



BENEMÉRITA Y CENTENARIA ESCUELA NORMAL DEL ESTADO DE SAN LUIS POTOSÍ.

TITULO: La enseñanza de las fracciones a través de material concreto

AUTOR: María Fernanda Villalobos Alcacio

FECHA: 7/4/2019

PALABRAS CLAVE: Fracciones, Parte-todo, Parte-parte, Material concreto, Trabajo colaborativo.

**SECRETARÍA DE EDUCACIÓN DE GOBIERNO DEL ESTADO
SISTEMA EDUCATIVO ESTATAL REGULAR
DIRECCIÓN DE EDUCACIÓN
INSPECCIÓN DE EDUCACIÓN NORMAL**

**BENEMÉRITA Y CENTENARIA
ESCUELA NORMAL DEL ESTADO DE SAN LUIS POTOSÍ
GENERACIÓN**

2015



2019

**LA ENSEÑANZA DE LAS FRACCIONES A TRAVÉS DE MATERIAL
CONCRETO**

**TESIS DE INVESTIGACIÓN
QUE PARA OBTENER EL TÍTULO DE LICENCIADA EN EDUCACIÓN
PRIMARIA**

PRESENTA:

MARÍA FERNANDA VILLALOBOS ALCACIO

ASESORA:

ALEJANDRA SÁNCHEZ PÉREZ

SAN LUIS POTOSÍ, S.L.P.

JULIO DEL 2019



**BENEMÉRITA Y CENTENARIA ESCUELA NORMAL DEL ESTADO DE SAN LUIS POTOSÍ
CENTRO DE INFORMACIÓN CIENTÍFICA Y TECNOLÓGICA**

**ACUERDO DE AUTORIZACIÓN PARA USO DE INFORMACIÓN DEL DOCUMENTO
RECEPCIONAL EN EL REPOSITORIO INSTITUCIONAL DE LA BECENE DE ACUERDO A LA
POLÍTICA DE PROPIEDAD INTELECTUAL**

**A quien corresponda.
PRESENTE. –**

Por medio del presente escrito María Fernanda Villalobos Alcacio
autorizo a la Benemérita y Centenaria Escuela Normal del Estado de San Luis Potosí, (BECENE) la
utilización de la obra Titulada:-

La enseñanza de las fracciones a través de material concreto

en la modalidad de: Tesis para obtener el
Titulo en Licenciatura en Educación Primaria

en la generación 2015-2019-para su divulgación, y preservación en cualquier medio, incluido el
electrónico y como parte del Repositorio Institucional de Acceso Abierto de la BECENE con fines
educativos y Académicos, así como la difusión entre sus usuarios, profesores, estudiantes o terceras
personas, sin que pueda percibir ninguna retribución económica.

Por medio de este acuerdo deseo expresar que es una autorización voluntaria y gratuita y en
atención a lo señalado en los artículos 21 y 27 de Ley Federal del Derecho de Autor, la BECENE
cuenta con mi autorización para la utilización de la información antes señalada estableciendo que se
utilizará única y exclusivamente para los fines antes señalados.

La utilización de la información será durante el tiempo que sea pertinente bajo los términos de los
párrafos anteriores, finalmente manifiesto que cuento con las facultades y los derechos
correspondientes para otorgar la presente autorización, por ser de mi autoría la obra.

Por lo anterior deslindo a la BECENE de cualquier responsabilidad concerniente a lo establecido en
la presente autorización.

Para que así conste por mi libre voluntad firmo el presente.

En la Ciudad de San Luis Potosí. S.L.P. a los 24 días del mes de Junio de 2019.

ATENTAMENTE.


María Fernanda Villalobos Alcacio

Nombre y Firma
AUTOR DUEÑO DE LOS DERECHOS PATRIMONIALES

Nicolás Zapata No. 200
Zona Centro, C.P. 78000
Tel y Fax: 01444 812-11-35
e-mail: cicyt@beceneslp.edu.mx
www.beceneslp.edu.mx



BENEMÉRITA Y CENTENARIA
ESCUELA NORMAL DEL ESTADO
SAN LUIS POTOSÍ, S.L.P.

BECENE-DSA-DT-PO-01-07

REVISIÓN 7

OFICIO NÚM: Administrativa

DIRECCIÓN:

ASUNTO: Dictamen

San Luis Potosí, S.L.P., a 20 de junio del 2019.

Los que suscriben, integrantes de la Comisión de Exámenes Profesionales y asesor(a) del Documento Recepcional, tienen a bien

DICTAMINAR

que el(la) alumno(a): **MARIA FERNANDA VILLALOBOS ALCACIO**

De la Generación: **2015-2019**

concluyó en forma satisfactoria y conforme a las indicaciones señaladas en el Documento Recepcional en la modalidad de: () Ensayo Pedagógico () Tesis de Investigación () Informe de prácticas profesionales () Portafolio Temático () Tesina titulado:

LA ENSEÑANZA DE LAS FRACCIONES A TRAVÉS DE MATERIAL CONCRETO.

Por lo anterior, se determina que reúne los requisitos para proceder a sustentar el Examen Profesional que establecen las normas correspondientes, con el propósito de obtener el Título de Licenciado(a) en Educación **PRIMARIA**

**ATENTAMENTE
COMISIÓN DE TITULACIÓN**

DIRECTORA ACADÉMICA

DIRECTOR DE SERVICIOS ADMINISTRATIVOS

[Firma]
MTRA. NAYLA JIMENA TURRUBIARTES CERINO

[Firma]
DR. JESÚS ALBERTO LEYVA ORTIZ.

JEFA DEL DEPARTAMENTO DE TITULACIÓN

ASESOR(A) DEL DOCUMENTO RECEPCIONAL

[Firma]
MTRA. MARTHA IBÁÑEZ CRUZ.

[Firma]
MTRA. ALEJANDRA SÁNCHEZ PÉREZ

AL CONTESTAR ESTE OFICIO DEBE CITAR EL NÚMERO DEL MISMO Y FECHA EN QUE SE
GIRA, A FIN DE FACILITAR SU TRAMITACIÓN ASÍ COMO TRATAR POR SEPARADO LOS ASUNTOS
CUANDO SEAN DIFERENTES.

AGRADECIMIENTOS

A mis padres

Quiero dedicar esta tesis a mis padres quienes han sido la motivación más importante para salir adelante. Por haberme forjado como la persona que soy en la actualidad, muchos de mis logros se los debo a ustedes. Gracias por no dejarme en este camino a pesar de mis errores, por su amor, comprensión y dedicación. Gracias por esos días de desvelos y trabajo, por enseñarme a trabajar duro por lo que quiero y nunca darme por vencida. Agradezco que confiaran en mí.

A mi familia

No ha sido sencillo el camino hasta ahora, pero gracias a sus aportes, a su amor, a su inmensa bondad, apoyo y consejos, lo complicado de lograr esta etapa se ha notado menos. Les agradezco y hago presente mi gran afecto hacia ustedes, mis hermanos, mis sobrinos, tía Lucia y tío Toño y a esa persona que ya no está conmigo de modo presencial pero fue parte de mi infancia y adolescencia ahora también le dedico ese triunfo a este ángel tío David.

Liliana Arlene

Amiga gracias por ser mi compañera de tesis, agradezco cada aporte lleno de sabiduría. Más que nada quiero decirte que gracias por ser mi amiga por estar en los malos y buenos momentos, por reír por todo y llorar cuando fue necesario, por ser mi compañera de locuras, por tu apoyo y por tus esfuerzos por mantener siempre viva la amistad.

Fabiola, Cynthia, Nayeli y Karla

Fueron parte de esta meta cumplida ya que fueron momentos en donde su apoyo, palabras de aliento y visitas me hizo ver que a pesar de los años siempre están conmigo, perdón por no salir en ocasiones con ustedes pero agradezco que comprendieran mis motivos. Gracias por todo y por su amistad.

A mis amigos

Gracias por estos cuatro años llenas de experiencias, enojos, alegrías, tristezas, fiestas y apoyo, agradezco a cada uno de ustedes por cada momento vivido.

A mi asesora Alejandra Sánchez

Sin usted no hubiera culminado esta tesis para mi crecimiento profesional, gracias por su apoyo, sus conocimientos, su forma de problematizarme, por esas palabras de aliento para no desmayar en los momentos difíciles, por esas pláticas y las risas, gracias por estos meses de trabajo.

Índice

Capítulo 1. Planteamiento del problema

Definición del problema.....	1
Justificación.....	2
Objetivos.....	3
Pregunta guía.....	4
Preguntas de investigación	4
Supuesto	4
Contexto.....	4
Contexto exterior.....	5
Características del edificio institucional.....	5
Población institucional.....	6
Contexto áulico y principales características de los niños del grupo.....	7
Delimitaciones.....	8
Espacial.....	8
Temporal.....	8
Teóricas.....	9
Limitaciones.....	9
Beneficios esperados (impacto social)	9
Capítulo 2. Fundamentación teórica	
Escenario legal.....	11
Constitución Política de los Estados Unidos Mexicanos.....	11
Ley general de Educación.....	11
Plan Estatal de Desarrollo.....	12
Escenario normativo.....	13
Perfil de egreso de educación básica.....	13
Principios pedagógicos.....	14
Campos de formación.....	14

Programa de estudios 2011. Quinto grado.....	15
Perfil de egreso de las escuelas normales.....	16
Competencias genéricas.....	16
Competencias profesionales.....	17
Antecedentes.....	17
Escenario teórico.....	21
Dimensión pedagógica.....	21
El enfoque constructivista de Piaget.....	21
Vygotsky: enfoque sociocultural.....	23
Estrategias.....	24
Estrategias de enseñanza.....	24
Estrategias de aprendizaje.....	25
Material didáctico para la enseñanza.....	26
Clasificación del material didáctico.....	28
Material concreto.....	28
Dimensión disciplinar.....	29
Número racional y la fracción.....	28
Los significados de la fracción.....	30
Fracción a través de significado parte-todo.....	31
Fracción a través de significado parte-parte.....	31
Contexto continuo y discreto.....	32
Enseñanza y aprendizaje de las fracciones.....	33
Dificultades para la enseñanza de las fracciones en la primaria.....	34
Dimensión metodológica.....	35
El trabajo colaborativo y entre pares.....	35
Trabajo colaborativo.....	35
Trabajo entre pares.....	36
Dimensión curricular.....	36
Plan de estudios 2011.....	36
Organización de contenidos de fracciones en la educación primaria....	38

Capítulo 3. Metodología de la investigación	
El enfoque.....	40
El método.....	40
El diseño.....	41
Categorías de análisis.....	42
Proceso metodológico.....	44
Técnicas de recolección de datos.....	46
Observación sistemática y participante.....	47
Diario de campo.....	48
Fotografía.....	48
Grupos de discusión.....	49
Propuesta de intervención.....	49
Capítulo 4. Análisis de resultados	
Evaluación diagnóstica.....	51
El proceso del diagnóstico.....	51
Primera parte del diagnóstico parte-todo.....	51
Segunda parte del diagnóstico parte-parte.....	53
Resultados del diagnóstico.....	63
Propuesta de intervención.....	64
Primer ciclo Parte-todo.....	64
Discreto Sesión 1.....	64
Concreto Sesión 2.....	66
Concreto Sesión 3.....	71
Concreto Sesión 4.....	74
Reflexión ciclo parte-todo.....	79
Segundo ciclo Parte-parte.....	80
Discreto Sesión 5.....	80
Concreto Sesión 6.....	83
Reflexión segundo ciclo parte-parte.....	87
Los resultados.....	88

Capítulo 5. Conclusiones y recomendaciones	92
Referencias.....	95
Anexos.....	101

Índice de figuras

Figura 1.....	5
Figura 2.....	6
Figura 3.....	30
Figura 4.....	34
Figura 5.....	43
Figura 6.....	44
Figura 7.....	45
Figura 8.....	54
Figura 9.....	56
Figura 10.....	57
Figura 11.....	59
Figura 12.....	60
Figura 13.....	62
Figura 14.....	65
Figura 15.....	66
Figura 16.....	67
Figura 17.....	68
Figura 18.....	69
Figura 19.....	71
Figura 20.....	72
Figura 21.....	73
Figura 22.....	74
Figura 23.....	75
Figura 24.....	76
Figura 25.....	78

Figura 26.....	79
Figura 27.....	81
Figura 28.....	82
Figura 29.....	83
Figura 30.....	85
Figura 31.....	86
Figura 32.....	87

Índice de tablas

Tabla 1.....	7
Tabla 2.....	46
Tabla 3.....	50
Tabla 4.....	89

Índice de anexos

Anexo A.....	102
Anexo B.....	104
Anexo C.....	105
Anexo D.....	108

Introducción

La presente investigación surge a partir del trabajo elaborado durante el séptimo y octavo semestre de la Licenciatura en Educación Primaria dentro de las escuelas de prácticas profesionales. El objeto de estudio es un grupo de quinto grado de una escuela primaria en la capital de San Luis Potosí, México. El objetivo general se enfocó en favorecer el aprendizaje de las fracciones a través de sus significados parte-todo y parte-parte mediante la implementación de actividades en donde los alumnos manipularon material concreto utilizando las estrategias aprendizaje colaborativo.

Este trabajo contribuyó a ampliar la comprensión del contenido de las fracciones y sus representaciones en el grupo objeto de estudio. La problemática con la cual se decidió trabajar surge a partir de los resultados de dos diagnósticos efectuados. La falta de comprensión sobre las fracciones ha provocado falta de interés en los alumnos, por lo cual una de las razones identificadas al realizar la investigación fue coadyuvar a su aprendizaje.

El documento está estructurado en cinco capítulos. A continuación, se mencionará cada uno de ellos de manera general.

El primer capítulo se conforma por el planteamiento del problema, la definición del mismo, la justificación de la investigación, el supuesto, el objetivo general y los objetivos específicos, las preguntas que guían la investigación, el contexto, las delimitaciones, limitaciones y los beneficios esperados de la presente investigación.

En el segundo capítulo se encuentra la normatividad del y la fundamentación teórica del estudio, la cual está dividida en cuatro dimensiones: la pedagógica, disciplinar, curricular y metodológica.

El tercer capítulo describe la metodología de la investigación, la cual pertenece al paradigma cualitativo y fue desarrollada bajo el método de investigación- acción con un enfoque fenomenológico- hermenéutico. También se encuentra el método de recolección de datos y la propuesta de intervención que se diseñó para abordar la problemática detectada.

En el capítulo cuatro se encuentran los análisis de los resultados obtenidos de las evaluaciones diagnósticas realizadas y los obtenidos en cada uno de los ciclos de las intervenciones propuestas acerca de los significados de la fracción abordados, las evidencias y las reflexiones introspectivas.

Por último, en el capítulo cinco se encuentra las conclusiones obtenidas de la ejecución de la investigación, en donde se ubican los hallazgos y logros obtenidos dentro del estudio y algunas recomendaciones para futuras investigaciones.

Capítulo 1. Planteamiento del problema

Definición del problema

Las fracciones han impactado en distintos momentos de mi formación académica, de manera inicial en el aprendizaje que tuve a lo largo de la educación primaria ya que este tema siempre fue de mi agrado. Además del gusto personal, durante las observaciones realizadas en la primera jornada en un grupo de cuarto grado, percibí que los estudiantes tenían dificultades para la representación gráfica de la fracción en figuras geométricas. Por ejemplo, al momento que se les pedía que colorearan $\frac{2}{3}$ de un círculo, los alumnos representaban otra, como $\frac{3}{4}$ o $\frac{2}{4}$. Estos consideraban uno de los componentes de la partición dada para colorear, pero lo hacían de forma incorrecta.

También me percaté que no sabían localizar las fracciones dentro de la recta numérica, ya que no identificaban en qué posición se encontraba al momento de colocarla. De la misma manera cuando se les pedía que compararan dos fracciones el error más frecuente era que usaban la fracción con mayor denominador como la más grande. Asimismo, observé que los estudiantes presentaban conflictos en la resolución de problemas que implicaba la utilización de operaciones ya que, por ejemplo, al hacer adiciones sumaban numerador con numerador y denominador con denominador.

Lo anterior me generó una inquietud por conocer más acerca de este contenido y cómo podría intervenir en la enseñanza del tema. Con la respectiva orientación de mi asesora me di a la tarea de indagar más y encontré, entre otras cosas, que la fracción cuenta con varios significados. Esto rompió la concepción que tenía, debido a que en mi formación académica trabajé con la fracción, pero desconocía la existencia de sus significados. Lo anterior me llevó a analizar las dificultades que había observado en los alumnos y así mismo lo pude relacionar con lo que leí.

Debido a esto consideré que era necesario profundizar los significados, primeramente, el de *parte-todo* puesto que es el significado que más se aborda en

educación primaria. Por lo general es el que se presenta con mayor frecuencia. Considero que el problema puede provenir de la ausencia de experiencias que permitan a los alumnos tener acercamiento a la utilidad de las fracciones, desde mi percepción considero que se ha causado una falta de interés de los alumnos por aprender y usar la fracción en distintos contextos pues muestran fastidio y aburrimiento cuando se aborda el tema. Esto quiere decir que los alumnos solo realizan los trabajos por cumplir sin haber obtenido ningún conocimiento, además de que se ha escuchado y observado sus actitudes cuando se presentan las actividades. Esto debido a un enfoque equivocado de la enseñanza de las fracciones.

Pienso que con la implementación de material concreto permitiría que los alumnos puedan manipular y lograr visualizar de una manera más didáctica, de esta manera se ayudará al alumno a llevarlas a su vida cotidiana. Se espera que mediante estrategias el estudiante reconozca el significado de cada una de ellas y comprendan la utilidad que se les puede dar.

Justificación

Por medio de esta investigación se pretende encontrar estrategias para favorecer el aprendizaje de las fracciones. Se espera que los alumnos se apropien del concepto de algunos de sus significados y usos. Como lo marca el currículo de la educación primaria, los números fraccionarios y las operaciones son de gran importancia y utilidad para el desarrollo del pensamiento matemático del alumno. Al partir de las necesidades académicas se observó que los alumnos tienen un rezago en el tema, ya que analizando el currículo se pudo identificar que los estudiantes no están al nivel que se pretende lograr acerca de los contenidos de las fracciones, por lo que consideré importante trabajarlas para así poder cumplir con el programa de estudio de quinto grado: *Comparación de fracciones con distinto denominador, mediante diversos recursos, resolución de problemas que impliquen sumas o restas de fracciones comunes con denominadores diferentes y uso de la expresión n/m para representar el cociente de una medida entera entre un número natural* (SEP, 2011c, p.80).

Además, se abordó el contenido usando material concreto como estrategia para avorecer la enseñanza. Esto permitió a los alumnos construir su conocimiento. En mi concepción personal, el emplear el material concreto beneficia la manera en que los estudiantes pueden trabajar con la identificación y la representación de forma simultánea. Es decir que logren reconocer el concepto de la fracción y ver la utilidad que tiene.

Por último, este estudio favoreció mi práctica docente puesto que eliminó mi percepción tradicionalista de las fracciones al momento que se trabajó en diferentes contextos y representaciones. Es un tema de importancia para el desarrollo tanto profesional como personal y se espera un impacto positivo tanto en los alumnos como en los docentes que lean este documento.

Objetivos

Objetivo general.

Favorecer el aprendizaje de las fracciones a través de algunos de sus significados, mediante la implementación de actividades en las cuales los alumnos manipulen material concreto para así lograr construir el concepto de fracción con relación a su significado y verificar la utilidad que se le da en su contexto educativo y social.

Objetivos específicos.

1. Identificar los conocimientos de los estudiantes acerca de los significados de la fracción a través de problemas que impliquen su uso.
2. Implementar actividades con material concreto para solventar las problemáticas específicas detectadas en el uso de las fracciones
3. Evaluar el impacto de la implementación de las actividades a través del uso de material concreto con los alumnos.

Pregunta guía

¿Cómo favorecer el aprendizaje de las fracciones a través de algunos de sus significados, mediante la implementación de actividades en las cuales los alumnos manipulen material concreto?

Preguntas de investigación

Para poder dar solución a la problemática presentada, es necesario crear preguntas que permitan comprender el tema investigado y guiar la investigación hacia el logro de los objetivos planteados. En el caso que nos ocupa se presentan las siguientes:

1. ¿Cuáles son los conocimientos que poseen los alumnos sobre las fracciones?
2. ¿Qué materiales y actividades usar para favorecer el aprendizaje de las fracciones a través de sus significados, en los alumnos de quinto grado?
3. ¿Qué resultados se obtienen una vez aplicada la estrategia de enseñanza con material concreto en el contenido de las fracciones?
4. ¿De qué manera el uso del material concreto favorece el aprendizaje de las fracciones en algunos de sus significados?

Supuesto

Si los docentes usan material concreto en la enseñanza de las fracciones lograrán favorecer el aprendizaje, para que sus alumnos identifiquen los conceptos y la utilidad de los significados.

Contexto

La investigación se realizó dentro de la escuela primaria oficial Nicolás Bravo turno matutino con clave 24DPR3118Z, ubicada en el municipio de San Luis Potosí, localidad S.L.P, con dirección de Madrigal número 629, colonia los Reyitos con código postal 78170.

Contexto exterior.

Los niños que conforman la escuela primaria viven en colonias diversas, algunos cercanos, como en fraccionamiento Privada Alfonsina Storni, fraccionamiento San Juan, colonia Los Reyes, colonia Los Reyesitos, colonia El Cortijo, colonia Las Palomas, fraccionamiento Pedro Moreno.

Cuentan con todos los servicios básicos de luz, agua, teléfono, drenaje y cuenta con servicios de seguridad. Se encuentran una gran variedad de comercios como centros comerciales, gasolinera, lavandería, papelería, tienda de abarrotes, entre otros. La avenida en la que se encuentra la institución es muy transitada por carros y camiones.

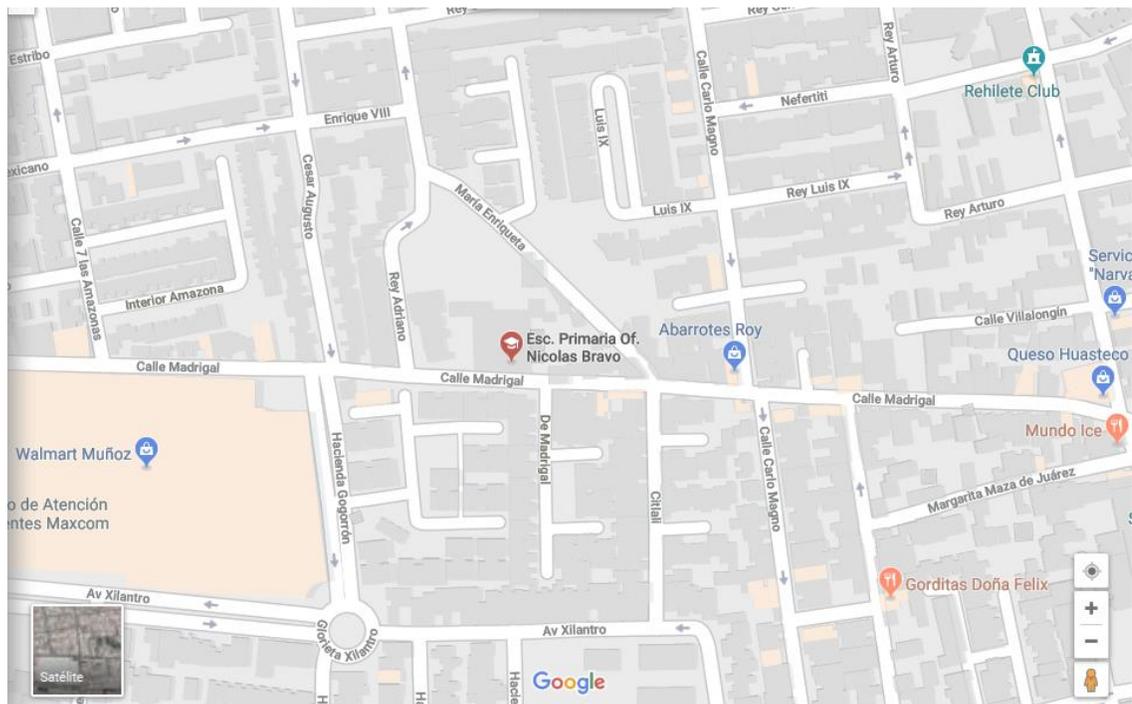


Figura 1. Ubicación geográfica de la escuela, Fuente Google Maps (2019).

Características del edificio institucional.

El espacio escolar en el que se ubica la escuela Nicolás Bravo se comparte con la preparatoria Profesora Celia Fernández Capetillo que ofrece sus servicios en el turno vespertino, tales centros escolares tienen acceso a las mismas instalaciones

por diferentes entradas. La infraestructura de la escuela está conformada por espacios administrativos, la dirección y a un costado la sala administrativa del turno vespertino. También existen seis aulas de clase, un aula para las maestras de Unidad de Servicio Apoyo de Educación Regular (en adelante USAER), un aula de danza, una de computación y una biblioteca pequeña. Además de una bodega donde se encuentran el material de educación física y material educativo. La escuela cuenta también con un espacio que funge como cooperativa, hay bebederos, sanitarios separados para niños y para niñas, un patio techado de deportes donde se llevan a cabo los actos cívicos. Es una institución inclusiva, ya que se encuentran rampas al finalizar los pasillos, también cuenta con equipo especializado de USAER para tratar con alumnos con necesidades educativas especiales de aprendizaje y lenguaje.

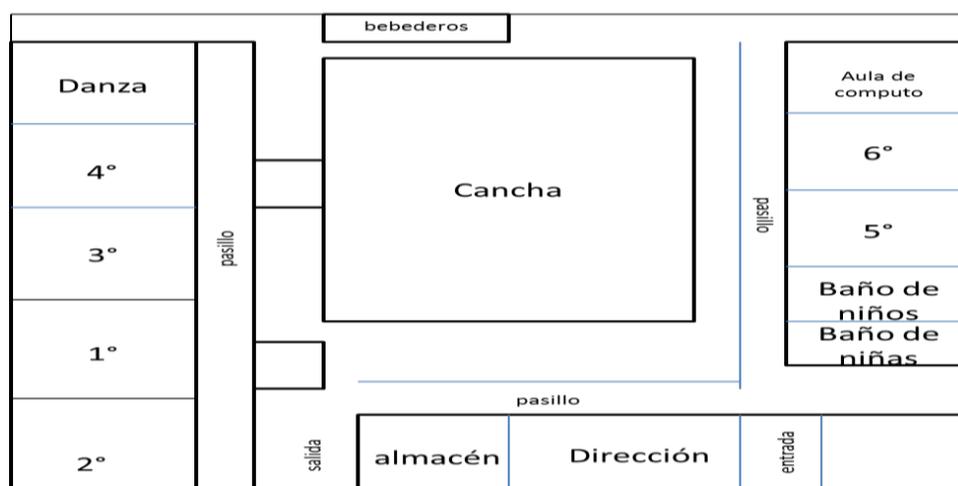


Figura 2. Croquis elaborado por equipo de práctica de la escuela.

Población institucional.

La escuela cuenta con una población de 167 personas, incluyendo a alumnos, maestros y personal de apoyo. La mayoría de los alumnos de esta escuela tiene buena conducta, y en lo general no se presentan situaciones graves que involucren algún tipo de violencia. Dentro de la institución la relación de los docentes con los padres de familia es buena, ya que trabajan de manera colaborativamente, se da

aviso del aprovechamiento de los alumnos y establecen un vínculo de comunicación y confianza, es decir, conocen la forma de vida de algunas familias y esto hace que el docente comprenda alguno de los comportamientos que los alumnos muestran.

Por otro lado, la relación de docente-alumno en general es apropiado, ya que existe confianza y diálogo entre ellos. Se observó que la directora de la institución ha demostrado ese vínculo de afecto con los alumnos. En cuanto a la relación de alumno-alumno, no existen casos mayores de violencia, por lo que existe una convivencia escolar sana, puesto que los estudiantes se relacionan entre ellos de manera adecuada pesar que no se encuentren en el mismo grado. Esto se pudo dar gracias a la supervisión y coordinación de las autoridades escolares, el apoyo de los docentes y padres de familia.

Contexto áulico y principales características de los niños del grupo.

El espacio en el que se desarrolla el grupo es reducido, aproximadamente setenta metros cuadrados donde se ubican a 28 alumnos del quinto grado. El ambiente de aprendizaje que se genera es adecuado para la enseñanza. Frente a la entrada del aula se encuentra un muro que dificulta la iluminación natural, lo que obliga a mantener las luces encendidas hasta medio día. Al lado derecho del salón se encuentra el grupo de sexto grado que en ocasiones suele ser muy ruidoso, lo que provoca que se distraigan los alumnos. El mobiliario dentro del aula está en buenas condiciones, cuenta con mesabancos, pizarrón, estantes para los libros y materiales, escritorio para el docente, útiles y productos de limpieza.

Los alumnos de quinto grado son unos niños inquietos que necesitan estar ocupados ya que se levantan de su lugar con frecuencia. Les gusta hablar de las vivencias que han experimentado, los retos y aprender cosas nuevas. Algunos hacen las cosas de forma independiente por lo que terminan más rápido que los demás. En cambio, otros alumnos tardan un poco más en realizar las actividades. Los estudiantes suelen ser muy respetuosos con personas mayores y con los docentes. Dentro de la institución tienen una buena relación con sus compañeros de los demás grupos, pero dentro del aula la convivencia entre ellos a veces no es muy favorable ya que se observa cierta división por preferencias o afinidad.

Los alumnos en su mayoría cumplen con las tareas y se puede notar que los padres de familia los ayudan y están al pendiente de que cumplan con sus responsabilidades escolares. Los alumnos se apoyan y se prestan cosas y se ha observado algunos cambios de conducta que han ocasionado algunos problemas de convivencia entre ellos, debido posiblemente al inicio de su pubertad.

Por otra parte, se identificaron los estilos de aprendizaje para conocer de qué manera aprenden los alumnos, lo cual es necesario para la aplicación de las actividades que se pretenden dentro de la intervención. Se aplicó la prueba del modelo PNL (De la Parra, 2004) ya que este instrumento cuenta con una serie de preguntas que facilitó al niño poder entender y contestar de una manera fácil y acertada, lo cual se pudo obtener el resultado que demuestra que estilo de aprendizaje poseen.

