



BENEMÉRITA Y CENTENARIA ESCUELA NORMAL DEL ESTADO DE SAN LUIS POTOSÍ.

TITULO: Diseño e implementación de una planeación didáctica fundamentada en el mtsk para la enseñanza de ángulos centrales e inscritos en la circunferencia

AUTOR: Eduardo Rafael Costa Rodríguez

FECHA: 7/15/2026

PALABRAS CLAVE: Planeación didáctica, Conocimiento especializado, Geometría, Educación secundaria, Práctica docente

**SECRETARÍA DE EDUCACIÓN DE GOBIERNO DEL ESTADO
SISTEMA EDUCATIVO ESTATAL REGULAR
DIRECCIÓN DE EDUCACIÓN
INSPECCIÓN DE EDUCACIÓN NORMAL**

**BENEMÉRITA Y CENTENARIA
ESCUELA NORMAL DEL ESTADO DE SAN LUIS POTOSÍ**

GENERACIÓN

2022



2026

**“DISEÑO E IMPLEMENTACIÓN DE UNA PLANEACIÓN DIDÁCTICA
FUNDAMENTADA EN EL MTSK PARA LA ENSEÑANZA DE ÁNGULOS
CENTRALES E INSCRITOS EN LA CIRCUNFERENCIA”**

**INFORME DE PRÁCTICAS PROFESIONALES
QUE PARA OBTENER EL TÍTULO DE LICENCIADO EN ENSEÑANZA Y
APRENDIZAJE DE LAS MATEMÁTICAS**

PRESENTA:

EDUARDO RAFAEL COSTA RODRÍGUEZ

ASESOR:

JESÚS ARNULFO MARTÍNEZ MALDONADO

SAN LUIS POTOSÍ, S.L.P.

JULIO DE 2026



**BENEMÉRITA Y CENTENARIA ESCUELA NORMAL DEL ESTADO DE SAN LUIS POTOSÍ
CENTRO DE INFORMACIÓN CIENTÍFICA Y TECNOLÓGICA**

**ACUERDO DE AUTORIZACIÓN PARA USO DE INFORMACIÓN DEL DOCUMENTO
RECEPCIONAL EN EL REPOSITORIO INSTITUCIONAL DE LA BECENE DE ACUERDO A LA
POLÍTICA DE PROPIEDAD INTELECTUAL**

**A quien corresponda.
PRESENTE. –**

Por medio del presente escrito Eduardo Rafael Costa Rodriguez
autorizo a la Benemérita y Centenaria Escuela Normal del Estado de San Luis Potosí, (BECENE) la
utilización de la obra Titulada:

**“DISEÑO E IMPLEMENTACIÓN DE UNA PLANEACIÓN DIDÁCTICA
FUNDAMENTADA EN EL MTSK PARA LA ENSEÑANZA DE ÁNGULOS
CENTRALES E INSCRITOS EN LA CIRCUNFERENCIA”**

en la modalidad de: Informe de prácticas profesionales ☐ para obtener el
Título en ☐ Licenciatura en Enseñanza y Aprendizaje de las Matemáticas en Educación Secundaria ☐
en la generación 2022-2026 para su divulgación, y preservación en cualquier medio, incluido el
electrónico y como parte del Repositorio Institucional de Acceso Abierto de la BECENE con fines
educativos y Académicos, así como la difusión entre sus usuarios, profesores, estudiantes o terceras
personas, sin que pueda percibir ninguna retribución económica.

Por medio de este acuerdo deseo expresar que es una autorización voluntaria y gratuita y en
atención a lo señalado en los artículos 21 y 27 de Ley Federal del Derecho de Autor, la BECENE
cuenta con mi autorización para la utilización de la información antes señalada estableciendo que se
utilizará única y exclusivamente para los fines antes señalados.

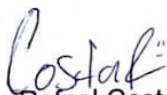
La utilización de la información será durante el tiempo que sea pertinente bajo los términos de los
párrafos anteriores, finalmente manifiesto que cuento con las facultades y los derechos
correspondientes para otorgar la presente autorización, por ser de mi autoría la obra.

Por lo anterior deslindo a la BECENE de cualquier responsabilidad concerniente a lo establecido en
la presente autorización.

Para que así conste por mi libre voluntad firmo el presente.

En la Ciudad de San Luis Potosí. S.L.P. a los 07 días del mes de Julio de 2026.

ATENTAMENTE.


Eduardo Rafael Costa Rodriguez

Nombre y Firma
AUTOR DUEÑO DE LOS DERECHOS PATRIMONIALES



San Luis Potosí, S.L.P.; a 25 de Junio del 2026

Los que suscriben, tienen a bien

DICTAMINAR

que el(la) alumno(a): C. COSTA RODRIGUEZ EDUARDO RAFAEL
De la Generación: 2022 - 2026

concluyó en forma satisfactoria y conforme a las indicaciones señaladas en el Documento Recepcional en la modalidad de () Ensayo Pedagógico, (X) Informe de Prácticas Profesionales, () Portafolio Temático, () Tesis de Investigación, () Tesina, () Portafolio de Evidencias.

Titulado:

DISEÑO E IMPLEMENTACIÓN DE UNA PLANEACIÓN DIDÁCTICA FUNDAMENTADA EN EL MTSK PARA LA ENSEÑANZA DE ÁNGULOS CENTRALES E INSCRITOS EN LA CIRCUNFERENCIA

Por lo anterior, se determina que reúne los requisitos para proceder a sustentar el Examen Profesional que establecen las normas correspondientes, con el propósito de obtener el Título de Licenciado(a) en ENSEÑANZA Y APRENDIZAJE DE LAS MATEMÁTICAS

ATENTAMENTE COMISIÓN DE TITULACIÓN

DIRECTORA ACADÉMICA

MTA. VIANEY COVARRUBIAS CERVANTES

DIRECTORA DE SERVICIOS ADMINISTRATIVOS

MTA. FÁTIMA GUADALUPE PABÍAN VANEGAS

RESPONSABLE DE TITULACIÓN

MTRO. GERARDO JAVIER GUEL GABRERA

ASESOR DEL DOCUMENTO RECEPCIONAL

MTRO. JESÚS ARNULFO MARTÍNEZ MALDONADO



Declaración de uso de Inteligencia Artificial

El autor del presente documento recepcional declara que, para la elaboración de este trabajo académico, se recurrió únicamente al uso limitado de Chat GPT como herramienta de Inteligencia Artificial (IA) para mejorar la redacción y ortografía de algunos párrafos, así como para revisar y evitar la presencia de errores ortográficos y gramaticales, respetando siempre las ideas principales del autor.

En ningún momento se utilizó la IA para la redacción, de manera parcial o total, de alguno de los párrafos o apartados que integran el documento. El autor asume plena responsabilidad sobre la originalidad e integridad del contenido y del esfuerzo intelectual ejercido para su elaboración.

Agradecimientos.

Expreso mi más sincero agradecimiento a mi familia por acompañarme durante este importante proceso. De manera especial, agradezco a mis padres por los esfuerzos, sacrificios y enseñanzas que hicieron posible la culminación de mis estudios. A mi madre, por brindarme ánimo y confianza en aquellos momentos de duda. A mi padre, por su presencia constante, por sus consejos oportunos y por orientarme en cada dificultad enfrentada a lo largo de mi formación.

Agradezco profundamente a mi abuelo, Héctor Rodríguez, por su respaldo a lo largo de esta etapa. Su generosidad, esfuerzo y compromiso han contribuido a mi desarrollo profesional. Espero que algún día pueda corresponder, aunque sea en una pequeña medida, a todo lo que ha hecho.

Extiendo mi reconocimiento al Dr. Jesús Arnulfo Martínez Maldonado por su dedicación a la enseñanza y por representar un ejemplo de profesionalismo y vocación docente. Su paciencia, disposición y orientación académica fueron fundamentales durante la elaboración de este trabajo. Las oportunidades de aprendizaje y los conocimientos compartidos fueron muy significativos para mi formación docente.

Asimismo, agradezco a Nicol Palomo por acompañarme durante los últimos semestres de mi carrera. Su apoyo, comprensión y palabras de aliento fueron una motivación constante para continuar avanzando, incluso en los momentos más difíciles deseo que logres todas tus metas y poder acompañarte en cada una de ellas.

ÍNDICE

INTRODUCCIÓN	1
La planeación didáctica como área de mejora para la enseñanza de las matemáticas	3
Interés personal y motivación por el tema	9
Relevancia del informe	11
Pregunta de investigación.....	13
Objetivo de investigación.....	13
Dominios y rasgos del saber fortalecidos durante la práctica docente	13
Contexto educativo de la institución de práctica profesional.....	15
Infraestructura de la institución.....	17
El perfil del grupo de práctica.....	18
Presupuestos teóricos sobre la planeación didáctica	20
Presupuestos teóricos sobre el modelo MTSK.....	23
El MTSK como modelo analítico interpretativo	23
Características generales del MTSK	24
Aproximación metodológica	28
Enfoque y tipo de diseño.....	29
Técnicas e instrumentos de recolección de información.....	32
Diagnóstico de aprendizajes geométricos	33
Interpretación de los resultados del diagnóstico.....	34
Diseño y fundamentación de la planeación didáctica (propuesta de intervención).....	39
DESARROLLO, EVALUACIÓN Y REFLEXIÓN DEL PLAN DE ACCIÓN	47
Implementación de la planeación didáctica (Plan de acción)	47
<i>Sesión 1. ¿Cómo los clasificamos?</i>	48
Reflexión y análisis de la práctica docente	52

<i>Sesión 2. Entre líneas, ángulos, y circunferencias</i>	53
Reflexión y análisis de la práctica docente	58
<i>Sesión 3. Descubriendo la relación entre los ángulos</i>	59
Reflexión y análisis de la práctica docente	63
<i>Sesión 4. El detective geométrico</i>	64
Reflexión y análisis de la práctica docente	69
<i>Sesión 5. Poniendo a prueba nuestro descubrimiento</i>	71
<i>Sesión 6. Desafío geométrico</i>	71
Reflexión y análisis de la práctica docente	77
Resultados derivados de la implementación de la planeación didáctica	79
Análisis general de la práctica docente y su transformación.....	89
CONCLUSIONES Y RECOMENDACIONES	93
REFERENCIAS	99
ANEXOS	103

INTRODUCCIÓN

La enseñanza de las matemáticas representa un reto para el profesorado que se desempeña en el nivel de educación secundaria, ya que esta disciplina suele ser considerada por los estudiantes como difícil de aprender. En este sentido, los docentes se enfrentan a la tarea de brindar experiencias de aprendizaje adecuadas que favorezcan la adquisición de los saberes matemáticos establecidos en los programas curriculares. Estas experiencias deben propiciarse desde el diseño de la planeación didáctica, donde es necesario realizar una adecuada selección de actividades y recursos que posibiliten el aprendizaje.

