integración de las matemáticas realistas, pues como expresa el color más claro, se exponen situaciones que permiten al discente utilizar diferentes métodos de resolución ante el ejercicio y problema planteado, dejándolo explorar para ver cuál es el que se acomoda a sus necesidades, así mismo planteando

interrogantes conduciéndolo a una reflexión de la situación, permitiéndole la capacidad de defender su postura.

Se destaca de igual manera la relevancia que tiene el conflicto sociocognitivo dentro de las actividades, ya que permite la construcción de nuevos esquemas cognitivos en el alumno, y esto se refleja no en el hecho de trabajar en equipo, sino realmente cuando el discente es capaz de confrontar sus ideas con sus semejantes dándose cuenta de que todos tienen su manera de ver las cosas y que se puede aprender de ello, puesto que está susceptible a cometer errores y no darse cuenta, entonces el hecho de establecer un diálogo con sus compañeros le puede ayudar a entrar en ese conflicto y ver que se encuentra en un error, cabe destacar que comúnmente los errores para el niño son vistos como algo negativo, sin embargo, hay que hacerle ver que es parte del proceso de aprendizaje, ya que como coloquialmente se dice de los errores se aprende.

Entonces, se rescata que se tiene la intención de poner al alumnado en un conflicto sociocognitivo al proponer actividades que se desenvuelven entre varios sujetos y permiten manifestar sus conocimientos, sin embargo, hay que prestar más atención para que el alumno realmente aprenda de sus semejantes.

En la siguiente rúbrica se determinará en qué nivel de complejidad están las tareas (actividades) del libro de texto, y si realmente proponen que el alumno llegue a una reflexión de lo que está aprendiendo.

Tabla 28.

Complejidad de tareas en PISA: agrupación de acciones cognitivas. Demandadas en tres niveles de complejidad.

	Reproducción	Conexión	Reflexión
Pensar y razonar	Formular las preguntas más simples (¿Cuántos...?, ¿cuánto es...?) y comprender los tipos de respuesta («tantos», «tanto») y distinguir entre definiciones y afirmaciones; comprender y emplear conceptos matemáticos en el mismo contexto en el que se introdujeron por primera vez o en el que se han practicado subsiguientemente.	Formular preguntas (¿cómo hallamos...?, ¿qué tratamiento matemático damos...?) y comprender los tipos de respuesta (plasmadas mediante tablas, gráficos, álgebra, etc.); distinguir entre definiciones y afirmaciones y entre distintos tipos de éstas; comprender y emplear conceptos matemáticos en contextos que difieren ligeramente de aquellos en los que se introdujeron por primera vez.	Formular preguntas (¿cómo hallamos...?, ¿qué tratamiento matemático damos...?, ¿cuáles son los aspectos esenciales del problema o situación...?) y comprender los tipos de respuesta (plasmadas mediante tablas, gráficos, álgebra, cifras, especificación de los puntos clave, etc.); distinguir entre definiciones, teoremas, conjeturas, hipótesis y afirmaciones sobre casos especiales y articular de modo activo o reflexionar sobre estas distinciones; comprender y emplear conceptos matemáticos en contextos nuevos o complejos; comprender y tratar la amplitud y los límites de los conceptos

Argumentación	<p>Seguir y justificar los procesos cuantitativos estándar, entre ellos los procesos de cálculo, los enunciados y los resultados.</p> <p>Razonar matemáticamente de manera simple sin distinguir entre pruebas y formas más amplias de argumentación y razonamiento; seguir y evaluar el encadenamiento de los argumentos matemáticos de diferentes tipos; tener sentido de la heurística (p. ej., «¿qué puede o no puede pasar y por qué?», «¿qué sabemos y qué queremos obtener?»).</p>	<p>matemáticos dados y generalizar los resultados.</p> <p>Razonar matemáticamente de manera sencilla, distinguiendo entre pruebas y formas más amplias de argumentación y razonamiento; seguir, evaluar y elaborar encadenamientos de argumentos matemáticos de diferentes tipos; emplear la heurística (p. ej., «qué puede o no puede pasar y por qué?», «¿qué sabemos y qué queremos obtener?», «¿cuáles son las propiedades esenciales? », «¿cómo están relacionados los diferentes objetos?»).</p>
	Construcción de modelos	<p>Reconocer, recopilar, activar y aprovechar modelos familiares bien estructurados; pasar</p> <p>Estructurar el campo o situación del que hay que realizar el modelo; traducir la «realidad» a estructuras</p>

Formulación y resolución de problemas

<p>sucesivamente de matemáticas en los diferentes contextos que no modelos (y sus resultados) a la realidad y viceversa para lograr una interpretación; comunicar de manera elemental los resultados del modelo.</p>	<p>los que están acostumbrados los estudiantes y pasar alternando de los diferentes modelos (y sus resultados) a la «realidad», incluyendo aquí aspectos de la comunicación de los resultados del modelo: recopilar información y datos, supervisar el proceso de construcción de modelos y validar el modelo resultante. Conlleva también reflexionar analizando, realizando críticas y llevando a cabo una comunicación más compleja sobre los modelos y su construcción.</p>
<p>Exponer y formular problemas reconociendo y reproduciendo problemas ya practicados puros y aplicados de manera cerrada.</p>	<p>Plantear y formular problemas más allá de la reproducción de los problemas ya practicados de forma cerrada; resolverlos mediante la utilización de procedimientos y aplicaciones</p>
	<p>Exponer y formular problemas mucho más allá de la reproducción de los problemas ya practicados de forma cerrada; resolverlos mediante la utilización de procedimientos y aplicaciones estándar pero también de procedimientos de resolución de problemas</p>

Empleo de operaciones y de un lenguaje simbólico, formal y técnico.