El anexo A muestra el instrumento utilizado. Los resultados que arrojó se muestran en la tabla 1.

Tabla 1.

Resultados de prueba PNL

	ESTILOS DE APRENDIZAJE			Total de alumnos
	Kinestésico	Visuales	Auditivos	
Número de alumnos	14	9	2	25
Porcentajes	56%	36%	8%	100%

Datos recabados por la sustentante.

A partir de los resultados arrojados por la prueba y mediante las observaciones que he realizado, puedo decir que los alumnos prefieren manipular más que observar, lo que hace que en las actividades de este tipo se utilice algún material manipulativo para el aprendizaje.

Delimitaciones

Espacial.

La investigación realizada se desarrolla dentro de la escuela primaria Nicolás Bravo, en el aula de quinto grado y en el patio de la institución. Los participantes

fueron 25 alumnos: dieciocho son niñas y siete niños que cuentan con edades de entre diez y once años.

Temporal.

Para la realización de esta investigación se destinó un tiempo aproximado de nueve meses, donde cuatro meses se emplearon para documentarse acerca del tema elegido y el diseño del instrumento de diagnóstico. Dos semanas para la implementación de las actividades con material lúdico y cuatro semanas para el análisis de resultados obtenidos. Los demás meses fueron utilizados para realizar las correcciones pertinentes a la investigación.

Teóricas

El estudio realizado se enfocó en la enseñanza de las fracciones solo en los significados *parte-todo* y *parte-parte* ya que en la investigación de los antecedentes de la última se descubrió que ésta era muy limitada ya que por lo general los autores hacen énfasis solo en el estudio de la fracción como parte-todo, además de ser uno de los significados que se introduce desde el tercer grado de educación primaria.

Limitaciones

Una limitación es la falta de información que se tiene acerca de las fracciones en su significado parte-parte ya que fue relativamente poca la información conceptual sobre esta forma de la fracción. Otra limitación fue el nulo conocimiento previo de algunos alumnos con respecto del contenido a tratar. Además de algunas cuestiones actitudinales de los alumnos objeto de estudio, como falta de interés en el tema y dificultades para relacionarse entre sí y colaborar entre ellos para realizar las actividades.

Beneficios esperados (impacto social)

Remarcando los objetivos establecidos en la investigación, se espera que los alumnos logren apropiarse del significado de la fracción (parte-todo y parte-parte)

para así cumplir con el aprendizaje esperado que debe obtener el alumno en ese grado. Además, se pretende que con la implementación de material concreto el alumno consiga manipular, visualizar y comprender la aplicación de las fracciones y así mismo se logre captar su interés en el tema.

Como docente en formación el impacto que tendrá esta investigación permitirá ver la fracción como un contenido tan amplio ya que cuenta con sus catorce significados, los cuales yo desconocía por completo. Me pude percatar que los materiales didácticos son una herramienta importante para el docente puesto apoya a la enseñanza y facilita el aprendizaje de los alumnos.

Asimismo, el beneficio de este estudio impactará a otros docentes en formación y en la práctica porque podrán utilizarla como referente y antecedente para futuras investigaciones. También se aportará al estudio del área de las matemáticas ya que mediante esta investigación se espera contribuir y dar pie a otras investigaciones sobre el significado parte-parte de las fracciones.

Capítulo 2. Fundamentación teórica

Escenario legal

Este escenario fundamenta las bases sobre las cuales las instituciones constituyen las leyes y principios que son pilar esencial de la educación y la formación docente y tiene como finalidad determinar el alcance y naturaleza de la educación en México, necesarios para el conocimiento de cualquier docente que labore en este país.

Constitución Política de los Estados Unidos Mexicanos

Artículo 3°. Es el artículo que concentra en esencia la normativa de la educación, donde se menciona que todo individuo tiene derecho a ésta y donde atribuye al Estado “la rectoría de la educación, la impartida por éste, además de obligatoria, será universal, inclusiva, pública, gratuita y laica.” (DOF, 2019). Éste artículo fue reformado, adicionado y derogado en diversas disposiciones, mismas que fueron publicadas el 15 de mayo de 2019 en el Diario Oficial de la Federación.

Ley general de Educación (LGE)

Tomando en cuenta una de las principales leyes secundarias que dictamina la educación de México en su Artículo 2° “En el sistema educativo nacional deberá asegurarse la participación de todos los involucrados en el proceso educativo, con sentido de responsabilidad social, privilegiando la participación de los educandos, padres de familia y docentes, para alcanzar los fines a que se refiere el artículo 7°” (SEP, 2018, pág. 1).

Remarca el Artículo 7° porque en él, se establecen los puntos referentes al artículo 3° de la Constitución Mexicana por lo que es importante mencionar dos fines establecidos en la fracción I y II “Contribuir al desarrollo integral del individuo, para que ejerza plena y responsablemente sus capacidades humanas” y “Favorecer el

desarrollo de facultades para adquirir conocimientos, así como la capacidad de observación, análisis y reflexión críticos” (SEP, 2018, pág. 2).

Haciendo referencia a la cita anterior cuando se hace mención de contribuir con el desarrollo integral de los alumnos, el tema de investigación aplicado contribuye en su desarrollo del pensamiento matemático, el cual dota de conocimientos al alumno para aplicar lo aprendido en situaciones de la vida cotidiana. Así mismo el Artículo 10° nos dice “Las instituciones del sistema educativo nacional impartirán educación de manera que permita al educando su plena inclusión y participación en la sociedad y, en su oportunidad, el desarrollo de una actividad productiva y que permita, asimismo, al trabajador estudiar” (SEP, 2018, pág. 5).

Se espera que el aprendizaje que los alumnos obtendrán mediante la realización de esta investigación permita que participen en la sociedad y que desarrollen sus habilidades comunicativas. Además de que esto le permitirá reforzar el razonamiento matemático mismo que le ayudará en un futuro en su desenvolvimiento y resolución de problemáticas.

Por último, es necesario resaltar que para que esta investigación fuera lograda tuvieron que llevar a cabo planeaciones profesionales y actividades como lo menciona el Artículo 28 fracción II “Desarrollar una planeación anual de actividades, con metas verificables y puestas en conocimiento de la autoridad y la comunidad escolar” (SEP, 2018, pág. 18) Esto nos aporta la importancia que es planear actividades ya que se debe cumplir con los propósitos marcados en las planeaciones, y así desempeñar un plan de trabajo que favorezca el aprendizaje de los alumnos marcado en el programa de estudio.

Plan Estatal de Desarrollo

Dentro del Plan Estatal de Desarrollo 2015-2021 del Gobierno de San Luis Potosí, en el cual “se busca avanzar contra la pobreza, promover la inversión y el empleo, desarrollar las capacidades que nos permitan aprovechar las oportunidades que nos ofrecen el país y el mundo” (COPLADE, 2016)

Tomando en cuenta el segundo eje San Luis incluyente, habla en la vertiente tres: educación, cultura y deporte acerca de la Reforma, misma que beneficia a

desarrollar las competencias básicas y el conocimiento por lo que dentro de educación básica se busca “disminuir los índices de reprobación y deserción” (COPLADE, 2016) por lo cual se ha demostrado con resultados tabulados y porcentajes que es un problema prioritario, por tal situación es que interviene la evaluación a docentes, que arrojó ciertos resultados que hacen acreedor al Estado de San Luis Potosí, al cuarto lugar con mejor desempeño, logrando este efecto por la capacitación y actualización de los profesores potosinos ayudando a desarrollar las competencias educativas de calidad. Esto también gracias a las estrategias e implementación de materiales que realizan los docentes para hacer más interesantes sus clases y poder llegar a un aprendizaje significativo en los alumnos.

Escenario normativo

Perfil de egreso de Educación Básica

Los rasgos que debe cumplir el alumnado para el egreso de la educación básica para desarrollar un desenvolvimiento social y personal como “resultado de una formación que destaca la necesidad de desarrollar competencias para la vida que, además de conocimientos y habilidades, incluyen actitudes y valores para enfrentar con éxito diversas tareas” (SEP, 2011a, pp. 39-40) son:

- Utiliza el lenguaje materno, oral y escrito para comunicarse con claridad y fluidez, e interactuar en distintos contextos sociales y culturales; además, posee herramientas básicas para comunicarse en inglés.
- Argumenta y razona al analizar situaciones, identifica problemas, formula preguntas, emite juicios, propone soluciones, aplica estrategias y toma decisiones. Valora los razonamientos y la evidencia proporcionados por otros y puede modificar, en consecuencia, los propios puntos de vista.
- Conoce y ejerce los derechos humanos y los valores que favorecen la vida democrática; actúa con responsabilidad social y apego a la ley.
- Conoce y valora sus características y potencialidades como ser humano; sabe trabajar de manera colaborativa; reconoce, respeta y aprecia la diversidad de

capacidades en los otros, y emprende y se esfuerza por lograr proyectos personales o colectivos.

Se mencionan los rasgos que fueron aportados durante esta investigación, en donde utilizaron su lenguaje oral para comunicarse entre sus compañeros, analizaron problemas que se les plantearon, formularon preguntas, respetaron las participaciones de sus compañeros y esperaban su turno para su intervención y trabajaron de manera colaborativa. Es importante tomar en cuenta el perfil de egreso de la educación básica ya que son rasgos que tiene que desarrollar el niño para poder fortalecer sus destrezas y habilidades. Además de que también son indicadores del logro de cada uno de los programas de cada grado y del plan estudios de educación básica.

Principios pedagógicos

Para esta investigación se tomaron algunos de los principios pedagógicos que fueron utilizados para llevar a cabo este estudio:

- Centrar la atención en los estudiantes y en sus procesos de aprendizaje
- Planificar para potenciar el aprendizaje
- Trabajar en colaboración para construir el aprendizaje
- Usar materiales educativos para favorecer el aprendizaje (SEP, 2011a, pp. 26-37)

De estos doce principios pedagógicos se fortalecerán el principio: centrar la atención en los estudiantes, pues con esta investigación realizada se pretende observar cual es el proceso del alumno a través de la manipulación del material, beneficiando y potenciando este principio pedagógico que sustenta al Plan 2011.

Campo de formación

Se apreciaron en el Plan 2011 los cuatro campos formativos para la educación básica: Lenguaje y comunicación, Pensamiento matemático, Exploración y

comprensión del mundo natural y social, y Desarrollo personal y para la convivencia. (SEP, 2011a, pp. 43-53).

“Los campos de formación para la Educación Básica organizan, regulan y articulan los espacios curriculares, tienen un carácter interactivo entre sí, y son congruentes con las competencias para la vida y los rasgos del perfil de egreso”. (SEP, 2011a, p.43). Los campos de formación son los encargados en articular la malla curricular en la educación básica, de esta manera en este presente documento se utilizará el segundo campo formativo “El campo Pensamiento matemático articula y organiza el tránsito de la aritmética y la geometría y de la interpretación de información y procesos de medición, al lenguaje algebraico; del razonamiento intuitivo al deductivo, y de la búsqueda de información a los recursos que se utilizan para presentarla”. (SEP, 2011a) Este campo permitirá que los alumnos puedan trabajar de manera autónoma en donde el docente será el guía, los educandos solucionaran problemas que les permita poder trasladar las situaciones a su vida cotidiana.

Además, beneficia que los estudiantes solucionen problemas que sean contextualizados con su vida diaria esto mencionado como base principal del campo de Pensamiento matemático, destacando que los educandos podrán realizar su propio procedimiento para así llegar a una solución haciendo que el tema de las fracciones se les facilite y logre su comprensión de acuerdo con lo que marca el programa 2011.

Programa de estudios 2011. Quinto grado

En SEP (2011c) los Programas de estudio 2011 contienen los propósitos, enfoques, estándares curriculares y aprendizajes esperados, manteniendo su pertinencia, gradualidad y coherencia de sus contenidos, también contiene las competencias que se tienen que desarrollar, los recursos a usar, etc. Para esta investigación se sustentó la planeación en el programa de quinto grado, misma que se abordó en lo particular los siguientes temas: *Números y sistema de numeración* y *problemas aditivos*. A partir de esos temas se partió para la realización del material

que favorecería a la enseñanza de las fracciones, además de propiciar las competencias de los alumnos que son: *Resolver problemas de manera autónoma, comunicar información matemática, validar procedimientos y resultados y manejar técnicas eficientemente*. De esta manera se espera lograr que a través de la manipulación del material los estudiantes beneficien su propio aprendizaje en el contenido de fracciones.

Perfil de egreso de las escuelas normales.

Durante el proceso de la investigación se trabajó las competencias tanto genéricas como profesionales ya que se incluyen en el perfil de egreso de las escuelas normales que está en el Plan de estudios 2011. Por lo tanto, el docente debe fortalecer con cada actividad y utilización de materiales el aprendizaje en los alumnos esto a través de la enseñanza de los diferentes contenidos durante la educación primaria por lo que a través de esta investigación se fortaleció las siguientes competencias para obtener un mejor desempeño profesional.

Competencias genéricas.

Las competencias genéricas mencionan el desempeño que deben de tener los egresados de programas de educación superior, de tal manera tiene un carácter transversal que se desarrollan a través de la experiencia personal y la formación de cada uno de los sujetos.

- Usa su pensamiento crítico y creativo para la solución de problemas y la toma de decisiones. Se pretende fortalecer en los estudiantes normalistas su pensamiento crítico a través de situaciones que existen en su contexto y que a su vez sea capaz de tomar decisiones para dar solución a estos problemas, para así reflexionar acerca de su acercamiento de prácticas en las aulas
- Aprende de manera permanente. Mantener una formación continua para poder analizar y aplicar las estrategias necesarias para la enseñanza, de tal manera aprender de una manera autónoma y auto regulatoria.

Colaborar con otros para generar proyectos innovadores y de impacto social. Se espera que el docente promueva relaciones armónicas para lograr una meta en común. (SEP, 2011a).

Competencias profesionales.

En estas competencias encontramos el desempeño que debe de aplicar los futuros docentes de educación básica, es decir que se debe de tener un carácter específico que se forma al integrar conocimientos, habilidades, actitudes y valores que son necesarios para ejercer la profesión docente y poder desarrollar las prácticas profesionales en escenarios educativos. Las competencias que se desarrollaron en esta investigación fueron las siguientes:

- Diseña planeaciones didácticas, aplicando sus conocimientos pedagógicos y disciplinares para responder a las necesidades del contexto en el marco del plan y los programas de educación básica.
- Genera ambientes formativos para propiciar la autonomía y promover el desarrollo de las competencias en los alumnos de educación básica.
- Aplica críticamente el plan y programas de estudio de la educación básica para alcanzar los propósitos educativos y contribuir al pleno desenvolvimiento de las capacidades de los alumnos del nivel escolar.
- Utiliza recursos de la investigación educativa para enriquecer la práctica docente, expresando su interés por la ciencia y la propia investigación.
- Propicia y regula espacios de aprendizaje incluyentes para todos los alumnos, con el fin de promover la convivencia, el respeto y la aceptación. (SEP,2011a)

De lo anterior se puede afirmar que la principal competencia desarrollada fue *la investigación educativa para enriquecer la práctica docente, expresando su interés por la ciencia y la propia investigación*, ya que fue fundamental para el funcionamiento de las intervenciones planeadas. Sin embargo también se puede afirmar que las tres primeras competencias también se han podido desarrollar a lo largo del desarrollo de la investigación e implementación en el grupo objeto de estudio.

Antecedentes

La Benemérita y Centenaria Escuela Normal del Estado de San Luis Potosí es una institución encargada de formar docentes, por lo cual la preparación de los estudiantes es su principal objetivo. A fin de apoyar en esta tarea se construyó la biblioteca en donde los jóvenes estudiantes pueden hacer consultas, leer libros o hacer búsquedas acerca de temas relacionados con la educación. Se encuentra una gran recopilación de documentos de titulación de todas las licenciaturas de la institución, estos documentos son creados por egresados que realizaron investigaciones e intervenciones para dar solución a una problemática identificada en su momento. Dentro de la temática de las fracciones fueron encontrados veintidós documentos recepcionales de los cuales diez pertenecen a la licenciatura de Primaria y los restantes a la licenciatura de Secundaria con especialidad en matemáticas. Sin embargo de lo anterior, solo dos documentos fueron de investigaciones (tesis), un portafolio temático y diecinueve son ensayos pedagógicos. A continuación, se describirán de manera sintética las dos tesis que anteceden a la presente investigación los cuales son documentos de reciente creación relacionados con el tema de las fracciones.

Hernández (2018) centró su investigación en la fracción a través de su significado medida por medio de situaciones problema. Es decir, aprendizaje basado en problemas. A través de su intervención aplicó actividades relacionadas con el contexto de los alumnos, esto le permitió favorecer la comprensión de la fracción en su significado de medida. La autora utilizó un diseño cualitativo con enfoque híbrido denominado fenomenología hermenéutica con un método de investigación-acción. Los resultados de este estudio demuestran que gracias a las situaciones vivenciales a las que se enfrentaron los alumnos a través de problemas implementados en las actividades se logró la comprensión del concepto y uso de la fracción a través de su significado de medida.

Moreno (2017) aborda la problemática que tienen los alumnos para la identificación y representación de fracciones en diversos contextos. En este estudio la autora trabajó varios significados de la fracción como parte-todo, medida y punto

en una recta orientada. Empleo un enfoque cualitativo y está basada en el diseño de investigación-acción de Whitehead, con un método fenomenológico. Ella propuso actividades colaborativas en la cuales con apoyo de material concreto dio solución a su problemática. Utilizó como estrategia el trabajo colaborativo. Como resultados declaró haber favorecido la convivencia entre sus alumnos y obtuvo una mejora en los procesos de identificación y representación de las fracciones. La autora manifestó también el haber ampliado su visión respecto a la comprensión de las fracciones.

Se descubrieron otros antecedentes no pertenecientes a la BECENE, las investigaciones realizadas de los autores hablaron acerca de las fracciones ubicándose en otros países como a continuación se describe:

Se encontró la tesis *Análisis de la organización matemática relacionada a las concepciones de fracción que se presenta en el texto escolar matemática quinto grado de educación primaria* para obtener el grado de magister en enseñanza de las matemáticas, creada por Carrillo (2012). La autora aborda la gran dificultad que muestran los alumnos en la comprensión de las fracciones para identificar uno de los posibles factores que influyen en tal problema analizó la organización matemática (OM) relacionada con las concepciones de fracción presentes en el texto escolar *Matemática Quinto grado de Educación Primaria*. En sus resultados ella menciona que

La praxeología predominante en el texto analizado es la del saber hacer, constituido por los siguientes tipos de tareas y técnicas: Determinar la fracción de un entero (vinculada al concepto de fracción como parte-todo) cuya técnica empleada fue la de división y del doble conteo de las partes. Transformar las cantidades por la acción de un operador fraccional (vinculada a la concepción de fracción como operador) cuya técnica empleada fue la de dividir las medidas iniciales por el denominador y multiplicar el resultado por el numerador del operador. (Carrillo, 2012)

Por otra parte, Niño y Raad (2018) en su tesis *Interpretación de “la fracción como relación parte-todo” en contextos continuos y discretos, a partir de la implementación de una secuencia didáctica que privilegia la competencia*

comunicativa, detectan la dificultad en el manejo de la fracción, gracias a las apreciaciones de los profesores de matemáticas y a los resultados obtenidos en las pruebas internas y externas. Tiene como propósito describir y analizar la interpretación de la fracción como relación parte-todo, en contextos continuos y discretos, de los estudiantes de grado quinto de básica primaria de un colegio en Bogotá. Siendo una investigación de tipo mixto, las autoras trabajaron con cuatro categorías de análisis para trabajar el reconocimiento de la unidad, las partes e igualdad de las partes; la construcción del concepto de fracción y fraccionario; la noción y reconstrucción de la unidad, relaciones aditiva, de equivalencia y multiplicativa de la fracción y la formación de la unidad en fracciones mayores que la unidad. Como resultados obtuvieron que gracias a la selección de categorías de análisis y a través de su interrelación, lograron establecer junto con las interpretaciones, las falencias y aciertos cognitivos de los estudiantes, en cuanto a la relación de la fracción como parte-todo.

Otra tesis analizada fue de la doctoral de Zarzar (2013). Su estudio fue acerca del aprendizaje de las fracciones con estudiantes de 6º grado de primaria en una escuela pública del Distrito Federal, México. Trabajaron con dos recursos: lápiz y papel e interactivos. Los objetivos eran describir las dificultades que los alumnos tenían en el aprendizaje de las fracciones, diseñar y aplicar una secuencia didáctica que tomó en consideración tanto aspectos matemáticos como cognitivos y verificar la evolución de las nociones matemáticas. Los resultados revelaron que algunos estudiantes se encuentran en la transición del campo de los números enteros hacia los racionales que les muestra la necesidad de diversificar los soportes de representación matemática con el objetivo de propiciar un mejor entendimiento de dicho campo conceptual.

También se tomaron en cuenta libros y artículos, entre los que se destacaron los de Prediger & Schink (2009) en donde se hace mención que un significado importante de la multiplicación de fracciones es el modelo de *parte – parte*. El trabajo de la investigación es de un acuerdo de aprendizaje que fue diseñado para hacer frente a este obstáculo y para aumentar la conciencia de los estudiantes acerca de cambiar todos los referentes mediante la asociación de diferentes representaciones.

Utilizaron un análisis cualitativo de los productos y procesos de los futuros profesores permitiendo comprender las construcciones individuales de significados y términos para la parte-de-parte de situaciones. Como conclusiones ellos refieren que los estudiantes pueden confiar fructíferamente en diferentes representaciones, pero están lejos de entender en detalle lo que sucede en estos procesos, hacen recomendaciones que la investigación futura debería centrarse más intensamente en este punto.

Llinares y Sánchez (2000) presenta diferentes interpretaciones, errores, estimaciones de los profesores y las operaciones con las fracciones. Se centra en la interpretación de la fracción parte-todo, trabajando en una amplia panorámica de la situación actual de la enseñanza de las fracciones y su relación con los procesos de aprendizaje.

Escenario teórico

En esta sección se encuentra toda la base fundamental de la investigación realizada, se dividió en cuatro dimensiones: pedagógica, curricular, metodológica y disciplinar.

Dimensión pedagógica

En esta dimensión se presenta varias posturas teóricas que permiten saber acerca de conceptos importantes sobre la enseñanza y aprendizaje del alumno, adquiriendo estas para la fundamentación de la presente investigación.

El enfoque constructivista de Piaget

Dentro esta investigación es importante el sustento de la teoría cognitiva de Piaget ya que esta nos muestra y explica el desarrollo del niño y la forma en que aprende. Según la teoría de Piaget (1969), el desarrollo cognoscitivo es un proceso continuo de construcción de los esquemas mentales elaborados a partir de los esquemas de la niñez. Es un proceso de reconstrucción constante. Esto lo define

con una serie de etapas o estadios por los que transita el niño como a continuación se mencionan:

- Senso - motriz de 0-2 años
- Etapa preoperacional de 2-7 años
- Etapa de las operaciones concretas de 7-12 años
- Etapa de las operaciones formales de 12 en adelante (pp. 3-7).

La etapa en la que se encuentran los niños objetos de estudio es la de operaciones concretas, ya que tienen entre 10-11 años. Sin embargo, la mayoría de los alumnos aún no son capaces aún de realizar operaciones con los sistemas simbólicos del lenguaje relacionados a las fracciones. Es decir, no logran expresar de una manera formal esas operaciones porque aún no las comprenden. En este sentido y continuando con las aportaciones de Piaget en su *Teoría del Desarrollo Cognitivo* podemos mencionar que los alumnos objetos de estudio ya han pasado por las cuatro etapas del proceso cognitivo en términos del aprendizaje que tienen sobre fracciones. Por otra parte, Piaget también menciona que no es posible observar concretamente el cambio de un estado cognitivo a otro (Arévalo y Ñauta, 2011, pp.18-19).

1. Asimilación. - Es el primer proceso del desarrollo cognitivo y como tal es trascendental, debido a que de éste depende el éxito y la motivación a la creación o modificación de los esquemas conceptuales. Según Piaget (1969) la asimilación es la integración de un elemento de la realidad a la gama de los esquemas ya construidos por el niño (p. 438).
2. Acomodación. - La acomodación o acomodo como lo denomina Piaget es la modificación de los esquemas ya construidos o la creación de esquemas completamente nuevos.
3. Equilibrio. - La base de una asimilación significativa o como lo diría Ausubel D. aprendizaje significativo, por otro lado, la multiplicación de estas últimas en función de las variaciones intrínsecas de la totalidad en sus caracteres propios

4. Adaptación. - Piaget, define la adaptación de la inteligencia como un equilibrio entre la asimilación y la acomodación, cuyo valor es el mismo del equilibrio de la interacción entre el sujeto-objeto

Como se puede observar los procesos cognitivos que Piaget menciona beneficia para el aprendizaje significativo del niño por lo cual mediante actividades, estrategias o material permite que se desarrolle efectivamente una o las cuatro según los esquemas que nos señala el autor, Los alumnos asimilan y acomodan el conocimiento nuevo y lo relacionan con el que ya conocen acerca de las fracciones, equilibran estos dos esquemas y general un aprendizaje significativo, por medio de la adaptación el estudiante y la manipulación de material permite que el conocimiento se forme de manera más amplia.

Vygotsky: enfoque sociocultural

El poder trabajar de manera colaborativa fortalece la relación entre los alumnos y enriquecen el conocimiento de cada uno, además que cada uno de los niños tiene un rol dentro de su pequeño grupo. Para Vygotsky (1979), en la medida en que un sujeto se mueva de su nivel real actual o un posible potencial inmediato, hay adquisición de conocimientos, apropiación de habilidades e incorporación de actitudes y valores. El aprendizaje estimula una variedad de procesos de desarrollo que son capaces de manejar sólo cuando el niño interactúa con otras personas y en colaboración con sus compañeros. El niño aprende por naturaleza de un fenómeno social, en el cual la adquisición del nuevo conocimiento es el resultado de las interacciones que tienen con las personas, por lo cual tanto el trabajo de los alumnos en los grupos colaborativos, el apoyo del maestro y el mismo miembro del equipo hacen que se potencie su zona de desarrollo tanto personal como interpersonal.

Para Vygotsky (1979) el lenguaje es lo fundamental en el proceso del aprendizaje. Según él, el lenguaje se puede clasificar en interior y exterior. El lenguaje interior hace referencia a la conversión del pensamiento en palabras y después a su materialización. El lenguaje interior es el opuesto al exterior, va de

afuera hacia adentro del sujeto, es el proceso de evaporación del lenguaje en el pensamiento.

Vygotsky en *Play and Its Role in the Mental Development of the Child* (Durán y Vidal, 2004) señala además que el desarrollo, es decir el aprendizaje significativo, se puede lograr cuando la regulación interpsicológica (social) se transforma en intrapsicológica (individual). Este proceso de internalización o de reconstrucción interna de una actividad externa, se produce dentro de la conocida Zona de Desarrollo Próximo (ZDP), que es el espacio formado entre lo que el sujeto es capaz de hacer solo (nivel de desarrollo real) y lo que es capaz de hacer con la ayuda de otros (nivel de desarrollo potencial).

El desarrollo que tiene el niño tanto como en el lenguaje, cognitivamente, emocionalmente, etc. involucra la convivencia que tiene con las personas de su alrededor, a temprana edad el niño comienza a relacionarse con su familia, cuando entra a la primaria la relación entre compañeros fortalece su forma de comportarse, su manera de hablar, de pensar y de aprender. Por lo cual al momento que se realizan actividades que permiten la convivencia ayuda a que los alumnos no solo vean su aprendizaje si no que puedan observar las diferentes maneras en que ellos aprenden, y así mismo la colecta que le beneficia o no para su propio aprendizaje.

Estrategias

Para poder trabajar con las estrategias de enseñanza y de aprendizaje es importante conocer que es una estrategia. Tomando en cuenta la concepción de Carneiro (2010), él menciona que es la ordenación en el actuar futuro, el establecimiento de un fin en un tiempo estimado como aceptable. Esto nos da a entender que una estrategia es aquella que es utilizada para una determinada situación en un lapso determinado.

Dentro de la educación las estrategias didácticas son parte importante del trabajo docente por lo cual también debemos de conocer qué son. Para Tobón (2010) las estrategias didácticas son acciones ejecutadas de forma ordenada para alcanzar un propósito. "...se trata de un plan de acción que pone en marcha el

docente para lograr los aprendizajes” (p. 246). El autor describe las estrategias como una herramienta que utiliza el docente para lograr los aprendizajes esperados en los alumnos. De aquí que podemos distinguir estrategias de enseñanza y de aprendizaje:

Estrategias de enseñanza

Las estrategias de enseñanza son aquellas que benefician el aprendizaje del alumno. Son herramientas que utiliza el maestro para que el estudiante logre entender los contenidos que son marcados por el currículo. Su diseño permite que el estudiante aprenda a pensar, resolver y decidir sobre situaciones que requieren de la reflexión, comprensión y construcción de sentido (Flores, 2000, p. 47).

Estas son estrategias son utilizadas como procesos de estudio para lograr un buen diseño de actividades para que los alumnos adquieran la información necesaria que deben de aprender. Las estrategias de enseñanza han sido de gran apoyo para el trabajo de los docentes en el aula ya que facilita el proceso de aprendizaje de los estudiantes. La utilidad depende del trabajo del maestro y la finalidad que se tiene al momento de ser aplicadas. La enseñanza es un proceso evolutivo de los docentes de tal manera que ésta se va mejorando a través de la práctica. Utilizarlas con eficiencia requiere de su práctica constante, lo ideal es gradualmente ir integrando estas herramientas en la docencia, para así fortalecer el manejo de estas y tener el conocimiento del momento en el cual utilizarlas de acuerdo con las necesidades cognitivas, disciplinarias y emocionales.