Generalmente, los profesores en formación poco reconocen el valor didáctico que tienen las planeaciones, ya que suelen centrarse únicamente en seleccionar actividades relacionadas con el contenido a enseñar, sin detenerse a reflexionar sobre las implicaciones que estas pueden tener en el proceso de aprendizaje. Es decir, la planeación suele concebirse como un requisito administrativo necesario para desarrollar la práctica profesional.

Ante esta situación, la planeación didáctica tiene un sentido para el desarrollo de los procesos de enseñanza y aprendizaje, ya que constituye una herramienta que orienta la práctica docente y permite organizar de manera intencionada las experiencias que se ofrecen a los estudiantes. Sin una planeación adecuada, difícilmente se pueden generar las condiciones necesarias para favorecer aprendizajes significativos.

En el caso de la matemática escolar, es indispensable diseñar planeaciones didácticas que permitan generar ambientes favorables para el aprendizaje de diversos contenidos, desde los aritméticos hasta los geométricos. Frente a éstos últimos, el profesorado debe modificar la percepción en los estudiantes que es un área donde únicamente se memorizan conceptos y se aplican fórmulas, transitando a experiencias que favorezcan el razonamiento, la visualización y la comprensión de las relaciones geométricas. Esto puede lograrse mediante un adecuado diseño de una planeación didáctica.

Para llevar a cabo este proceso, es importante contar con referentes teóricos que orienten la elaboración de las propuestas didácticas. Uno de los modelos que ha cobrado relevancia en

la última década dentro de la didáctica de las matemáticas es el Modelo de Conocimiento Especializado del Profesor de Matemáticas (MTSK, por sus siglas en inglés), el cual puntualiza los conocimientos (didácticos y disciplinares) que el docente debe considerar para diseñar planeaciones y, por ende, favorecer el aprendizaje matemático en los estudiantes. A partir de estas consideraciones, es que el presente informe de prácticas se denomina *Diseño e implementación de una planeación didáctica fundamentada en el MTSK para la enseñanza de ángulos centrales e inscritos en la circunferencia*.

En el primer capítulo se da a conocer, la problemática identificada durante la práctica profesional, la justificación del estudio, el contexto de la escuela, así como el propósito, objetivo y pregunta de investigación que guiaron este trabajo académico. En el apartado del plan de acción se expone el diagnóstico realizado al grupo, los fundamentos teóricos sobre la planeación didáctica y el modelo del Conocimiento Especializado del Profesor de Matemáticas que sustentan el diseño de la planeación didáctica elaborada para mejorar la práctica profesional del profesor en formación inicial.

En el tercer apartado de desarrollo, reflexión y evaluación de la propuesta de mejora, se describe la implementación de las actividades, los resultados obtenidos en el aprendizaje de los estudiantes y el análisis de la práctica docente a partir de la experiencia vivida en el aula en la enseñanza de un contenido geométrico.

En las conclusiones y recomendaciones se valora el alcance del plan de acción y se presentan los hallazgos relacionados con el objetivo y pregunta del estudio. También mencionan los logros alcanzados y las áreas de oportunidad identificadas. Asimismo, se enuncian recomendaciones para la futura labor docente. Posteriormente en los anexos se incluyen los instrumentos empleados para la recuperación y análisis de la información que respaldan el proceso formativo e investigativo. Finalmente, se enlistan las referencias que permitieron dar sustento teórico a cada una de las etapas del proceso de investigación acción.

La planeación didáctica como área de mejora para la enseñanza de las matemáticas

El trayecto de práctica profesional en el Plan de Estudios 2022 de las Escuelas Normales (SEP, 2022a) representa una piedra angular en la formación docente, ya que permite relacionar la teoría con la práctica docente en las escuelas de educación básica. A través de este proceso, se ponen en práctica las capacidades, los conocimientos y saberes pedagógicos adquiridos durante la licenciatura que posibiliten al Profesor en Formación Inicial (PFI) ejercer su quehacer profesional en el campo de acción.

Este trayecto tiene como finalidad que, los futuros docentes apliquen lo aprendido durante los diversos cursos de la formación inicial en contextos escolares reales, desarrollando habilidades para atender problemáticas educativas y crear ambientes de aprendizaje adecuados para la enseñanza. Además, favorece la construcción de saberes pedagógicos que permitan enseñar, orientar y acompañar a estudiantes en el proceso de aprendizaje de la matemática escolar (SEP, 2022a).

La práctica profesional se enriquece en cada semestre de la licenciatura y se organiza en varias fases. En la *fase de inmersión*, el estudiante normalista conoce el contexto escolar y social; en la *fase de profundización*, participa de manera activa en las dinámicas escolares; y en la *fase de despliegue*, asume un papel protagónico en el aula poniendo en práctica los dominios de saber (SEP, 2022a). En conjunto, el trayecto de práctica profesional contribuye a una formación docente sólida, al preparar al normalista para su futura labor profesional.

En la propia experiencia como PFI, he notado una ligera mejora en la práctica docente. En los primeros dos semestres de la licenciatura (fase de inmersión), tuve la oportunidad de asistir y conocer escuelas secundarias en contextos diversos, donde observé clases de profesores de distintas disciplinas a fin de reconocer sus formas y estilos de enseñanza. Con base en los registros recuperados del diario docente, y enfatizando en las clases observadas de matemáticas, identifiqué que se hacía poco uso de material didáctico y generalmente, las clases coincidían con una práctica normativa, donde el profesor explicaba el tema, mostraba un ejemplo y finalmente planteaba ejercicios al estudiantado para que los resolviera. Este

primer acercamiento me generó una idea sobre cómo debía ser mi práctica en el rol de profesor.

En el tercer semestre (fase de profundización) debuté como profesor de matemáticas en acto (y continuó en el cuarto semestre), ya que me enfrenté con el proceso de diseñar mis primeras planeaciones didácticas con base en los contenidos matemáticos asignados. Posterior a la implementación de las planeaciones, en la práctica me di cuenta de que carecían de varios elementos, entre ellos, contemplar estrategias didácticas, técnicas de evaluación, intenciones didácticas adecuadas y la selección de actividades (secuencias didácticas) congruentes con los procesos de desarrollo de aprendizaje matemáticos. Esto provocaba que el aprendizaje del contenido matemático no se alcanzara con éxito en los estudiantes. Del mismo modo, considero que dedicaba demasiado tiempo a explicar de manera individual, en lugar de realizar retroalimentaciones grupales, las cuales resultan más efectivas.

Posteriormente, en quinto y sexto semestres (seguimiento de la fase de profundización), me di cuenta de la necesidad de elaborar material y recursos didácticos para la práctica y dejar de lado una metodología tradicionalista basada únicamente en explicar y que los estudiantes replicaran procedimientos, escenario que realizaba con frecuencia en mis primeras experiencias frente a grupo. En ese mismo periodo tuve una primera aproximación al diseño de una planeación didáctica con sustento teórico que incluyera autores, ya que se me solicitó como requisito para asistir a prácticas. Dentro de esta dinámica, tenía que argumentar sobre los momentos de la clase y el porqué de cada actividad. Sin embargo, esta fue la única ocasión en la que trabajé de esa manera, ya que en jornadas posteriores no se me volvió a realizar esta observación; por tanto, consideré que no era necesario.

Conforme avancé al séptimo semestre (fase de despliegue), comencé a identificar y reflexionar con mayor claridad las áreas de mejora de mi práctica docente y a modificarlas poco a poco, entre ellas, seleccionar actividades adecuadas, establecer intenciones didácticas claras por sesión, incluir al menos un material didáctico por contenido, incorporar dinámicas y pausas activas para captar la atención de los estudiantes y, en la mayoría de las ocasiones, administrar mejor los momentos de clase, aunque la mayoría de estos aspectos son de carácter pedagógico y no específicamente de la didáctica de la matemática.

Por ejemplo, al momento de diseñar una planeación didáctica, el primer aspecto que considero es la evaluación. Desde el inicio preveo cómo voy a evaluar a los estudiantes y la ponderación que tendrá cada actividad, ya sea individual o en equipo dependiendo de la estrategia didáctica a emplear (gamificación y el aprendizaje colaborativo). Esto me ayuda a tener claridad sobre lo que quiero que los estudiantes logren al final de cada sesión.

Posteriormente, establezco intenciones didácticas por sesión, pues en mi experiencia esto facilita la organización del trabajo y evita dejar contenidos inconclusos. También defino la forma de trabajo, si será individual, en parejas o en equipos. Cada sesión se estructura en inicio, desarrollo y cierre, permitiendo que las clases sean más ordenadas y que los estudiantes no se queden con dudas.

En el inicio de la clase suelo aplicar alguna dinámica para captar la atención de los estudiantes, como pausas activas o juegos de selección aleatoria para participación. Las preguntas que realizo en este momento son sencillas y conceptuales, con la intención de que los estudiantes relacionen lo nuevo con lo que ya saben.

Después presento el tema de la sesión y explico alguna regla general o procedimiento, apoyándome en ejemplos claros. Durante el desarrollo, los estudiantes realizan ejercicios, resuelven problemas o participan en actividades planeadas previamente. En ocasiones me apoyo en videos educativos, ya que los ejemplos presentados en estos recursos suelen ser más accesibles para los estudiantes y facilitan la comprensión de los contenidos, además, permiten reforzar lo visto en clase y atender diferentes ritmos de aprendizaje.

Finalmente, en el cierre de la sesión, resolvemos los ejercicios más complejos de manera grupal y promuevo la autoevaluación de los estudiantes, esto por recomendación de la maestra titular, con la intención de fomentar la honestidad y la reflexión sobre su propio aprendizaje, lo cual es uno de los aspectos que considero a evaluar en mis prácticas.

Aun así, reconozco que mi práctica seguía presentando áreas de oportunidad, como la incorporación de un sustento teórico en las planeaciones para justificar la planeación didáctica. A veces, mi práctica adquiere un tinte normativo, a pesar de que, promuevo el trabajo colaborativo, suelo explicar y aplicar ejercicios de manera directa. Por ello, debo

transitar hacia una enseñanza más constructivista, para que la planeación didáctica tenga sentido y significado.

Además, reconozco limitaciones en contemplar el uso de diversos registros de representación, como lo visual, lo manipulativo y lo icónico. Otro aspecto que requiero trabajar es el anticipar las posibles dificultades del estudiantado y preparar preguntas que les ayuden a superarlas. Es crucial que los materiales didácticos sean congruentes y tengan una funcionalidad directa con el contenido y con la propia actividad matemática, de modo que contribuya a la construcción del conocimiento y no tenga únicamente una función de cumplimiento. También, es importante contemplar desde el proceso de planeación diversos procedimientos de resolución de cada situación problemática de tal forma que me permita visualizar aquellos que pueden emplear las y los estudiantes, y de esta manera comprender y guiar sus procesos matemáticos.