	<p>estándar pero también de procedimientos de resolución de problemas más independientes que implican establecer conexiones entre distintas áreas matemáticas y distintas formas de representación y comunicación (esquemas, tablas, gráficos, palabras e ilustraciones).</p>	<p>más originales que implican establecer conexiones entre distintas áreas matemáticas y formas de representación y comunicación (esquemas, tablas, gráficos, palabras e ilustraciones). También conlleva reflexionar sobre las estrategias y las soluciones.</p>
<p>Descodificar e interpretar el lenguaje formal y simbólico rutinario que ya se ha practicado en contextos sobradamente conocidos; manejar afirmaciones sencillas y expresiones con símbolos y fórmulas, tales</p>	<p>Descodificar e interpretar el lenguaje formal y simbólico básico en situaciones y contextos menos conocidos y manejar afirmaciones sencillas y expresiones con símbolos y fórmulas, tales como utilizar variables, resolver ecuaciones y</p>	<p>Descodificar e interpretar el lenguaje formal y simbólico ya practicado en situaciones y contextos desconocidos y manejar afirmaciones y expresiones con símbolos y fórmulas, tales como utilizar variables, resolver ecuaciones, y realizar cálculos. También conlleva la habilidad para saber tratar con expresiones y afirmaciones complejas y con lenguaje simbólico o</p>

como utilizar realizar cálculos	formal inusual, y realizar
variables, resolver mediante	traducciones
ecuaciones y procedimientos	entre este lenguaje y el
realizar cálculos familiares.	lenguaje natural
mediante	
procedimientos	
rutinarios.	

Flores, Gómez y Marín (2013).

Como se representa en el instrumento anterior las características marcadas con color amarillo reinciden en este libro, sin embargo se detecta que hay un ligero avance en su estructura e integración de las teorías, pues como denota el color más claro, se exponen situaciones que permiten a los alumnos dar solución y formular problemas más allá de la reproducción del conocimiento y de forma cerrada invitando al niño a resolverlos usando un poco más el razonamiento por medio de la utilización de procedimientos estándar y al mismo tiempo le permiten acceder a distintas formas de representación y comunicación de los resultados como lo son esquemas, tablas, gráficos, palabras e ilustraciones.

Entonces las actividades diseñadas en el libro de texto han ido permitiendo que el niño avance en su pensamiento y razonamiento, ya que no solo se proponen problemas o ejercicios que se resuelvan de manera cerrada, sino que han abierto su panorama para que conteste pensando en sus acciones, si han sido correctas o no y el porqué de las mismas. De igual modo, estas actividades han ido posibilitando al alumno a elegir entre varios métodos de resolución el que más le convenga, incluso en una lección se hace la siguiente pregunta: ¿Cuál de los métodos te gusta más y por qué? Entonces se refleja la postura de tomar en cuenta la opinión del alumno base a sus propios intereses.

Se retoma la relevancia que tiene el hecho de que el discente invente problemas, ya que al estar inventando se activa su todo proceso cognitivo y no solo una parte, permitiéndole manifestar sus habilidades matemáticas las cuales con otro tipo de

actividades no sobresalen. Sin embargo, hay que prestar más atención en el hecho de que las actividades no se remitan a usar situaciones con el mismo nivel de demanda cognitiva, sino elevar la dificultad poniendo obstáculos y que esto vaya creando realmente un conflicto cognitivo en el niño.

CAPÍTULO VII

Conclusiones

En el presente capítulo se dará a conocer las conclusiones generadas después de obtener los resultados del análisis, estas conclusiones se dan en relación a la hipótesis de partida, además se verá qué grado de consecución de los objetivos planteados al comienzo de este trabajo se ha obtenido, se explicarán las limitaciones que se tuvieron en el mismo, y finalmente qué líneas de trabajo futuras deja abiertas.

Consecución de los objetivos de la investigación

En este apartado se analizó en qué medida han sido alcanzados los objetivos y sí la investigación dio respuesta a las interrogantes que se plantearon al inicio de este trabajo.

- **Objetivo general:** Desarrollar un análisis didáctico de los libros de texto de segundo año pertenecientes a los Planes 2011 y 2018 para identificar las teorías del aprendizaje presentes.

Pregunta de investigación: ¿Por qué es importante analizar el libro de texto?

Para poder llegar a este objetivo se realizó una exploración exhaustiva acerca del tema de estudio en diversas fuentes, contrastando las ideas de los autores revisados los cuales en ciertas ocasiones eran la fuente primaria de la información, permitiendo tener la confiabilidad de la misma. Es importante rescatar que este tipo de trabajos dentro del territorio mexicano son escasos, y es ciertamente importante realizar estas investigaciones para dar respuesta a muchas interrogantes como las planteadas en este documento.