Estrategias de aprendizaje

Las estrategias de aprendizaje son aquellas que utilizan los alumnos para facilitar la adquisición de la información, “Se trata de un procedimiento, y al mismo tiempo de un instrumento psicopedagógico que el estudiante adquiere y emplea intencionalmente como recurso para aprender significativamente” (Díaz y Hernández, 2010, p. 178). Como nos menciona los autores aquí el estudiante es el encargado de aplicar estas estrategias para facilitar el aprendizaje del contenido de

acuerdo como aprende, ya sea por medio de esquemas, resúmenes, cuestionarios etc. Por su parte Monereo (1994) define las estrategias de aprendizaje como “procesos de toma de decisiones de manera consciente e intencional que permite que el estudiante elija y recupere, de manera coordinada, los conocimientos necesarios para llevar a cabo un propósito” (p.175).

Estas son acciones de la iniciativa del alumno, ellos conocen su modo de aprendizaje y ellos optan por la mejor estrategia para así aprender mejor los temas canalizados durante sus clases de igual manera el docente puede ser participe ya que él puede promover ciertas estrategias de aprendizaje al estudiante para que comprendan de mejor manera el contenido. Las estrategias implican la actividad del profesor, la actividad de los alumnos, la organización del trabajo y el espacio, entre otros aspectos hacen que sean funcionales las estrategias o no por lo cual se debe de tener en cuenta cuando una estrategia es funcional tanto en el aprendizaje como en la enseñanza.

Material didáctico para la enseñanza

La manipulación está presente a lo largo de todo el desarrollo del niño, fruto de las numerosas experiencias que obtiene de la interacción con el medio en el cual se desenvuelve. Durante toda la etapa de la educación infantil se implementan numerosas aplicaciones metodológicas donde los materiales toman un papel relevante en el aprendizaje de los niños. Los materiales a nivel manipulativo ejercen una importante influencia en el proceso de enseñanza-aprendizaje por la cantidad de procesos cognitivos que estimula. El trabajo con material manipulable debe ser una parte importante para la enseñanza de ciertos contenidos, ya que de esta manera muchos alumnos aprenden de estilo kinestésico y visual lo cual fortalece su forma de aprendizaje. Moreno (2004) se refiere a los materiales educativos como todos aquellos instrumentos que servirán al docente para la construcción del conocimiento y están diseñados para ayudar en los procesos de aprendizaje.

Los materiales didácticos o educativos son todos aquellos apoyos que ayudan al docente a que sus alumnos alcancen el aprendizaje, deben ser útiles y funcionales. En concreto se puede clasificar, lo que nos menciona González (2010)

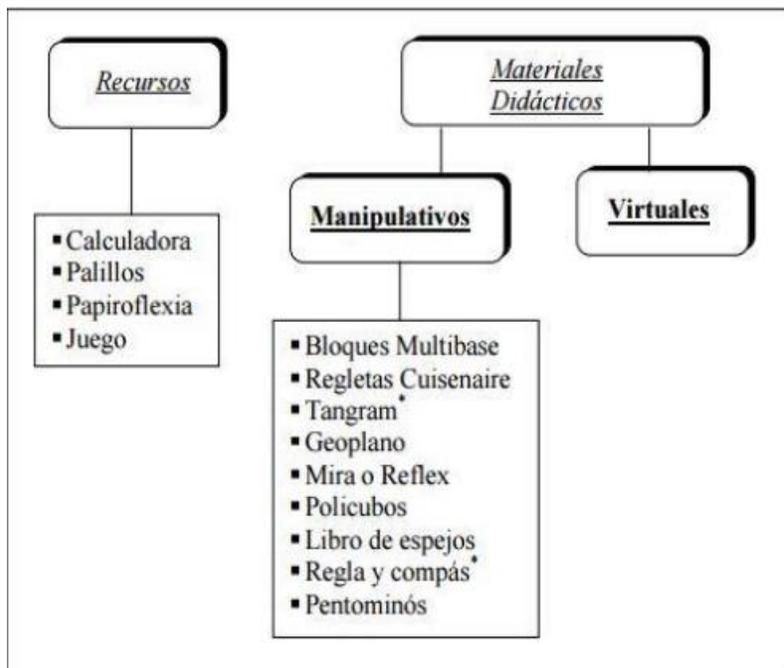


Figura 4. Materiales didácticos González M. (2010)

La utilización de una variada selección de materiales manipulativos ejercerá una gran influencia en la manera de aprender del alumno, tal y como apunta (Campos, 2011) "el tacto es otro medio perceptivo capaz de entregar conocimiento al niño y se aconseja que aprenda" (p.1)

La utilización de material didáctico desarrolla en el niño el interés por conocer En el área de matemáticas es más factible el uso de este material ya que beneficia su aprendizaje y fortalece sus habilidades de manipulación y visualizan los objetos o recursos de tal manera que lo pueda relacionar con su vida cotidiana. Como nos menciona Montessori (citada en Alsina y Planas, 2008) "el niño tiene la inteligencia en la mano" (p. 50) dándonos a entender que los niños aprenden nociones por medio de la manipulación y experimentación. El niño al momento de introducirse a un contenido y hacer uso del material realiza doble aprendizaje ya que primero aprende a ver como se usa y como es que se relaciona con el tema. De esta manera el conocimiento es más grande y profundo y se va dando cuenta que existe una

relación entre los dos, tanto en su conocimiento como en el material didáctico y así formar un aprendizaje significativo.

Clasificación del material didáctico

Para entender mejor la clasificación Lima (2011) menciona “el material didáctico se clasifica en material impreso, material concreto, material permanente de trabajo, material audiovisual y material experimental”. (pp. 6-7)

- Material impreso: tenemos los libros, cuadernos, fichas de trabajo, revistas, folletos, etc.
- Material concreto: matemática manipulable con el cual es estudiante puede moldear, construir, agrupar, etc. como la madera, la arcilla, el plástico, entre otros.
- Material permanente de trabajo: son las que el docente utiliza todos los días por ejemplo el pizarrón, cuadernos, juego geométrico, entre otros.
- Material audiovisual: aquel que está relacionado con las TIC (Tecnologías de información y comunicación) videos, proyectores, blogs, webquest, internet, etc.
- Material experimental: aparatos y materiales variados para la realización de experimentos en general.

De modo que se relaciona con la clasificación vista anteriormente del autor González (2010), que nos menciona que el material didáctico se divide en manipulable y visuales, por ello en esta investigación se hará uso de material concreto el cual se puede manipular, facilitando el aprendizaje al alumno.

Material concreto

El material concreto es utilizado para la enseñanza en la educación, el área de las matemáticas posibilita que con su manipulación se pueda aprender de una manera tangible. Villarroel y Sgreccia (2011) definen el material didáctico concreto como todos los objetos usados tanto por el docente como por el alumno. El material concreto beneficia al alumno a comprender los contenidos de las matemáticas y además favorezca la enseñanza del docente en el aula, además de poder ver la utilidad que se les da a los contenidos en su vida cotidiana ya que algunos

materiales son relacionados con su contexto. En el mismo tenor Lima (2011) afirma que los materiales concretos para la enseñanza aprendizaje de las matemáticas pueden ser objetos de la vida cotidiana como si hubiesen sido contruidos para propósitos escolares. (pág. 18).

El material concreto permite desarrollar habilidades y capacidades, enriquecer los conocimientos y alcanzar los objetivos deseados. Son medios que orientan y facilitan el proceso de aprendizaje.

Dimensión disciplinar

Encontraremos en esta dimensión conceptos y temas principales de la investigación; número racional, fracciones, fracción en su relación como parte-todo y parte-parte.

La fracción

Freudenthal (1983, p.38) menciona que las fracciones “son el recurso fenomenológico del número racional, una fuente que nunca se seca: *Fracción*, o lo que le corresponde en otras lenguas es la palabra con la que entra el número racional, y en todas las lenguas que conozco está relacionada con romper: fractura” esto hace referencia que las fracciones son una de las diferentes representaciones de los números racionales y estas son capaces de transformarse en otra estructura, además de que deben ser repartidas en partes equitativamente iguales.

Por su parte, Lamon (2001) señala “Los términos fracciones y números racionales no son sinónimos y es más preciso pensar de las fracciones como un subconjunto de los números racionales” (p. 635). De esta manera se puede reflejar que las fracciones son diferentes que los numero racionales y que las fracciones forman parte de los números racionales haciéndola parte del subconjunto, de tal manera que las fracciones conforman una parte de los números racionales.

“Llegar a la comprensión del concepto de fracción es un largo camino debido a sus múltiples interpretaciones, sin mencionar a las ya establecidas desde el lenguaje cotidiano, cuestión que suele estar presente en los procesos de aprendizaje de estos temas” (Llinares y Sánchez, 1997, p.189). La comprensión del

concepto de fracción depende de cómo se entienda cada significado, por lo que es importante tener claro que significa cada uno, además se debe tener en cuenta la finalidad del uso de las fracciones en sus contextos.

Los significados de la fracción.

En general, la fracción se define como un número de la forma $\frac{a}{b}$ donde a y b, son números enteros del mismo signo (Lamon, 2001, p. 635). Las fracciones componen un enorme campo de estudio, por lo cual es importante mencionar los diferentes significados de las fracciones, ya que algunos de estos son trabajados en los programas de estudio de la educación primaria por lo cual identificarlos facilita su enseñanza.

Gallardo (2008), afirma que el conocimiento de que la fracción manifiesta distintos significados se reporta desde investigaciones sistemáticas al saber: parte-todo, cociente, operador, razón y medida.

De igual manera Fandiño (2009, p.102-129) nos habla de catorce significados de la fracción:

- La fracción como parte-todo
- La fracción como cociente
- La fracción como relación
- La fracción como operador
- La fracción en probabilidad
- La fracción en los puntajes
- La fracción como número racional
- La fracción como punto de una recta orientada
- La fracción como medida
- La fracción como indicador de cantidad de elección
- La fracción como porcentaje
- La fracción en el lenguaje cotidiano
- La contextualización de las fracciones desde la teoría de Vergnaud
- La contextualización de la fracción como signo- objeto de Duval.

En la presente investigación se abordó solo el significado *parte-todo* trasladándose a un significado derivado llamado *parte-parte*, trabajado en contextos continuos y discretos.

Fracción a través de significado parte-todo.

Retomando a Obando (2006) la fracción parte–todo se considera como un todo continuo o discreto que se divide en partes iguales indicando esencialmente la relación existente entre el todo y un número designado de partes. La fracción a través de significado parte- todo propicia la base fundamental para poder trabajar con los demás significados de la fracción. Se puede trabajar en contextos continuos y discretos, favoreciendo la perspectiva del alumno. Lo cual a partir de un todo se va a dividir en partes iguales y de esta manera se podrá identificar la fracción que corresponde al todo.

Escolano y Gairín (2005) mencionan que el origen del significado del concepto de fracción como relación parte-todo surge de las necesidades humanas porque forman parte de la vida cotidiana ya que hay ocasiones que se tiene que utilizar para solucionar una situación que implique reparto. Esto permite comprender la naturaleza de este significado, mejorar la comprensión y la inducción a las operaciones de adición y sustracción.

Fracción a través de significado parte-parte.

De la derivación del trabajo de la fracción como parte-todo surge el significado de la fracción como parte-parte. Este significado determina la relación que existe entre las distintas partes de un todo, trabajando con una parte de la fracción que se podrá subdividir en otras partes que podrán relacionarse con el todo original o con el nuevo todo. Zarzar (2013) menciona que el concepto de fracción involucra una relación parte-parte (cuantificación extensiva) y una relación parte-todo (cuantificación intensiva): la relación parte-parte garantiza que un todo puede ser dividido exhaustivamente sin resto en partes equivalentes como sostiene Piaget, Inhelder y Szeminska en *The Child`s Conception of Geometry* (Zarzar, 2013). Esto

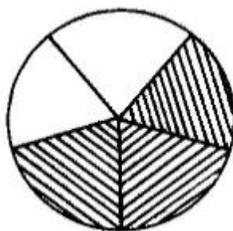
quiere decir que las cuantificaciones extensivas son aquellas partes que si dependen del todo, cuyo valor va siendo proporcional, y así cada parte va teniendo relación con otra parte, para que al momento de juntar cada una formen el total.

Al momento de trabajar parte-parte se facilita la utilización de las multiplicaciones de fracciones, como Prediger & Schink (2009) comentan: “Un significado importante de la multiplicación de fracciones es el modelo parte de parte” (p. 409), haciendo énfasis que dentro de este significado, el niño puede descubrir que para encontrar la parte subdivida en partes es necesario realizar una multiplicación de fracciones obteniendo así cuanto equivale del todo. Por lo anterior se puede decir que al trabajar la fracción a través de su significado parte-parte se propicia fortalecer la multiplicación de fracciones.

Contexto continuo y discreto

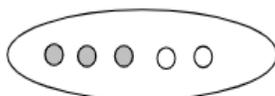
Cuando se habla de un contexto continuo se refiere a las formas de representar el todo como una unidad que no está compuesta por varios elementos de igual o diferente especie (Ruiz, 2013). En un contexto continuo, las representaciones más frecuentes suelen ser diagramas circulares o rectangulares, aunque puede ser cualquier longitud, superficie o volumen. Si utilizáramos para los diagramas la magnitud longitud, al dividir un segmento en partes iguales la fracción indica las partes que se toman en relación con el número de partes en que se ha dividido el segmento. (Llinares y Sánchez, 2000).

Cuando se mencionan contextos discretos, en la educación básica, se hace referencia a conjuntos con elementos que puedan separarse, es decir a los que se puedan asociar con elementos del conjunto de los números naturales (Ruiz, 2013). En un contexto discreto, el todo no es la unidad sino una colección de objetos. Como se observa en la figura tres, los contextos discretos son el conjunto de objetos o figuras que componen a un número natural específico, mientras el contexto continuo es aquel que solo representa completamente una la unidad.



«De las cinco partes del todo se han sombreado tres»;
«3 de las 5»; « $3/5$.»

En un contexto discreto se puede representar



aquí el «todo» está formado por el conjunto global de las cinco bolas, tres de las cuales son negras. « $3/5$ » indica la relación entre el número de bolas negras y el número total de bolas.

Figura 3. Tomado de: Las fracciones, capítulo 5. Diferentes interpretaciones. (Llinares y Sánchez, 2000).

Enseñanza y aprendizaje de las fracciones

Es importante que los alumnos descubran y comprendan que, dependiendo de la situación, las fracciones adquieren distintos significados. Los conocimientos sobre fenomenología se hacen presentes cuando se habla de los diferentes significados de las fracciones y los conocimientos ligados a los registros de representación aparecen al final, cuando señala que las fracciones pueden ser representadas de diferentes formas. La enseñanza y aprendizaje de las fracciones comienza desde tercer grado de educación primaria. Enseñar fracciones es un reto para el docente ya que al principio los alumnos no están vinculados con el contenido y en cierta manera utilizan modelos de enseñanza tradicionalistas por lo cual el aprendizaje de las fracciones en los estudiantes pudiera no ser el adecuado. Streefland (1993) refiere que el maestro puede guiar hacia los conocimientos que tienen los estudiantes sobre cierto contenido matemático al propiciar confrontaciones entre ellos en situaciones relevantes. De igual manera, Streefland (1991) apunta que la enseñanza debe “apegarse a la realidad para que dicho conocimiento tenga un significado para el niño” (pp. 46-134). Suscribo que estos planteamientos permanecen claramente vigentes en la educativa nacional.

El docente debe problematizar a los alumnos para que ellos busquen la solución posible, el maestro será un guía en la ayuda de la construcción de su procedimiento de tal manera que dentro del contenido de las fracciones se pretende que se lleve a situaciones de la vida cotidiana del niño para que encuentre el significado y de esta manera se le facilite su aprendizaje.

Una problemática en el aprendizaje para algunos alumnos que empiezan a hacer operaciones básicas con fracciones, hace que este tema se perciba como aún más complicado. Kieren (1983) refiere dos tipos de herramientas o mecanismos para la construcción del conocimiento del número fraccionario, unos de desarrollo y otros constructivos. Los de desarrollo se relacionan con la experiencia, mientras que los constructivos son aquellos que se relacionan con la equivalencia, la repartición y las unidades que se pueden dividir. De esta manera se pretende que la enseñanza y aprendizaje de las fracciones se entrelacen con la experiencia de los estudiantes, es decir conducirlos a problemas reales y el que puedan entender la utilidad de las fracciones.

Dificultades para la enseñanza de las fracciones en la primaria.

La comprensión de las fracciones es complicada para los alumnos de la escuela primaria, pues es un tema en el confluyen diferentes factores a considerar, lo cual lo hace un tanto complejo. Se ha convertido en una de las áreas de mayor falla en las escuelas de muchos países, incluso los desarrollados (SEP, 2011e, p. 334). Las fracciones siempre han sido un contenido de enseñanza difícil de comprender y un obstáculo de los docentes es la falta de conocimientos didácticos o el uso de métodos de enseñanza mecanizada en donde los alumnos no son libres de construir su propio conocimiento haciendo de esto un tema tradicionalista. Freudenthal (1983), critica la enseñanza tradicional basada en el desarrollo de conceptos, pues acentúa el aspecto formal de las definiciones y fragmenta los contenidos. No se basa en las experiencias de los alumnos, sino en el conocimiento adquirido por medio de la instrucción sistemática. Los docentes deberán estar en constante

actualización por tal motivo se han creado las dificultades de la enseñanza ya que el maestro no lleva un proceso formativo.

Dimensión metodológica

El trabajo colaborativo y entre pares.

Trabajo colaborativo

En esta investigación se utilizó como estrategia el trabajo colaborativo para fomentar en los alumnos el trabajo en pequeños grupos. Consiste en una forma de organización de equipos de alumnos que desean desempeñar una labor en conjunto (Onetti, 2011). Los métodos de aprendizaje colaborativo comparten la idea de que los estudiantes trabajan juntos para aprender y son ellos los responsables de su propio aprendizaje y el de sus compañeros. La interacción que se da cuando se trabaja en forma colaborativa permite que cada alumno construya su conocimiento de acuerdo con el contexto en el que se desarrolla, pero a su vez aporta al conocimiento de un compañero o amigo que se relaciona en el mismo medio en el que está. Esta estrategia forma parte del trabajo del docente ya que el conocimiento que tiene cada uno de los alumnos puede ser compartido

Cuando el docente se encuentra acostumbrado a otro método de enseñanza y decide aplicar la metodología del aprendizaje colaborativo, debe tener especial cuidado con el control del grupo que atiende, ya que por falta de preparación, estructura o familiaridad con la metodología pudiera tener complicaciones en llevar a cabo el propósito que tiene el trabajo colaborativo. El rol del profesor es activo en términos de que debe generar momentos de reflexión, discusión y debate entre los miembros del grupo, aclarar dudas y generar ambientes de interacción en donde haya intercambios entre los participantes para generar conocimientos. El docente debe facilitar y ser participe del trabajo colaborativo para propiciar el intercambio de ideas y experiencias entre los alumnos.

Trabajo entre pares

Además de utilizar el trabajo colaborativo se implementó el trabajo entre pares para fortalecer y compartir el conocimiento que tenían los alumnos. Según Cerda (2011), este tipo de método implica valorar los conocimientos generados en la práctica cotidiana, que es experiencial y que tiene sentido para quienes lo han producido y utilizado. Cada sujeto que intercambia comunica y analiza, con otros sus conocimientos, pone en juego sus habilidades y competencias, las que se incrementan producto de esa interacción (pp. 1-201)

Así los estudiantes comparten los conocimientos adquiridos compartiendo dudas y encontrando respuestas conjuntas. Durán y Vidal (2004) plantean que es fundamental para entender el aprendizaje entre iguales o pares se inspira en la teoría sociocultural, derivada de las ideas del psicólogo Vygotsky. Esta teoría ha reforzado el concepto de la interacción social como mecanismo para el desarrollo. El aprendizaje despierta un conjunto de procesos internos capaces de operar únicamente cuando el niño está en interacción con las personas que le rodea, lo cual no se puede dejar a un lado la perspectiva sociocultural ya que otorga una gran importancia a las relaciones sociales entre los niños, pues éstas contribuyen al desarrollo cognoscitivo y ayuda al desarrollo social del alumno.

Dimensión curricular

Plan de estudios 2011

Fueron utilizados tres principios pedagógicos principales para la fundamentación de esta investigación, como nos menciona el Plan de Estudio 2011 en el primer principio *Centrar la atención en los estudiante y su aprendizaje*, esto nos refiere que se debe considerar su contexto y tener en cuenta cómo aprenden a los alumnos ya que "...cuentan con conocimientos, creencias y suposiciones sobre lo que se espera que aprendan, acerca del mundo que les rodea, las relaciones entre las personas y las expectativas sobre su comportamiento" (SEP, 2011a, p. 30).

De aquí que se puedan aplicar estrategias adecuadas para favorecer su aprendizaje y desarrollar su conocimiento.

Dentro del segundo principio *Planificar para potenciar el aprendizaje* se debe de tomar en cuentas las actividades y recursos para la enseñanza de los contenidos ya que se debe realizar una planeación que declare que es lo que se va a hacer para llegar a cumplir los aprendizajes esperados que nos marcan los programas de estudios, considerando además los siguientes aspectos propuestos por la SEP (2011a):

- Reconocer que los estudiantes aprenden a lo largo de la vida y se involucran en su proceso de aprendizaje.
- Seleccionar estrategias didácticas que propicien la movilización de saberes, y de evaluación de los aprendizajes congruentes con los aprendizajes esperados.
- Reconocer que los referentes para su diseño son los aprendizajes esperados.
- Generar ambientes de aprendizaje colaborativo que favorezcan experiencias significativas.
- Considerar evidencias de desempeño que brinden información al docente para la toma de decisiones y continuar impulsando el aprendizaje de los estudiantes. (p. 31)

Lo anterior permite planificar de manera acertada las sesiones marcadas para cumplir el objetivo o propósito de aprendizaje significativo en el alumno.

Por otro lado, el sexto principio *Usar materiales educativos para favorecer el aprendizaje*, sugiere hacer uso de otros materiales además del libro de texto como recurso para favorecer el aprendizaje y para que el alumno fortalezca el conocimiento. También se sugiere hacer uso de materiales educativos ya que "...permiten el disfrute en el uso del tiempo libre, la creación de redes de aprendizaje y la integración de comunidades de aprendizaje en que el maestro se concibe como un mediador para el uso adecuado de los materiales educativos" (SEP, 2011a, p.34). Esto beneficia a la aplicación de material didáctico dentro de los temas ya que como se ha mencionado anteriormente ayuda al desarrollo del conocimiento de los estudiantes.

Organización de contenidos de fracciones en la educación primaria

En los programas de estudios encontramos los contenidos progresivos de acuerdo con el grado a cursar, lo cual permite cumplir con los estándares curriculares marcados. Dentro del pensamiento matemático se encuentran tres ejes temáticos: 1. Sentido numérico y pensamiento algebraico. 2. Forma, espacio y medida 3. Manejo de información. También se sugiere en el enfoque didáctico “lograr que los alumnos construyan conocimientos y habilidades con sentido y significado, como saber calcular el área de triángulos o resolver problemas que implican el uso de números fraccionarios; asimismo, un ambiente de trabajo que brinda a los alumnos” (SEP, 2011e, p.68).

Según la SEP (2011e, p.75), los contenidos de fracciones se inician en tercer grado de primaria en el eje *Sentido numérico y pensamiento algebraico* con el contenido *uso de fracciones del tipo $\frac{n}{2m}$* es decir, fracciones con denominadores pares. Además, también se trabaja con comparaciones de fracciones, escrituras equivalentes, la interpretación gráfica de las fracciones y se inicia con las operaciones de adición y sustracción con fracciones con el mismo denominador.

Dentro de los contenidos de cuarto grado se empieza con las fracciones del tipo $\frac{n}{2m+1}$ es decir con denominador impar, identificar las equivalencias al resolver problemas de reparto con procedimientos informales, adición y sustracción de fracciones con diferente denominador y el uso de las fracciones para expresar partes de una colección. De igual manera se pretende que el alumno sea capaz de interpretar uno de los significados de la fracción a través del manejo de las representaciones de fracciones de magnitudes continuas (longitudes, superficies de figuras). Identificación de la unidad, dada una fracción de esta. (SEP, 2011b, p. 74).

En quinto grado comienza a hacerse más complejo los contenidos de las fracciones, empiezan trabajar resolución de problemas que impliquen sumar o restar fracciones cuyos denominadores son múltiplos uno de otro, conocimiento de diversas representaciones de un número fraccionario: con cifras, mediante la recta numérica, con superficies, etc. Realizan comparaciones de fracciones con distinto

denominador, resuelven ya operaciones de suma y resta con diferente denominador y por último abordan la multiplicación de fracciones. (SEP, 2011c, p. 76)

Por último en sexto grado inician con resolución de problemas multiplicativos con valores fraccionarios, ubicación de fracciones y decimales en la recta numérica en situaciones diversas, conversión de fracciones decimales a escritura decimal y viceversa, resolución de problemas que impliquen una división de número fraccionario y resolución de problemas que impliquen calcular una fracción de un número natural, usando la expresión “ $\frac{a}{b}$ de n (SEP, 2011d, p. 76)

Cada uno de los temas sobre fracciones están relacionado con el nivel de complejidad que se tiene en cada uno de los grados por ejemplo en tercero y cuarto comienzan a ver las representaciones del todo y operaciones, en quinto y sexto utilizan más la recta numérica, las equivalencias, conversiones entre número mixtos y operaciones de multiplicación y división de fracciones. El contenido en que está enfocada esta investigación es en el *análisis de las relaciones entre la fracción y el todo y la multiplicación de fracción a través del significado de la fracción parte-parte.*

Capítulo 3. Metodología de la investigación

La metodología es el instrumento que enlaza al sujeto con el objeto de la investigación, es aquella en donde se encuentra el método, las técnicas, el diseño, el proceso metodológico etc. Se describirá la realidad de las intervenciones que se llevaron a cabo con el uso de material didáctico para la enseñanza de las fracciones.

El enfoque

Dentro de este trabajo de estudio serán analizados los resultados de una manera descriptiva lo cual permite utilizar el enfoque cualitativo ya que este sitúa al investigador a informar lo observado dentro de sus intervenciones. Gómez (2006) señala que bajo la perspectiva cuantitativa, la recolección de datos es equivalente a medir (p.12). Mientras que en las intervenciones se busca describir los resultados de manera escrita (cualitativa). De esta manera se considera que cada actividad planificada debe ser descrita de acuerdo con la vivencia obtenida durante la intervención dentro de investigación, haciendo una reflexión de acuerdo a los objetivos planteados.

Para poder entender mejor el fenómeno estudiado Taylor y Bogdan (citados en Blasco y Pérez, 2007) refieren a la metodología cualitativa como un modo de encarar el mundo empírico, señalan que en su más amplio sentido es la investigación que produce datos descriptivos: las palabras de las personas, habladas o escritas y la conducta observable. (p. 25-27) El enfoque cualitativo es un proceso que explica todo aquellos que se recolecta, analiza y vincula los datos. Gracias a esto se podrá responder a un planteamiento, el cual nos beneficiará para lograr la validez, confiabilidad y factibilidad en el proceso y resultados de la investigación.

El método

Se optó por el método fenomenológico debido a que se pretende que los alumnos comprendan el contenido de las fracciones por medio de la experiencia de manipular material didáctico, de igual manera que identifiquen diferentes significados de la fracción en sus distintos contextos.

La fenomenología se interesa en las características generales de la evidencia vivida; esta es la razón por la cual debemos dirigirnos a las estructuras de una experiencia, más que a la experiencia por sí misma [...] Una estructura, entonces, es una característica encontrada en un campo común a varios casos o ejemplos experimentados de ella. (Reeder, 2011, p. 24)

El método fenomenológico, permite al investigador un trabajo riguroso en la interpretación fiel y acabada de las vivencias obtenidas en su estudio. Se puede recolectar datos, evidencias de las intervenciones. De esta manera la investigación realizada contará con las vivencias representadas de los objetos de estudio y del investigador ya esto dará la oportunidad de analizar y reflexionar los procesos involucrados para así generar resultados de la presente investigación.

El diseño

El diseño fue escogido a partir de los resultados obtenidos por el diagnóstico realizado y de los propósitos a cumplir dentro de la investigación. Se seleccionó el diseño investigación- acción ya que se espera que con los ciclos de reflexión poder profundizar los resultados obtenidos y de esta manera verificar los objetivos de la investigación. Como nos menciona Latorre (2005) “La investigación – acción se puede considerar como un término genérico que hace referencia a una amplia gama de estrategias realizadas para mejorar el sistema educativo y social”. (p. 23) La investigación acción constituye una opción metodológica de mucha riqueza ya que por una parte permite la expansión del conocimiento y por la otra va dando respuestas concretas a problemáticas que se van planteando los participantes de la investigación. Cada ciclo de la investigación-acción, cumple un propósito dentro de la investigación, ya que al comienzo se debe planear de acuerdo con la problemática identifica, se actúa mediante actividades y material didáctico, se observa cómo es que el alumno trabaja, manipula, difiere, pregunta, razona etc. Y por último se reflexiona acerca de lo que se observó y las evidencias recolectadas.

La investigación-acción se desarrolla en una intervención de la práctica profesional esto permitiendo una mejora en alguna situación problemática Latorre, (2005) define la investigación acción como “una intervención en la práctica profesional con la intención de ocasionar una mejora” (p. 24) Es por eso por lo que se optó por la utilización de este diseño ya que se espera mejorar la enseñanza de las fracciones, mediante las intervenciones durante las prácticas profesionales, la relación con lo que nos menciona el autor con lo que se espera tiene una enorme

similitud. A continuación, se presentan algunas de los aspectos que distinguen a la investigación-acción en el contexto educativo:

- El objeto de estudio: explorar los actos educativos tal y como ocurre en los escenarios naturales dentro y fuera del aula
- Intencionalidad: La finalidad última de la investigación acción en la educación es mejorar la práctica, al tiempo que se mejora la comprensión que de ella se tiene y los contextos en los que se realiza
- Los actores sociales y los investigadores: los agentes, los que diseñan y realizan un proceso de investigación no son los investigadores profesionales, al menos no son sólo ellos. Las personas implicadas directamente en la realidad objeto de estudio son también investigadores.
- Los procedimientos: Se debe tener en cuenta que la investigación acción no es lo que habitualmente hace un profesor cuando reflexiona sobre lo que acontece en su trabajo; como investigación, se trata de tareas sistemáticas basadas en la recolección y análisis de evidencias producto de la experiencia vivida por los actores o protagonistas educativos que participan en el proceso de reflexión y de cambio. (Colmenares E. y Piñero M, 2008, pp. 105-107)

Categorías de análisis

La estructura de este estudio se divide en tres categorías de análisis de acuerdo con línea temática de la investigación, las cuales se pueden observar en la figura cuatro. Estas categorías ayudarán en el análisis de los resultados y las reflexiones que se obtendrán.