En general, considero que las planeaciones didácticas implementadas en mis últimas jornadas de práctica (séptimo semestre) han fomentado, en cierta medida, el aprendizaje de los contenidos matemáticos, sin embargo, se reconoce como área de oportunidad su diseño basado en un modelo teórico propio de la didáctica de las matemáticas.

A partir de las experiencias obtenidas en la práctica como profesor de matemáticas en formación inicial y al iniciar el octavo semestre, mi *concepción sobre la didáctica de las matemáticas* subyacía en un conjunto de estrategias y recursos que se utilizan en el aula para que los estudiantes comprendan los contenidos de forma clara y significativa. Para mí, la didáctica va más allá de explicar un tema; implica presentar el contenido de manera interactiva, ya sea con materiales bien diseñados, actividades manipulativas o el uso de herramientas tecnológicas.

En mi práctica he notado que el uso de material didáctico permite que los estudiantes se involucren más en la clase, participando activamente en lugar de ser solo receptores. Esto implica dejar de lado la enseñanza tradicional, centrada únicamente en la repetición de procedimientos, sino buscar que los estudiantes comprendan el sentido detrás de lo que están haciendo.

En cuanto al dominio del *contenido matemático*, considero que se refiere a los temas establecidos en los programas de estudio, que se abordan de forma gradual, comenzando por los conceptos más sencillos y avanzando hacia los más complejos. Estos contenidos incluyen conceptos, ejercicios, problemas y, en algunos casos, proyectos. Al trabajar con un contenido matemático, mi intención es que los estudiantes no solo aprendan procedimientos, sino que comprendan los conceptos y puedan utilizarlos en diferentes situaciones problemáticas.

A partir de lo expuesto, la principal necesidad que reconozco dentro de mi práctica docente subyace en el *diseño de planeaciones didácticas* que orienten de manera pertinente el proceso de enseñanza y aprendizaje de las matemáticas. Durante mi formación inicial, la elaboración de planeaciones y secuencias didácticas ha representado un reto constante, pues en múltiples ocasiones tiendo a organizar las clases únicamente a partir de actividades aisladas o ejercicios que buscan reforzar procedimientos específicos, sin necesariamente considerar una progresión que permita a los estudiantes construir conocimientos de manera significativa.

Esta situación ha permitido reconocer que una planeación adecuada requiere no solo seleccionar contenidos o ejercicios, sino también anticipar las posibles estrategias de aprendizaje de los estudiantes, prever dificultades conceptuales y diseñar situaciones que favorezcan la comprensión y el desarrollo del pensamiento matemático.

Por lo tanto, reflexionar sobre la forma en que se estructuran las planeaciones didácticas resulta fundamental para mejorar la práctica docente. Una planeación didáctica no debe entenderse únicamente como una serie de actividades, sino como un conjunto de experiencias de aprendizaje intencionadas que buscan guiar a los estudiantes en la construcción de conocimientos. Esto implica considerar el propósito de aprendizaje, las estrategias de enseñanza, los recursos didácticos, las formas de interacción en el aula y los procesos de evaluación que permitan valorar los avances de los estudiantes.

Ahora bien, el diseño de planeaciones didácticas en el área de geometría cobra relevancia en este trabajo académico. La geometría representa un terreno fértil tanto en el campo de la investigación en educación matemática como en los procesos de enseñanza y aprendizaje en educación básica. Esta área de las matemáticas ofrece múltiples posibilidades para el

desarrollo de habilidades relacionadas con la visualización, la representación, la argumentación y la resolución de problemas. Sin embargo, cuando su enseñanza se limita únicamente a la aplicación de fórmulas o a la identificación de figuras, se reduce su potencial formativo y se desaprovechan las oportunidades que ofrece para fortalecer el pensamiento matemático de los estudiantes (García Peña y López Escudero, 2008).

Por esta razón, resulta necesario plantear propuestas didácticas que promuevan una aproximación pertinente a los contenidos geométricos. Esto implica diseñar actividades que inciten a los estudiantes a explorar las propiedades de las figuras, establecer relaciones entre distintos elementos geométricos, formular conjeturas, justificar sus razonamientos y comunicar sus ideas de manera clara. De esta forma, la enseñanza de la geometría puede convertirse en un espacio donde los estudiantes desarrollen formas de pensamiento que les permitan interpretar y analizar diversas situaciones dentro y fuera del contexto escolar.

Reconocer las dificultades que he tenido durante mi formación para diseñar planeaciones didácticas también me ha permitido identificar diversas áreas de oportunidad relacionadas con mi desarrollo profesional. Entre ellas se encuentra la necesidad de fortalecer mis habilidades para analizar los contenidos geométricos desde una perspectiva didáctica, seleccionar actividades que promuevan procesos de razonamiento y establecer conexiones entre los distintos momentos de una clase.

En síntesis, reconocer la importancia de planificar la enseñanza a través del diseño de una planeación didáctica permite asumir la práctica docente como un proceso reflexivo y en constante construcción. Esto implica comprender que la enseñanza de las matemáticas, y particularmente de la geometría, requiere de diseñar planeaciones didácticas que permitan a los estudiantes participar activamente en la construcción de conocimientos. De esta manera, el desarrollo de habilidades para elaborar planeaciones didácticas no solo responde a una necesidad personal dentro del proceso de formación docente, sino también a la responsabilidad de ofrecer a los estudiantes oportunidades de aprendizaje que favorezcan su desarrollo académico.

Interés personal y motivación por el tema

El interés por abordar los contenidos geométricos surge a partir de las experiencias vividas durante las jornadas de práctica docente realizadas del tercer al séptimo semestres. Durante estas experiencias fue posible observar que, en muchas ocasiones, los contenidos relacionados con la geometría reciben menor atención dentro del aula en comparación con aquellos vinculados con la aritmética y el álgebra. En la propia experiencia en las jornadas de práctica profesional no tuve la oportunidad de abordar contenidos geométricos de manera profunda, ya que con frecuencia los docentes titulares priorizaban otros temas del programa sintético (fase 6). Esta situación produce que los estudiantes presenten dificultades o barreras en la comprensión de dichos contenidos debido al escaso contacto que tienen con ellos a lo largo de su formación escolar.

Durante la observación del trabajo en el aula, se identificó que los estudiantes suelen mostrar interés cuando se abordan contenidos geométricos, especialmente cuando se emplean materiales manipulativos, representaciones visuales o actividades que implican exploración y construcción. La geometría posee características particulares que permiten trabajar con objetos concretos, dibujos, modelos y representaciones espaciales, lo cual despierta la curiosidad de los estudiantes y favorece la construcción de significados matemáticos. Sin embargo, también se ha observado que algunos estudiantes perciben estos contenidos como complejos debido a la memorización de fórmulas para resolver ejercicios de cálculo.

Estas observaciones generaron diversas inquietudes en mi rol como profesor de matemáticas sobre la enseñanza de la geometría. Una de las principales preguntas que surgieron fue por qué los contenidos geométricos suelen recibir menor atención en las clases de matemáticas y por qué, en algunos casos, se limita a la enseñanza de áreas y perímetros mediante representaciones realizadas en el pizarrón, muchas veces con trazos poco precisos o sin el apoyo de materiales didácticos que favorezcan la visualización y comprensión de las figuras. Este tipo de enseñanza provoca que los estudiantes desarrollen una percepción limitada de la geometría, reduciéndola únicamente al cálculo de áreas o perímetros o en la repetición de procedimientos sin promover procesos de exploración, razonamiento o argumentación matemática.

Desde una perspectiva personal, también reconozco que los contenidos geométricos no habían sido de mi preferencia durante mi formación académica. En parte, esto se debe a que implican habilidades relacionadas con el lenguaje geométrico, la visualización espacial y la elaboración de representaciones gráficas, aspectos que requieren práctica constante. Debido a mi poca experiencia en el abordaje de estos contenidos, la geometría representa para mí un reto formativo. En particular, trabajar con contenidos como la determinación de ángulos inscritos y centrales, así como el análisis de arcos de circunferencia o la exploración de intersecciones entre círculos y otras figuras al calcular perímetros y áreas, implica fortalecer mis propios conocimientos matemáticos y didácticos para su enseñanza.

A partir de estas reflexiones, surge el interés por fortalecer mi formación docente en relación con la enseñanza de la geometría. En este sentido, la conformación de una secuencia didáctica representa un aspecto fundamental dentro de la planeación, ya que de ello depende en gran medida la manera en que los estudiantes se aproximan a los conceptos matemáticos y construyen nuevos conocimientos.

Durante mis experiencias de enseñanza en la que se abordaron contenidos como las teselaciones en segundo grado de secundaria y los sólidos de revolución en tercer grado, fue posible identificar la necesidad de contar con mayores herramientas didácticas que permitieran realizar ajustes durante el desarrollo de la clase. En ese momento se evidenció que la enseñanza de la geometría requería no solo dominio del contenido, sino también la capacidad de tomar decisiones didácticas que respondan a las necesidades y características de los estudiantes.

Por lo expuesto, reconozco que la enseñanza de la geometría representa una oportunidad para fortalecer mis capacidades profesionales, reflexionar sobre mi propia enseñanza y ampliar los conocimientos en relación con este campo de las matemáticas. Asimismo, permite cuestionar ciertas prácticas tradicionales de enseñanza y buscar alternativas que favorezcan una comprensión significativa en los estudiantes de educación secundaria. Por tanto, diseñar planeaciones didácticas de contenidos geométricos fundamentadas en un modelo teórico (Conocimiento Especializado del Profesor de Matemáticas) permitirá enriquecer mi práctica profesional como profesor de matemáticas, ser consciente de los conocimientos (didácticos

y disciplinares) necesarios para mi quehacer docente y que dichas planeaciones didácticas favorezcan el aprendizaje, en mayor medida, en los estudiantes.

Relevancia del informe

El presente informe de prácticas profesionales tiene como propósito documentar el diseño e implementación de una planeación didáctica para la enseñanza de un contenido geométrico a la luz de un modelo teórico de la educación matemática, en un grupo de educación secundaria y, propiciar la reflexión de la práctica docente a partir de la experiencia obtenida.

En este caso, se contempló usar el modelo del Conocimiento Especializado del Profesor de Matemáticas (MTSK) dado su impacto, desde su génesis en el año 2013, en el campo de la investigación en educación matemática. Las dos líneas principales de investigación que giran alrededor del MTSK son la investigación *sobre* el modelo y la investigación *con* el modelo (Climent Rodríguez y Montes Navarro, 2022), por tanto, el presente documento recepcional está encaminado en aportar a la segunda línea, ya que se emplea el modelo para el diseño de una planeación didáctica. El MTSK ha sido adoptado en la última década para analizar los conocimientos de profesores en servicio en la enseñanza de contenidos matemáticos, principalmente en investigaciones internacionales, aunque también existen aportaciones en el ámbito nacional. (Climent Rodríguez y Montes Navarro, 2022).