La importancia de analizar el libro de texto recae en que es el material didáctico que por excelencia está presente en todas las aulas y su uso es fundamental dentro del proceso educativo, por ello hay que conocer la metodología que le rige y ver si este permite que el alumno pueda procesar su contenido de tal manera que no solo

se genere un aprendizaje, sino que le permita ampliar la manera de pensar y razonar, viendo las cosas desde diferentes puntos.

- Objetivo 1: Investigar en qué medida el uso del libro de texto influye en el aprendizaje las matemáticas.

Pregunta de investigación: *¿Cómo el uso del libro de texto de matemáticas influye en el proceso de enseñanza-aprendizaje?*

Dados los resultados obtenidos en el análisis, es imprescindible rescatar que este puede que sea uno de los factores por el cual México ocupe bajos resultados en las pruebas estandarizadas, ya que no facilita al estudiante las herramientas necesarias para que este sea matemáticamente competente, ya que hay que recordar que al menos PISA se basa en la competencia matemática.

Por lo tanto, al no estar sustentado en su totalidad el libro de texto en las teorías didácticas del aprendizaje, este tiene deficiencias lo cual repercute en el proceso de aprendizaje del alumnado, ya que es el material que está presente en todas las instituciones educativa.

- Objetivo 2: Identificar las teorías de conflicto sociocognitivo, situaciones didácticas, campos conceptuales y fenomenología didáctica presentes en el libro de texto de matemáticas.

Pregunta de investigación: *¿Cuáles son las teorías de la didáctica de las matemáticas presentes en los libros de texto de matemáticas de segundo año de los planes 2011 y 2018?*

Al estar analizando en una primera instancia los planes y programas fue evidente que las teorías didácticas del aprendizaje estaban inmersas en estos textos. Al realizar el análisis en los libros de texto fue un poco más complejo, ya que se estuvieron examinando todas las lecciones correspondientes al tema de suma y resta.

Se rescata que dentro del libro del plan y programa de estudios 2011 la teoría que más evidente fue los campos conceptuales, ya que se proponían actividades que ponían en manifiesto los conocimientos previos del niño, es decir, utilizaba los esquemas cognitivos ya contruidos; esto se detectó en el otro libro de texto al proporcionar actividades en donde el alumno trabajara con sus esquemas cognitivos para poder generar otros y de esta forma dar solución a las actividades.

En general no se ven tan presentes las teorías de situaciones didácticas, fenomenología didáctica y la teoría del conflicto sociocognitivo, esta última dentro del libro del plan y programa 2018 se ve reflejada levemente, lo cual en el otro libro no. Se presenta ligeramente, ya que permite al alumno el pensar más sobre sus acciones y el aprender de sus semejantes.

Es visible que la educación matemática dentro de las aulas de educación primaria está basada en una enseñanza tradicional donde el libro de texto es la vía de una enseñanza memorística. Ante esto es necesario que se aplique una nueva metodología que permita al alumnado no solo aprender, sino también desarrollar un pensamiento crítico-matemático, y esto solo será posible si se integran todas las teorías didácticas del aprendizaje matemático, en especial la fenomenología didáctica, ya que ésta permite enseñar las matemáticas con relación a lo que el niño hace, siente y vive cotidianamente enfatizando en el uso y aplicación de los conceptos, los medios y en los modos en que, se abordan distintas actividades.

Para poder lograr este objetivo se utilizaron los instrumentos marcados en el capítulo de metodología, los cuales fueron de gran apoyo para poder llegar a la conclusión de que hace falta que los libros de texto estén sustentados con las teorías del aprendizaje, ya que esto puede contribuir no solo a obtener mejores resultados académicos en el alumnado, sino también tiene beneficios en el desarrollo integral del niño.

- Objetivo 3: Identificar si el libro de texto propone problemas basados en las matemáticas realistas.

Pregunta de investigación: *¿Las actividades planteadas en los libros de texto de matemáticas se basan en las matemáticas realistas?*

Muchas veces el docente utiliza de manera excesiva el libro de texto, además presenta a las matemáticas de una forma hermética, lo cual a lo largo del tiempo puede generar en el alumno un rechazo hacia esta ciencia y por ende bajos resultados. El hecho de que el alumno solo de respuestas cuantitativas, no se necesita ver como algo negativo en su totalidad, pero hay que señalar que las matemáticas van mucho más allá de los números. Esta ciencia tiene un impacto colosal en la mente humana, puesto que cuando realmente se conoce su sentido, el sujeto puede pensar y razonar de forma crítica ante una diversidad de situaciones sea cual sea su contexto. Es por ello que recae la importancia de tomar en cuenta las matemáticas realistas, para que el discente se dé cuenta de que las matemáticas están inmersas en todas partes y son fundamentales en la vida.

Ante esto, dentro de los resultados del análisis se pudo dar respuesta a la pregunta planteada anteriormente obteniendo la contestación de que los libros de texto si bien proponen problemas situando al alumno en contextos familiares pero repetitivos, estos no marcan a las matemáticas realistas como tal, ya que no proporcionan las herramientas necesarias, por lo tanto el alumno no está obteniendo esa habilidad de razonar ni está creando un pensamiento crítico-matemático que le permita aplicar sus conocimientos en otros ámbitos.