La primera categoría permite conocer si los alumnos lograron identificar las representaciones de los significados de la fracción. Esto mediante análisis de los trabajos recolectados, fotografías, también por la observación sistemática y participante.

La segunda categoría servirá para analizar la manera de trabajar de los alumnos, ya sea de manera colaborativa o entre pares, el cual mejoraran su conocimiento en las fracciones compartiendo sus experiencias y aprendizaje, además de favorecer las relaciones entre compañeros.

En la tercera categoría se refiere a la implementación de material didáctico concreto como estrategia para la enseñanza de las fracciones y como apoyo de la estrategia de aprendizaje entre iguales y colaborativo. Donde pueden compartir sus vivencias y compartir la diferente manera de visualizar el material entre conjuntos o pares, obteniendo así perspectivas diferentes, colaborando conocimientos y beneficiando la convivencia dentro del aula. Cada una de las categorías será profundizada y analizada durante la aplicación de cada uno de los ciclos de reflexión de investigación-acción permitiendo observar los logros que se obtuvieron.

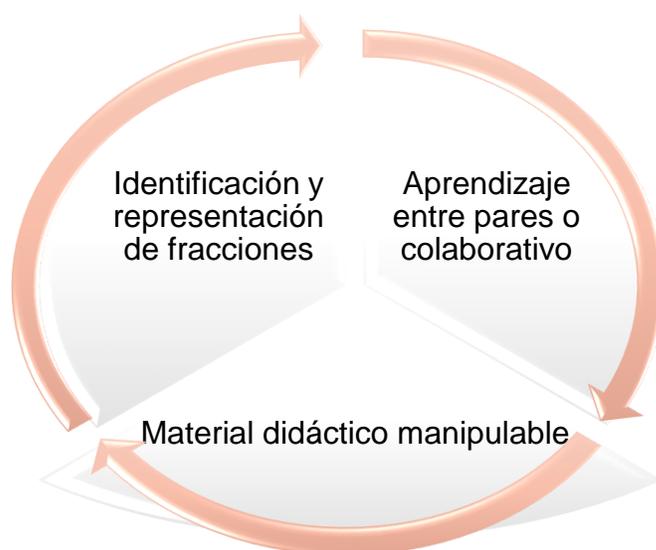


Figura 5. Categorías de análisis de la investigación. Elaborado por la sustentante.

Proceso metodológico

Tomando en cuenta el enfoque mixto y el método fenomenológico, se puede describir el proceso metodológico. En este apartado se retoma el conjunto de acciones que fueron desarrolladas para dar paso a los resultados de la investigación. Se tuvo en cuenta el diseño investigación-acción en cual Latorre (2005) menciona que “Implica un vaivén-espiral dialéctica-entre la acción y la reflexión, de manera que ambos momentos quedan integrados y se complementan”

(p. 32) Implicando el espiral reflexivo dentro de la investigación se busca mejorar la problemática que se está abordando, esto gracias a los momentos con los que cuenta el espiral, el cual me apoye del modelo de (Kemmis,1988) donde el proceso lo organiza en dos ejes: uno estratégico, constituido por acción y la reflexión y otro organizativo, constituido por la planificación y la observación.

Tal proceso está integrado por cuatro fases o momentos: planificación, acción, observación y reflexión. En la figura seis se representan los momentos de la investigación–acción según Kemmis (1988) y en la figura seis el espiral desarrollado por la investigadora de acuerdo con Kemmis (1988)

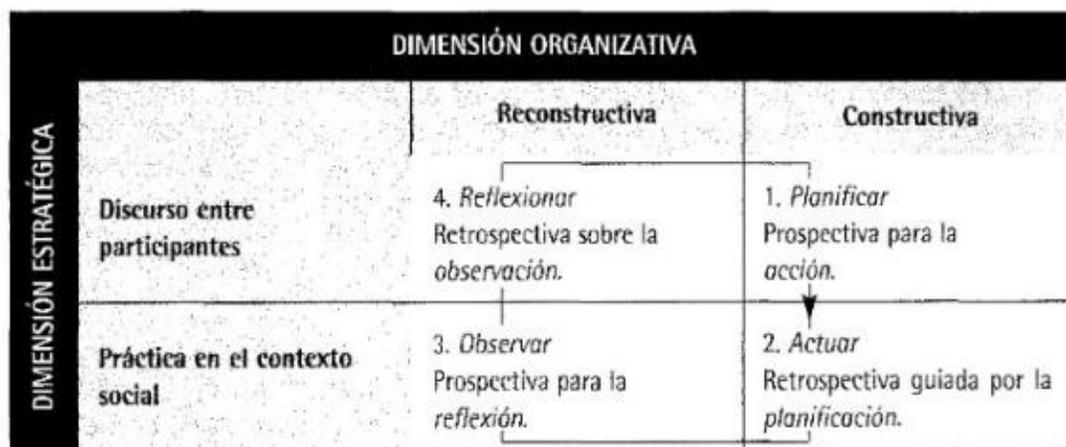


Figura 6. Momentos de la investigación-acción (Kemmis, 1988). Fuente: Latorre (2005).

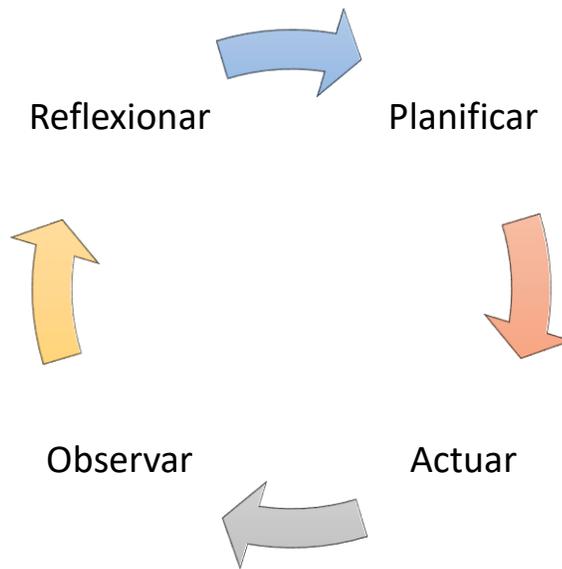


Figura 7. Espiral de momentos de la investigación-acción. Elaborado por la sustentante.

La primera fase nos habla del plan de acción que se implementó para mejorar la problemática actual. Para poder dar comienzo a la planificación se tuvo que identificar el problema, a partir de eso se consideraron las estrategias y actividades aplicar en cada una de las intervenciones

En la segunda fase se llevó acabo la planificación, actuando de acuerdo a lo establecido, se realizaron las actividades específicas para dar solución a lo que se identificó como problemática. La tercera fase consistió en observar las acciones y recoger evidencias que permitían evaluar su proceso. La cuarta fase nos muestra el proceso de acción y sus efectos ya que con esto se da paso a la reflexión en donde se analiza cada observación, evidencia y las vivencias obtenidas durante las intervenciones educativas. Además de las discusiones que se tuvieron de manera grupal. La reflexión fue muy útil debido a que es un instrumento que es utilizado para la mejora continua.

La utilización de la espiral de los momentos de investigación-acción me permitió analizar, aplicar, observar y reflexionar acerca de cada una de mis intervenciones, lo cual me ayudo a ser más acertada en los resultados, ya que se lleva una organización más útil para ver cada uno de los momentos del ciclo. Dentro de la

investigación me ayudó más la fase de la reflexión y considero importante destacarlo, ya que ayudó a detectar áreas de oportunidad y así mismo fortalecer la práctica docente. Esto, ya que cada una de las intervenciones es analizada y reflexionada para ver cómo es que poco a poco se va formando la solución a la problemática, de este modo se podrá saber cuál es el nivel de logro que se alcanzó respecto a los objetivos planteados al inicio.

Técnicas de recolección de datos

Encontraremos en este apartado las técnicas utilizadas para la recolección de datos que sirven como evidencia del estudio realizado en esta investigación. La recolección de datos compone un momento importante de la fase o momento de la observación en el espiral de investigación-acción. Como lo menciona Latorre (2005) “Las técnicas de recogida de información nos permiten reducir de un modo sistemático e intencionado la realidad social que pretendemos estudiar”. (p. 53)

Las técnicas e instrumentos que se emplearon fueron la observación sistemática y participativa, el diario de campo y las fotografías, cada uno de ellos fue seleccionada de acuerdo con los objetivos que se plantean en cada una de las fases de la espiral que corresponden a momentos de la investigación-acción y que han sido concentrados en la tabla uno.

Tabla 2.

Procedimientos de recogida de información adecuados al presente estudio. Fuente: Avalos, R. (2018, p. 45)

Fase de	Objetivos	Técnicas
Planificar	<ul style="list-style-type: none"> • Identificar los factores que inciden sobre una realidad • Diseñar cambios • Formular finalidades 	<ul style="list-style-type: none"> • Observación sistemática y participante • Diario de campo
Actuar	<ul style="list-style-type: none"> • Facilitar la comprensión de los contenidos 	<ul style="list-style-type: none"> • Observación sistemática y participante • Diario de campo

		• Fotografías
Observar	• Percibir el aprendizaje • Analizar cambios	• Grupos de discusión
Reflexionar	• Ordenar necesidades • Ajustar las necesidades en el actuar	• Grupos de discusión

Observación sistemática y participante.

La observación como técnica de recogida de información requiere garantizar que la conducta del individuo no se modifique como consecuencia de ser observada por lo cual se llevaron a cabo dos tipos de observación la sistemática y participante.

“La observación sistemática como procedimiento de recogida de información para la investigación suele entenderse como el acto de mirar atentamente algo sin modificarlo, con la intención de examinarlo, interpretarlo y obtener unas conclusiones sobre ello.” (Martínez, 2007, p.63) El autor menciona que esta observación permite observar algo ya planificado y organizado, es decir algo que ya se sabe que se va a observar sin ser modificado. Pues de esa manera se logra captar y centrar la recogida de información exactamente en lo que es de interés. Mientras que la observación participante “es la técnica que busca describir los comportamientos de los seres vivos en su medio natural o medio social, es el investigador el que se traslada a estudiar de forma directa los fenómenos.” (Bracamonte, 2015, p.136) es decir, que el objetivo de la observación muestra la misión fundamental del investigador, que es conocer los significados y significaciones de las acciones realizadas por los sujetos de estudio. La observación participante permite como investigador acercarse al campo de estudio, como menciona Esta información puede ser recolectada a través de notas de campo o el diario en el cual se puede redactar todo lo observado para así realizar algunos cambios si es necesario o profundizar los resultados de la investigación.

Diario de campo

El diario en la investigación es un instrumento fundamental para la recolección de observaciones ocurridas. Latorre en *El Diario como Instrumento de Reflexión del Profesor Novel* (como se citó en Gonzalo, 2003)

“Un instrumento de gran ayuda para obtener información que permita el análisis sobre la práctica es el diario de campo, el cual es “un instrumento de formación, que facilita la implicación y desarrolla la introspección, y de investigación, que desarrolla la observación y la auto observación recogiendo observaciones de diferente índole” (p. 5)

La escritura en el diario es pues un fijador de conocimientos y una mediación para concretar éstos en estructuras mentales, es un acompañante para el investigador ya que el diario ayuda redactar situaciones durante la etapa de la observación, este instrumento recoge reflexiones, interpretaciones, ideas, explicaciones de lo ocurrido.

Fotografías

La fotografía se ha convertido en un elemento indispensable de la investigación, es una técnica que permite captar el momento que desea plasmar el investigador. Latorre (2005) menciona “la fotografía es una técnica de obtención de información cada vez más popular en investigación-acción. Se consideran documentos, artefactos o pruebas de la conducta humana” (p. 80). La utilización de la fotografía permite mostrar la participación de los alumnos en las actividades y de las evidencias realizadas.

Recolecta datos no escritos, pero si plasmados en una imagen. Puede ser utilizada para ilustrar las evidencias recogidas de las intervenciones realizadas por el investigador. La fotografía cumplió un papel importante dentro de la presente investigación ya que fue una técnica de recolección fundamental para las evidencias, mismas en las que fueron plasmados los momentos en que los niños trabajaban y manipulaban el material didáctico. También se captaron los productos

elaborados de cada alumno para observar y analizar cada una de sus representaciones.

Grupos de discusión

Latorre (2005) señala que “un grupo de discusión es una estrategia de obtención de información que cada día cobra más importancia en la investigación social, pretende poner en contacto diferentes perspectivas” (p. 75) Es la conversación de cierto modo planeada o diseñada para obtener información sobre un tema determinado, en el cual se comienza a encontrar varias perspectivas de los involucrados, ya que expresan sus opiniones o ideas acerca del tema.

Martínez (2007) menciona que un grupo de discusión es “un conjunto de personas, expertas o no en un tema dado , se reúnen para debatir sobre el mismo, contrastar opiniones, puntos de vista, y complementar así la visión plural que determinados grupos sociales pueden tener sobre una misma realidad” (p.80) El grupo de discusión es apropiado cuando la finalidad de la investigación es describir las percepciones de las personas sobre cómo se desarrolla en el entorno y en situaciones, de esta manera se puede reflexionar y acumular conocimiento como resultado de las discusiones estructuradas y organizadas que se tienen con las demás personas.

Propuesta de intervención

La propuesta de intervención del presente documento está establecida en 6 sesiones, cuyo diseño se muestra en el anexo B, estas sesiones fueron constituidas teniendo como énfasis el material didáctico, además de actividades enfocadas en trabajar los dos significados de la fracción parte-todo y parte-parte. Las sesiones fueron intercaladas de acuerdo con el uso del material, primero se trabajaron contextos discretos y después contextos continuos, se intercaló con la aplicación de la fracción como parte-todo y parte-parte.

Para trabajar el constructo de parte todo en contexto continuo se diseñó tres actividades utilizando el Tangram y las regletas como material didáctico. En el contexto discreto aplicaron dos actividades en las que se utilizaron canicas y fichas,

lo cual permitió entrar en primera instancia al tema de fracción a través de su significado parte-todo. Se diseñó para el constructo de parte-parte en contexto discreto una actividad parte-todo usando fichas como material didáctico. Para resumir lo anterior mencionado se presenta a continuación la tabla dos.

Tabla 3.

Descripción de la espiral reflexiva de Kemmis aplicada en la investigación.

Elaborado por la sustentante.

Significados de la fracción	No. de sesiones	Contextos
Parte-todo	1	Discreto
	3	Continuo
Parte-parte	1	Discreto
	1	Continuo

Capítulo 4. Análisis de resultados

En este capítulo se presentan los resultados de la investigación, en donde primeramente encontraremos las evaluaciones diagnósticas realizadas en donde se identificó la problemática y una vez detectado se describen seis actividades elaboradas en el plan de acción y por último la evaluación que permite analizar y reflexionar sobre el logro obtenido por las intervenciones ejecutadas utilizando el espiral de momentos de Kemmis (1988).

La evaluación diagnóstica

Las pruebas fueron realizadas a 25 alumnos, lo cual consistió de dos partes, la primera implicaba el uso de la fracción en su significado parte-todo, ya que ésta es la representación más usada y vista en la educación primaria, consistió de cuatro problemas. La segunda parte incluyó cinco problemas los cuales trataban acerca de las fracciones en su significado parte-parte.

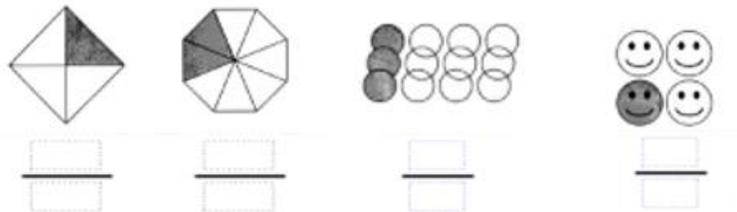
El proceso del diagnóstico

Primera parte del diagnóstico parte-todo

Se buscó encontrar cuál era el estado del conocimiento de los estudiantes en significado parte-todo de la fracción por ser uno de los más usados a nivel escolar y por "...el hecho de tener que dominar el manejo de cantidades continuas y discretas" (López, 2012).

En el primer problema

1. Escribe la fracción que corresponda a la parte coloreada del dibujo:

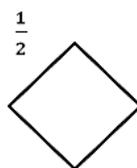


Los alumnos tenían que identificar la parte coloreada de cada una de las figuras representadas los resultados arrojados fueron los siguientes:

En el rombo 88% de los alumnos acertaron a la respuesta correcta que era $\frac{1}{4}$, mientras que 8% respondió $\frac{3}{4}$, en este resultado se puede observar que los alumnos confundieron lo que no estaba coloreado y por eso que decidieron poner $\frac{3}{4}$, mientras que el 4% no contesto nada. En el octágono el 100% de los alumnos obtuvo la respuesta correcta observando que no se tuvo dificultad alguna. En la tercera figura de los círculos se obtuvo que el 100% de los alumnos obtuvo $\frac{3}{12}$ sin embargo ninguno declaró la fracción equivalente $\frac{1}{4}$, también era correcta. Para la última figura de las caras circulares no tuvo ninguna dificultad ya que el 100% de los alumnos respondió que la respuesta correcta era $\frac{1}{4}$.

En el segundo problema

2. Colorea las fracciones que se indican en las siguientes figuras



Los estudiantes tenían que realizar la división que correspondía según marcaba la representación numérica de la fracción. Los resultados obtenidos fueron como se muestran a continuación: El 52% de los alumnos realizaron los trazos en el rectángulo de manera vertical, dividiendo la figura entre ocho y coloreando tres, se identificó que solo dos alumnos de trece, hicieron la división al azar sin hacer una división exacta, es decir realizaba unos trazos más grandes que otros. 40% de los estudiantes dividieron el rectángulo con rectas verticales y horizontales quedando ocho cuadrados de los que colorearon tres cuadrados. Por último 8% de los alumnos elaboraron los trazos pero no de manera adecuada observando que no lograban reconocer en cuantas partes se tenía que dividir la figura ni cuantas se tenían que colorear. En el rombo 96% de los alumnos colocó la fracción en el rombo correctamente solo 4% que fue una alumna no supo que realizar y lo dividió en cuartos. Se observó que dentro de los resultados del 96% hubo estudiantes que visualizaron la división del rombo en dos maneras diferentes, 28% de ellos lo realizo

de manera horizontal coloreando solo una parte, mientras que 68% restante lo hizo de manera vertical coloreando de la misma manera solo la mitad.

Del problema tres:

3. Observa la siguiente figura y a partir de ella realiza los siguientes ejercicios



I. Si ponemos una flor en cada maceta, ¿Qué parte del conjunto de las macetas quedará vacía?

- a) $\frac{2}{4}$ b) $\frac{3}{6}$ c) $\frac{3}{4}$ d) $\frac{1}{3}$

Los resultados encontrados fueron los siguientes: el 64% supieron identificar que eran dos macetas las que sobraban, pero al momento de colocar el denominador ellos pusieron cuartos ya que lo relacionaron con las flores. 16% de los estudiantes marco el inciso b) $\frac{3}{6}$, en esta situación los alumnos no visualizaron bien la imagen dado que ellos relacionan las cuatro flores alineadas en tres macetas, por lo que asumieron que sobraban tres de seis macetas. Para el inciso c) $\frac{3}{4}$ el 12% de alumnos volvieron a realizar lo del inciso b) no visualizaron de manera acertada la imagen pensando que sobraban tres, pero al momento de poner el denominador se basaron en el número de flores que muestra la imagen. Por último, en el inciso d), que muestra la respuesta correcta, solo un 8% de alumnos pudieron reconocer que $\frac{1}{3}$ era la respuesta, pero expresada en un equivalente a $\frac{2}{6}$. Aquí puede observarse que existe problema para identificar equivalencias y para establecer relaciones.

Segunda parte del diagnóstico. Parte-parte

Dentro de la aplicación del primer problema en diagnóstico se busca que los alumnos reconozcan el concepto parte-parte y lo relacionen con la multiplicación de fracciones.

1. En una pizzería Juan y Luis pidieron una pizza y la cortaron a la mitad. De esa mitad se comieron una parte. Si se comieron un $\frac{1}{8}$ de la mitad de la pizza



- I. ¿Qué parte del total se comieron?

a) $\frac{1}{16}$ b) $\frac{1}{8}$ c) $\frac{1}{4}$

- II. ¿Qué operación utilizaste para obtener tu respuesta?

De esta manera los resultados fueron los presentados en la figura ocho:

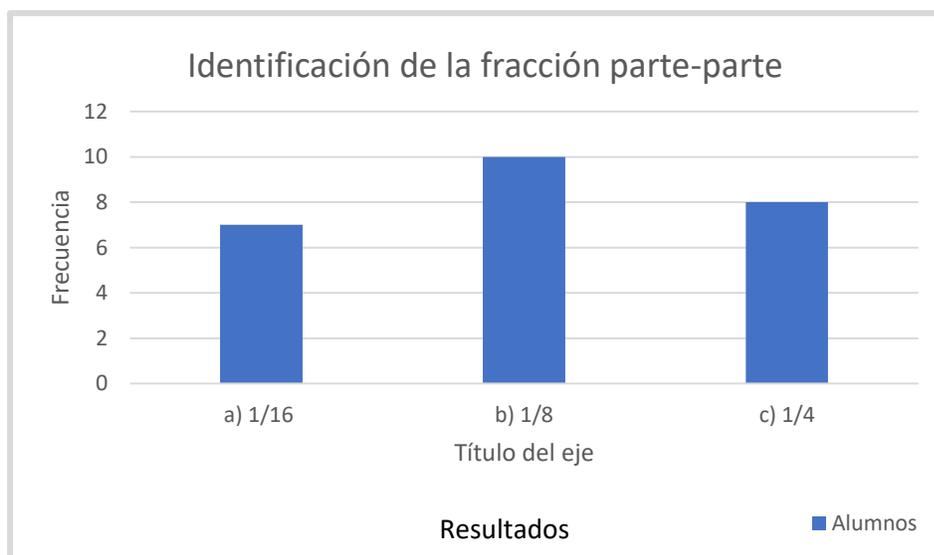


Figura 8. Diagnóstico fracción parte-parte en contexto continuo.

Los resultados muestran que dieciocho alumnos carecen del significado de la fracción parte-parte ya que de ellos, diez se basaron en lo que menciona el enunciado, pensando que solo un $\frac{1}{8}$ de pizza es lo que se comió del todo, dejando a un lado que la parte de la pizza que se consumió fue tomada de la mitad. Esto fue identificado por varios comentarios que realizaban los mismos alumnos:

“Pues si dice que se comió un $\frac{1}{8}$ de la pizza, pues es un $\frac{1}{8}$ ”.

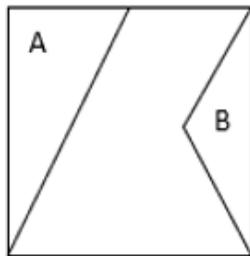
Lo anterior demuestra que los alumnos no comprendieron el enunciado, dejando a un lado la pregunta.

De los alumnos que optaron por el inciso c) $\frac{1}{4}$ seis afirmaron que la mitad de un $\frac{1}{8}$ es un $\frac{1}{4}$, entonces ellos dividieron el denominador entre dos. Los dos restantes que optaron por el inciso c, contestaron que sumaron $\frac{1}{8} + \frac{1}{8} = \frac{2}{8}$ lo cual simplificando da a un $\frac{1}{4}$.

Los estudiantes que obtuvieron la respuesta correcta $\frac{1}{16}$, expresaron haber marcado con su lápiz divisiones en la figura.

En el segundo problema, presentado a continuación se obtuvieron los resultados que se muestran en la gráfica de la figura 9.

2. En la siguiente figura el sector A representa $\frac{1}{4}$ del entero, y el sector B representa $\frac{1}{8}$ del entero.



- I. ¿El sector B qué parte representa del sector A?
a) $\frac{2}{8}$ b) $\frac{1}{2}$ c) $\frac{1}{8}$
- II. ¿Cuántas partes como B equivalen una parte como A?
a) 3 b) 2 c) 4

III. Describe el procedimiento que utilizaste para encontrar la respuesta correcta

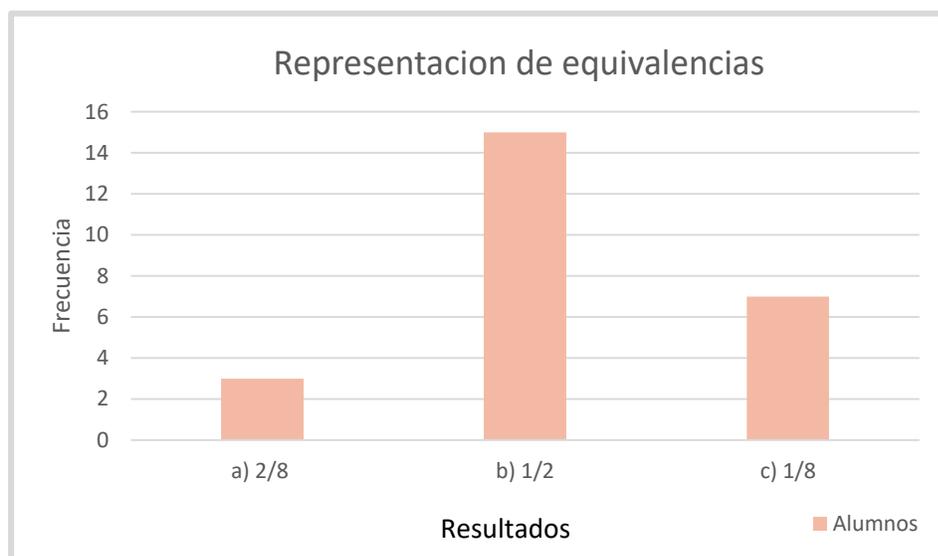


Figura 9. Diagnóstico fracción parte-parte en contexto continuo.

Se puede observar en la gráfica que solo tres alumnos eligieron el inciso a) $\frac{2}{8}$ analizando los comentarios de los alumnos en especial el de una alumna llamada Arizon ella menciona que en el enunciado nos dice que el sector B representa $\frac{1}{8}$ por lo tanto un $\frac{1}{8} + \frac{1}{8}$ es igual $\frac{2}{8}$ el cual representaba un cuarto, haciendo de esto una respuesta incorrecta ya que el sector B equivale un octavo del todo. Se les proporciono el mismo cuadrado pero recortado para ellos pudieron analizar y visualizar de mejor manera las relaciones entre los triángulos. Gracias a esto 15 alumnos obtuvieron que el inciso b) $\frac{1}{2}$ el cual era correcto, se pudo observar varios procedimientos que los alumnos realizaron, uno fue donde los alumnos recortaron el triángulo B para ver cuántas veces es del triángulo A, por lo que uno de los alumnos menciona que debía de ser fraccionalmente $\frac{1}{2}$ convirtiéndose en la mitad. Al principio reconocían que solo cabía una vez pero uno de ellos hizo el comentario “y si lo partimos a la mitad” de esta manera marcaron el trazo para así colocar el otro triángulo B no exactamente de la misma forma sino que con los dos triángulos que lo conformaban. Lo cual otros alumnos lo dibujaron, luego lo dividieron y así lo plasmaron en el triángulo A.

Siete estudiantes marcaron que el inciso era el c) $\frac{1}{8}$ escuchando comentarios de los alumnos mencionaban que como el triángulo B es la mitad del triángulo A entonces la mitad de un $\frac{1}{4}$ era $\frac{1}{8}$ por lo que algunos alumnos reconocieron que como dos triángulos B forman un triángulo A entonces $\frac{1}{8} + \frac{1}{8} = \frac{2}{8} = \frac{1}{4}$ analizando la respuesta ellos identificaron que operando podían sacar la respuesta, realizando la suma de los triángulos y luego sacando su simplificación para darse cuenta cuanto valía el triángulo A. Aunque su operaciones son correctas se observó que su representación de equivalencia es errónea ya que un $\frac{1}{8}$ no es la mitad $\frac{1}{4}$

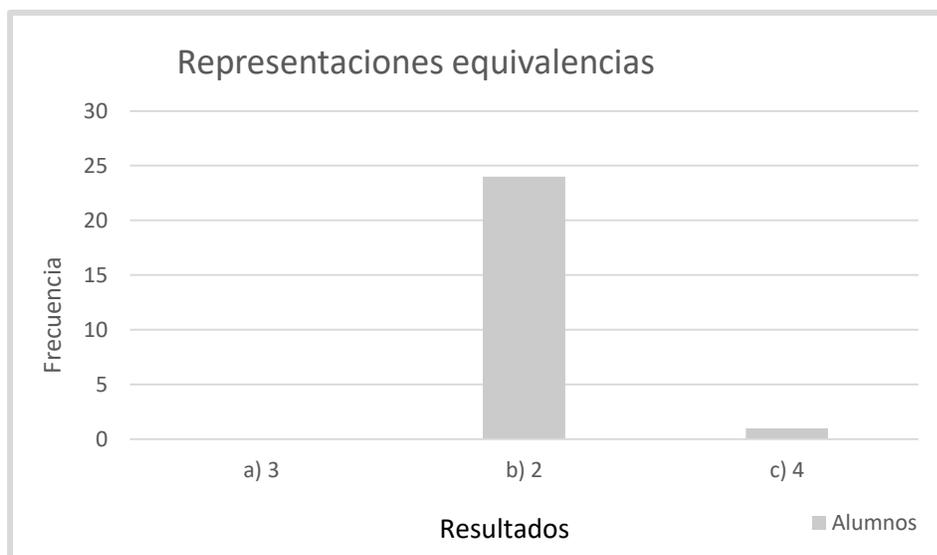


Figura 10. Diagnóstico fracción parte-parte en contexto continuo

En la segunda pregunta percibí que los alumnos entendían que el triángulo B es la mitad del triángulo A por lo que, no tuvieron mayor complicación en saber que el inciso correcto era b)2. Algunos que no identificaron la fracción en el primer problema si lograron reconocer que dos triángulos B equivalen a un triángulo A. Solo un alumno escogió el inciso c) me llamo la atención saber porque él había remarcado esa respuesta por lo que su contestación fue que cabía cuatro veces ya que si divide el triángulo B en dos partes cabe perfectamente, por lo que él reafirmo que la mitades del triángulo B formaban un triángulo A. Por último en la tercera pregunta los alumnos describieron que procedimiento utilizaron para encontrar las

respuestas correctas, se escogieron cinco de las cuales eran las principales y se repetían con mayor veces de acuerdo a lo que los alumnos respondieron

1. Alumna Ximena: Primero vi que decía, observe que representa y recordé que es la mitad y en las dos vi cuanto cabía
2. Alumno Víctor: Por qué si ponemos el sector B dentro del A es como un medio
3. Alumna Daniela: Dibuje el sector B en el sector A
4. Alumna: Ashly: Vi que la mitad de $\frac{1}{4}$ es un $\frac{1}{8}$ y luego lo sume
5. Alumna Ana Paola: Use regla para encontrarlo.