A nivel local, en el repositorio institucional de la Benemérita y Centenaria Escuela Normal del Estado de San Luis Potosí se identificó un incipiente uso del modelo MTSK en los documentos de titulación elaborados por los estudiantes normalistas, dado que solo se cuenta con dos producciones académicas que lo retoman (Meléndez Lara, 2024 y Martínez Villamar, 2025).

Esta situación resalta la necesidad de redirigir la mirada en la incorporación de modelos teóricos de la matemática educativa en la formación inicial del profesor de matemáticas que guíen su quehacer profesional. Por lo tanto, el trabajo con este modelo resulta pertinente para enriquecer el repositorio académico de la institución y para que otros estudiantes normalistas y/o profesores en servicio interesados en el tema puedan consultarlo para tener una

aproximación de su empleo en el diseño de planeaciones didácticas y posteriormente lo adapten para el abordaje de otros contenidos matemáticos.

Para el desarrollo del presente trabajo, se recurrió al MTSK, ya que permite tomar mayor conciencia de los distintos tipos de saberes que el docente propiamente de matemáticas debe conocer para llevar a cabo un adecuado diseño de planeaciones didácticas. A partir de este modelo, es posible reconocer que la enseñanza de las matemáticas no se limita al dominio de los contenidos, sino que también implica comprender cómo aprenden los estudiantes, cómo se pueden representar los conceptos y qué estrategias didácticas resultan más pertinentes en cada situación. De esta manera, el uso del MTSK favorece una visión integral de la práctica docente, en la que se articulan los conocimientos disciplinares y didácticos.

La utilización de este modelo permitió fortalecer la formación profesional, al propiciar una reflexión más cercana al quehacer de un educador matemático. Ser consciente de lo que implica enseñar un contenido matemático, desde su comprensión hasta su enseñanza, contribuye a la construcción de una identidad docente más sólida. En este sentido, el profesor en formación no solo diseña actividades, sino que también desarrolla las herramientas necesarias para planear, implementar y evaluar procesos de aprendizaje que respondan a las necesidades de los estudiantes, promoviendo así una enseñanza pertinente y contextualizada.

Lo anterior se vincula directamente con los dominios, criterios e indicadores establecidos para el personal docente en el *Marco para la excelencia en la enseñanza y la gestión escolar en Educación Básica* (SEP, 2025). De acuerdo con este marco, en el tercer dominio “*Un maestro que construye ambientes favorables para la participación de todas y todos los adolescentes*” se señala que el docente debe contar con conocimientos, habilidades y actitudes que le permitan diseñar e implementar situaciones de aprendizaje pertinentes, considerando el contexto y las características de sus estudiantes. Se enfatiza en que el docente planifique su trabajo pedagógico para promover el máximo logro de los aprendizajes en el estudiantado, lo cual coincide con los propósitos de este informe de prácticas profesionales.

En este sentido, el desarrollo de la planeación didáctica se alinea con los dominios establecidos en dicho marco, especialmente con aquellos relacionados con el conocimiento

de los estudiantes, la planeación y la reflexión sobre la práctica. Esto implica que el docente en formación no solo se centra en la transmisión de contenidos, sino que también asume un papel activo en la construcción de ambientes de aprendizaje inclusivos, equitativos y orientados al logro de aprendizajes significativos.

Con este trabajo académico se buscó, en un primer momento, favorecer el aprendizaje de contenidos geométricos en los estudiantes de un grupo de segundo grado de secundaria mediante el diseño de una planeación didáctica fundamentada en el MTSK. En un segundo momento, para el caso del profesor en formación, este trabajo representó una oportunidad para vincular la teoría con la práctica, recurriendo a fundamentos teóricos que dieran sustento a la propuesta didáctica implementada. Este proceso permitió reflexionar de manera crítica sobre la propia práctica docente, identificando logros y áreas de mejora que contribuyan a la consolidación de un perfil profesional como educador matemático, promoviendo aprendizajes significativos y el desarrollo integral de los estudiantes.

Pregunta de investigación

¿Cómo el diseño e implementación de una planeación didáctica fundamentada en el MTSK favorece la enseñanza de ángulos centrales e inscritos en la circunferencia, en un grupo de segundo grado de secundaria?

Objetivo de investigación

Favorecer la enseñanza de ángulos centrales e inscritos en la circunferencia mediante el diseño e implementación de una planeación didáctica fundamentada en el MTSK, en un grupo de segundo grado de secundaria.

Dominios y rasgos del saber fortalecidos durante la práctica docente

En el desarrollo de la práctica docente, al implementar el plan de acción y en consonancia con la temática de estudio del presente documento recepcional, se favorecieron diversos rasgos y dominios del saber establecidos en el perfil de egreso de la Licenciatura en Enseñanza y Aprendizaje de las Matemáticas. La identificación de dichos rasgos y dominios se realizó a partir de los planteamientos contenidos en el programa del curso Geometría Plana y del Espacio, el cual orienta la formación profesional del futuro docente de matemáticas y

establece los desempeños vinculados con el conocimiento disciplinar, didáctico y pedagógico necesarios para la enseñanza de la geometría (SEP, 2022b). A partir del análisis de las actividades desarrolladas durante la intervención, fue posible reconocer el fortalecimiento de los siguientes rasgos y dominios del saber:

Rasgo 1. Diseña procesos de enseñanza y aprendizaje de las Matemáticas, de acuerdo con la didáctica y sus enfoques vigentes, considerando los diagnósticos grupales y contextuales, los entornos presenciales o virtuales, así como situaciones que fortalecen las habilidades socioemocionales (SEP, 2022b, p. 7).

Este rasgo se evidenció al diseñar una planeación didáctica para la enseñanza de un contenido geométrico considerando el enfoque didáctico de las matemáticas. Asimismo, se relaciona con el dominio del saber que establece que el docente *“reconoce perfiles cognitivos, rutas de aprendizaje, intereses, motivaciones y necesidades formativas de la población que atiende y utiliza esta información para la organización de actividades de enseñanza y aprendizaje de las matemáticas”*, ya que para el diseño de la planeación fue indispensable conocer los saberes previos de los estudiantes del grupo de intervención, sus características y ritmos de aprendizaje.

Rasgo 2: “Utiliza las Matemáticas y su didáctica para hacer transposiciones didácticas, de acuerdo con las características, contextos y saberes del estudiantado, a fin de abordar los contenidos curriculares de los planes y programas de estudio vigentes del nivel básico”. (SEP, 2022b, p. 7)

Este rasgo se refleja en la transformación del contenido matemático relacionado con los ángulos centrales e inscritos en experiencias de aprendizaje accesibles para los estudiantes, mediante actividades de exploración, argumentación y construcción de relaciones geométricas. En lugar de abordar los conceptos únicamente desde la memorización de definiciones y propiedades, se diseñaron situaciones que permitieron a los alumnos observar, comparar, formular conjeturas y establecer relaciones entre los elementos de la circunferencia, favoreciendo una comprensión más significativa del contenido.

Asimismo, este rasgo se vincula con el dominio que señala que el docente “comprende los marcos teóricos y epistemológicos de las Matemáticas, sus avances y enfoques didácticos para incorporarlos tanto en proyectos de investigación como en las transposiciones didácticas para su enseñanza y aprendizaje”. Lo anterior se evidencia en la fundamentación teórica de la propuesta a partir del modelo MTSK, el cual orientó el diseño de las actividades, la anticipación de posibles dificultades de aprendizaje y la toma de decisiones didácticas durante la implementación de la secuencia. Del mismo modo, dicho referente permitió analizar y reflexionar sobre la práctica docente desde una perspectiva especializada de la enseñanza de las matemáticas, favoreciendo la adecuación de las estrategias empleadas a las características y necesidades de los estudiantes.

Contexto educativo de la institución de práctica profesional

La práctica profesional docente se llevó a cabo en la Escuela Secundaria General “Francisco González Bocanegra”, institución de sostenimiento público ubicada en la calle Júpiter No. 165, colonia Rural Atlas Primera Sección, en la capital de San Luis Potosí. La institución pertenece a la Secretaría de Educación del Gobierno del Estado (SEGE) dentro del subsistema de Secundarias Generales, zona escolar 03, en la región centro del estado. Su ubicación favorece el acceso de los estudiantes, quienes en su mayoría provienen de la misma colonia o de zonas aledañas, por tanto, se trasladan a la escuela caminando, en bicicleta, transporte particular o motocicleta.

El perímetro de la institución está delimitado por calles angostas, en su mayoría pavimentadas, con acceso a servicios básicos como drenaje, electricidad, telefonía e internet, aunque el suministro de agua se presenta de manera intermitente en algunos hogares. Asimismo, se observan condiciones de deterioro urbano, tales como iluminación pública insuficiente en ciertas vialidades, presencia de grafiti y pocos espacios recreativos. Estas características inciden en la dinámica cotidiana de la comunidad escolar, particularmente en los horarios de entrada y salida, donde se presenta alta circulación de estudiantes, familiares y habitantes de la zona.

En relación con el contexto externo, la institución se encuentra rodeada por diversos establecimientos y servicios que forman parte de la vida cotidiana de los estudiantes, tales como tiendas de abarrotes, papelerías, unidades deportivas, servicios de salud como clínicas y farmacias, así como espacios habitacionales. También se identifican factores de riesgo, como la existencia de establecimientos donde se comercializan bebidas alcohólicas o la posible venta de sustancias ilícitas. Estas condiciones reflejan un entorno social complejo que influye directamente en la disciplina y educación de los estudiantes dentro del contexto escolar.

En cuanto al contexto social de la colonia Rural Atlas, se identifican condiciones de vulnerabilidad que se manifiestan en problemáticas como inseguridad, presencia de pandillas, conflictos interpersonales y dificultades en la regulación emocional de algunos estudiantes. En la información plasmada en el programa analítico, se reconocen diversas problemáticas que impactan en la comunidad escolar, tales como el incumplimiento de acuerdos de convivencia, casos de consumo de sustancias ilegales, bajo nivel económico en algunas familias, falta de apoyo en el hogar para la realización de tareas escolares, así como dificultades relacionadas con la autoestima, el control de emociones y la resolución de conflictos. Estas situaciones generan un entorno que demanda una intervención constante por parte de la escuela para garantizar condiciones adecuadas para el aprendizaje y la sana convivencia.

En lo que respecta al contexto interno, la institución es de organización completa dado que en su organigrama se encuentra un director, un subdirector, personal de apoyo como prefectos, trabajadora social, orientadora educativa, personal administrativo y un total de 35 docentes. Asimismo, dispone del servicio de USAER, el cual brinda atención a estudiantes con barreras para el aprendizaje mediante la intervención de personal en el área de educación especial, psicología, trabajo social y comunicación y lenguaje. Sin embargo, el tiempo resulta limitado para la atención oportuna y adecuada con los estudiantes.