- Objetivo 4: Reconocer las diferencias entre el libro de texto de matemáticas de segundo año de cada plan y programa de estudios.

Pregunta de investigación: *¿Hay un avance o retroceso en los libros de texto de matemáticas de segundo año de los Planes 2011 y 2018?*

El libro de matemáticas de segundo año del plan y programa de estudios 2011 presenta grandes carencias en cuestión de que no propicia con sus actividades a que el alumno pueda hacer matemáticas como tal, ya que se limitan mucho a que

el niño conecte sus esquemas cognitivos sin saber el porqué y el cómo de las cosas; ante esto si se le cuestiona al alumno cómo resolvió un problema o si se le presenta una situación más compleja posiblemente no pueda responder, ya que en los ejercicios plasmados en el libro frecuentemente son de manifestarse de manera cerrada, es decir, solo responder cantidades. El hecho de que el libro de texto presente deficiencias conduce a una limitación para el aprendizaje de las matemáticas.

En cuanto al libro de texto de matemáticas de segundo del plan y programa de estudios 2018 es importante señalar que también presenta este tipo de deficiencias, sin embargo, en este libro se muestran ligeros avances en relación a que presentan situaciones en donde el discente puede responder al cómo y porqué de sus acciones, esto le va generando poco a poco un pensamiento más racional sobre su aprendizaje, aunque este avance sea leve, se visualiza un mayor compromiso con la educación mexicana.

Es imprescindible que en el libro de texto se tome en cuenta al momento de diseñar sus actividades que estas conduzcan un conocimiento que pueda ser aplicado a cualquier situación de la vida cotidiana del alumno, así mismo que al ser trabajadas entre varios sujetos se pueda crear un conflicto sociocognitivo en donde se manifieste y se ponga en juego el conocimiento del niño, confrontando sus ideas con las de sus semejantes llegando a una conclusión racional; hay que recordar que los obstáculos generan errores y estos son parte del proceso de aprendizaje, por lo cual sería bueno proponer ejercicios que obstaculicen al discente y este pueda manifestar un pensamiento crítico ante la situación, generando un conflicto entre sus esquemas cognitivos.

Conclusión sobre la hipótesis

En el capítulo de planteamiento del problema se hizo la hipótesis de que el libro de texto presenta deficiencias al no tomar en cuenta las teorías didácticas del aprendizaje al momento de diseñar ejercicios y problemas matemáticos. Tomando los resultados de análisis, se puede rescatar que a pesar de que los planes y

programas se basen en estas teorías como se mostró en los antecedentes, el libro de texto como documento precursor de estos, toma en cuenta algunas teorías de forma ligera y otras en definitiva no se les presta atención, por lo cual sí presenta deficiencias pero no tanto como se esperaba.

Limitaciones de la investigación

Toda investigación conlleva una serie de dificultades y limitaciones que van apareciendo a lo largo del proceso y que condicionan algunas de las actividades realizadas. En algunas ocasiones estas limitaciones llegan interrumpir el trabajo y en otros casos es necesario realizar cambios importantes en el enfoque o en los objetivos del mismo.

En este caso las principales dificultades que se encontraron fueron las siguientes:

- La limitante principal es en relación a la escases de investigaciones relacionadas al tema de estudio en México, la mayor parte de la información obtenida en antecedentes fue elaborada en otras naciones como España siendo éste el más representativo, Estados Unidos y algunos países de Latinoamérica como Costa Rica, Cuba y Venezuela. Esto nos da la pauta de que hace falta en nuestro país prestar mayor atención a este tipo de temas de investigación.
- Otra limitación fue con relación a que se encontraron documentos muy buenos en el idioma de inglés, y se tuvo dificultad para poder comprenderlos. ya que no se tiene dominio en este idioma.
- Una limitación muy importante hace referente a que el tiempo de investigación fue muy poco para este tipo de documentos, puesto que aparte de estar elaborándola se tenía que cumplir con las tareas de la licenciatura lo cual limitaba a la autora a enfocarse totalmente al documento.

Algunas líneas para trabajos futuros

Este trabajo puede dar paso a múltiples investigaciones, por lo tanto, en el transcurso de la investigación se presentan ideas por las cuales se puede continuar con este trabajo, algunas de ellas son:

- Posibilidad de ampliar la investigación tomando en cuenta el libro de texto de matemáticas de los mismos planes y programas, pero de todos los años escolares para verificar si los cambios están presentes en todos.
- Hacer una comparación mediante el análisis de contenido y de instrucción de los libros de texto de matemáticas desde la reforma educativa de 1993 hasta la reforma actual.
- Realizar una investigación-acción sobre las matemáticas realistas y el impacto que tienen en el alumno.
- Realizar una investigación sobre el análisis de instrucción desde la perspectiva de la práctica docente frente a grupo.
- Analizar los problemas propuestos por pruebas estandarizadas internacionales y nacionales para hacer una comparativa con los problemas de los libros de texto.
- Aplicar este tipo de investigaciones a otras áreas académicas.

Existen numerosas líneas de seguimiento de este trabajo, el conjunto de estas, puede permitir replantear la educación en nuestro país, principalmente en los libros de texto que como se ha ido mencionando es el recurso didáctico presente en todas las aulas mexicanas.