De acuerdo a estos procedimientos los alumnos encontraron las respuestas de las preguntas del problema, se puede ver que algunos alumnos si realizaron su procedimiento adecuadamente pero aun así no lograron responder de manera correcta una de las dos preguntas del problema. Según (Zarzar, 2013) La relación parte-parte garantiza que un todo puede ser dividido exhaustivamente (sin resto) en partes equivalentes. Por lo que se buscó que los educandos identificarán el concepto fracción parte- parte a través del problema planteado, en el cual al momento de repartir tendrán que tener en cuenta que se debe de dividir en partes equivalentes sin resto alguno.

3. Oscar, Ana y Luisa juegan en la calle con 20 canicas. Reparten las canicas y agarran $\frac{3}{5}$ del total y de esas se las reparten entre los tres equitativamente. Si les tocan de cuatro canicas.



- I. ¿Qué parte de los $\frac{3}{5}$ les tocó?

a) $\frac{1}{5}$ b) $\frac{1}{6}$ c) $\frac{4}{3}$

- II. ¿Con que operación obtuviste tu respuesta?

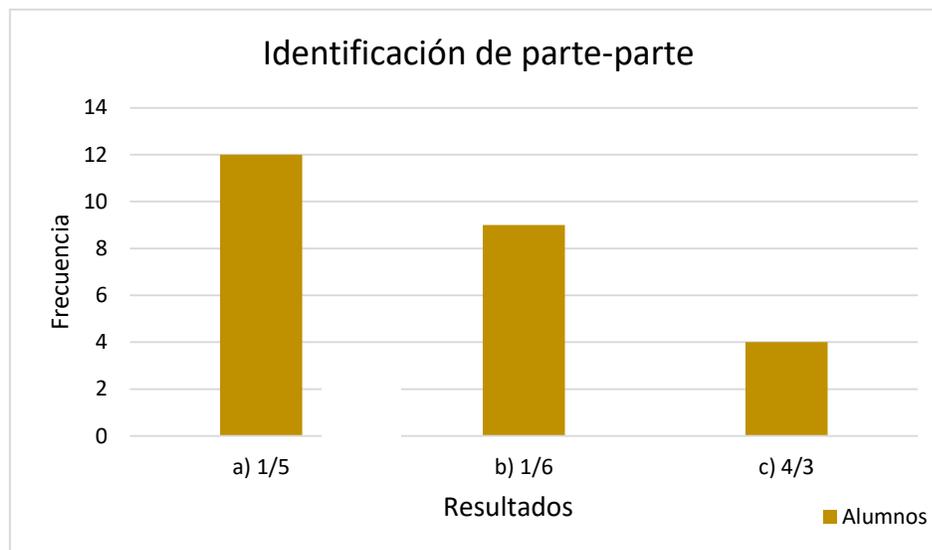


Figura 11. Diagnóstico fracción parte-parte en contexto discreto.

A partir de estos datos, se puede reconocer que los alumnos no tuvieron alguna complicación, ya que identificaron correctamente la fracción parte-parte, a pesar de no haber utilizado la multiplicación de fracción, lo cual ellos expresaron que por medio del gráfico realizaron trazos en donde dividieron primero las canicas en $\frac{3}{5}$ y luego en tres partes iguales obteniendo de ese modo la respuesta, por lo que doce de los estudiantes obtuvieron el inciso correcto a).

Se analizaron los datos restantes, nueve alumnos escogieron el inciso d) $\frac{1}{6}$ expresando que para ellos es la respuesta correcta ya que la operación que utilizaron fue la división, pero al momento de realizarla se encontraron que quedaba un residuo. Los alumnos no tomaron en cuenta el enunciado ya que las canicas se debían repartir de manera equitativamente haciendo esta una respuesta errónea.

Para finalizar cuatro educandos contestaron que $\frac{4}{3}$ era el resultado exacto, ya que al momento de dividir en tres quedarían cuatro canicas por lo que se observó que los alumnos visualizaron la cantidad que le correspondía a cada uno con respecto a la repartición, no tomando en cuenta que $\frac{4}{3}$ se pasaba del entero. Los métodos que se utilizaron fueron diversos como ya se mencionó en cada uno de los análisis, el procedimiento que los alumnos generaron fueron dos: división por medio del gráfico y la división como operación. Esto nos demuestra que los estudiantes

todavía no reconocen que por medio de la multiplicación de fracciones se puede llegar al resultado acertado.

Durante el cuarto problema los alumnos hicieron mención que hubiera sido más fácil si el chocolate lo estuvieran viendo, manipulándolo ya que así realizarían las reparticiones necesarias. Este problema se pretende diagnosticar acerca de la fracción en su significado parte-parte (Prediger & Schink, 2009) nos menciona que la interpretación de parte de parte es una de las más importantes de los modelos para la multiplicación de fracciones. Es por eso que también se espera fortalecer la enseñanza de la multiplicación de fracciones a través de la implementación de la fracción (parte-parte)

4. Andrés compro un chocolate como el de la figura de abajo. Y solo agarró la mitad, de la cual repartió un $\frac{1}{3}$ a su mamá



- I. ¿Qué parte del todo el chocolate se comió la mamá de Andrés?

- a) $\frac{1}{6}$ b) $\frac{1}{2}$ c) $\frac{2}{3}$

- II. ¿Qué operación representa la obtención de tu respuesta?

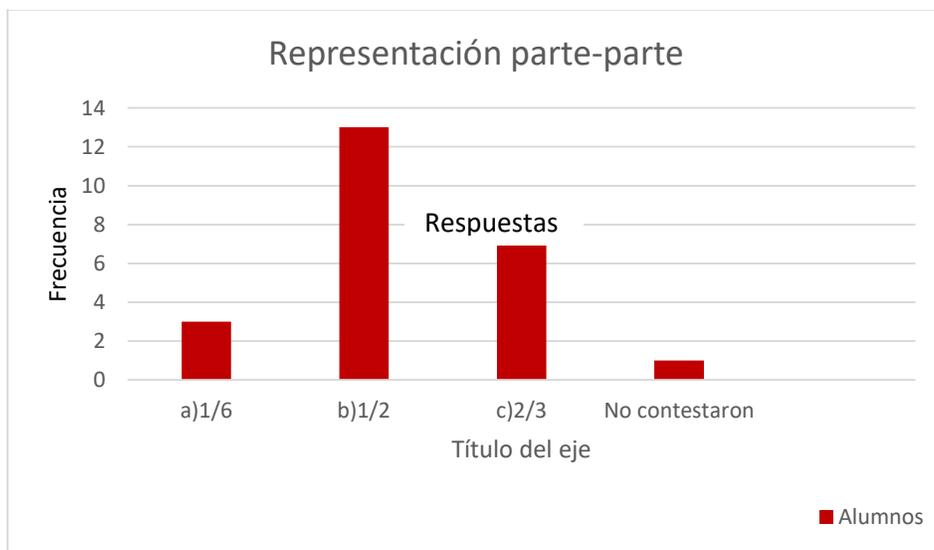


Figura 12. Diagnóstico fracción parte-parte en contexto discreto

Como se observa en la gráfica solo tres alumnos obtuvieron la respuesta correcta lo cual explicaron que se basaron en el reparto que plasmaron en la imagen del examen, lo cual el estudiante Isaac menciona

- Maestra solo era cuestión de ver la imagen del chocolate y dividirlo ya que el chocolate está distribuido en cuadritos solo se realizaba el reparto y listo por lo que estuvieron de acuerdo sus otros dos compañeros.

El resultado con mayor frecuencia fue de once educandos donde escogieron $\frac{1}{2}$ ya que se guiaron por lo que el enunciado mencionaba, llegando a la conclusión que no tenían que elaborar ninguna operación o repartición. La siguiente población de ocho alumnos optó por la respuesta del inciso c) $\frac{2}{3}$ en cual en el momento de repartir el chocolate a la mitad y luego en tercios confundieron la parte donde dos cuadritos del chocolate equivalen a un $\frac{1}{3}$. Él alumno Rogelio escribió que se encontraban dos respuestas correctas $\frac{2}{3}$ y $\frac{1}{6}$ ya que eran fracciones equivalentes se le preguntó que si estaba seguro que $\frac{2}{3}$ era equivalente a $\frac{1}{6}$ por lo que él respondió que sí, pero que para él la forma de expresar mejor el resultado era $\frac{2}{3}$, lo cual analizando esta respuesta errónea se puede percatar que tienen un reconocimiento en equivalencia de fracciones.

Por último solo dos estudiantes no contestaron la pregunta porque desconocían acerca de las fracciones, comentando que no sabían que operación realizar ni como construir un procedimiento para contestar las preguntas planteadas por el problema. Retomando los procedimientos que los alumnos utilizaron para dar una respuesta se pudo observar que 92% realizo reparto, llegando a varios resultados, mientras que el 8% no contesto nada en la pregunta, explicando que no entendían el problema.

5. Con una hoja de papel realizar las siguientes indicaciones



Doblar la hoja a la mitad
De la mitad doblar en tercios
De un tercio doblar a la mitad y cortar el pedazo

I. ¿Qué fracción equivale el pedazo cortado de un $\frac{1}{2}$ de hoja?

a) $\frac{1}{6}$ b) $\frac{2}{6}$ c) $\frac{1}{12}$

II. Describe el procedimiento que utilizaste para encontrar la respuesta correcta

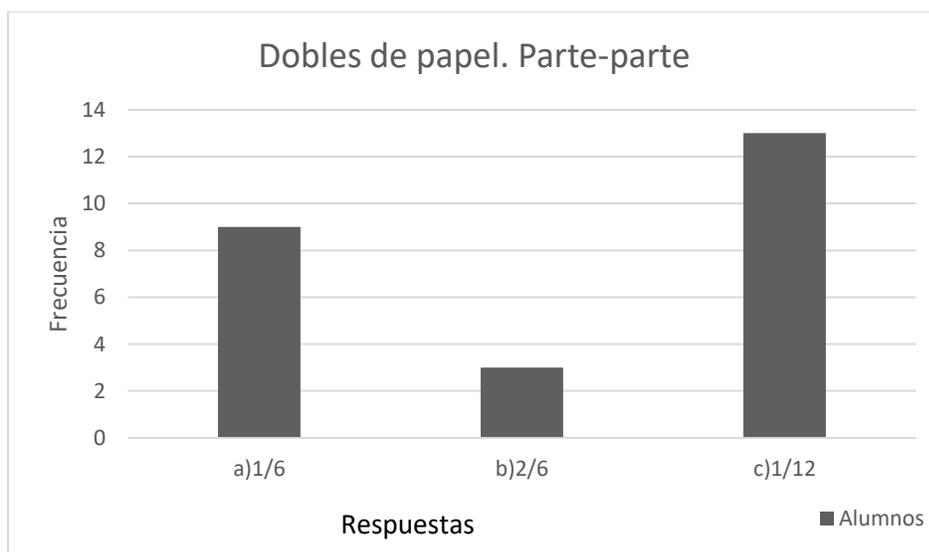


Figura 13. Diagnóstico fracción parte-parte en contexto continuo

Se muestran en la siguiente gráfica los resultados obtenidos en donde nueve de los alumnos respondió que la respuesta correcta fue $\frac{1}{6}$ ya que de acuerdo con las indicaciones seguidas después de utilizar la mitad, repartirla en tercios y volver a dividirlo a la mitad el resultado correcto es $\frac{1}{6}$ ya que están preguntando cuanto es lo que equivale el pedazo cortado de un $\frac{1}{2}$ y no del todo. Tres estudiantes remarcaron el inciso b) $\frac{2}{6}$ lo cual ellos pensaron que como se dividió en tercios

utilizando equivalencia $\frac{2}{6}$ es igual a un $\frac{1}{3}$ por lo que aunque sea una respuesta errónea, se observó que identificaron la equivalencia de fracciones para poder solucionar el problema. Finalmente trece de los educandos optaron por un $\frac{1}{12}$, ellos escogieron esa respuesta ya que un $\frac{1}{12}$ es lo que equivale el pedazo de toda la hoja lo cual hubo confusión porque la pregunta nos menciona que cuanto equivale el pedazo cortado de un $\frac{1}{2}$ de la hoja, por lo que ahí fue donde los alumnos cometieron el error. Para la segunda pregunta se seleccionó tres respuestas que repiten más veces los demás alumnos los cuales hacen referencia al procedimiento que utilizaron para realizar el problema:

1. Alumna Daniela: Utilice una hoja y lo remarque
2. Alumna María Luisa: Doble la hoja a la mitad la recorte en $\frac{1}{3}$ iluminé la mitad y después la corte
3. Alumno Gael: Multiplique

De esta manera los estudiantes pudieron identificar la respuesta correcta lo cual se vio que los alumnos a tener un buen procedimiento al momento de poner la respuesta la ponen de manera equivocada. No se conoce el motivo o si es que no reconocen la fracción que debería de ser.

Resultados del diagnóstico

Reflexionando el proceso del diagnóstico aplicado a los alumnos de 5ºA, se detectó la problemática en la cual no saben reconocer el manejo de las fracciones a través de sus significados parte-todo y parte-parte, no saben cómo implementarlo operativamente ni equivalentemente. Estas dificultades involucran al alumno a no adquirir el aprendizaje esperado dentro de su grado de complejidad, teniendo en cuenta que es muy poco el conocimiento que también tienen en la representación de la fracción. Por lo tanto la interpretación realizada anteriormente permite llegar a la conclusión que hay necesidad por abrir el panorama de los alumnos en cuestión de las representaciones de las fracciones a través de sus significados parte-todo y parte-parte.

Propuesta de intervención

Primer ciclo. *Parte-todo*

Discreto. Sesión 1

Dentro de la primera actividad planteada se manejó material para ver parte-todo se pudo identificar que se mostraban con grande curiosidad por trabajar con material.

Los estudiantes escogieron a un compañero y después se les asignaron una pareja para que fuera un equipo de 4. Se les entrego el material, el cual, se observó que cada equipo se autonombro como jefe del equipo ya que era el que manejaba más el material o guiaba al equipo. Primeramente, cada equipo contó las canicas entregadas, cada uno de los equipos respondió que eran 32, se entregó a cada uno una hoja para que realizaran después del manejo del material un registro de lo que les iba pidiendo que representarán, se problematizó a los alumnos con las siguientes preguntas:

¿Cómo representarías en fracción las 32 canicas? Las respuestas de los alumnos fueron variadas unos decían que $\frac{1}{32}$, $\frac{1}{4}$ y $\frac{1}{2}$ respuestas mas comunes porque son los números de fracciones que manejan más. Les comente que si su total eran 32 y aun no repartían nada y aún tenían completas sus canicas que fracción sería, Carmen respondió 32 de 1 le dije que pasara a representarlo en el pizarrón lo cual ella puso $\frac{32}{1}$ por lo que solo un niño le replico que no podía ser porque el total eran 32 y no solo una, por lo que el mencionó que para que sean un entero deben de tener la misma cantidad en el denominador que el numerador, es decir 32 en el numerador y 32 en el denominador quedando así $\frac{32}{32}$, algunos compañeros dijeron que si estaba en lo cierto porque $\frac{2}{2}$ es igual a un entero. Cada alumno realizó su registro en la hoja. Se volvió a problematizar a los estudiantes que de esas 32 canicas las repartieran en $\frac{1}{2}$ la cual ellos luego respondieron que era la mitad, Isaac respondió son 16 maestra aunque todavía no les solicitaba que respondieran cuanto equivalía un medio de 32 ellos dedujeron la cantidad, entonces

se les preguntó qué entonces un medio más un medio era, ellos respondieron que dos medios por lo que todavía no captaban que era un entero, por lo que les mencioné de qué otra manera podemos poner ese resultado, analizaron y observaron que en los dos se encontraba tanto en el numerador como en el denominador lo cual Arizon levanto la mano y dijo es un entero maestra porque tienen la misma cantidad. Ahora se les pidió que me dijeran cuántas canicas son en un cuarto empezaron a separarlas entre cuatro lo cual ellos respondieron que era más fácil teniendo un material para poder realizar la separación del total de canicas entre los integrantes, de esta manera “los materiales manipulativos son los materiales didácticos diseñados y creados únicamente para la educación matemática de los alumnos “(Muñoz, 2014, p.23) Cuando se preguntó qué cantidad resultó sin complicaciones respondieron que 8. Para finalizar se realizó una plenaria para escuchar los resultados obtenidos y las dificultades que tuvieron tanto como en el contenido como en el trabajo colaborativo.



Figura 14. Manipulación de material concreto “canicas”

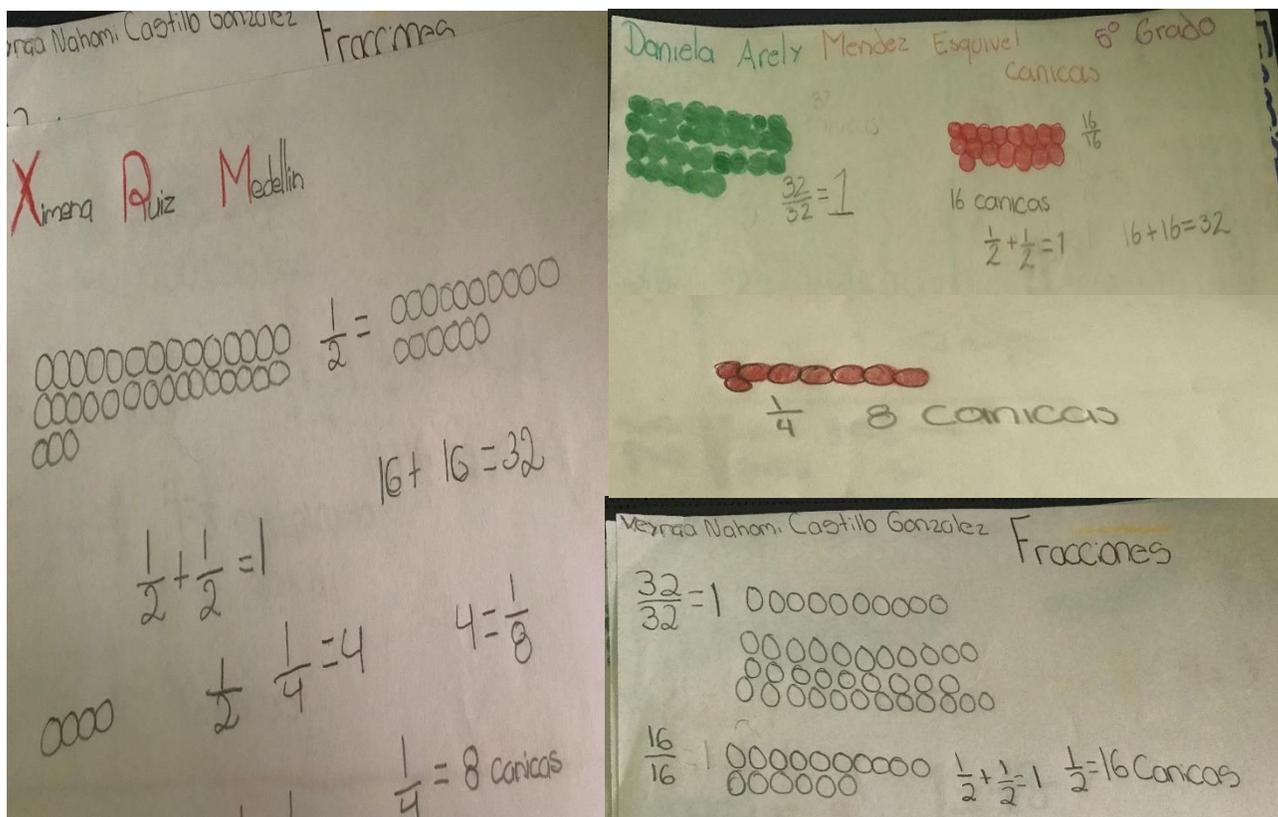


Figura 15. Evidencias realizadas por las alumnas, plasmando resultados de las actividades

Concreto. Sesión 2

Comenzó la actividad manipulando el material de Tangram “Es un material chino creado a principios del siglo XIX, es un medio de ayuda a la construcción de conocimiento de forma lúdica y amena, generando situaciones abiertas, donde el alumno tiene la posibilidad de exponer sus propias ideas” (Muñoz, 2014, pp.28-29). Los estudiantes se juntaron en parejas y se inició con la relación de los triángulos, se les pidió manejar su triángulo grande y el mediano se les preguntó ¿Qué fracción representa el triángulo mediano? Al principio los alumnos no sabían que hacer se les notaba confundidos pero ansiosos por la utilización del material fue cuando comenzaron a poner el triángulo grande en su mesabanco y el mediano arriba del grande, primero dijeron que solo uno, ellos colocaban de una forma horizontal su triángulo mediano, se les pregunto que si estaban seguros la mayoría dijo que si, cuando una alumna Brenda dijo: no maestra son dos. Los niños voltearon a verla y dijeron que no, porque solo cabía una vez. La alumna no se retractaba, cuando un

compañero le dijo a ver cómo le estás haciendo ella mostró con el material que si se ponía el triángulo mediano de forma vertical esta justo a la mitad del triángulo grande, entonces los alumnos observaron el manejo de los triángulos y en su tangram pudieron confirmar que si cabían dos veces.



Figura 16. Manejo del Tangram, representando las relaciones entre el triángulo grande y el mediano

Ahora se les preguntó ¿Cuánto representaría entonces el triángulo pequeño con relación al grande?

Ellos contestaron sin pensarlo que dos, se les cuestionó que si estaban seguros y respondieron: no maestra espere, manipulando el material empezaron a intentar acomodar el triángulo chico en el grande, no sabían cómo acomodar cuando dos parejas mencionaron que cabía cuatro veces, la primera pareja explico que ellas colocaron el triángulo chico en el grande eh iban realizando un trazo para marcar donde se colocaba cada triángulo chico por el cual se dieron cuenta que caben cuatro veces mientras que la otra pareja descubrió que dos triángulos chicos equivalen a un triángulo mediano entonces si el grande contiene dos triángulos medianos, por lo cual caben cuatro veces ya que dos triángulos medianos más otros dos triángulos medianos conforman un triángulo grande.

Se les pidió que comprobaran los que sus compañeras dijeron, expresaron que si tenían razón, por lo tanto se pegó un tangram grande enfrente del pizarrón. Como nos menciona Villarroel y Sgreccia (2011)

Son todos aquellos objetos usados por el profesor y/o alumno en los procesos de enseñanza y aprendizaje de la matemática con el fin de lograr ciertos objetivos específicos. Es decir, aquellos objetos que pueden ayudar a construir, entender o consolidar conceptos, ejercitar y reforzar procedimientos e incidir en las actitudes de los alumnos en las diversas fases de sus procesos de aprendizaje. (p.7)

Para ayudar a la enseñanza y a la comprobación de los alumnos, primero se puso el triángulo mediano y se colocó el triángulo chico, se observó que sumando dos triángulos chicos salía un triángulo mediano y si sumando dos medianos salía un triángulo grande. Se les pregunto qué entonces ¿Que fracción equivalía? $\frac{1}{2}$ y $\frac{1}{3}$ fueron sus respuestas, la pareja que hizo el trazo y descubrió que cabía cuatro veces menciona que equivalía a un $\frac{1}{4}$ del triángulo grande ya que se divide la figura en cuatro y se tomaba uno.

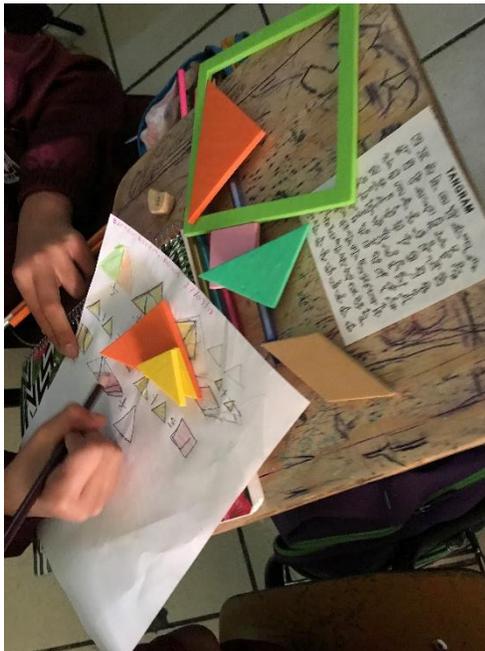


Figura 17. Realizando la representación gráfica, entre las relaciones de los triángulos chicos y el grande

Se les planteo lo siguiente: Si agarro mi cuadrado y mi triangulo chico ¿Cuánto representa mi triángulo en el cuadrado?

En el cual colocaron en un lado su cuadrado y en el otro el triángulo chico lo visualizaron de esa manera y luego lo pusieron la figura del triángulo sobre el cuadro lo cual respondieron cabe dos veces maestra mientras los alumnos lo registraban en su hoja algunos alumnos realizaban varias figuras relacionándolas con otras por ejemplo para conformar un triángulo grande colocaban los dos triángulos chicos más un romboide.

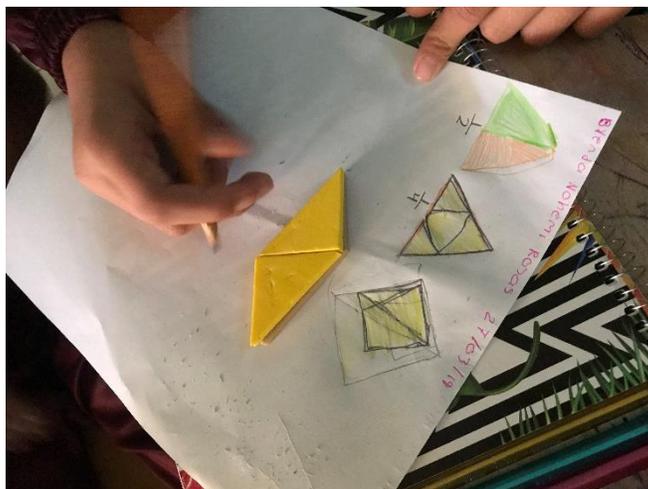


Figura 18. Alumno manipulando material concreto, relación del romboide con triángulos chicos

Cuando se hizo la relación del triángulo mediano y el cuadrado, tuvieron la dificultad para darse cuenta que equivalían la misma cantidad de triángulos chicos, pero al momentos de colocar las figuras por separado se dieron cuenta que dos triángulos chicos formaban un cuadro y un triángulo mediano por lo tanto descubrieron que equivalían a $\frac{1}{8}$, por lo cual el alumno Issac dijo " maestra entonces sumamos $\frac{1}{16} + \frac{1}{16}$ nos da a $\frac{2}{16}$ es decir que eso equivale a nuestro cuadro y el triángulo mediano. Iban fortaleciendo su equivalencia de fracciones, ellos mismo descubrieron que $\frac{2}{16}$ es equivalente a $\frac{1}{8}$. Cuando se comenzó con el manejo de la figura del romboide y el triángulo grande los alumnos observaron la relación que hay, ya que al momento de la manipulación no identificaban que fracción equivalía el romboide del triángulo, de tal manera que decidieron dividir el romboide en triángulos y de esta manera pudieron darse cuenta que dos triángulos chicos

conformaban un romboide, entonces reflexionaron que si mi romboide contenía dos triángulos chicos equivalía a un triángulo mediano y si dos triángulos medianos forman un triángulo grande entonces mi romboide equivale a $\frac{1}{2}$ de mi triángulo grande por lo que cabe dos veces. Ceballos & Romero (2012) “un material didáctico ideal para desarrollar habilidades mentales, mejorar la ubicación espacial, conceptualizar sobre las fracciones y las operaciones entre ellas, comprender y operar la notación algebraica” (p. 32)

Con el uso de materiales ellos comenzaron a sumar sus figuras para así formar otras por ejemplo si sumamos dos veces la fracción que equivale el romboide del todo se podría dar la equivalencia del triángulo grande ya que sumaron $\frac{1}{8} + \frac{1}{8} = \frac{1}{4}$ podrían comprobar cada suma al momento de manipular su Tangram. Se les planteo la pregunta. Si sumo mi triángulo mediano más mi cuadro ¿A qué figura equivale? Ellos pusieron el triángulo mediano y su cuadrado sabían que equivalía a un triángulo grande pero al momento de plasmarlo con fracciones tuvieron un poco de complicación se les menciono que tuvieran en claro que estábamos sacando las equivalencias tomando en cuenta el todo y no la parte por lo que ellos dijeron: Entonces si un cuadrito chico equivale a un $\frac{1}{16}$ y contiene dos suman $\frac{1}{8}$ por lo cual en el cuadro también equivale a un $\frac{1}{8}$, y si lo sumamos nos sale $\frac{2}{8} = \frac{1}{4}$ por tal nos da un triángulo grande porque cabe cuatro veces en nuestro entero.

De esta manera se dieron cuenta que si sumamos todas las figuras nos da un entero por lo cual pusieron la siguiente suma $\frac{1}{16} + \frac{1}{16} + \frac{1}{8} + \frac{1}{8} + \frac{1}{8} + \frac{1}{4} + \frac{1}{4} = 1$

Por lo que mencionaron que nunca habían realizado una suma de fracciones tan larga y por lo cual algunos compañeros la realizaron de manera de equivalencia y otros sacando el común denominador.