La institución atiende una matrícula de 491 estudiantes (ciclo escolar 2025-2026) distribuidos en grupos que oscilan entre 23 y 31 estudiantes. La población estudiantil presenta características heterogéneas en cuanto a contextos familiares, intereses, ritmos de aprendizaje

y niveles de desempeño académico. De acuerdo con estudios socioeconómicos, la mayoría de los estudiantes provienen de familias nucleares; sin embargo, también se identifican casos de familias monoparentales, estudiantes que viven con abuelos o en contextos familiares reconstituidos. En muchos casos, ambos padres trabajan, lo que limita el acompañamiento en el proceso educativo de los estudiantes, especialmente en la realización de tareas y seguimiento académico.

En relación con el aspecto socioeducativo, los resultados de las evaluaciones diagnósticas institucionales evidencian diversas áreas de oportunidad en los estudiantes, particularmente en la comprensión lectora, producción de textos, expresión oral en contextos formales y dominio de operaciones básicas en matemáticas. Asimismo, se detecta que algunos estudiantes presentan rezago en contenidos fundamentales de grados previos y carecen de hábitos de estudio consolidados, lo que impacta en su desempeño académico.

Particularmente en el área de matemáticas, los resultados de la evaluación diagnóstica aplicada el ciclo anterior, elaborada por la Comisión Nacional para la Mejora Continua de la Educación (MEJOREDU), muestran que, más del 50% de la población estudiantil presentó dificultades en contenidos relacionados con la geometría y la estadística

Infraestructura de la institución

La institución cuenta con 18 aulas destinadas al trabajo académico, dos laboratorios de ciencias, un aula de cómputo, una sala audiovisual y diversos espacios destinados a talleres tecnológicos (corte y confección e informática). Además, dispone de áreas administrativas, biblioteca, espacios de orientación vocacional, trabajo social, sala de docentes y cubículos para atención especializada de USAER. Las aulas, en su mayoría, cuentan con dimensiones adecuadas para la cantidad de estudiantes; sin embargo, se identifican limitaciones en el estado del mobiliario, particularmente en los mesabancos y algunos pizarrones, los cuales presentan deterioro.

El aula de cómputo dispone de una cantidad suficiente de equipos para el uso de los estudiantes; no obstante, estos presentan limitaciones en su funcionamiento debido a su baja velocidad, lo que restringe el uso de programas especializados y orienta su utilización

principalmente a la búsqueda de información en internet. Asimismo, la institución cuenta con una cancha techada en buenas condiciones, utilizada para actividades deportivas, cívicas y culturales, así como con áreas verdes que contribuyen a generar espacios de convivencia. También dispone de un foro con capacidad hasta de 80 personas, el cual se emplea para conferencias y actividades escolares diversas, fortaleciendo la vida académica y formativa de la institución.

De esta manera, el contexto institucional y social en el que se desarrolló la práctica profesional permite comprender las condiciones reales en las que se llevó a cabo el proceso educativo. Este entorno, caracterizado por diversas problemáticas sociales, limitaciones materiales y una población estudiantil heterogénea, representa tanto retos como oportunidades para el profesor en formación inicial, quien debe diseñar e implementar estrategias didácticas pertinentes que respondan a las necesidades del alumnado. En este sentido, resulta fundamental considerar el perfil específico del grupo seleccionado, con el fin de analizar de manera más detallada sus características y su influencia en el desarrollo de las actividades de enseñanza y aprendizaje.

El perfil del grupo de práctica

El grupo de segundo grado está conformado por 24 estudiantes, 8 hombres y 16 mujeres. En general, los estudiantes muestran una convivencia integrada entre ambos géneros, sin una separación marcada en las interacciones; sin embargo, durante las actividades en equipo tienden a agruparse con sus amistades, lo que favorece la confianza entre ellos, aunque propicia distracciones. Se trata de un grupo participativo que muestra disposición hacia las actividades propuestas, aunque presenta facilidad para distraerse debido a la cercanía con sus compañeros al momento de trabajar.

En cuanto a su forma de trabajo, los estudiantes logran desempeñarse tanto de manera individual como colaborativa. Aunque el trabajo en equipo puede generar momentos de distracción, también fomenta la interacción y el apoyo entre compañeros, ya que suelen ayudarse cuando alguno presenta dudas. De manera individual, el grupo mantiene un mejor desempeño y muestra responsabilidad en la realización de las actividades asignadas.

Se realizó un diagnóstico para identificar los ritmos de aprendizaje (Anexo A) para la evaluación de los resultados, se asignó un valor numérico a cada respuesta del instrumento: la opción A equivale a un punto y la opción B a dos puntos. El procedimiento para identificar el ritmo de aprendizaje consistió en realizar la sumatoria horizontal de los puntajes por cada dimensión (ritmo rápido, ritmo moderado y ritmo gradual); de este modo, la categoría con la puntuación más alta se determinó como el ritmo dominante del estudiante, lo cual es un factor clave para la elaboración de la planeación didáctica.

Los resultados obtenidos marcan una tendencia hacia el ritmo moderado, el cual representa el 54.5% (12 estudiantes). Por otro lado, se identifica un 27.3% del grupo (seis estudiantes) con un ritmo gradual, quienes necesitan más acompañamiento durante la sesión. Asimismo, hay una presencia del 18.2% (cuatro estudiantes) con un ritmo rápido; este subgrupo suele concluir las actividades antes de lo previsto y requiere de retos adicionales para mantener el interés en la sesión.

El clima de convivencia es tranquilo y favorable para el desarrollo de las clases, caracterizándose por el compañerismo y la disposición para colaborar. En el transcurso de las sesiones de matemáticas, se ha observado que el nivel de atención y el interés del grupo no son constantes, sino que varían según la actividad. El compromiso de los estudiantes se incrementa significativamente en los momentos en que se introducen materiales manipulativos o recursos visuales, ya que estos elementos transforman las experiencias de la clase, facilitando la participación. Al ser un grupo heterogéneo, también se hace del conocimiento que hay estudiantes que manifiestan conductas inadecuadas que permean en la dinámica de clase.

En conjunto, el grupo presenta como principales fortalezas su participación, la disposición para el trabajo colaborativo y el apoyo entre compañeros, así como la presencia de estudiantes con un ritmo de aprendizaje rápido. Las áreas de oportunidad se centran en la facilidad de distracción, especialmente en actividades grupales, y en la atención a conductas disruptivas específicas que afectan la concentración y el desempeño del grupo.

PLAN DE ACCIÓN

En este apartado se establecen los presupuestos teóricos que sustentan el presente informe de prácticas profesionales, teniendo como ejes centrales lo que es la planeación didáctica y el modelo del Conocimiento Especializado del Profesor de Matemáticas (MTSK). Dicho marco permitió no solo analizar, sino guiar la toma de decisiones pedagógicas durante la implementación de la planeación didáctica dentro del aula. De igual forma, se detalla la aproximación metodológica considerada para dar respuesta a la pregunta de investigación establecida. Se enuncian las técnicas e instrumentos utilizados para la recolección de información, así como el modelo empleado para la reflexión.

Presupuestos teóricos sobre la planeación didáctica

La planeación didáctica constituye un elemento fundamental dentro de la práctica docente, ya que orienta de manera sistemática la intervención del profesor en el aula. Lejos de ser un formato administrativo, la planeación implica un proceso reflexivo en el que el docente toma decisiones fundamentadas sobre qué enseñar, cómo hacerlo y con qué propósito. En este sentido, planear no solo significa organizar actividades, sino prever situaciones de aprendizaje que permitan a los estudiantes construir conocimientos significativos.

De acuerdo con Tardif (2014), la práctica docente se sustenta en un conjunto de saberes que el profesor moviliza en su quehacer cotidiano. Dentro de estos saberes, la planeación ocupa un lugar central, pues es el espacio donde se articulan los conocimientos disciplinares y didácticos. Asimismo, Díaz Barriga (2006) señala que la planeación didáctica debe concebirse como una guía flexible que orienta la enseñanza, permitiendo al docente anticipar posibles dificultades, seleccionar estrategias pertinentes y establecer criterios de evaluación acordes con los aprendizajes esperados.

Diversos autores han clasificado la planeación didáctica de acuerdo con su alcance temporal y nivel de concreción. De acuerdo con Zabala (2008), la planeación puede organizarse en distintos niveles: la planeación anual o de largo plazo, que establece las metas generales de un curso; la planeación de unidades o secuencias didácticas, que articula un conjunto de sesiones en torno a un propósito común; y la planeación de clase o sesión, que corresponde

a las actividades específicas que se desarrollan en un periodo determinado. En este sentido, la propuesta implementada en el presente trabajo se ubica principalmente en el nivel de planeación didáctica, ya que se diseñó un conjunto articulado de sesiones enfocados a la enseñanza de los ángulos centrales e inscritos en la circunferencia. Cada sesión responde a una intención didáctica particular, pero mantiene coherencia con un propósito general de aprendizaje, permitiendo que los estudiantes construyan progresivamente los conceptos geométricos y las relaciones entre ellos.

Asimismo, Tobón (2010) señala que la planeación por secuencias didácticas favorece la organización gradual de los aprendizajes, ya que integra actividades de inicio, desarrollo y cierre encaminadas a la resolución de situaciones de aprendizaje significativas. Desde esta perspectiva, la planeación diseñada no se limita a la enseñanza aislada de conceptos geométricos, sino que busca promover procesos de exploración, argumentación, construcción de conjeturas y validación de resultados. De esta manera, la planeación se caracteriza por ser secuencial, flexible y centrada en el estudiante, permitiendo realizar ajustes durante su aplicación en función de las necesidades identificadas en el grupo.

En este marco, la planeación didáctica también se relaciona con los enfoques pedagógicos actuales, particularmente con el enfoque constructivista, el cual plantea que el aprendizaje es un proceso activo en el que el estudiante construye sus propios conocimientos a partir de sus experiencias previas. Desde esta perspectiva, el docente no es únicamente un transmisor de conocimiento, sino un mediador que diseña situaciones que favorecen la reflexión, la participación y la resolución de problemas. Por ello, al planear, es necesario considerar los saberes previos de los alumnos, así como sus intereses y contextos, con el fin de generar aprendizajes más significativos.

Otro aspecto importante dentro de los presupuestos teóricos de la planeación didáctica es la definición clara de las intenciones didácticas. Estos deben estar orientados al desarrollo de competencias, entendidas como la capacidad de movilizar conocimientos, habilidades y actitudes para enfrentar situaciones diversas. En este sentido, la planeación no debe centrarse únicamente en la transmisión de contenidos, sino en la formación integral del estudiante. Esto

implica diseñar actividades que promuevan el pensamiento crítico, la autonomía y la colaboración.