Referencias

- Aguirre, J. y Jaramillo, L. (2012). *Aportes del método fenomenológico a la investigación educativa*. Revista Latinoamericana de Estudios Educativos. Colombia. Recuperado de: <https://www.redalyc.org/pdf/1341/134129257004.pdf>
- Albarracín, L., Gorgorio, N. y Mengual, E. (2017). *Análisis de las actividades propuestas por un libro de texto: El caso de la Medida*. REDIMAT. Pp.136-163 recuperado de: <https://dialnet.unirioja.es/servlet/articulo?codigo=6123578>
- Alfaro, C. y Chavarría, J. (2012). *La transposición didáctica: un ejemplo en el sistema educativo costarricense*. UNICIENCIA, 26 (2), 153-168. Recuperado de <https://dialnet.unirioja.es/descarga/articulo/5381222.pdf>
- Anzures, T. (2011). *El libro de texto gratuito en la actualidad, logros y retos de un programa cincuentenario*. Revista Mexicana de Investigación Educativa, 16 (49), 363-388. Recuperado de http://www.scielo.org.mx/scielo.php?script=sci_arttext&pid=S1405-66662011000200003
- Aravena, C., Kimelman, E., Micheli, B., Torrealba, R. y Zúñiga, J. (2006). *Investigación educativa I*. Santiago, Chile: AFEFCE.
- Arista, V., Bonilla, F. y Lima, L. (2010). *Los libros de texto y la enseñanza de la historia en México*. Proyecto Clío, 36 (45), 1-25. Recuperado de <http://clio.rediris.es>
- Ayllón, M. (2012). *Invencción-resolución de problemas por alumnos de educación primaria* (Tesis de doctorado). Universidad de Granada, España. Recuperado de <https://dialnet.unirioja.es/servlet/tesis?codigo=59625>
- Ayllón, M., Gallego, J. y Gómez, I. (2016). *La actuación de estudiantes en educación primaria en un proceso de invención de problemas*. Perfiles educativos, 37 (152), 51-67. Recuperado de http://www.scielo.org.mx/scielo.php?script=sci_arttext&pid=S0185-26982016000200051

- Bayona, B. (2009). *La edición de libros de texto en España. En reflexiones y propuestas sobre políticas de gratuidad de los libros de texto* (s/p). España: ANELE. Recuperado de <https://www.anele.org/pdf/Edicion%20Libros%20de%20Texto%202014.pdf>
- Beltrán, V., Navarro, A. y Peña, S. (2018). *Prácticas que obstaculizan los procesos de transposición didáctica en escuelas asentadas en contextos vulnerables: Desafíos para una transposición didáctica contextualizada*. Revista Educación, vol.42. Universidad de Costa Rica. Disponible en: <http://www.redalyc.org/articulo.oa?id=44055139023>
- Belver, J. y Braga, G. (2014). *El análisis de libros de texto: una estrategia metodológica en la formación de los profesionales de la educación*. Revista Complutense de Educación. Vol. 27. Núm.
- Benedicto, C., Jaime, A. y Gutiérrez, A. (2015). *Análisis de la demanda cognitiva de problemas de patrones geométricos*. En C. Fernández, M. Molina y N. Planas (eds.), Investigación en Educación Matemática (pp. 153-162). Alicante, España: SEIEM.
- Bonnoto, C. (2013). *Artifacts as sources for problem-posing activities*. *Educational Studies*. En Mathematics, 83 (1), s/p. Recuperado de https://www.researchgate.net/publication/257557365_Artifacts_as_sources_for_problem-posing_activities
- Bosch, M. (2012) *Apuntes teóricos sobre el pensamiento matemático y multiplicativo en los primeros niveles*. EDMA. Educación Matemática en la Infancia. Recuperado de: <https://dialnet.unirioja.es/descarga/articulo/4836767.pdf>
- Brousseau, G. (1983). *Fundamentos y métodos de la didáctica de las matemáticas*. En Recherches en Didactique de Mathématiques (33-115). México, D.F.: DIE-CINVESTAV.
- Brousseau, G. (1983). *Los obstáculos epistemológicos y los problemas en matemáticas*. En Recherches en Didactique des Mathématiques (pp. 165-198). México, D.F.: DIE-CINVESTAV.

- Brousseau, G. (2007). *Iniciación al estudio de la teoría de las situaciones didácticas*. Buenos Aires, Argentina: Libros del Zorzal.
- Cantoral, R. (2016). *Educación alternativa: matemáticas y práctica social*. Perfiles educativos, 38 (1), 7-18. Recuperado de <http://www.redalyc.org/articulo.oa?id=13250921002>
- Carpenter, T. P. y Moser, J. (1983). *The acquisition of addition and subtraction concepts*. En R. Lesh y M. Landau (Eds.), *Acquisition of mathematics: Concepts and processes* (pp. 7-44). NY: Academic Press.
- Carugati, F. y G. Mugny (1988). *La teoría del conflicto sociocognitivo*. En *Psicología social del desarrollo*. Barcelona, pp.79-94
- Carvajal, A. (2001). *El uso de un libro de texto visto desde la etnografía*. *Revista Mexicana de Investigación Educativa*, 6 (12), s/p. Recuperado de <http://www.redalyc.org/articulo.oa?id=14001204>
- Castro, E., Castro, E., Rico, L., Gutiérrez, J., Tortosa, A., Segovia, I., Morcillo, N. y Fernández, F. (1997). *Problemas aritméticos compuestos de dos relaciones*. Primer simposio nacional de la SIEM, 63-76. Recuperado de <https://dialnet.unirioja.es/descarga/articulo/2730749.pdf>
- Chamorro, M., (1995) “*Los procesos de aprendizaje en matemáticas y sus consecuencias metodológicas en primaria*” en UNO. *Revista de didáctica de las matemáticas*, núm.4, abril.
- Chamoso, J. y Cáceres, M. (2019). *Creación de tareas por futuros docentes de matemáticas a partir de contextos reales*. *Cuadernos de investigación y formación en educación matemática*, 14 (18), 59-69. Recuperado de <https://revistas.ucr.ac.cr/index.php/cifem/article/download/39897/40440/>
- Chavarría, J. (2006). *Teoría de las situaciones didácticas*. *Cuadernos de investigación y formación en educación matemática*, 1 (2), s/p. Recuperado de