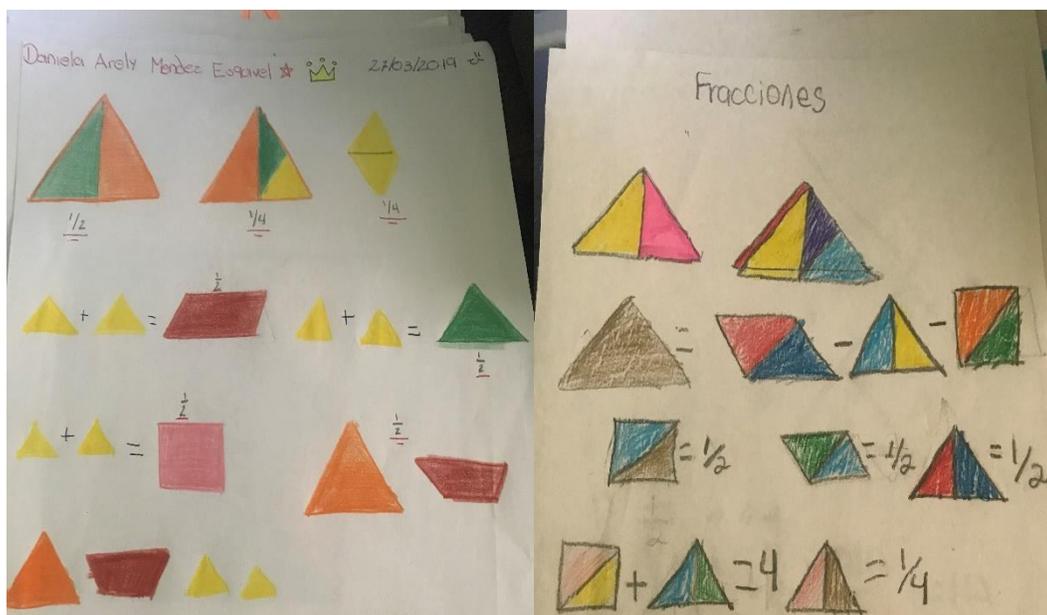


Figura 19. Evidencia de representaciones de las alumnas, trabajado con el material Tangram en fracción parte-todo

Concreto. Sesión 3

Trabajaron los alumnos en parejas y se les entregó el material de Tangram. “Las situaciones planteadas deben permitir en el alumno el desarrollo de una-génesis del concepto a través de la estructuración de un lenguaje matemático, con su respectiva semántica y sintaxis.” (Obando, 2003, p.178). Se les planteo la siguiente pregunta ¿Cuántas piezas contiene y cuales figuras geométricas integran el tangram? Por lo cual ellos respondieron que se encontraban 7 piezas las cuales había dos triángulos grandes, uno mediano y dos chicos, además un romboide y un cuadrado. Se les dijo la siguiente indicación: Toma el cuadrado si toda la base del tangram fuera la unidad ¿Qué fracción representa el cuadrado? Ellos respondieron que un $\frac{1}{2}$ y luego reflexionaron que eso era con relación al triángulo grande, empezaron a colocar el cuadrado en el marco que era nuestro entero para ver cuántas veces cabía el cuadro, el resultado salió que 8, entonces dedujeron que correspondía a un $\frac{1}{8}$, les pregunte ¿Por qué? Ellos contestaron que cada cuadrado equivalía a un $\frac{1}{8}$ y si cabía 8 veces, si sumábamos salía $\frac{8}{8}$ que es el entero. Ahora se continuó con los triángulos grandes ¿Qué fracción representa el triángulo grande

en la base? ¿Cuántas veces cabe? Los alumnos ya que tenía dos triángulos los acomodaron dentro del entero y observaba que aparte de esos dos triángulos cabían otros dos más por lo que en total era cuatro veces un triángulo grande, por lo que fraccionalmente era $\frac{1}{4}$.



Figura 20. Representaciones del triángulo grande, mediano y chico con el entero.

Ahora se les pregunto lo mismo pero con el triángulo mediano por lo que ellos ya sabían que dos triángulos medianos conformaban un triángulo grande por lo tanto respondieron que cabían 8 veces por lo que un triángulo mediano equivalía a un $\frac{1}{8}$. Los alumnos sacaron cuántas veces cabe el triángulo chico en nuestro entero,

por lo que comenzaron a manipular su tangram, Por ello Saquicela y Arias (2011) “define el material concreto como no solamente un recurso o medio de comunicación más sino como: medios de comunicación más accesibles que la palabra, donde existe la libre manipulación de los objetos”(p. 36) por lo cual unos dibujaban otros calcaban y unos observaban que el triángulo chico cabe dos veces en el mediano y si el mediano cabe 8 veces en el entero entonces multiplicaron $8 \times 2 = 16$ veces por lo cual estuvieron correctos, les pregunte entonces ¿Que fracción equivale? ellos respondieron que $\frac{1}{16}$ ya que cada uno era $\frac{1}{16}$ y sumando 16 veces nos da $\frac{16}{16}$ lo cual es un entero. Cada vez iban identificando que al tener la misma cantidad en el numerador como en el denominador correspondía a un entero.

Empezaron tomando el romboide y utilizando el triángulo pequeño para responder las preguntas que realice ¿Cuántas veces cabe el triángulo pequeño en el romboide? ¿Cuánto equivaldría mi romboide en un entero? Alzo la mano el alumno Isaac dijo: Maestra como ya vimos dos triángulos chicos equivalen a un romboide. Pregunte que si todos estaban de acuerdo por lo que la contestación fue que sí, retome la siguiente pregunta ¿Cuánto equivaldría mi romboide en un entero? Como ya sabían la relaciones entre el romboide y los triángulos, se dieron cuenta que el romboide equivale lo mismo que el triángulo mediano por lo cual no tardaron en dar la respuesta que cabe 8 veces en un entero, por lo que en fracción sería $\frac{1}{8}$



Figura 21. Alumna Valentina representando cuantos triángulos chicos equivale a un romboide

Para finalizar manipularon el cuadro y realizase las preguntas ¿Cuánto equivale de un entero? ¿Y por qué? Los niños respondieron que contenía dos triángulos chicos por lo tanto era igual que el romboide y el triángulo mediano cabe 8 veces en mi entero y equivale $\frac{1}{8}$ del todo. Se concluyó comentando que las equivalencias eran muy importantes para saber las relaciones que existen entre las figuras de nuestro material Tangram, los alumnos mencionaron que ya era más rápido encontrar equivalencias ya que por la manipulación del material les iba quedando más grabado las fracciones y sus equivalencia, además que se fue viendo un mejoramiento en lo operativo.

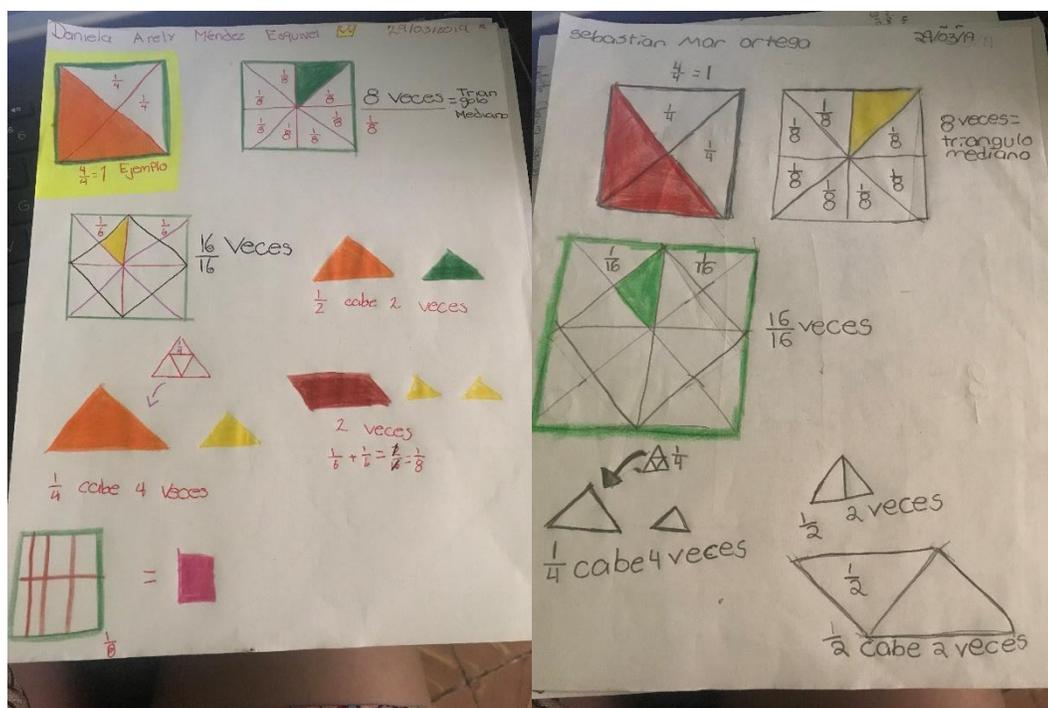


Figura 22. Evidencias elaboradas por los alumnos, después del uso del material concreto.

Concreto. Sesión 4

En esta sesión se utilizó el material de “Regletas en papel” Muñoz (2014) nos menciona que “son un material que consiste en un conjunto de barras” (p.24). Se les proporciono tiras de papel para la elaboración de una regleta, los alumnos trabajaron en parejas y tenían que repartir las tiras en $\frac{1}{2}, \frac{1}{3}, \frac{1}{4}, \frac{1}{5}, \frac{1}{6}, \frac{1}{8}, \frac{1}{10}, \frac{1}{12}$.

Durante la actividad se pudo observar dificultades que presentaban los estudiantes para poder realizar los doblez de las tiras, teniendo mayor problema en $\frac{1}{3}, \frac{1}{5}, \frac{1}{6}, \frac{1}{10}, \frac{1}{12}$, ya que estas fracciones no son cantidades pares excepto $\frac{1}{6}$ y $\frac{1}{12}$ pero aun así no lograban realizar los dobleces por lo cual ellos mencionaban que si no sabían sacar un $\frac{1}{3}$ no se lograba $\frac{1}{6}$ y $\frac{1}{12}$, se ocupó más tiempo del establecido, para que los alumnos lograrán hacer sus tiras con las fracciones marcadas. Ellos mencionaban en voz alta que se les hacía algo difícil ya que la manipulación y manejo de doblez era algo nuevo para ellos. Por lo tanto, se podría pensar en la posibilidad de usar el doblado de papel como un medio que puede aportar al conocimiento disciplinar, “hacer construcciones, verificarlas, visualizarlas, lanzar conjeturas, discutir las, analizarlas y finalmente, probarlas” (Santa, Jaramillo & De Carvalho Borba 2013, p. 5)



Figura 23. Manipulación de las tiras de papel para la elaboración de las regletas (Dobleces de las fracciones $\frac{1}{2}, \frac{1}{3}, \frac{1}{4}, \frac{1}{5}, \frac{1}{6}, \frac{1}{8}, \frac{1}{10}, \frac{1}{12}$)

Transcurriendo los minutos y de realizar varios dobleces los alumnos comenzaron a entender que las fracciones deben de ser divididas exactamente en partes iguales, además del funcionamiento de las equivalencias.

Los estudiantes tuvieron que pegar de mayor a menor las tiras ya con las fracciones marcadas, veintitrés alumnos reconocieron como colocarlos, ya que no por ser el denominador más grande era la fracción mayor. Dos alumnos fueron los

que no reconocieron el reparto de las fracciones en las tiras por lo cual colocaron solo el pedazo de tira que equivale se muestra en Figura. 18

Para el contexto de las matemáticas se requiere que “las partes obtenidas con la acción de romper sean iguales” (Fandiño, 2009, p.38). Se identificó que los alumnos no lograron encontrar ese factor equitativo, para ellos romper las fracciones fue solo un pedazo, es decir un rupti.

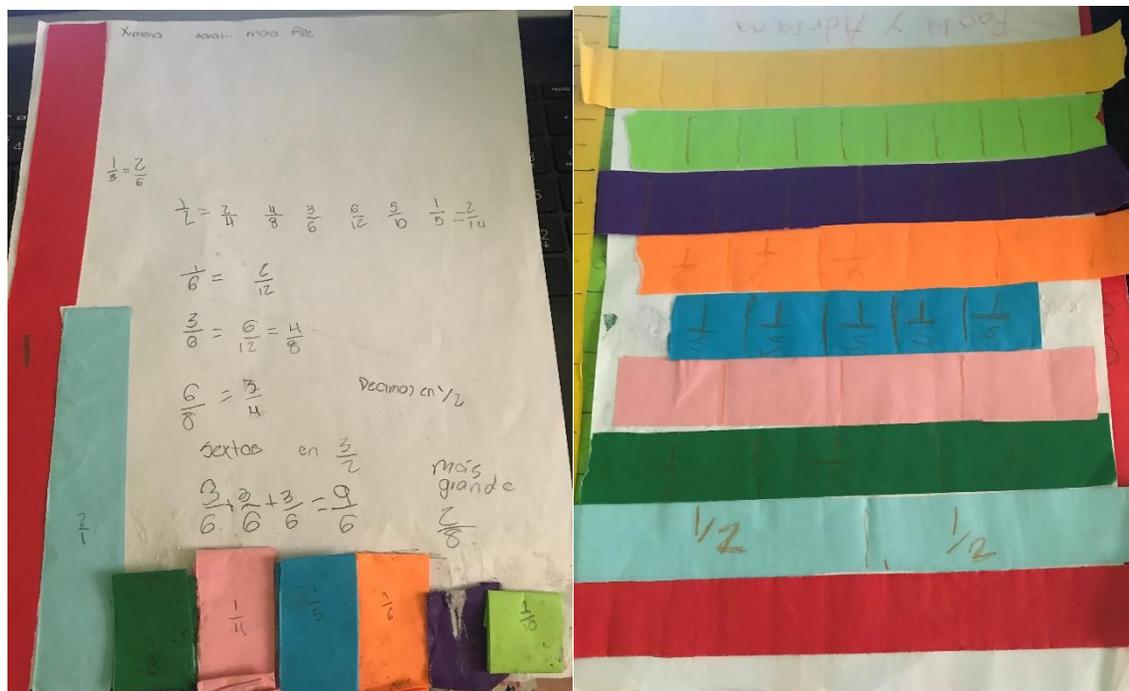


Figura 24. Trabajos donde no se hizo el reparto equitativamente de las fracciones en las tiras

Se les preguntó a algunos alumnos el porqué de su acomodo de la regleta, ellos mencionaron que en vez de poner los más grandes denominadores pusieron los más chicos, es decir que no por ser más grande significaba que era mayor. Después se colocó una regleta grande en el pizarrón para que verificaran si estaban en lo correcto su acomodo de fracciones. Se continuo problematizándolos con las siguientes preguntas ¿Qué fracciones son equivalentes a un $\frac{1}{3}$? ¿Qué fracciones son equivalentes a un $\frac{1}{2}$? ¿Qué fracciones son equivalentes a un $\frac{1}{6}$? Valentina alzo la mano y comentó: Maestra si seguimos la línea donde se termina $\frac{1}{3}$ debe de estar igual a las fracciones que son equivalentes, los alumnos observaron su regletas, por

lo cual su respuesta fue que $\frac{2}{6}$ y $\frac{4}{12}$ eran equivalentes a $\frac{1}{3}$ ya que la mitad de 2 era uno y la mitad de 6 es 3, de igual manera comentaron que cuatro era divisor entre $\frac{4}{12}$ y el resultado sería $\frac{1}{3}$.

Aplicaron de igual manera el uso de su regla y su método de seguir la línea, se dieron cuenta que $\frac{2}{4}$ $\frac{3}{6}$ $\frac{4}{8}$ $\frac{5}{10}$ y $\frac{6}{12}$ era equivalentes a un $\frac{1}{2}$ ya que era la línea que dividía la regla en la mitad. Los alumnos dijeron que la fracción equivalente de $\frac{1}{6}$ era $\frac{2}{12}$ ya que era lo doble de la fracción, empezaron a analizar y a reconocer las fracciones equivalentes por lo que se les estaba complicando menos el saber las equivalencias de las fracciones. Ahora se les preguntó ¿Cuántos doceavos tiene $\frac{3}{6}$? Y ¿Cuántos cuartos equivalen $\frac{6}{8}$? ¿Cuántos decimos tiene un $\frac{1}{2}$? Los estudiantes comenzaron a identificar las equivalencias dentro de su regla lo cual mencionaron que $\frac{3}{6}$ era equivalente a $\frac{6}{12}$, porque era lo doble, el alumno Isaac respondió que $\frac{1}{2}$ también correspondía, algunos alumnos no encontraban lógica a su respuesta, cuando él explicó que el 3 era divisible entre $\frac{3}{6}$ por lo que daba $\frac{1}{2}$, su respuesta fue correcta visualizó la fracción en su regla no solo viendo lo doble si no sacando la tercera parte. También hicieron el mismo procedimiento para $\frac{6}{8}$ de igual manera observaron su regla y obtuvieron que equivalía a $\frac{3}{4}$ realizando comentarios acerca que $\frac{3}{4}$ es la mitad de la fracción $\frac{6}{8}$.

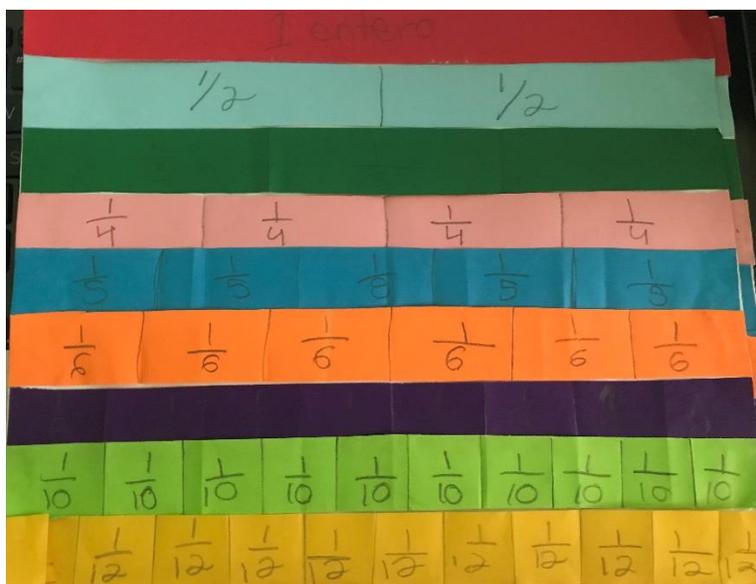


Figura 25. Regleta realizada por la alumna Valentina, donde se muestra remarcada la línea divisora de las fracciones

Gracias a la manipulación de su material de regleta podía encontrar de manera más fácil las equivalencias de la fracción, Cabrera, Llulema y Carmen (2011) refiere que los estudiantes que manipulan material concreto tienen disposición por aprender. A pesar de que eran varias preguntas los alumnos querían más para poder llegar a comprender mejor las equivalencias. Por lo cual se les volvió a problematizar con las siguientes preguntas: ¿Cuántos decimos tiene un $\frac{1}{2}$? ¿Cuántos sextos equivalen $\frac{3}{2}$? Para saber cuántos decimos tenía un medio, señalaron en su regleta la línea donde se termina $\frac{1}{2}$ e iban desplazando su dedo para abajo hasta llegar a los décimos por lo tanto su respuesta fue $\frac{5}{10}$. Para saber cuántos sextos equivalen $\frac{3}{2}$ realizaron una suma ya que en su regleta no había $\frac{3}{2}$, los alumnos contestaron que si en $\frac{2}{2}$ hay $\frac{6}{6}$ le tenían que sumar $\frac{3}{6}$ porque observando su material se dieron cuenta que $\frac{1}{2}$ es igual a $\frac{3}{6}$ entonces esa era la cantidad que faltaba porque al sumar $\frac{2}{2} + \frac{1}{2} = \frac{3}{2}$, por lo que su resultado al sumar $\frac{6}{6} + \frac{3}{6}$ fue $\frac{9}{6}$.

Por último se reforzó viendo que la cantidad del denominador aunque sea más grande no significa que la fracción lo sea, se les preguntó ¿Qué fracción es más

grande $\frac{2}{8}$ o $\frac{1}{5}$? ¿Por qué? Algunos alumnos contestaron inmediatamente que $\frac{1}{5}$, unos alumnos se apoyaron de su regleta observando y analizando, se percataron que la respuesta estaba mal, porque $\frac{2}{8}$ era la respuesta correcta ya que al seguir la línea donde terminaba $\frac{1}{5}$ era más chica que la de $\frac{2}{8}$, desconcertados los alumnos de la respuesta, la alumna Brenda dijo: es porque si fuera $\frac{1}{8}$ y $\frac{1}{5}$ ahí si ganaba $\frac{1}{5}$ pero como son $\frac{2}{8}$ la fracción se hace más grande. Haciendo esta que la fracción ya no sea unitaria. En plenaria se hizo la reflexión de las dificultades que tuvieron primero comentaron que el doblez fue un dolor de cabeza y que otra fue identificar que fracción es más grande, a pesar que la explicación de su compañera si le habían entendido al principio se dejaron llevar por lo que se había comentado acerca del denominador



Figura 26. Regleta terminada por un alumno para la utilización de las fracciones equivalentes.

Reflexión ciclo parte-todo

Se puede generalizar que con el apoyo de la manipulación del material concreto los alumnos fueron capaces de establecer relaciones, además de trabajar en el contexto continuo y discreto ya que como primera actividad, en el contexto discreto los alumnos pudieron identificar que del todo se reparte en partes de manera

equitativamente y que no debe de haber sobrantes. En el contexto continuo con las regletas favorecieron las equivalencias de las fracciones un tema de las fracciones en donde los alumnos carecían completamente, se pudo visualizar una mejora ya que ellos mismo se daban cuenta de las equivalencias que existen gracias a la regleta. Para su reforzamiento el uso del Tangram fue un material manipulable que beneficio la parte operativa, equivalente de las fracciones los estudiantes tuvieron avances favorables, pudieron darse cuenta que al manipular el material y relacionarlo con las fracciones hay una gran utilidad en la cual les favorece para su conocimiento.

Segundo ciclo. Parte-parte

Discreto. Sesión 5

Los alumnos se juntaron por parejas y se entregaron el material a manejar, 12 fichas como ya se les había mencionado antes tenían que realizar registros. Retomando las aplicaciones de las sesiones pasadas se les pidió o los alumnos que representarán un $\frac{1}{4}$ del todo, los alumnos comenzaron a manipular sus fichas por lo cual mencionaron que eran tres fichas, les comente a los alumnos que abordaremos la fracción a través de su significado parte-parte por lo cual hubo una gran sorpresa ya que el alumno Yael dijo: Ha entonces vamos a ver las partes. El relacionando ya desde un principio sin saber el significado o el entendimiento de esta parte de la fracción.

Se comenzó problematizando a los alumnos con la siguiente pregunta. Si del total de mis fichas lo divido en tercio ¿Qué cantidad obtengo en cada tercio? Los alumnos iniciaron manipulando y haciendo el reparto de las fichas para así saber qué cantidad de fichas obtenían por lo cual la respuesta fue cuatro fichas representan $\frac{1}{3}$.



Figura 27. Manipulación del material “fichas” reparto en $\frac{1}{3}$

Comenzamos colocando las doce fichas las cuales las repartimos a la mitad de las cuales agarramos solo $\frac{1}{2}$ y de esas las repartimos en sextos, ya observando y manipulando su material se dieron cuenta que equivale a un $\frac{1}{6}$, se les preguntó ¿Cuántas canicas se encuentran en un $\frac{1}{6}$? lo cual ellos respondieron que 1. Valentina dijo: A ver maestra entonces de mi mitad la voy a dividir en sextos, entonces si cada medio son 6 fichas, yo pienso es que nos toca de uno porque si son 6 fichas entre 6 sale uno. Los alumnos a través del material comenzaron a analizar lo que su compañera había interpretado, con las fichas representaron $\frac{1}{2}$ y luego dividieron en $\frac{1}{6}$ de esa manera tenían las seis fichas las cuales las repartieron en seis dándose cuenta que exactamente solo era una ficha por lo que en fracción dijeron que era 1 sobre 6 que era $\frac{1}{6}$. Cuando se les pregunto ¿Qué operación nos podrá dar la solución para saber que parte de la parte pertenece del todo? Varios alumnos mencionaron que sumando varias veces podría salir.



Figura 28. Trabajando con $\frac{1}{2}$ de las fichas repartidas en sextos

Se les preguntó ¿Por qué? Ellos no encontraban la manera de explicarlo en ese instante dos alumnas mencionaron no maestra no podría ser porque no sabemos la cantidad que vamos a sumar y lo que queremos es saber la fracción que equivale del todo es decir del entero. Entonces si no es una suma ¿Qué operación nos podrá dar la solución para saber que parte de la parte pertenece del todo? Pensando los alumnos gritaron pues una división lo cual se respondió que dividiendo podríamos saber la cantidad que contiene cada fracción pero no podemos saber que parte de la parte pertenece del todo en ese momento un niña grito una multiplicación maestra porque debemos multiplicar primeramente la primera parte por la segunda es decir en el caso de los medios multiplicamos $\frac{1}{2} \times \frac{1}{6}$ que fue nuestro resultado a repartirlo en sextos, los alumnos se quedaron sorprendidos porque su explicación tenía congruencia.

Tal como lo menciona (Niño & Raad, 2018) “En estos casos no existe una unidad, un todo que permita ver la fracción. Se asocia esta interpretación a la relación parte- parte y a la relación conjunto a conjunto” Los estudiantes debían de analizar que tenían que sacar $\frac{1}{2}$ de $\frac{1}{6}$ por lo tanto realizaron la operación dicha por su compañero, donde tuvieron como resultado $\frac{1}{12}$ Al principio no entendían como es que un $\frac{1}{2}$ de $\frac{1}{6}$ equivalía a un $\frac{1}{12}$ del todo se tuvo que intervenir dibujando las fichas en el pizarrón y explicando mientras los alumnos debían de seguir con su

material. Colocaron las demás fichas observando que si la repartían en doceavos les tocaba de una ficha. Por lo cual su resultado fue correcto.

Por último para terminar se les cuestiono si sumando $\frac{1}{3} + \frac{3}{6} + \frac{2}{12}$ sale el entero. Contestaban que se pasaba por las actividades mencionadas, también se les preguntó ¿Qué por qué creían eso? Algunos solo dijeron que visualizando la operación, al momento de hacer la suma su contestación fue que sí, ya que sumándolos sale $\frac{12}{12}$ lo equivale a un entero, un alumno mencionó que él pensaba que era más por los doceavos pero que nunca se había dado cuenta que eran suma de fracciones con denominadores equivalentes.

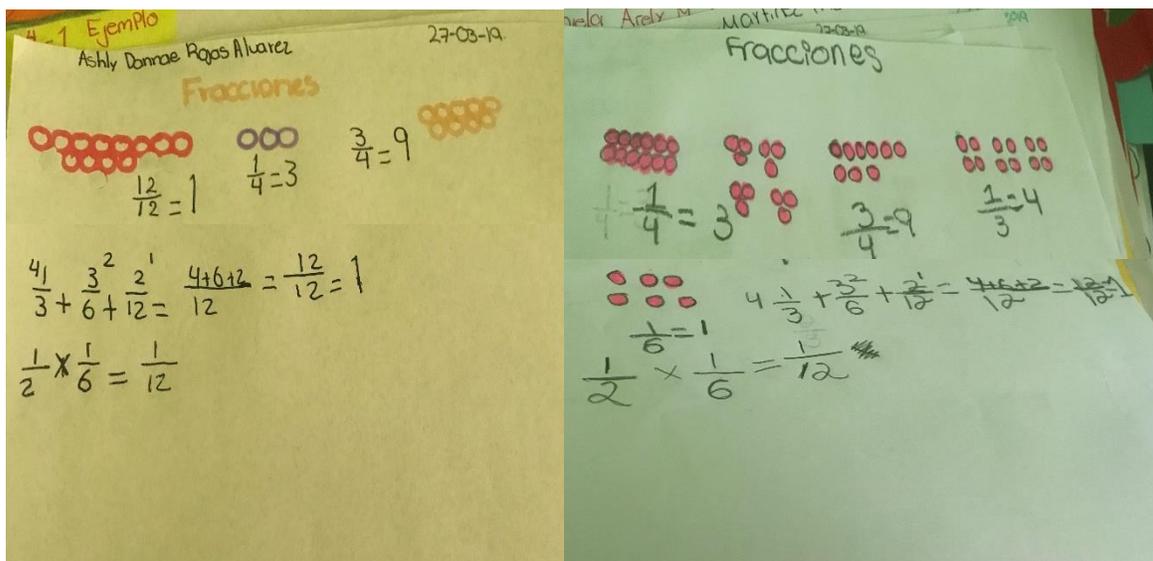


Figura 29. Representaciones graficas de las fichas y operaciones de suma y multiplicación

Concreto. Sesión 6

En la última sesión se trabajó con el material de Tangram en donde después de haber visto la fracción a través de su significado parte-todos los alumnos fueron trasladados a su significado parte-parte. Zarzar (2013) nos dice citando a Vergnaud que algunas características básicas para la adquisición de ese contenido matemático, es que los estudiantes deben comprender que una fracción implica un determinado número de partes.