De igual manera, la selección de estrategias didácticas constituye un componente esencial en la planeación. El docente debe elegir aquellas que sean coherentes con los propósitos planteados y que respondan a las características del grupo; de ahí la importancia del diagnóstico aplicado para atender sus ritmos de aprendizaje. Estrategias como el aprendizaje basado en problemas, el trabajo colaborativo y el uso de materiales concretos permiten enriquecer la experiencia de aprendizaje y atender la diversidad presente en el aula. En este sentido, la planeación también debe contemplar la inclusión, considerando las diferencias individuales de los estudiantes y promoviendo la equidad en el acceso al conocimiento.

La evaluación es otro elemento clave dentro de la planeación didáctica. Esta no debe entenderse únicamente como un proceso de medición, sino como una herramienta que permite retroalimentar el aprendizaje y mejorar la práctica docente. Al planear, es necesario definir qué se va a evaluar, cómo se hará y con qué instrumentos, asegurando que exista coherencia entre los propósitos, las actividades y la evaluación. En este sentido, Díaz Barriga y Hernández (2010) señalan que la evaluación debe integrarse al proceso de enseñanza y aprendizaje para favorecer la toma de decisiones pedagógicas orientadas a la mejora educativa. La evaluación formativa cobra especial relevancia, ya que permite identificar avances y dificultades en los estudiantes, brindando información útil para ajustar la enseñanza de manera oportuna.

Finalmente, es importante reconocer que la planeación didáctica no es un proceso aislado, sino que forma parte de un conjunto más amplio de acciones dentro de la práctica docente. Implica reflexión constante, análisis de resultados y mejora continua. A través de la planeación, el profesor de matemáticas no solo organiza su trabajo, sino que también fortalece su identidad profesional, al tomar decisiones fundamentadas que impactan directamente en el aprendizaje de sus estudiantes. En consecuencia, la planeación didáctica se consolida como un elemento esencial para garantizar una enseñanza pertinente, organizada y centrada en el aprendizaje significativo. De acuerdo con Zabala (2008) la planificación de

la enseñanza constituye una herramienta fundamental para orientar la práctica educativa y favorecer procesos de aprendizaje con sentido para los estudiantes.

Presupuestos teóricos sobre el modelo MTSK

Para comprender el MTSK, es importante remitirse a los trabajos de Lee Shulman (1986), quien introdujo el término de *Conocimiento del Contenido Pedagógico* (PCK). Shulman argumentaba que el profesor no solo debe saber la materia que enseña, sino que también debe tener un conocimiento transformado que permite hacer esa materia comprensible para otros. Esta idea permitió que la investigación dejara de ver el contenido y la pedagogía como ideas separadas.

Posteriormente, el modelo *Conocimiento matemático del profesor* (MKT), desarrollado por Ball y su equipo en la Universidad de Michigan, intentó operativizar las ideas de Shulman (Ball et al., 2008). Sin embargo, a pesar de su impacto, surgieron debates académicos sobre la dificultad de delimitar dónde terminaba el conocimiento común del contenido y dónde empezaba el especializado. Es en este punto donde el grupo de investigación de la Universidad de Huelva, conocido como Seminario de Investigación de Didáctica de la Matemática (SIDM), comienza a gestar el MTSK.

El MTSK como modelo analítico interpretativo

El modelo MTSK surge con el objetivo de refinar la delimitación de los componentes del conocimiento del profesor. Como se detalla en el libro *Investigación sobre Conocimiento Especializado del Profesor de Matemáticas (MTSK): 10 años de camino* (Climent Rodríguez y Montes Navarro, 2022), este modelo no intenta medir lo que el profesor “debería saber”, sino que busca ser una herramienta analítica para comprender el conocimiento que el profesor pone en juego de manera efectiva.

Una de las ideas fundamentales que diferencia al MTSK de otros modelos es que considera que **toda la naturaleza del conocimiento del profesor de matemáticas es especializada**. Mientras que otros modelos distinguen entre un “conocimiento común” (que cualquier profesional de las matemáticas tendría) y uno “especializado”, el MTSK sostiene que la

especialización no se basa en el contenido en sí, sino en el uso que se le da. El conocimiento es especializado porque se moviliza en un contexto de enseñanza-aprendizaje, donde la comprensión de los conceptos está básicamente ligada a su potencial didáctico (Climent Rodríguez y Montes Navarro, 2022).

La “S” de *especializado* en las siglas del modelo es el eje sobre el que orbita toda la propuesta. Esta especialización se entiende como el conocimiento matemático que es propio del profesional que enseña la materia. Por ejemplo, mientras que un ingeniero utiliza un teorema para resolver un problema técnico, el profesor necesita conocer las distintas formas de demostrar ese teorema, sus raíces históricas, las conexiones con otros temas previos y futuros, y las posibles interpretaciones erróneas que un estudiante podría generar al abordarlo.

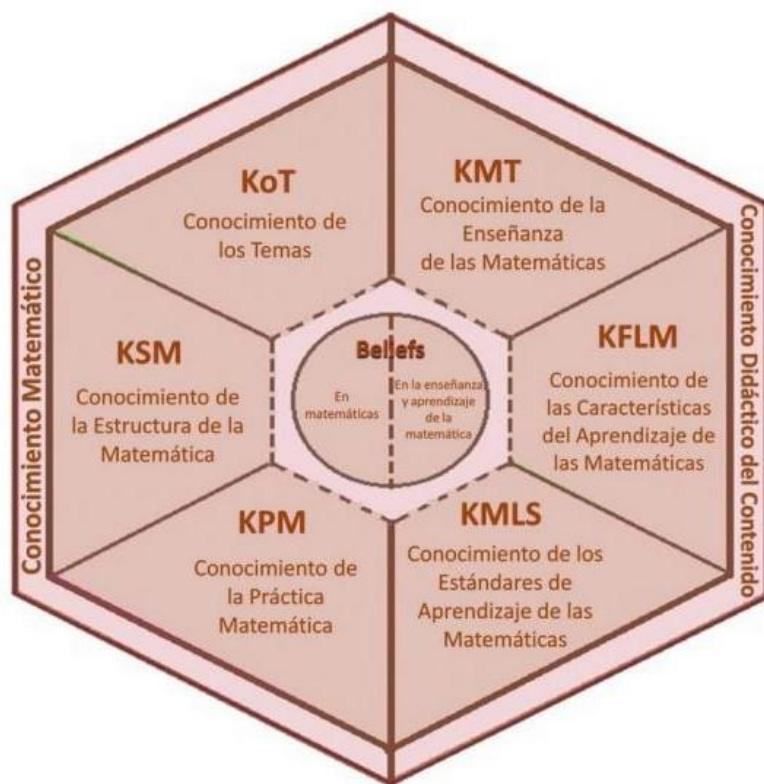
Este enfoque permite cambiar la percepción sobre la profesión docente, alejándola de la idea de que “quien sabe matemáticas, sabe enseñarlas”. El MTSK argumenta que enseñar matemáticas requiere un tipo de saber que no posee el matemático puro ni el usuario general de la disciplina. Es una mezcla donde el conocimiento de la materia y el conocimiento didáctico se entrelazan de tal forma que constituyen una base de conocimiento profesional (Muñoz-Catalán et al., 2015).

Características generales del MTSK

El modelo del Conocimiento Especializado del Profesor de Matemáticas (MTSK) se rige como una de las herramientas analíticas más completas en la educación matemática. Este modelo propone una estructura integrada por tres dominios fundamentales: el Conocimiento Matemático (MK), el Conocimiento del Contenido Pedagógico (PCK) y el tercero de las Creencias sobre la Matemática y su Enseñanza (Climent et al., 2013), mismos que se describen más adelante. Esta perspectiva permite comprender que el conocimiento profesional no es un conjunto de datos aislados, sino un sistema donde los conocimientos del profesor actúan como un eje articulador que dota de sentido a su práctica docente y a la movilización de sus saberes en el aula.

Figura 1

Esquema del modelo Conocimiento Especializado del Profesor de Matemáticas



Nota. Dominios y subdominios del *Mathematics Teacher's Specialized Knowledge* (MTSK). Tomado de Muñoz-Catalán et al. (2015, p. 1808).

El primer dominio de este modelo es el **Conocimiento Matemático (MK)**. Este no se trata solo de saber resolver ejercicios, sino de conocer a fondo los conceptos, cómo se conectan entre sí y qué reglas hacen que un razonamiento sea válido en matemáticas. Según Carrillo et al. (2022), el MK permite que el profesor entienda el contenido de forma conectada, va más allá del simple “saber hacer” para comprender la lógica profunda de cada idea. Este dominio se divide en tres subdominios:

El primer subdominio, el **Conocimiento de los Temas (KoT)** abarca el saber detallado de los contenidos específicos que se pretenden enseñar. No se limita el dominio a solo conocer los procedimientos o a la capacidad de resolver ejercicios; por el contrario, exige que el

profesor comprenda profundamente las definiciones, las propiedades, los diversos registros de representación y los significados asociados a cada concepto. De acuerdo con Carrillo et al. (2022), el subdominio KoT no solo abarca la disciplina de manera técnica, sino que integra los fundamentos teóricos necesarios para la enseñanza, permitiendo al docente anticipar y gestionar la complejidad de los objetos matemáticos que emergen durante la interacción en el aula.

Este conocimiento especializado implica una comprensión de la experiencia en el aula, donde el profesor identifica los contextos y problemas que dan sentido original al objeto matemático. Por ejemplo, no basta con saber operar con fracciones; se requiere dominar sus diversos significados cociente, razón, medida u operador para lograr una enseñanza que trascienda de solo la repetición.

Asimismo, un KoT amplio prepara al docente para reconocer la eficacia de procedimientos alternativos propuestos por los estudiantes, permitiéndole evaluar si un razonamiento informal posee una base lógica coherente antes de corregirlo y no dejar desarrollar al alumno su pensamiento. Al poseer una visión panorámica de las propiedades y fundamentos de un tema, el profesor puede transitar con fluidez entre los temas. Este subdominio actúa como base que permite al educador responder de manera correcta a las preguntas inesperadas, transformando el error en una oportunidad de aprendizaje profundo y conectando el saber escolar con la estructura formal de la ciencia matemática.

El segundo subdominio del MK, el **Conocimiento de la Estructura Matemática (KSM)** se refiere a la capacidad que tiene el profesor para ver las matemáticas no como una lista de temas sueltos, sino como un sistema donde todo está conectado. No se trata solo de saber resolver un problema, sino de entender cómo ese contenido forma parte de un mapa mucho más grande. Este subdominio es fundamental porque ayuda al docente a identificar cómo se relacionan los diferentes conceptos. Por ejemplo, permite ver cuándo un tema es una base sencilla para algo más difícil o cómo un mismo procedimiento se puede aplicar en distintas áreas.

El tercer subdominio, **Conocimiento de la Práctica Matemática (KPM)** implica entender cómo funciona la matemática como ciencia. Más allá de saber conceptos, implica conocer

cómo se generan las ideas, cómo se prueban y bajo qué reglas se aceptan como verdaderas. Según Carrillo et al. (2022), este subdominio permite al profesor comprender la manera en que se produce y se organiza el conocimiento en esta disciplina, lo que le ayuda a mostrar a sus alumnos que las matemáticas no son solo reglas fijas, sino un proceso de construcción con lógica propia.