<http://www.unige.ch/fapse/clidi/textos/teoria%20de%20las%20situaciones%20didacticas.pdf>

Chevallard. Y. (1991). *La transposición didáctica*. Universidad Autónoma de Madrid. Recuperado de: <https://eva.udelar.edu.uy/mod/resource/view.php?id=297372>

Chong, M. y Castañeda, R. (2013). *Sistema educativo en México: el modelo de competencias, de la industria a la educación*. Revista de filosofía y letras, SINCROÑÍA, 17 (63), 1-6. Recuperado de http://sincronia.cucsh.udg.mx/pdf/2013_a/mercedes_chong_n62_2012.pdf

Cortés. M. e Iglesias. M. (2004). *Generalidades sobre Metodología de la Investigación*. Universidad Autónoma del Carmen, México. Recuperado de: http://www.unacar.mx/contenido/gaceta/ediciones/metodologia_investigacion.pdf

Doise, W. y Mugny, G. (1991) *La doble dinámica social en el desarrollo cognitivo*. En Revista de documentación científica de la cultura, 27, pp. 12-20.

Faustino, S., López, M. y Organista, J. (2017). *Caracterización del libro de texto gratuito digitalizado en educación primaria en México*. Trabajo presentado en el IX Congreso Internacional Latina de Comunicación Social. San Cristóbal de la Laguna, España.

Fernández, M. y Caballero, P. (2017). *El libro de texto como objeto de estudio y recurso didáctico para el aprendizaje: fortalezas y debilidades*. Revista electrónica interuniversitaria de formación del profesorado, 20 (1), 201-217. Recuperado de <https://revistas.um.es/reifop/article/view/229641>

Flores, P., Gómez, P. y Marín, A. (2013). *Análisis de instrucción*. Apuntes módulo 4, s/p. Recuperado de <https://core.ac.uk/download/pdf/12342338.pdf>

Font, V. (2006). *Problemas en un contexto cotidiano*. Cuadernos de pedagogía, 52-59. Recuperado de http://www.pagvf.esy.es/index_archivos/CuadernosP.pdf

Font, V., Planas, N. y Godino, J. (2010). *Modelo para el análisis didáctico en educación matemática*. *Infancia y aprendizaje*, 33 (2), 89-105. Recuperado de https://www.ugr.es/~jgodino/eos/modelo_anadida_25junio09.pdf

- Fox, V. (2016). *Reglamento interno de la secretaria de educación pública* (Diario Oficial de la Federación). Recuperado de https://educacionbasica.sep.gob.mx/multimedia/RSC/BASICA/Documento/201701/201701-3-RSC-6Ck3WlfC9G-reglamento_interior_sep.pdf#page=30
- Frade, L. (2009). *Planeación por competencias*. D.F., México: Inteligencia educativa.
- Freire. P. (1971). *La educación como práctica de la libertad*. Recuperado de: https://assliuab.noblogs.org/files/2013/09/freire_educaci%C3%B3n_como_pr%C3%A1ctica_libertad.pdf_-1.pdf
- Freudenthal, F. (1983) “*El método y fracciones*”, en *fenomenología didáctica de las estructuras matemáticas*, Luis Puig, México, Departamento de matemáticas Educativa-Cinvestab-IPN.
- Gilly, M. (1988). *Interacciones sociales y procedimientos en las construcciones cognitivas*. En A. N. Perret-Clermont y M. Nicolet (Dir.). *Interactuar y conocer. Desafíos y regulaciones sociales en el desarrollo cognitivo*. Buenos Aires: Miño y Dávila Editores, pp. 23-32
- Godino, J. (2004). *Perspectiva de la didáctica de las matemáticas como disciplina científica* (Tesis de doctorado). Universidad de Granada, España. Recuperado de https://www.ugr.es/~jgodino/fundamentos_teoricos/perspectiva_ddm.pdf
- Heras, M. (2017). *Enseñar matemáticas desde situaciones cotidianas: propuesta para 4º de primaria* (Tesis de maestría). Universidad internacional de la rioja, España. Recuperado de <https://reunir.unir.net/bitstream/handle/123456789/5719/HERAS%20CASTRO%2C%20MIREIA.pdf?sequence=1&isAllowed=y>
- Humbertorios. (15 de mayo de 2008). *Pensamiento crítico en la matemática* (entrada de blog). Recuperado de <https://humbertorios.blogia.com/2008/051502-pensamiento-critico-en-la-matematica.php>