Se juntaron en binas para trabajar con Tangram estaba vez aparte de manipular tenían que realizar registro las figuras y las operaciones elaboradas, se comenzó recordando cuanto representa cada pieza del tangram y las relaciones de los triángulos con las demás figuras. Si el triángulo chico equivale a un $\frac{1}{4}$ con relación al triángulo grande ¿Qué fracción equivale mi triangulo chico del entero? ¿Por qué? Ellos contestaron que un $\frac{1}{16}$ porque cabía dieciséis veces, pero no tomaron en cuenta la relación con el triángulo grande que se les menciona en la pregunta, ya que como se había visto en la sesión pasada acerca de cuanto equivalía cada pieza del tangram recordaron la respuesta. Se les pregunto si existía otra manera de saber cuánto equivale el triángulo chico sin realizar los trazos o las relaciones con los demás triángulos. No sabían que contestar, unos dijeron que haciendo operación de suma pero se dieron cuenta que es aplicable cuando ya se sabe la cantidad que equivale del entero, por lo que dos alumnos dijeron que una multiplicación se les pregunto que como lo haría la alumna Brenda respondió que se multiplicaba el $\frac{1}{4}$ de mi triangulo grande pero no sabía por cual fracción o numero multiplicar, entonces se les pregunto ¿Cuánto equivale el triángulo grande de mi total? Ellos respondieron que $\frac{1}{4}$, de inmediato la alumna Brenda dijo: Ok maestra entonces si se está haciendo la relación del triángulo chico con el grande, seria ver que el triángulo chico equivale $\frac{1}{4}$ con relación al triangulo grande y el triángulo grande equivale $\frac{1}{4}$ con relación del todo, por lo que si multiplicamos $\frac{1}{4} \times \frac{1}{4} = \frac{1}{16}$ es por eso que mi triangulo chico equivale $\frac{1}{16}$ de esa manera es más fácil sacar cuanto equivale la parte del entero.



Figura 30. Representaciones de los triángulos chicos para sacar cuanto equivale del todo con la relación de otro triángulo grande

Se les problematizo señalando que del triángulo chico equivale a un $\frac{1}{2}$ con relación al cuadrado ¿Qué fracción equivale el triángulo chico del entero? Observado, analizado y reflexionado lo anterior acerca del comentario de su compañera Brenda se dieron cuenta que tenían que realizar una multiplicación lo cual ya tenían $\frac{1}{2}$ pero debían de saber cuánto equivale el cuadrado con relación al todo, por lo que se acordaron que el cuadrado cabía ocho veces por lo que era un $\frac{1}{8}$, por lo que realizaron la operación correspondiente $\frac{1}{2} \times \frac{1}{8} = \frac{1}{16}$, comentaron que era correcto ya que el triángulo chico equivale a $\frac{1}{16}$ de mi todo. Prediger & Schink (2009) “señalan que un significado importante de la multiplicación de fracciones es la parte- parte de un conjunto” (p.408)

Ahora les comente que si del cuadrado que equivale a un $\frac{1}{2}$ con relación al triángulo grande ¿Qué fracción equivale el cuadrado del entero? Los alumnos ya sabían que era por medio de la multiplicación en cual ponían primero la fracción con relación y luego tenían que buscar cuanto equivalía la segunda figura del todo, realizaron la operación $\frac{1}{2} \times \frac{1}{4} = \frac{1}{8}$ cuando explicaron de dónde sacaron $\frac{1}{4}$ dijeron que es lo que equivale el triángulo grande ya que cabe cuatro veces, por lo que el cuadrado equivale $\frac{1}{8}$ del todo. Se continuo problematizando, si el triángulo chico

equivale a un $\frac{1}{2}$ con relación al romboide ¿Qué fracción equivale el triángulo chico del entero? Los estudiantes manipularon el tangram para ver la relación, ellos ya sabían que tenía que hacer una multiplicación primero sacaron la relación de las figuras, equivalía el romboide $\frac{1}{8}$ ya que, el romboide, el triángulo mediano y el cuadrado están conformados por dos triángulo chico por lo que son iguales, los triángulo chicos con relación a estas figuras es de $\frac{1}{2}$, realizaron la siguiente operación $\frac{1}{8} \times \frac{1}{2} = \frac{1}{16}$. También se buscó ¿Qué fracción equivale el romboide del entero? Tomando en cuenta que el romboide equivale a un $\frac{1}{2}$ con relación al triángulo grande, ya sabían que el triángulo grande equivale a un $\frac{1}{4}$ por lo tanto al hacer la operación $\frac{1}{2} \times \frac{1}{4} = \frac{1}{8}$ se dieron cuenta que es el mismo resultado que el cuadrado por lo que las figuras son semejantes pero no iguales. Para finalizar se les hizo la última pregunta ¿qué fracción de la unidad representa cada pieza del tangram? Lo cual lo representaron como se muestra en la figura

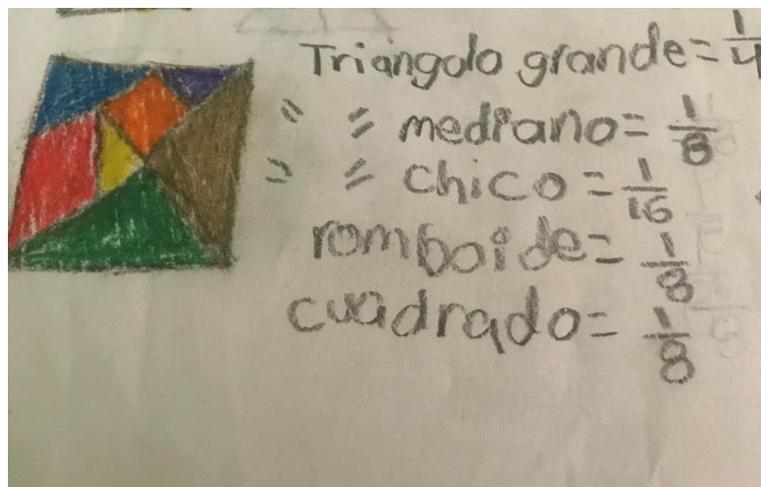


Figura 31. Representación simbólica de cuanto equivale cada figura del Tangram

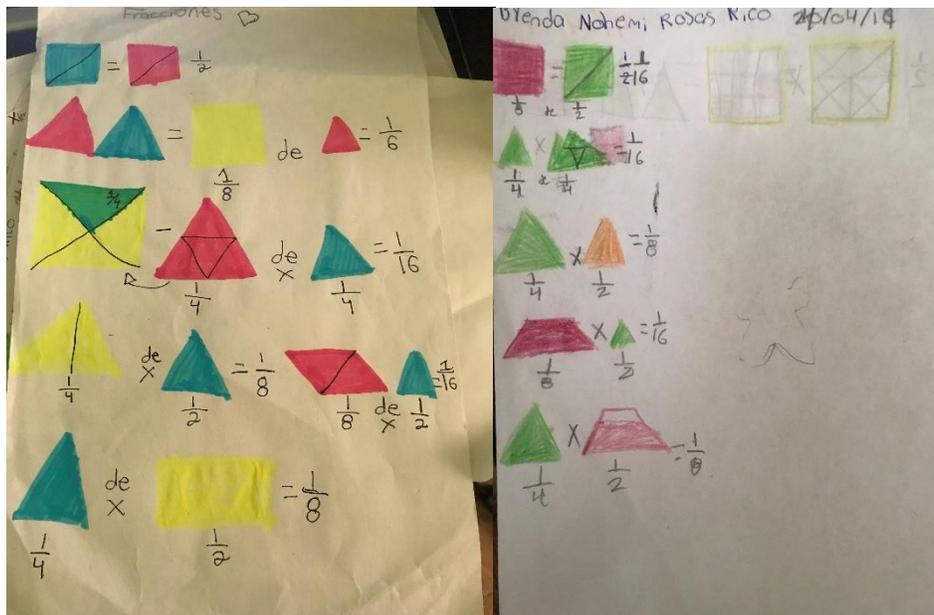


Figura 32. Trabajos elaborados de las alumnas. Fracción como Parte-parte

Reflexión segundo ciclo parte-parte

En este ciclo se pudo ver el significado parte-parte, se trabajó con las partes de la fracción sin olvidar el todo, esto fue con ayuda de la multiplicación de fracciones las cual les permitía saber que parte equivalía del todo teniendo como relación otra parte de la fracción. Dentro del manejo del material en contexto discreto, las fichas permitieron a los alumnos darse cuenta que se puede trabajar con varias partes de la fracción en la cual al momento de repartir las fichas los alumnos podían contestar más fácilmente porque al manejar, visualizar y manipular lograban entender el resultado de lo que se les pedía, ya que al principio no se realizó ninguna operación como lo fue en la última sesión del Tangram esta favoreció más el aprendizaje de la fracción a través de su significado parte-parte. Aquí se inició con la utilización operacional en donde los alumnos se dieron cuenta que multiplicando las relaciones de las figuras podían encontrar cuanto equivalían del entero. El Tangram fue el material que desarrollo en los alumnos el conocimiento de las fracciones más completamente, las relaciones entre las figuras pudo desenvolver más el tema, lo cual siento que los alumnos solo tuvieron las complicaciones al principio después fueron descubriendo el patrón que tenían que seguir para poder llegar a las respuestas correctas.

Los resultados

El uso del material didáctico concreto benefició la enseñanza de las fracciones a través de sus significados, se pudo identificar que los alumnos comprendían al manejar el material situaciones problemáticas que se les planteaban, además de fortalecer con la visualización lo que realizaban, comprobando cada una de las respuestas. Las estrategias implementadas de aprendizaje entre pares y colaborativo fue una práctica en donde los alumnos compartieron experiencias y conocimientos, ya que entre ellos mismos se ayudaban y respetaban el turno de su compañero para poder manipular los materiales. Se observó que cada uno de los materiales implementados favoreció por su parte a las fracciones, es decir las canicas y las fichas en su contexto discreto ayudaron a comenzar con parte-todo y parte-parte, ya que cumplieron con un objetivo inicial, las regletas contribuyeron a la enseñanza de las equivalencias de fracciones en su significado parte-todo y por último el material que fue más apoyo a la enseñanza de las fracciones fue el Tangram ya que este fue utilizado para parte-todo en donde se pudo realizar relaciones, partiendo de un todo hasta ver parte-parte en donde por medio de las figuras podíamos saber cuánto equivalían del todo.

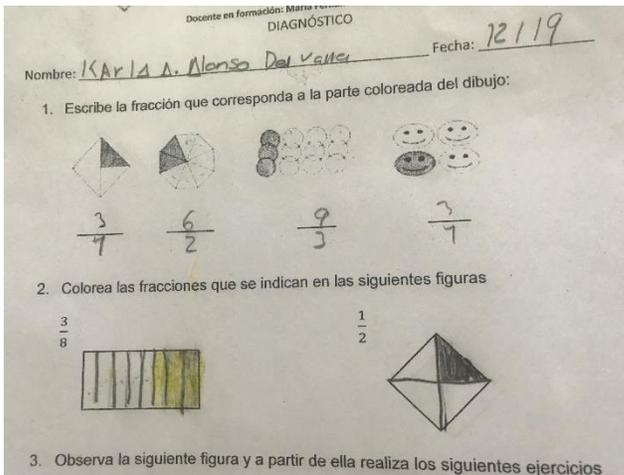
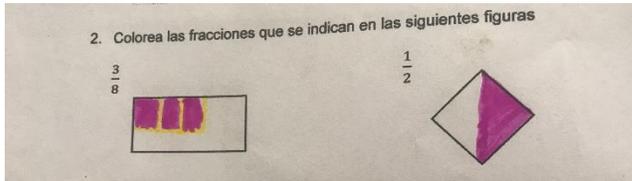
A pesar de que las fracciones no fue un contenido nuevo para ellos, la forma de trabajarlo en las intervenciones si, por lo que los resultados arrojados fue que hubo un mejoramiento en el aprendizaje de las representaciones de las fracciones gracias a la manipulación y visualización del material, esto por medio de un proceso que en cada sesión iban desarrollando. Al finalizar con el Tangram pudieron darse cuenta que todo lo que aprendieron lo aplicaron cuando se les problematizaba y ellos podían contestar de una forma más rápida y entendible, también fue el material que más les beneficio fue el que más les gusto. Se pudo evaluar a través de las evidencias que ellos realizaban después manipular su material, además que con la observación se pudo notar el proceso de mejoramiento que tuvieron los alumnos a lo largo de las intervenciones. A continuación, se muestra en la tabla 4 como fue el impacto del aprendizaje de las fracciones en los alumnos tomando en cuenta su diagnóstico y la implementación.

Tabla 4. Comparación entre diagnóstico e implementación, impacto que se obtuvo.

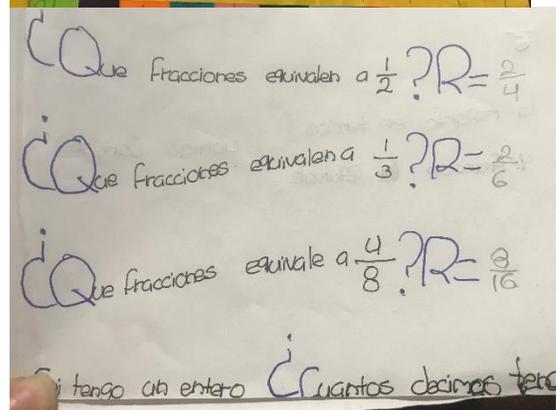
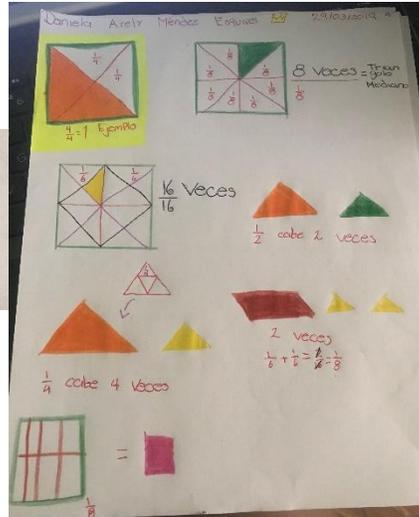
Diagnostico

Implementación

Parte- todo. Continuo



Parte- todo. Continuo



Parte-todo. Discreto

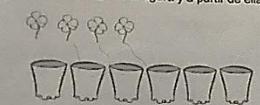
3. Observa la siguiente figura y a partir de ella realiza los siguientes ejercicios



1. Si ponemos una flor en cada maceta, ¿Qué parte del conjunto de las macetas quedará vacía?

a) $\frac{2}{4}$ b) $\frac{3}{6}$ c) $\frac{2}{3}$ d) $\frac{1}{3}$

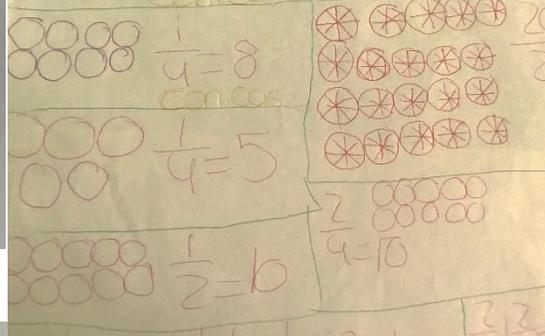
3. Observa la siguiente figura y a partir de ella realiza los siguientes ejercicios



1. Si ponemos una flor en cada maceta, ¿Qué parte del conjunto de las macetas quedará vacía?

a) $\frac{2}{4}$ b) $\frac{3}{6}$ c) $\frac{2}{3}$ d) $\frac{1}{3}$

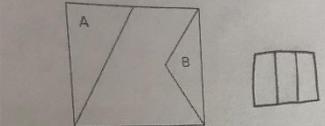
Parte-todo. Discreto



$\frac{1}{4} = 8$ conchas
 $\frac{1}{4} = 5$
 $\frac{1}{2} = 10$
 $\frac{2}{9} = 10$

tengo 32 conchas cuanto equivale un cuarto de mis conchas
 Cuantas conchas equivalen a un octavo $\frac{1}{8}$
 Cuantas equivale $\frac{2}{8}$

Parte-parte. Continuo



1. ¿El sector B qué parte representa del sector A?

a) $\frac{2}{8}$ b) $\frac{1}{2}$ c) $\frac{1}{8}$

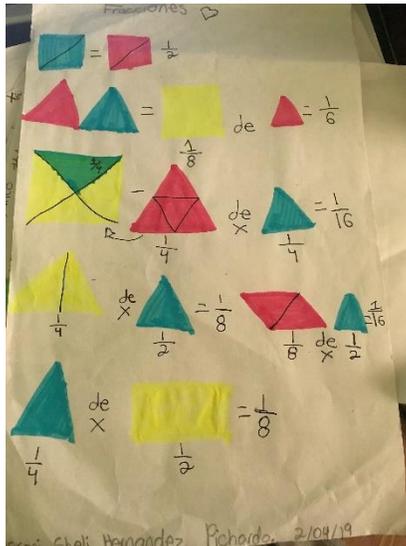
2. ¿Cuántas partes como B equivalen una parte como A?

a) 3 b) 2 c) 4

3. Describe el procedimiento que utilizaste para encontrar la respuesta correcta

Hize la tecnica del pastel para sacar el resultado

Parte-parte. Continuo



$\frac{1}{4} \times \frac{1}{2} = \frac{1}{8}$
 $\frac{1}{4} \times \frac{1}{4} = \frac{1}{16}$
 $\frac{1}{4} \times \frac{1}{8} = \frac{1}{32}$
 $\frac{1}{4} \times \frac{1}{16} = \frac{1}{64}$
 $\frac{1}{4} \times \frac{1}{2} = \frac{1}{8}$
 $\frac{1}{4} \times \frac{1}{4} = \frac{1}{16}$
 $\frac{1}{4} \times \frac{1}{8} = \frac{1}{32}$
 $\frac{1}{4} \times \frac{1}{16} = \frac{1}{64}$

Armi Sheli Hernandez Pichardo 2/04/19

Parte-parte. Discreto

3. Oscar, Ana y Luisa juegan en la calle con 20 canicas. Reparten las canicas y agarran $\frac{3}{5}$ del total y de esas se las reparten entre los tres equitativamente. Si les tocan de cuatro canicas.



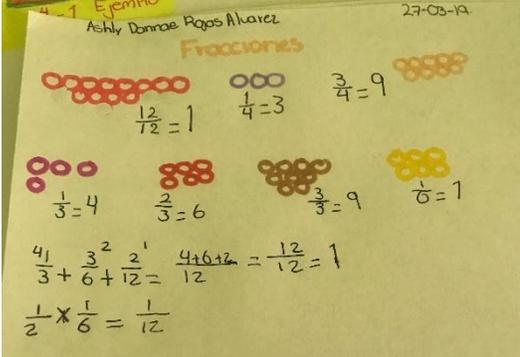
I. ¿Qué parte de los $\frac{3}{5}$ les tocó?

a) $\frac{1}{5}$ $\frac{1}{6}$ c) $\frac{1}{3}$

II. ¿Con que operación obtuviste tu respuesta?
como vi que tenia 1 dije el doble de lo que tenia

Parte-parte. Discreto

4-1 Ejemplo
 Ashly Danna Rojas Alvarez 27-03-12
 Fracciones



$\frac{1}{2} = 1$ $\frac{1}{4} = 3$ $\frac{3}{4} = 9$

$\frac{1}{3} = 4$ $\frac{2}{3} = 6$ $\frac{3}{3} = 9$ $\frac{1}{6} = 1$

$\frac{4}{3} + \frac{3}{6} + \frac{2}{12} = \frac{4+6+2}{12} = \frac{12}{12} = 1$

$\frac{1}{2} \times \frac{1}{6} = \frac{1}{12}$

3. Oscar, Ana y Luisa juegan en la calle con 20 canicas. Reparten las canicas y agarran $\frac{3}{5}$ del total y de esas se las reparten entre los tres equitativamente. Si les tocan de cuatro canicas.

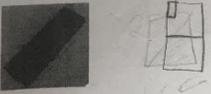


I. ¿Qué parte de los $\frac{3}{5}$ les tocó?

a) $\frac{1}{5}$ $\frac{1}{6}$ c) $\frac{1}{3}$

II. ¿Con que operación obtuviste tu respuesta?
3 | 20 10 dividi

4. Andrés compró un chocolate como el de la figura de abajo. Y solo agarró la mitad, de la cual repartió a su mamá



I. ¿Qué parte de la mitad del chocolate se comió Andrés?

a) $\frac{1}{6}$ $\frac{1}{2}$ c) $\frac{2}{3}$

Si tengo 12 fichas y la reparto a la mitad. Cuántos son $\frac{1}{2}$
 Si la mitad la reparto en tercios. Cuántas fichas
 que fracción equivalen $\frac{1}{2}$

Capítulo 5. Conclusiones y recomendaciones

La presente tesis tuvo como objetivo *favorecer el aprendizaje de las fracciones a través de algunos de sus significados, mediante la implementación de actividades en las cuales los alumnos manipulen material concreto, para así lograr construir el concepto y verificar la utilidad que se le da en su contexto educativo y social* en donde utilizando estrategias de trabajo colaborativo y entre pares, el cual se cumplió con el apoyo de los demás objetivos planteados y con el ciclo de momentos de Kemmis.

Primeramente se realizó un diagnóstico para identificar los conocimientos que tenían los alumnos acerca del tema de las fracciones, de esta manera se pudo reconocer la problemática, después se realizó las intervenciones pertinentes para atacar la problemática. Se construyó la planeación que incluía las actividades en las cuales la función principal del material concreto era la enseñanza de las fracciones, se observó cada uno de los procedimientos que los alumnos pasaron para poder favorecer su aprendizaje en las representaciones de las fracciones. Por último, se reflexionó cada una de las actividades, analizando los comentarios, lo observado y las evidencias hechas por los educandos, lo cual se hizo una evaluación para saber el impacto que tuvo la implementación de las actividades con el uso de los materiales concretos, demostrándose en una tabla comparando las evidencias del antes y después de la intervención.

Dando respuesta a las preguntas planteadas dentro de la investigación me pude dar cuenta que los conocimientos acerca de las fracciones era nulo para la mayoría de los alumnos esto a pesar que ya están en quinto grado. Se implementó el uso de canicas, fichas, regletas y tangram, dentro de las actividades en donde se problematizaba a los alumnos, mientras después de realizar la manipulación de su material concreto plasmaban en una hoja sus operaciones, representaciones y respuestas. Se permitió hacer un trabajo remedial ya que se benefició el aprendizaje que tenían los alumnos en el contenido de las fracciones a través de sus significados parte-todo y parte-parte. Aunque se tiene conciencia que no todos los alumnos fueron capaces de entender en su totalidad el significado parte-parte, ya que no

habían trabajado con este significado, el entendimiento de la multiplicación de fracciones no está muy aprendido por los alumnos por lo que provocó algunas complicaciones. El uso del material concreto permitió trabajar una nueva forma de ver el contenido de las fracciones, ya que son recursos que el docente utiliza para la enseñanza. Los estudiantes pudieron visualizar y encontrar el uso que se daba a las fracciones a través de los materiales, beneficiando la construcción de su aprendizaje.

Entre los principales resultados de la investigación se encuentran los siguientes:

1. Se identificó una mejora en el reconocimiento de las fracciones a través de su significado parte-todo
2. Se amplió su visión a un nuevo significado de la fracción parte-parte, además reconocen a la fracción en su contexto continuo y discreto
3. Favoreció la enseñanza de la fracción con apoyo del material concreto
4. Se contribuyó al aprendizaje de fracciones equivalentes, a la suma y la multiplicación de fracciones.
5. Mejoraron la convivencia en el aula, en el cual solucionaron problemas interpersonales.

Se lograron romper esquemas tradicionalistas que como docentes en formación estaba formando, pero gracias a esta investigación me pude dar cuenta lo esencial que es el material concreto dentro de las matemáticas y más en las fracciones ya que es un tema complicado para la enseñanza y aprendizaje. Durante el proceso de la investigación se logró desarrollar distintas competencias docentes, esto a través de las prácticas profesionales, la experiencia adquirida y la formación continua.

Puedo concluir acertando la hipótesis planteada en el presente documento ya que si el docente favorece e impronta material facilita la enseñanza de las fracciones al igual que los alumnos pueden adquirir el aprendizaje acerca de los conceptos y utilidad que tienen algunos de los significados de las fracciones. Se pudo comprobar en esta investigación que el uso del material concreto favorece y apoya el aprendizaje del estudiante, tomando en cuenta las características del material el

cual debe ser didáctico, útil y llamativo. Es necesario que como docentes se profundice el conocimiento de las fracciones, le dediquen tiempo necesario a la enseñanza y logren abarcar todos los significados de la fracción para dar una visión más amplia a los alumnos y así alcancen a formalizar el aprendizaje en la educación primaria

Por otra parte, con base en los resultados de la presente investigación, se realizan las siguientes sugerencias:

- Realizar investigaciones acerca del significado de la fracción parte-parte y que se apliquen estrategias y actividades para su enseñanza
- Tomar en cuenta el uso del material concreto que llame la atención de los alumnos, que sea manipulable para así favorecer más su interés y su aprendizaje.
- Llevar más allá la enseñanza de las fracciones, es decir no solo enseñar a través de un papel sino con creatividad y didáctica.
- Enseñar con material concreto las fracciones a través de todos sus significados
- Utilizar el aprendizaje entre pares o colaborativo para favorecer el contenido de las fracciones

Referencias

- Avalos, R. (2018). *Acceso a la resolución de problemas aditivos a través de proceso de categorización* (Tesis de licenciatura) Benemérita y Centenaria Escuela Normal del Estado de San Luis Potosí, México.
- Alsina, A. y Planas, N. (2008). *Matemáticas inclusivas. Propuestas para una educación matemática accesible*. Madrid: Narcea.
- Arévalo, G. y Ñauta, G. (2011). *Estado actual del desarrollo de destrezas lectoras en el cuarto año de educación básica de acuerdo con la teoría piagetiana*. (Tesis de licenciatura) Universidad de Cuenca: Ecuador.
- Blasco, J. E., Pérez, J. A. (2007). *Metodologías de investigación en las ciencias de la actividad física y el deporte: ampliando horizontes*. España: Editorial Club Universitario.
- Bracamonte, R. (2015). La observación participante como técnica de recolección de información de la investigación. *ARJÉ*, 9, pp.132-139.
- Cabrera, M., Llullema, N. & Carmen, M. (2011). *Los Juegos Educativos con Materiales Concretos para el Aprendizaje de las Matemáticas en los Estudiantes de Cuarto Año de Educación Básica de la Escuela Medalla Milagrosa*. (Tesis de licenciatura) Universidad estatal de Bolívar. Ecuador. Recuperado de: <http://dspace.ueb.edu.ec/bitstream/123456789/2083/1/Tesis%20final%20Noviembre.pdf>
- Cámara de Diputados del H, C. d. (2018). Constitución Política de los Estados Unidos Mexicanos. Última Reforma DOF, 27-08-2018. Obtenido de http://www.diputados.gob.mx/LeyesBiblio/pdf/1_270818.pdf
- Campos, N. 2011. Froebel: *Un pedagogo comprometido*. Disponible en: <http://filo-edu.blogspot.com.es/2007/12/froebel-un-pedagogo-comprometido.html>.
- Carneiro, C. (2010). *Dirección Estratégica Innovadora*. España: Netbiblo.
- Carrillo, M. (2012). *Análisis de la organización matemática relacionada a las concepciones de fracción que se presenta en el texto escolar matemática quinto grado de educación primaria*. (Tesis de maestría). Pontificia universidad católica. Perú.

- Ceballos, S. & Romero M. (2012) *El Tangram chino de siete piezas en el proceso de enseñanza aprendizaje de la geometría*. (Tesis de maestría). Universidad del Tolima. Colombia
- Cerda, T. (2011). La ampliación formadora del docente de aula al de formador de profesionales reflexivos en contextos de cooperación entre pares. *REDEC. No.7, Vol.1*. Chile
- Colmenares E. y Piñero M. (2008). La investigación acción. Una herramienta metodológica heurística para la comprensión y transformación de realidades y prácticas socioeducativas. *Laurus, 14*, pp. 96-114
- Comité de Planeación del Desarrollo del Estado (2016). Plan Estatal de Desarrollo 2015-2021. San Luis Potosí, Mexico: COPLADE. Recuperado de <http://www.slp.gob.mx/plan2015-2021/plan-completo.html>
- De la Parra, E. (2004). *Herencia de vida para tus hijos. Crecimiento integral con técnicas PNL*. México: Grijalbo.
- Díaz, F. y Hernández, G. (1999) *Estrategias Docentes para un Aprendizaje Significativo. Una interpretación constructiva*. McGraw-Hill, México.
- Durán, D. y Viday, V. (2004). *Tutoría entre iguales: De la teoría a la Práctica*. Barcelona: Graó.
- Escolano, R. y Gairín, J.M. (2005) Modelos de medida para la enseñanza del número racional en Educación Primaria. *Revista Iberoamericana de Educación Matemática, 1*, pp.17-35
- Fandiño, M. (2009). *Las Fracciones. Aspectos conceptuales y didácticos*. Bogotá: Magisterio.
- Flores, R. (2000). *Docente del siglo XXI. Cómo desarrollar una práctica docente competitiva. Evaluación Pedagógica y Cognición*. México: McGraw Hill.
- Freudenthal, H. (1983). *Didactical Phenomenology of Mathematical Structures*. Holanda: D. Reidel. pp. 28-33 y 133-177.

- Gallardo, J., González, J. & Wencewslao, Q. (2008). Interpretando la comprensión matemática en escenarios básicos de valoración sobre las interferencias en el uso de significados de la fracción. *Latinoamericana de Investigación en Matemática Educativa*, 11. Recuperado de: http://www.scielo.org.mx/scielo.php?script=sci_arttext&pid=S1665-24362008000300003
- Gómez, M. (2006). *Introducción a la Metodología de la Investigación Científica*. Argentina: Brujas.
- González, M. (2010). Recursos, Material didáctico y juegos y pasatiempos para Matemáticas en Infantil, Primaria y ESO: Consideraciones generales SEP 10. *Didáctica de las Matemáticas*, pp.1-24. Recuperado de: [file:///C:/Users/marii/Downloads/materiales infantil primaria y ESO. Consideraciones generales.pdf](file:///C:/Users/marii/Downloads/materiales%20infantil%20primaria%20y%20ESO.%20Consideraciones%20generales.pdf)
- Gonzalo, R. (2003). El Diario como Instrumento para la Formación Permanente del Profesor de Educación Física. *Efdeportes*, N°6, Recuperado de: <https://www.efdeportes.com/efd60/diario.htm>
- Hernández, D. (2018). *Comprensión practica de las fracciones en su significado*.(Tesis de licenciatura) Benemérita y Centenaria Escuela Normal del Estado de San Luis Potosí, México.
- Kieren, T. E. (1983). *Partitioning, equivalence, and the construction of rational number ideas*. In M. Zweng, Boston: Proceedings of the 4th International, pp. 506–508.
- Kemmis, S. (1988). *El curriculum más allá de la teoría de la reproducción*. Madrid: Morata.
- Lamon, S.L. (2001). *Presenting and Representing: From Fractions to Rational Numbers*. In A. Cuoco & F. Curcio, Virginia: The Roles Of Representations in School Mathematics-2001 Yearbook, pp. 146-165
- Latorre, A. (2005). *La investigación-acción. Conocer y cambiar la práctica educativa*. España: GRAÓ.
- Lima, M. (2011). *El material didáctico y concreto para desarrollar destrezas con criterio de desempeño en el bloque curricular geométrico del octavo año de educación básica en el colegio experimental* (Tesis magisterial) Loja: Universidad Nacional de Loja.