Este conocimiento es clave porque abarca procesos que van más allá de un simple cálculo:

- **Argumentar y justificar:** Explicar el “porqué” de un paso o un resultado.
- **Demostrar:** Mostrar que una regla se cumple siempre y no por casualidad.
- **Generalizar:** Ser capaz de ver un patrón en un ejemplo y entender que se puede aplicar a muchos otros casos.

Para el docente, este saber funciona como una herramienta de validación. Gracias al KPM, el profesor no solo dice si una respuesta es correcta o incorrecta, sino que puede seguir el hilo del pensamiento de sus alumnos e interpretar sus procesos de resolución. En lugar de que los estudiantes solo memoricen pasos, se les motiva a investigar y a construir sus propias conclusiones, fomentando una cultura de indagación donde comprendan cómo se llega a la “verdad” matemática.

El segundo dominio del modelo es el **Conocimiento Didáctico del Contenido (PCK)**, el cual representa la capacidad del profesor para hacer que las matemáticas sean comprensibles y significativas para el alumnado. Este dominio es el que marca la diferencia entre un matemático y un educador matemático, desglosándose en los siguientes subdominios:

El subdominio **Conocimiento de la Enseñanza de las Matemáticas (KMT)** trata sobre cómo el profesor elige las mejores estrategias, recursos y ejemplos para que sus alumnos aprendan. Un docente con un buen manejo del KMT no solo planea por planear; sabe elegir métodos específicos, como el uso de material manipulativo o el aprendizaje basado en problemas, dependiendo de qué tema esté enseñando. Según Carrillo et al. (2022), este conocimiento permite que el profesor seleccione las herramientas más adecuadas para que los estudiantes realmente comprendan los conceptos.

Por su parte, el subdominio **Conocimiento de las Características del Aprendizaje de las Matemáticas (KFLM)** pone el foco en la psicología del aprendizaje aplicada a la disciplina.

Este subdominio requiere que el profesor conozca cómo aprenden sus estudiantes, identificando de antemano las dificultades cognitivas, las concepciones previas y los errores frecuentes que suelen surgir en temas específicos. Este conocimiento permite al docente anticiparse a los obstáculos y prever intervenciones que conviertan el error en una oportunidad de aprendizaje.

El subdominio **Conocimiento de los Estándares de Aprendizaje de las Matemáticas (KMLS)** abarca el conocimiento del currículo oficial y los objetivos educativos institucionales. Este saber permite al docente situar los contenidos dentro de una secuencia de aprendizaje formal, asegurando que se cumplan los niveles de logro esperados para cada grado escolar y que la enseñanza esté alineada con las expectativas de los marcos nacionales o internacionales.

El valor del MTSK consiste en dar una estructura que permite identificar los distintos conocimientos que un docente usa al enseñar matemáticas. Según Carrillo et al. (2022), este modelo es clave porque ayuda a entender qué es lo que hace que el conocimiento de un profesor sea “especializado” y diferente al de cualquier otro matemático. Al no integrar estos dominios, el docente tiene más dificultades para transformar su forma de enseñar y mejorar lo que pasa dentro del aula.

En este sentido, el *MTSK* representa un referente importante, desde la didáctica de las matemáticas, para el diseño de planeaciones didácticas y para el análisis de la propia práctica docente al considerar los dominios, subdominios y categorías (Anexo B) necesarios para el abordaje de contenidos matemáticos, en este caso, geométricos.

Aproximación metodológica

En este apartado se describen los principales aspectos de la metodología de la investigación educativa recuperados para el desarrollo del estudio. Se presenta el enfoque cualitativo, la investigación-acción como aproximación metodológica, así como las técnicas e instrumentos empleados para la recopilación y análisis de la información. Estos elementos permitieron comprender la práctica docente, valorar los aprendizajes de los estudiantes y fundamentar las reflexiones derivadas de la implementación de la propuesta de mejora.

Enfoque y tipo de diseño

De acuerdo con las Orientaciones Académicas para la Elaboración del Trabajo de Titulación, el Informe de Prácticas Profesionales permite al estudiante normalista documentar, sistematizar, analizar y reflexionar sobre las experiencias desarrolladas durante su intervención en contextos educativos reales. Esta modalidad tiene como objetivo identificar áreas de mejora y proponer transformaciones en algún aspecto de la práctica docente orientado al impacto positivo al comprender, interpretar y proponer alternativas de mejora ante las problemáticas educativas que se presentan en el aula (SEP, 2022c).

La naturaleza de esta modalidad guarda una estrecha relación con la investigación-acción, debido a que ambas comparten el propósito de comprender la realidad educativa para transformarla mediante procesos de *análisis, intervención, mejora y reflexión*. Por tanto, esta investigación se sitúa como un estudio de intervención, ya que busca expresamente producir algún cambio en la realidad educativa (Martínez Rizo, 2019).

Se recurre a la investigación acción como una forma de indagación que permite al profesorado analizar su práctica docente con la finalidad de mejorarla. Elliott (1993, citado por Latorre, 2005) señala que la investigación-acción posibilita que los docentes estudien las situaciones presentes en el aula para comprenderlas y transformarlas mediante acciones orientadas a la mejora.

Asimismo, la investigación-acción reconoce al docente como un profesional reflexivo capaz de analizar críticamente su práctica y tomar decisiones fundamentadas para favorecer el aprendizaje de los estudiantes. En este sentido, Schön (1992) explica que la reflexión sobre la acción permite reconstruir la experiencia profesional y generar nuevas formas de actuación pedagógica a partir de las situaciones reales que se presentan en el aula. Del mismo modo, Latorre (2005) señala que este tipo de investigación constituye una indagación práctica realizada por el profesorado con el propósito de comprender y transformar su realidad educativa mediante procesos permanentes de acción y reflexión.

La investigación desarrollada se abordó desde la *modalidad práctica* propuesta por Latorre (2005), debido a que el propósito principal consistió en intervenir directamente en el aula para transformar la enseñanza y favorecer los procesos de aprendizaje de los estudiantes. En

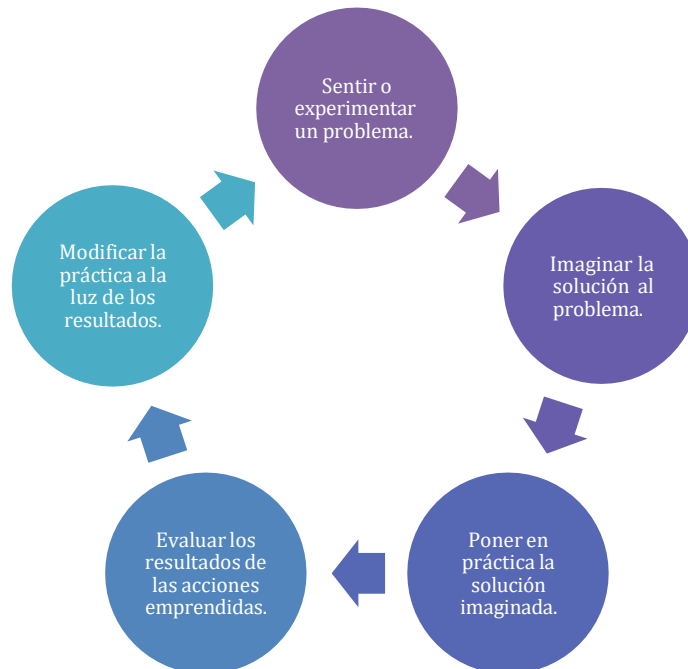
este sentido, el profesor en formación inicial asumió un papel activo tanto en el diseño como en la implementación de la planeación didáctica fundamentada en el modelo MTSK.

Por otra parte, este estudio también se sustenta en los principios de la investigación formativa. Restrepo (2003) menciona que la investigación formativa favorece el desarrollo de capacidades críticas, analíticas y reflexivas mediante la participación activa de los estudiantes en procesos de indagación vinculados con su práctica profesional, es decir, se contribuye al fortalecimiento de competencias investigativas relacionadas con la observación, la sistematización de información, el análisis de evidencias y la reflexión pedagógica.

Para organizar el proceso reflexivo derivado de la práctica docente, se retomó el ciclo propuesto por Whitehead (1989), el cual plantea una serie de momentos orientados hacia la identificación de problemáticas, la implementación de acciones y la reflexión sobre sus resultados (*figura 2*).

Figura 2

Ciclo de investigación-acción según Whitehead (1989).



Fuente: Elaboración propia

La primera etapa del ciclo consistió en *sentir o experimentar un problema*. Esta etapa se llevó a cabo en el análisis de la práctica docente desarrollada hasta el séptimo semestre con relación al diseño de planeaciones didácticas y el poco acercamiento con la enseñanza de contenidos geométricos. Asimismo, al implementar un diagnóstico fue posible reconocer en los estudiantes de un grupo de secundaria una limitación en la comprensión de ideas geométricas vinculadas con la circunferencia (por ejemplo, líneas notables). Además, se reconoció la necesidad de mejorar la práctica docente en la enseñanza de contenidos geométricos a la luz de un modelo teórico.

Luego, se desarrolló la etapa de *imaginar una solución al problema*, la cual implicó el diseño de una planeación didáctica fundamentada en el modelo MTSK. Para ello, se contemplaron diversas categorías de los subdominios de dicho modelo que estuvieran alineadas con el Procesos de Desarrollo de Aprendizaje (PDA). La tercera etapa consistió en *poner en práctica la solución diseñada* mediante la implementación de la secuencia de actividades incluidas en la planeación didáctica en el grupo de segundo grado de secundaria durante el periodo de práctica profesional.

Posteriormente, se realizó la *evaluación de las acciones implementadas* a través de diferentes técnicas e instrumentos como la observación, el análisis de producciones escritas, el diario de clase y las participaciones de los estudiantes mediante interrogatorios en las puestas en común. Esto permitió identificar necesidades y valorar avances e interferencias en el aprendizaje de los estudiantes. La última etapa del ciclo *Modificar la práctica a la luz de los resultados* implicó reflexionar constantemente sobre la experiencia obtenida con la implementación de la planeación didáctica a fin de replantear y mejorar la práctica docente.

Finalmente, esta investigación contempló un enfoque cualitativo, debido a que el interés principal se centró en comprender e interpretar los procesos de enseñanza y aprendizaje que tuvieron lugar durante la implementación de la planeación didáctica. En lugar de enfocarse exclusivamente en resultados cuantificables, se buscó analizar las experiencias, interacciones, dificultades y avances manifestados por los estudiantes durante las actividades propuestas y por el PFI para la mejora de la práctica docente.