- López, C. (2011). *Enseñar a pensar desde la fenomenología* (página web). Recuperado de <https://www.bu.edu/wcp/Papers/Chil/ChilSaen.htm>
- Macías, J. (2016) *Diseño y estudio de situaciones didácticas que favorecen el trabajo con registros semióticos*. (Tesis doctoral). Universidad Complutense de Madrid. Recuperado de: <https://eprints.ucm.es/40389/1/T38101.pdf>
- Malaspina, U. (2015). *Creación de problemas: sus potencialidades en la enseñanza y aprendizaje de las matemáticas*. Trabajo presentado en la XIV Conferencia Interamericana de Educación Matemática. Tuxtla Gutiérrez, Chiapas, México.
- Mari, J. y Gallardo, J. (2013). *Análisis didáctico curricular: un procedimiento para fundamentar el diseño, el desarrollo y la evaluación de unidades didácticas de matemáticas*. En L. Rico (Coord.), *Análisis didáctico en educación matemática, metodología de investigación, formación de profesores e innovación curricular* (pp. 161-190). Madrid, España: Comares editorial.
- Martínez, C. (s/f). *Análisis didáctico: una herramienta para la comprensión y significación de materiales curriculares* (entrada de blog). Recuperado de <https://www.slideshare.net/cmartinezp/analisis-didactico>
- Ministerio de Educación Nacional (MEN) (2006). *Estándares básicos de competencias en lenguaje, matemáticas, ciencias y ciudadanas*. Bogotá, Colombia.
- Ministerio de Educación Pública. (s/f). *Programas de estudio de matemáticas, primer y segundo ciclo de la educación primaria*. San José, Costa Rica: MEP.
- Monterrubio, M. y Ortega, T. (2009). *Creación de un modelo de valoración de textos matemáticos*. *Investigación en educación matemática*, 13 (3), 37-53. Recuperado de <https://www.seiem.es/docs/actas/13/SEIEMXIII-MonterrubioOrtega.pdf>
- Mulder, M., Weigel, T. y Collings, K. (2008). *El concepto de competencia en el desarrollo de la educación y formación profesional en algunos estados miembros de la UE: un análisis crítico*. *Revista de currículum y formación del profesorado*, 12 (3), 1-25. Recuperado de <http://www.redalyc.org/articulo.oa?id=56712875007>

- Nesher, P. (1982). *Levels of description in the analysis of addition and subtraction word problems*. En T. H. Carpenter, J. M. Moser y T. A. Romberg (Eds.), *Addition and subtraction: A cognitive perspective* (pp. 25-38). Hillsdale, NJ: Erlbaum.
- OCDE. (2008). *El programa PISA de la OCDE: ¿qué es y para qué sirve?* Recuperado de <https://www.oecd.org/pisa/39730818.pdf>
- Organización para la Cooperación y el Desarrollo Económico. (2017). *Marco de evaluación y de análisis de PISA para el desarrollo: lectura, matemáticas y ciencias, versión preliminar*. OECD publishing, Paris. Recuperado de <https://www.oecd.org/pisa/aboutpisa/ebook%20-%20PISA-D%20Framework%20PRELIMINARY%20version%20SPANISH.pdf>
- Orrantia, J., González, L. y Vicente, S. (2005). *Un análisis de los problemas aritméticos en los libros de texto de educación primaria*. *Infancia y aprendizaje*, 28 (4), 429-451. Recuperado de <https://gredos.usal.es/handle/10366/22530>
- Otero, M., Sureda, P., Llanos, V., Arlego, M. y Fanaro., M. (2014). *La teoría de los campos conceptuales y la conceptualización en el aula de Matemática y Física*. Buenos Aires, Argentina: Dunken.
- Partido, M. (2007). *Los libros de texto en la escuela primaria y sus implicaciones en la lectura*. *Revista de investigación educativa*, 5 (1), 1-21. Recuperado de <http://www.redalyc.org/articulo.oa?id=283121712003>
- Peralta, N. (2008). *Teoría del conflicto sociocognitivo. De la operacionalidad lógica hacia el aprendizaje de conocimientos en la investigación experimental*. *Revista intercontinental de psicología y educación*, 12 (2), 121-145. Recuperado de <https://www.redalyc.org/articulo.oa?id=80218376007>
- Peralta, N. y Borgobello, A. (2007). *Teoría del conflicto sociocognitivo y aprendizaje colaborativo en el ámbito universitario*. XIV jornadas de investigación y tercer encuentro de investigadores en psicología del Mercosur, pp. 398-400. Recuperado de <https://www.aacademica.org/000-073/324>