- Llinares, S. y Sánchez, M. (1997). *Aprender a enseñar, modos de representación y número racional*. Universidad de Sevilla. Recuperado de https://idus.us.es/xmlui/bitstream/handle/11441/17916/file_1.pdf?sequence=1
- Llinares, S. y Sánchez, M. (2000). *Fracciones. La relación parte-todo*. España: Síntesis.
- López, J. (2012). Propuesta didáctica para la enseñanza del concepto de Fracción en el grado séptimo considerando la relación parte-todo. Colombia. Recuperado de: <http://www.bdigital.unal.edu.co/5922/1/8410009.2012.pdf>
- Martínez, G. (2007). *La investigación en la práctica educativa: Guía metodológica de investigación para el diagnóstico y evaluación en los centros docentes*. España: CIDE
- Monereo, C., Cartello, M., Clariana, M., Palma, M. & Pérez M. (1994). *Estrategias de enseñanza y aprendizaje. Formación del profesorado y aplicación en la escuela*, España.: Graó.
- Moreno, F (2017). *Aprendizaje colaborativo como estrategia para mejorar la identificación y representación de fracciones con alumnos de primaria* (Tesis de licenciatura) Benemérita y Centenaria Escuela Normal del Estado de San Luis Potosí, México.
- Moreno, I. (2004). *La utilización de medios y recursos didácticos en el aula. Departamento de Didáctica y Organización Escolar*. Recuperado de: <http://webs.ucm.es/info/doe/profe/isidro/merecur.pdf>
- Muñoz, C. (2014). *Los materiales en el aprendizaje de las matemáticas. Tesis de pregrado*. Universidad de la Rioja. España
- Niño, A. y Raad, Y. (2018). *Interpretación de la fracción como relación parte-todo en contextos continuos y discretos, a partir de la implementación de una secuencia didáctica que privilegia la competencia comunicativa*. Tesis de Maestría. Bogotá: Línea Didáctica de las Matemáticas.
- Obando, G. (2003). La enseñanza de los números racionales a partir de la relación parte-todo. *Revista Ema*, 8, pp. 157-182.

- Obando, G. (2006), Modulo 1. Pensamientos Numéricos y Sistemas Numéricos, Colombia. Recuperado:
http://virtualnet2.umb.edu.co/virtualnet/archivos/open.php/4346/Modulo_1_Final.pdf
- Onetti, V. (2011) Aprendizaje cooperativo. *Digital innovación y experiencia 23 educativa*. Disponible en:
http://www.csicsif.es/andalucia/modules/mod_ense/revista/pdf/Numero_40/VANESSA%20ONETTI%20ONETTI_1.pdf.
- Piaget, J. (1969): *Psicología y Pedagogía*, Barcelona: Arie.
- Prediger, S. & Schink, A. (2009). Three eighths of which whole - Dealing with changing referent wholes as a key to the part-of-part-model for the multiplication of fractions. Greece: *Proceedings of the 33rd. Conference of the International Group for the Psychology of Mathematics Education*, pp. 409-416.
- Reeder, H. (2011). *La praxis fenomenológica de Husserl*. Bogotá: San Pablo.
- Ruíz, C. (2013). *La fracción como relación parte-todo y como cociente: Propuesta Didáctica para el Colegio Los Alpes* (Tesis de Maestría) Universidad Nacional de Colombia. Recuperado de:
<http://www.bdigital.unal.edu.co/40057/1/01186860.2013.pdf>.
- Santa, Z., Jaramillo, C. & De Carvalho Borba, M. (2015). Doblado de papel como medio para la producción de conocimiento geométrico. *Revista Virtual Universidad Católica del Norte*, 46, pp.154-168. Recuperado de
<http://revistavirtual.ucn.edu.co/index.php/RevistaUCN/article/view/706/1233>
- Saquicela, N., & Arias, J. (2011). *Guía metodológica para la aplicación del material didáctico en el área de matemática, para segundo año de básica del centro educativo fiscomisional*. Tesis de maestría. Universidad Politécnica Salesiana. Cuenca
- SEP (2011a). *Plan de Estudios*. México: Educación Básica.
- SEP (2011b). *Programa de estudio, cuarto grado*. México: SEP
- SEP (2011c). *Programas de estudios, quinto grado*. México: SEP.
- SEP (2011d). *Programas de estudios, sexto grado*. México: SEP.

SEP (2011e). *Programas de estudio, tercer grado*. México: SEP.

SEP.(2018). *Ley General de Educacion* . Obtenido de https://www.sep.gob.mx/work/models/sep1/Resource/558c2c24-0b12-4676-ad90-8ab78086b184/ley_general_educacion.pdf

Streefland, L. (1991). *Fractions in realistic mathematics education* (tesis de doctorado). Kluwer Academic Publishers, pp. 46-134.

Streefland, L, (1993). The design of a mathematics course a theoretical reflection. *Educational Studies in Mathematics*, vol. 25, pp. 109-135.

Tobón, M (2010). *Formación integral y competencia, Pensamiento Complejo, diseño curricular y didáctica.*, Colombia: ECOE

Villarroel, S., y Sgreccia, N. (2011). Materiales didácticos concretos en Geometría en primer año de secundaria. *Revista de didáctica de las Matemáticas*, 78, pp. 73-94. Recuperado de: <https://educrea.cl/wp-content/uploads/2017/03/DOC1-didactica-geometria.pdf>

Vygotsky, L.S. (1979) *El desarrollo de los procesos psicológicos superiores*. Barcelona: Crítica

Yuni, J. y Urbano, C. (2005) *Mapas y herramientas para conocer la escuela. Investigación etnográfica, Investigación – Acción*, Argentina: Brujas.

Zarzar, C. (2013). El aprendizaje de fracciones en educación primaria: una propuesta de enseñanza en dos ambientes. *Unidad de Educación de la Facultad de Ciencias Humanas y Sociales*, 15, pp. 33-45.

ANEXOS

ANEXO A.

Test estilo de aprendizaje



SEV
SECRETARÍA DE EDUCACIÓN
DEL ESTADO DE VIZCAYA

TEST ESTILO DE APRENDIZAJE (MODELO PNL)

INSTRUCCIONES: Elige una opción con la que más te identifiques de cada una de las preguntas y márcala con una X

1. ¿Cuál de las siguientes actividades disfrutas más?
 - a) Escuchar música
 - b) Ver películas
 - c) Bailar con buena música
2. ¿Qué programa de televisión prefieres?
 - a) Reportajes de descubrimientos y lugares
 - b) Cómicos y de entretenimiento
 - c) Noticias del mundo
3. Cuando conversas con otra persona, tú:
 - a) La escuchas atentamente
 - b) La observas
 - c) Tiendes a tocarla
4. Si pudieras adquirir uno de los siguientes artículos, ¿cuál elegirías?
 - a) Un jacuzzi
 - b) Un estéreo
 - c) Un televisor
5. ¿Qué prefieres hacer un sábado por la tarde?
 - a) Quedarte en casa
 - b) Ir a un concierto
 - c) Ir al cine
6. ¿Qué tipo de exámenes se te facilitan más?
 - a) Examen oral
 - b) Examen escrito
 - c) Examen de opción múltiple
7. ¿Cómo te orientas más fácilmente?
 - a) Mediante el uso de un mapa
 - b) Pidiendo indicaciones
 - c) A través de la intuición
8. ¿En qué prefieres ocupar tu tiempo en un lugar de descanso?
 - a) Pensar
 - b) Caminar por los alrededores
 - c) Descansar
9. ¿Qué te halaga más?
 - a) Que te digan que tienes buen aspecto
 - b) Que te digan que tienes un trato muy agradable
 - c) Que te digan que tienes una conversación interesante
10. ¿Cuál de estos ambientes te atrae más?
 - a) Uno en el que se sienta un clima agradable
 - b) Uno en el que se escuchan las olas del mar
 - c) Uno con una hermosa vista al océano
11. ¿De qué manera se te facilita aprender algo?
 - a) Repitiendo en voz alta
 - b) Escribiéndolo varias veces
 - c) Relacionándolo con algo divertido
12. ¿A qué evento preferirías asistir?
 - a) A una reunión social
 - b) A una exposición de arte
 - c) A una conferencia
13. ¿De qué manera te formas una opinión de otras personas?
 - a) Por la sinceridad en su voz
 - b) Por la forma de estrecharte la mano
 - c) Por su aspecto
14. ¿Cómo te consideras?
 - a) Atlético
 - b) Intelectual
 - c) Sociable
15. ¿Qué tipo de películas te gustan más?
 - a) Clásicas
 - b) De acción
 - c) De amor
16. ¿Cómo prefieres mantenerte en contacto con otra persona?
 - a) por correo electrónico
 - b) Tomando un café juntos
 - c) Por teléfono
17. ¿Cuál de las siguientes frases se identifican más contigo?
 - a) Me gusta que mi coche se sienta bien al conducir
 - b) Percibo hasta el más ligero ruido que hace mi coche
 - c) Es importante que mi coche esté limpio por fuera y por dentro
18. ¿Cómo prefieres pasar el tiempo con tu novia o novio?
 - a) Conversando
 - b) Acariñándose
 - c) Mirando algo juntos
19. Si no encuentras las llaves en una bolsa
 - a) La buscas mirando
 - b) Sacudes la bolsa para oír el ruido
 - c) Buscas al tacto
20. Cuando tratas de recordar algo, ¿cómo lo haces?
 - a) A través de imágenes
 - b) A través de emociones
 - c) A través de sonidos



TEST ESTILO DE APRENDIZAJE (MODELO PNL)

21. Si tuvieras dinero, ¿qué harías?

- a) Comprar una casa
- b) Viajar y conocer el mundo
- c) Adquirir un estudio de grabación

22. ¿Con qué frase te identificas más?

- a) Reconozco a las personas por su voz
- b) No recuerdo el aspecto de la gente
- c) Recuerdo el aspecto de alguien, pero no su nombre

23. Si tuvieras que quedarte en una isla desierta, ¿qué preferirías llevar contigo?

- a) Algunos buenos libros
- b) Un radio portátil de alta frecuencia
- c) Golosinas y comida enlatada

24. ¿Cuál de los siguientes entretenimientos prefieres?

- a) Tocar un instrumento musical
- b) Sacar fotografías
- c) Actividades manuales

25. ¿Cómo es tu forma de vestir?

- a) Impecable
- b) Informal
- c) Muy informal

26. ¿Qué es lo que más te gusta de una fogata nocturna?

- a) El calor del fuego y los bombones asados
- b) El sonido del fuego quemando la leña
- c) Mirar el fuego y las estrellas

27. ¿Cómo se te facilita entender algo?

- a) Cuando te lo explican verbalmente
- b) Cuando utilizan medios visuales
- c) Cuando se realiza a través de alguna actividad

28. ¿Por qué te distingues?

- a) Por tener una gran intuición
- b) Por ser un buen conversador
- c) Por ser un buen observador

29. ¿Qué es lo que más disfrutas de un amanecer?

- a) La emoción de vivir un nuevo día
- b) Las tonalidades del cielo
- c) El canto de las aves

30. Si pudieras elegir ¿qué preferirías ser?

- a) Un gran médico
- b) Un gran músico
- c) Un gran pintor

31. Cuando eliges tu ropa, ¿qué es lo más importante para ti?

- a) Que sea adecuada
- b) Que luzca bien
- c) Que sea cómoda

32. ¿Qué es lo que más disfrutas de una habitación?

- a) Que sea silenciosa
- b) Que sea confortable
- c) Que esté limpia y ordenada

33. ¿Qué es más sexy para ti?

- a) Una iluminación tenue
- b) El perfume
- c) Cierta tipo de música

34. ¿A qué tipo de espectáculo preferirías asistir?

- a) A un concierto de música
- b) A un espectáculo de magia
- c) A una muestra gastronómica

35. ¿Qué te atrae más de una persona?

- a) Su trato y forma de ser
- b) Su aspecto físico
- c) Su conversación

36. Cuando vas de compras, ¿en dónde pasas mucho tiempo?

- a) En una librería
- b) En una perfumería
- c) En una tienda de discos

37. ¿Cuáles tu idea de una noche romántica?

- a) A la luz de las velas
- b) Con música romántica
- c) Bailando tranquilamente

38. ¿Qué es lo que más disfrutas de viajar?

- a) Conocer personas y hacer nuevos amigos
- b) Conocer lugares nuevos
- c) Aprender sobre otras costumbres

39. Cuando estás en la ciudad, ¿qué es lo que más hechas de menos del campo?

- a) El aire limpio y refrescante
- b) Los paisajes
- c) La tranquilidad

40. Si te ofrecieran uno de los siguientes empleos, ¿cuál elegirías?

- a) Director de una estación de radio
- b) Director de un club deportivo
- c) Director de una revista

Referencia: De la Parra Paz, Eric, Herencia de vida para tus hijos. Crecimiento Integral con técnicas PNL, Ed. GrJaibo, México, 2004, págs. 88-95 1 00 DGB/DCA/12-2004

ANEXO B

Diagnostico. Primera prueba parte-todo

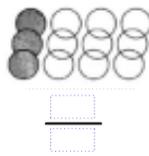


BENEMÉRITA Y CENTENARIA ESCUELA NORMAL DEL ESTADO
Esc. Primaria Of. Nicolás Bravo
Docente en formación: María Fernanda Villalobos Alcacio

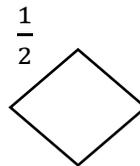
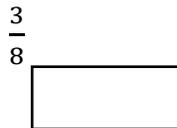


Nombre: _____ Fecha: _____

1. Escribe la fracción que corresponda a la parte coloreada del dibujo:



2. Colorea las fracciones que se indican en las siguientes figuras



3. Observa la siguiente figura y a partir de ella realiza los siguientes ejercicios



I. Si ponemos una flor en cada maceta, ¿Qué parte del conjunto de las macetas quedará vacía?

- a) $\frac{2}{4}$ b) $\frac{3}{6}$ c) $\frac{3}{4}$ d) $\frac{1}{3}$

ANEXO C

Segunda prueba. Parte-parte



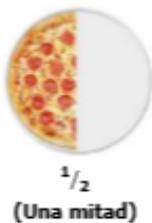
BENEMÉRITA Y CENTENARIA ESCUELA NORMAL DEL ESTADO
Esc. Primaria Of. Nicolás Bravo
Docente en formación: María Fernanda Villalobos Alcacio



Nombre: _____

DIAGNÓSTICO

1. En una pizzería Juan y Luis pidieron una pizza y la cortaron a la mitad. De esa mitad se comieron una parte. Si se comieron un $\frac{1}{8}$ de la mitad de la pizza

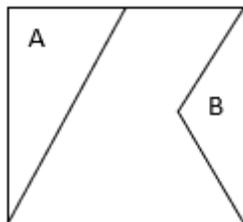


- I. ¿Qué parte del total se comieron?

b) $\frac{1}{16}$ b) $\frac{1}{8}$ c) $\frac{1}{4}$

- II. ¿Qué operación utilizaste para obtener tu respuesta?

2. En la siguiente figura el sector A representa $\frac{1}{4}$ del entero, y el sector B representa $\frac{1}{8}$ del entero.



- I. ¿El sector B qué parte representa del sector A?

a) $\frac{2}{8}$ b) $\frac{1}{2}$ c) $\frac{1}{8}$

- II. ¿Cuántas partes como B equivalen una parte como A?

- a) 3 b) 2 c) 4
3. Oscar, Ana y Luisa juegan en la calle con 20 canicas. Reparten las canicas y agarran $\frac{3}{5}$ del total y de esas se las reparten entre los tres equitativamente. Si les tocan de cuatro canicas.



I. ¿Qué parte de los $\frac{3}{5}$ les tocó?

- a) $\frac{1}{5}$ b) $\frac{1}{6}$ c) $\frac{4}{3}$

II. ¿Con que operación obtuviste tu respuesta?

4. Andrés compro un chocolate como el de la figura de abajo. Y solo agarró la mitad, de la cual repartió un $\frac{1}{3}$ a su mamá



I. ¿Qué parte del todo el chocolate se comió la mamá de Andrés?

- a) $\frac{1}{6}$ b) $\frac{1}{2}$ c) $\frac{2}{3}$

II. ¿Qué operación representa la obtención de tu respuesta?

5. Con una hoja de papel realizar las siguientes indicaciones



Doblar la hoja a la mitad
De la mitad doblar en tercios
De un tercio doblar a la mitad y cortar el pedazo



I. ¿Qué fracción equivale el pedazo cortado de un $\frac{1}{2}$ de hoja?

- a) $\frac{1}{6}$ b) $\frac{2}{6}$ c) $\frac{1}{12}$

II. Describe el procedimiento que utilizaste para encontrar la respuesta correcta

ANEXO D.

Planeación de actividades a implementar en la propuesta de intervención



SISTEMA EDUCATIVO
ESTATAL REGULAR

BENEMÉRITA Y CENTENARIA ESCUELA NORMAL DEL ESTADO

Esc. Primaria Of. Nicolás Bravo

Calle Madrigal 629, Los Reyes, 78170 San Luis, S.L.P.

Zona escolar 07 CCT24EPRO130Z Sector III

Docente en formación: María Fernanda Villalobos Alcacio



GRADO: 5° GRUPO: "A"	ASIGNATURA: Matemáticas	
CAMPO FORMATIVO: Pensamiento matemático	APRENDIZAJE ESPERADO: Reconozcan la relación que guardan entre las diversas representaciones de una fracción Interpreten la relación que hay entre una fracción y la unidad a la que se está haciendo referencia Resuelve problemas que implican sumar, restar o multiplicar números fraccionarios con igual o distinto denominador.	COMPETENCIAS: Comunicar información matemática. Validar procedimientos y resultados. Manejar técnicas eficientemente. Resolver problemas de manera autónoma
EJE: Sentido numérico y pensamiento algebraico	ENFOQUE: Uso de secuencias de situaciones problemáticas que despierten el interés de los alumnos, que permitan reflexionar y construir formas diferenciadas para la solución de problemas usando el razonamiento como herramienta fundamental.	CONTENIDO: • Resolución de problemas que impliquen sumas o restas de fracciones comunes con denominadores diferentes. • Conocimiento de diversas representaciones de un número fraccionario: con cifras, mediante la recta numérica, con superficies, etc. Análisis de las relaciones entre la fracción y el todo.
PROPÓSITOS GENERALES: Utilicen el cálculo mental, la estimación de resultados o las operaciones escritas con números naturales, así como la suma y resta con números fraccionarios y decimales para resolver problemas aditivos y multiplicativos.		

Conozcan y usen las propiedades básicas de ángulos y diferentes tipos de rectas, así como del círculo, triángulos, cuadriláteros, polígonos regulares e irregulares, prismas, pirámides, cono, cilindro y esfera al realizar algunas construcciones y calcular medidas.

Parte-todo discreto “Canicas”

Sesión 1

Propósito: Que los alumnos trabajen con material lúdico en contextos discretos, enriqueciendo el concepto de fracción parte-todo

- Se trabaja con material discreto “canicas” , se juntarán en equipos de 3 a 4 integrantes, de ahí se entrega a cada equipo un conjunto de canicas
- Se indica a los alumnos que cuenten las canicas que les tocaron
- Los alumnos observan que el total de canicas son 32 canicas
- Se les pregunta ¿Cómo lo representarían en fracción?
- Comienza las indicaciones: De esas 32 las deben repartir en un $\frac{1}{2}$. ¿Qué cantidad de canicas quedo en cada $\frac{1}{2}$? ¿Entonces si sumamos $\frac{1}{2} + \frac{1}{2}$ cuanto nos resulta?
- Se pidió que tomarán registro en un hoja de máquina proporcionada, en donde plasmaran las canicas en la hoja y realizarán lo mismo que se está haciendo con el material pero en la hoja
- Le preguntaré ¿Qué parte representa $\frac{1}{4}$ del todo?
- Si sumamos $\frac{1}{2} + \frac{1}{4}$ de canicas que tenemos ¿Qué fracción de canicas tenemos? ¿Cuántas canicas representan?
- Para finalizar se realizará una plenaria para escuchar los resultados obtenidos de todos los equipos en cual tendrán que justificar como es que lograron a ese resultado.

Parte-todo concreto “Tangram”

Sesión 2

Propósito: Utilización de operaciones de fracciones para fortalecer el concepto de equivalencia de fracciones en el tangram.

- Se les entregará el material de tangram pero en esta ocasión realizarán registro de tanto las figuras como las operaciones elaboradas.
- Se retomó preguntas siguientes para recordar las relaciones con los triángulos
- Toma el triángulo grande, si ese triángulo fuera tu unidad y utilizarías tu triángulo mediana para ver cuántas veces cabe ¿Qué fracción representa el triángulo mediano? ¿Cuánto representaría entonces el triángulo pequeño? ¿A qué fracción equivale?
- Si sumo mis dos triángulo chico ¿Qué triángulo me debería de dar?

- Si agarro mi cuadrado y mi triangulo chico ¿Cuánto representa mi triángulo en el cuadrado?
- Entonces si sumo dos veces el triángulo ¿Qué equivale mi triángulo de mi cuadrado?
- Demuéstralo
- Si tomo mi romboide y un mi triangulo chico ¿Cuántas veces cabe el triángulo chico en el romboide?, ahora si agarro mi romboide y mi triángulo grande ¿Qué fracción equivale el romboide en el triángulo grande?
- Si sumamos la fracción que equivale el romboide podría darnos la equivalencia del triángulo grande
- Si sumo mi triángulo mediano más mi cuadro ¿A qué figura equivale?
- Ahora si sumo mi romboide y mi cuadrado ¿A qué figura equivale?
- Si sumo todas mis figuras geométricas ¿Qué fracción me dará?
- Se socializará respuestas y dudas acerca del tema

Parte-todo concreto “Tangram”

Sesión 3

Propósitos: Reconocer el uso de las fracciones para la representación de partes de un total y utilización de operaciones de fracciones (suma) para fortalecer el concepto de equivalencia de fracciones en el tangram.

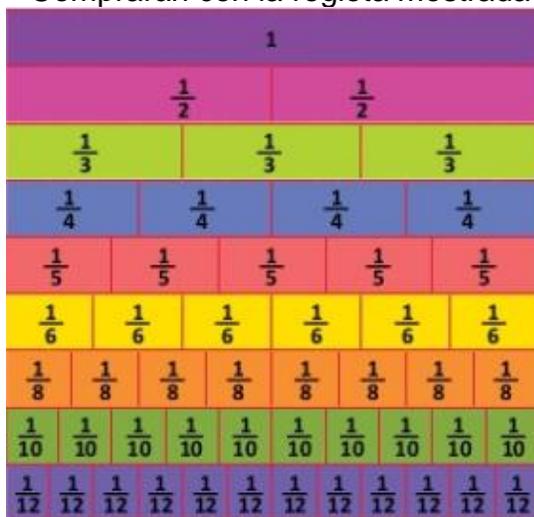
- En parejas, trabajarán con material concreto “Tangram “
- Se comenzó preguntando a los alumnos ¿Cuántas piezas contiene y cuales figuras geométricas integran el tangram?
- Se les pidió que sigan las indicaciones correctamente: Toma el cuadrado si toda la base del tangram fuera la unidad ¿Qué fracción representa el cuadrado?
- Los alumnos demostrarán cada respuesta expresada con el manejo del Tangram
- Vamos a trabajar con los triángulos grandes y la base del tangram ¿Dime que fracción representa el triángulo grande en la base? ¿Cuantas veces cabe?
- Si fuera el triángulo mediano ¿Qué fracción representa?
¿Qué fracción equivale el triángulo pequeño en la base de tu tangram?
- Se les pidió ver la relación de los triángulos para así establecer fracciones equivalentes
- Primeramente tomaron el triángulo grande, si ese triángulo fuera tu unidad y utilizas tu triangulo mediana para ver cuántas veces cabe ¿Qué fracción representa el triángulo mediano?
¿Cuánto representaría entonces el triángulo pequeño?
- Ahora toma el romboide y utiliza el triángulo pequeño quiero que me digas ¿Cuántas veces cabe el triángulo pequeño en el romboide? ¿Cuánto equivalía si mi romboide es un entero?
- Entonces si agarro mi cuadrado ¿Cuánto equivale de un entero? ¿Por qué?
- Se realizará la planearía de dudas y comentarios
- La docente en formación mostrará algunas respuestas a las dudas surgidas por los alumnos con material concreto

Parte-todo concreto “Regletas”

Sesión 4

Propósito: Identificar las equivalencias de la fracción y suma de fracciones

- Se implementará el uso de material concreto el cual consta de unas tiras de papel
- En parejas, se les entregará unas tiras de papel de color
- Los alumnos las repartirán en $\frac{1}{2}, \frac{1}{3}, \frac{1}{4}, \frac{1}{5}, \frac{1}{6}, \frac{1}{8}, \frac{1}{10}, \frac{1}{12}$
- Los alumnos tendrán que construir una regleta
- Tendrán que observar cual es orden o acomodo de acuerdo a las equivalencias de las fracciones
- Compararán con la regleta mostrada en el pizarrón



- Se les preguntó ¿Qué fracciones son equivalentes a un $\frac{1}{3}$? ¿Qué fracciones son equivalentes a un $\frac{1}{2}$? ¿Qué fracciones son equivalentes a un $\frac{1}{6}$?
- Lo representarán gráficamente en una hoja
- ¿Cuántos doceavos tiene $\frac{3}{6}$? Y ¿Cuántos cuartos equivale $\frac{6}{8}$?
- ¿Cuántos decimos tiene un $\frac{1}{2}$?
- ¿Cuántos sextos equivalen $\frac{3}{2}$?
- ¿Qué fracción es más grande $\frac{2}{8}$ o $\frac{1}{5}$? ¿Por qué?
- En plenaria se reflexionará cuáles fueron las dificultades al ordenar la regleta

Parte-parte discreto “fichas”

Sesión 5

Propósito: Que los alumnos trabajen con material lúdico en contextos discretos, enriqueciendo el concepto de fracción parte-parte

- Mediante una dinámica se asignara una pareja para cada alumno
- Se entregó el material discreto “fichas”
- Se les volverá a pedir que tomen registro en un hoja de máquina, en donde plasmarán las actividades realizadas con las fichas relacionando lo está haciendo con el material pero representado en la hoja
- Recordando lo visto en la sesión pasada, se retomó la pregunta ¿Qué parte representa $\frac{1}{4}$ del todo?
- Se dio una representación con material concreto en grande acerca del problema de las canicas pero ahora mediante fichas, para así que los alumnos entrarán a las fracciones a través de su significado parte- parte.
- Se problematizó a los alumnos nueva mente preguntando. Si el total de mis fichas lo divido en tercio ¿Qué cantidad obtengo en cada tercio?
- De las doce fichas las voy a dividir a la mitad y voy a ocupar $\frac{1}{2}$ y esas las repartimos en sextos ¿Cuántas canicas se encuentran en un $\frac{1}{6}$?
- ¿Qué operación nos podrá dar la solución para saber que parte de la parte pertenece del todo? ¿Por qué?
- Se les explico que ahora si observan se está trabajando con la parte de una parte
- Entonces se les preguntó que si sumando $\frac{1}{3} + \frac{3}{6} + \frac{2}{12}$ sale el entero, se les preguntó ¿Por qué?
- Se tuvo un cierre de sesión reflexionando con los alumnos acerca de la fracción con su representación parte-parte, lo cual se puede trabajar con cada una de las partes de la fracción para así poder llegar a un todo.

Parte-parte concreto “Tangram”

Sesión 6

Propósito: Reconocer que para formar un todo debemos trabajar con las partes y al relacionar dos partes podremos encontrar a cuanto pertenece del todo

- En binas se les entregará nuevamente el material de tangram pero en esta ocasión realizarán registro de tanto las figuras como las operaciones elaboradas
- Se comenzó recordando cuanto representa cada pieza del tangram
- Si mi triangulo chico equivale a un $\frac{1}{4}$ con relación al triángulo grande ¿Qué fracción equivale mi triangulo chico del entero?
¿Por qué?
- Será guiando a los alumnos a poder comprender las relaciones que se generan
- Si mi triangulo chico equivale a un $\frac{1}{2}$ con relación al cuadrado ¿Qué fracción equivale mi triangulo chico del entero?

- Entonces si mi cuadrado equivale a un $\frac{1}{2}$ con relación al triángulo grande ¿Qué fracción equivale mi cuadrado del entero?
- Si mi triángulo chico equivale a un $\frac{1}{2}$ con relación al romboide ¿Qué fracción equivale mi triángulo del entero?
- Si mi romboide equivale a un $\frac{1}{2}$ con relación al triángulo grande ¿Qué fracción equivale mi romboide del entero?
- Si nuestra base del Tangram equivale a un entero, ¿qué fracción de la unidad representa cada pieza del tangram
- Se reflexionara acerca del uso del tangram en la fracciones remarcado que se pueden observar relaciones, equivalencias, simplificaciones y el lado operativo de las fracciones.

EVALUACIÓN:

Se evaluará como manejan el material lúdico los alumnos en las actividades

La relación que tienen los estudiantes con la utilización del material y los significados de las fracciones parte-todo y parte-parte

INSTRUMENTOS Y TÉCNICAS DE EVALUACIÓN:

- Observación sistemática y participante
- El diario de campo
- Las fotografías

MATERIALES Y/O

RECURSOS DIDÁCTICOS:

Canicas
Fichas
Tangram
Chocolates
Regletas