- Ponte, J... (2004). *Problemas e investigaciones en la actividad matemática de los alumnos*. En J. Jiménez, L. Santos y J.P. Ponte (Coord.). *La actividad matemática en el aula*. (pp. 25-34). Barcelona, Graó.
- Puig, L. (1997). *Análisis fenomenológico*. En Rico, L. (Coord.) *La educación matemática en la enseñanza secundaria* (pp. 61-94). Barcelona, España: Horsori.
- Puig, L. y Cerdán, F. (1999). *Problemas y problemas aritméticos elementales*. En *Problemas aritméticos escolares* (pp. 1-33). México, D.F.: Editorial síntesis.
- Rico, L. (2013). *El método del análisis didáctico*. *Revista iberoamericana de educación matemática*, (pp.11-27) Recuperado de <http://www.fisem.org/www/union/revistas/2013/33/ARCHIVO6.pdf>
- Rico, L., Marín., Lupiáñez, J. y Gómez, P. (2008). *Planificación de las matemáticas escolares en secundaria, el caso de los números naturales*. *Revista suma*, 58 (1), 7-23. Recuperado de <https://revistasuma.es/IMG/pdf/58/007-023.pdf>
- Riyanto, B., Zulkardi, R. & Darmawijoyo. (2017). *Mathematical modeling in realistic mathematics education*. *Journal of physics: conference series*, 13 (943). Recuperado de <https://iopscience.iop.org/article/10.1088/1742-6596/943/1/012049>
- Rodríguez, C. (2013). *El potencial curricular de los libros de texto para generar experiencias de aprendizaje*. *Revista de educación*, 37 (1), 119-129. Recuperado de <http://www.redalyc.org/articulo.oa?id=44028564006>
- Roselli, N. (2016). *El aprendizaje colaborativo: bases teóricas y estrategias aplicables en la enseñanza universitaria*. *Propósitos y representaciones*, 4 (1), 219-280. Recuperado de <http://dx.doi.org/10.20511/pyr2016.v4n1.90>
- Sadovsky, P. (2005). *La teoría de situaciones didácticas un marco para pensar y actuar la enseñanza de la matemática*. Recuperado de https://www.fing.edu.uy/grupos/nifcc/material/2015/teoria_situaciones.pdf
- Sadovsky, P., Alagia, H. y Bressan, A. (2005). *Reflexiones teóricas para la educación matemática*. Buenos Aires, Argentina: Libros del Zorzal.

- Secretaria de Educación Pública. (1993). *Plan y Programa de estudios 1993 educación básica, primaria*. México, DF.: SEP.
- Secretaria de Educación Pública. (2009). *Plan de estudios 2009 educación básica, primaria*. México, DF.: SEP.
- Secretaria de Educación Pública. (2009). *Programa de estudios 2009 educación básica, primaria*. México, DF.: SEP.
- Secretaria de Educación Pública. (2011). *Programa de estudio 2011 guía para el maestro, educación básica primaria, segundo grado*. México, D.F.: SEP.
- Secretaria de Educación Pública. (2017). *Aprendizajes clave para la educación integral, educación primaria*. Segundo grado. México, CDMX.: SEP.
- Silver, E. (1994). *On mathematical problem posing*. For the learning of mathematics, 14, 19-28. Recuperado de https://www.researchgate.net/publication/284047623_On_mathematical_problem_posing
- Simari, G. (2010). *La elección del libro de texto*. Buenos Aires, Argentina: Educar. Recuperado de <http://portal.educ.ar/debates/eid/lengua/para-trabajar-clase/la-eleccion-del-libro-de-texto.php>
- Slim. C. (s/f) ¿Qué son las pruebas o exámenes estandarizados? (Sitio web). Recuperado de: <https://pruebat.org/Inicio/ConSesion/Breves/verBreve/619-que-son-las-pruebas-o-examenes-estandarizados>
- Sparrow, L. (2008). *Real and relevant mathematics: is it realistic in the classroom*. *Real and relevant mathematics*, 13 (2), 4-8. Recuperado de https://www.researchgate.net/publication/234616882_Real_and_Relevant_Mathematics_Is_It_Realistic_in_the_Classroom
- Valenzuela, M., Ramos, E., González, L. y Portugal, J. (2018). *El análisis didáctico como base de un curso en la formación inicial de profesores de educación primaria*. *Revista Iberoamericana de Educación Superior*, 9 (25), 118-137. Recuperado de

http://www.scielo.org.mx/scielo.php?script=sci_arttext&pid=S2007-28722018000200118&lng=es&nrm=iso

- Van Den Heuvel-Panhuizen, M. (2003). *The didactical use of models in realistic mathematics education: An example from a longitudinal trajectory on percentage*. Educational Studies in Mathematics, 54 (5), 9-40. https://www.researchgate.net/publication/226251698_The_didactical_use_of_models_in_realistic_mathematics_education_An_example_from_a_longitudinal_trajectory_on_percentage
- Velasco, T. (2011). *Acercándonos desde la teoría a la suma y a la resta en educación infantil*. Pedagogía Magna. Núm. 11 Recuperado de: <https://dialnet.unirioja.es/descarga/articulo/3629189.pdf>
- Villelas, J. y Contreras, L. (2005). *La selección y uso de libros de texto: un desafío para el profesional de la enseñanza de la matemática*. La gaceta de la RSME, 8 (2), 419-433. Recuperado de <https://dialnet.unirioja.es/servlet/articulo?codigo=1971630>
- Zamora, P. (2013). *La contextualización de las matemáticas* (Tesis de doctorado). Universidad de Almería, España. Recuperado de <http://repositorio.ual.es/bitstream/handle/10835/2323/Trabajo.pdf?sequence=1&isAllowed=y>