Técnicas e instrumentos de recolección de información

La recopilación de información cualitativa se realizó mediante técnicas como la observación participante con instrumentos como el diario de trabajo docente, las producciones escritas de los estudiantes y las participaciones realizadas durante las puestas en común (audio grabaciones). La información obtenida constituyó un referente para analizar la práctica docente durante la implementación de la planeación didáctica, así como el aprendizaje de los estudiantes sobre el contenido geométrico abordado.

Se determinó el uso del audio grabaciones de clases dado que este recurso pasa de una simple captura del momento permitiendo entrar con la dinámica que se llevó dentro de la clase y entender el entorno del aula. Las audio grabaciones son una herramienta indispensable para desarrollar un análisis reflexivo y así poder identificar situaciones críticas, interacciones y obstáculos cognitivos que suelen pasar desapercibidos en la inmediatez de la enseñanza (Llinares, 2013). De este modo, la observación adquiere un sentido analítico, promoviendo una práctica reflexiva donde se interpreta lo ocurrido para fundamentar la toma de decisiones pedagógicas y redirigir la acción (Domingo y Gómez, 2014).

Por su parte, el diario del profesor sirvió como un espacio de narrativa y reflexión. Más que un registro, el diario facilita la toma de conciencia al documentar sistemáticamente los aciertos y la toma de decisiones durante cada sesión, revelando el razonamiento pedagógico profundo a la intervención (Zabalza, 2004). En cuanto a los cuadernos de los estudiantes, son un referente para valorar el aprendizaje.

Esta diversidad de instrumentos brindó la oportunidad de trascender el rol de profesor para consolidar las competencias propias de un investigador educativo (Perrenoud, 2004). Este proceso reflexivo ayudó a visualizar mejor la problemática dentro del aula, formular preguntas susceptibles de respuesta empírica, seleccionar métodos de recolección, garantizar la calidad de los datos y construir evidencias que muestren la transformación de la práctica.

Una vez contando con la información recabada se optó por realizar un *análisis didáctico* (Rico, 2012), el cual representa un método de trabajo y reflexión para el estudio ordenado de problemas didácticos, en este caso, de la educación matemática. Dicho análisis se centró en

entender e interpretar la práctica docente derivada de la experiencia en aula a partir de las categorías establecidas en el MTSK. A partir del ejercicio de un análisis didáctico se debe explicar una propuesta didáctica y justificar que ésta significa una mejora para la enseñanza de las matemáticas.

Diagnóstico de aprendizajes geométricos

La evaluación diagnóstica constituye un elemento fundamental dentro del proceso educativo, ya que permite identificar los conocimientos previos, habilidades y dificultades de los estudiantes antes de iniciar una intervención didáctica. Un factor que influye en el aprendizaje es aquello que el alumno sabe, por lo que resulta necesario conocer estos saberes previos para orientar el proceso de enseñanza. De igual manera, la evaluación diagnóstica permite al docente reconocer el punto de partida del grupo y tomar decisiones pedagógicas pertinentes para favorecer el aprendizaje (Díaz Barriga y Hernández, 2010).

Desde la perspectiva del modelo MTSK, este proceso tiene relación directa con el subdominio *conocimiento de las características del aprendizaje de las matemáticas* (KFLM), el cual hace referencia al conocimiento que posee el docente acerca de las características del aprendizaje de las matemáticas en los estudiantes, incluyendo las dificultades frecuentes, los errores comunes y las formas en que los estudiantes construyen significado sobre los conceptos matemáticos.

En este sentido, la aplicación de un diagnóstico permite al profesor identificar estas características dentro de su grupo y utilizar dicha información para orientar la planificación de actividades y estrategias didácticas acordes con las necesidades de aprendizaje de los estudiantes. De esta manera, el diagnóstico no solo funciona como un instrumento de evaluación inicial, sino también como un recurso que permite al docente ajustar su práctica pedagógica para favorecer una enseñanza pertinente.

Con el propósito de identificar los conocimientos previos de los estudiantes respecto a contenidos geométricos, se diseñó y aplicó un instrumento diagnóstico (Anexo C) dirigido a estudiantes del grupo de segundo grado de la escuela secundaria. Dicho instrumento estuvo conformado por cinco tareas geométricas que permitieron explorar conocimientos previos.

En las tareas matemáticas se incluyeron algunas con respuestas de opción múltiple y otras de preguntas abiertas, con la finalidad de obtener información tanto cuantitativa como cualitativa sobre el nivel de comprensión de los estudiantes. La prueba diagnóstica fue aplicada a 22 de los 24 estudiantes del grupo, debido a la ausencia constante de dos estudiantes durante el periodo de aplicación. Dicho instrumento se aplicó el viernes 20 de marzo de 2026.

Las tareas que se aplicaron fueron diseñadas tomando en cuenta los PDA del grado escolar anterior y que tuvieran relación con el asignado para el plan de acción, permitiendo así, identificar con mayor claridad los conocimientos previos de los estudiantes y los aprendizajes base con los que deberían de contar. A partir de estas tareas, fue posible reconocer tanto aciertos como dificultades comunes en el manejo de los conceptos geométricos. De igual forma, para valorar las respuestas de los estudiantes, se establecieron indicadores de evaluación para cada tarea geométrica, los cuales sirvieron como guía para analizar sus producciones escritas (Anexo D).

Interpretación de los resultados del diagnóstico

En el indicador “Diferencia las características del círculo y de la circunferencia”, se esperaba que los estudiantes identificaran que la circunferencia corresponde a la línea que delimita la figura y el círculo a la región. Los resultados muestran que únicamente tres estudiantes (13.6%) lograron diferenciar correctamente la conceptualización entre círculo y circunferencia como se muestra en la **figura 3**. Cuatro estudiantes (18.2%) identificaron el concepto de círculo, pero no lograron diferenciarlo de la circunferencia.

Figura 3

Producción de una alumna que logró identificar la diferencia entre círculo y circunferencia.

1. Escribe con tus propias palabras la definición de los siguientes conceptos.

Círculo	Circunferencia
es toda la figura completa es decir el área interior	es solo la línea que rodea el círculo

En las producciones de 14 estudiantes (63.6%), no se manifestó una idea clara de estos conceptos, lo que evidencia poco conocimiento en cuanto a los dos objetos geométricos y su uso adecuado como lenguaje geométrico. Asimismo, un alumno (4.5%) no respondió la pregunta.

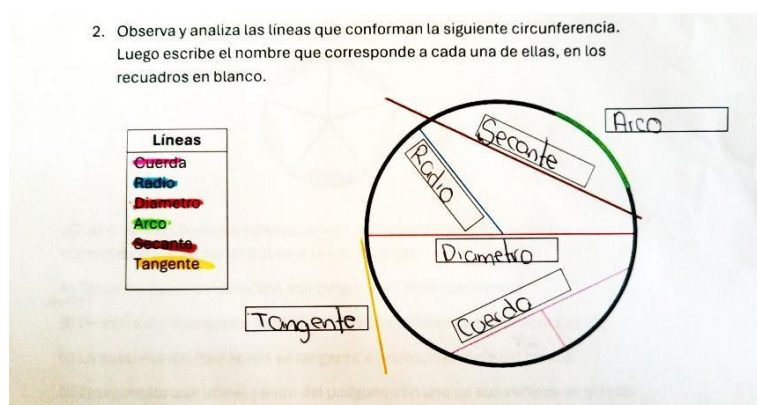
Estos resultados reflejan dificultades en la comprensión de conceptos básicos relacionados con el círculo y la circunferencia, lo que sugiere la necesidad de reforzar estos contenidos mediante actividades que promuevan la identificación, comparación y representación gráfica de estos elementos, con el fin de fortalecer la comprensión conceptual antes de avanzar a contenidos más complejos.

En el indicador “Identifica y relaciona las líneas notables de la circunferencia”, se esperaba que los estudiantes reconocieran elementos como radio, diámetro, cuerda, arco, secante y tangente a partir de una representación gráfica. Siete estudiantes (31.8%) identificaron una combinación de tres elementos (principalmente arco, radio y diámetro), lo que indica un nivel intermedio de reconocimiento de los elementos de la circunferencia; de estos, el radio y el diámetro son los objetos geométricos de mayor uso cotidiano en las actividades propuestas en los libros de texto. Por su parte, 10 estudiantes (45.5%) lograron identificar el arco y el diámetro, siendo estas las líneas notables con mayor frecuencia de reconocimiento entre el estudiantado y, quizás, con las que han tenido mayor experiencia en su representación, así como su apropiación como lenguaje geométrico.

Cabe señalar que dos alumnas (9.1%) lograron identificar correctamente todos los elementos solicitados como se muestra en la **figura 4**, lo que evidencia su reconocimiento en una representación icónica; sin embargo, resultaría necesario indagar en su conceptualización. Por otro lado, tres estudiantes (13.6%) lograron identificar un solo elemento y un alumno (4.5%) no obtuvo ningún acierto en la pregunta.

Figura 4

Producción de una alumna que logro identificar todas las líneas notables.



Estos resultados manifiestan que los estudiantes reconocen con mayor facilidad líneas notables como el diámetro, radio y el arco, posiblemente por su representación visual más evidente, pero presentan dificultades para identificar otros elementos como la cuerda, secante y tangente, lo que muestra que el conocimiento del grupo sobre las líneas notables de la circunferencia aún es parcial. Por ello, se considera necesario reforzar actividades donde los estudiantes visualicen, construyan, infieran y justifiquen los objetos geométricos con el fin de fortalecer su comprensión.

En el indicador “Estima la medida de un ángulo a partir de su representación gráfica”, se obtuvo que 13 estudiantes (59.1%) seleccionaron correctamente el intervalo al que pertenece la medida de la abertura del ángulo dado, mientras que nueve estudiantes (40.9%) no lograron identificar el intervalo correcto. Estos resultados muestran que poco más de la mitad del grupo logra estimar la amplitud de un ángulo a partir de su representación visual y ubicarlo

dentro de un intervalo de medidas. Esto sugiere la necesidad de retomar distintas formas de representación no prototípicas, el uso de ejemplos y contraejemplos visuales, como el ángulo recto (90°) o el ángulo llano (180°), como base para realizar estimaciones.

En el indicador “Utiliza el transportador para obtener la medida de un ángulo”, se obtuvo que 12 estudiantes (54.5%) lograron una medida cercana al ángulo exacto, lo que indica que más de la mitad del grupo sabe utilizar el transportador de manera aproximada. Sin embargo, cuatro estudiantes (18.2%) obtuvieron una medida muy alejada del valor real del ángulo, presentando dificultades en el uso del instrumento, posiblemente al colocar el centro del transportador, identificar la línea base o medir los grados. Seis estudiantes (27.3%) no respondieron la pregunta, lo que puede indicar desconocimiento en el uso del transportador (y posiblemente, de los instrumentos geométricos).

Estos resultados muestran que, aunque algunos estudiantes logran medir ángulos de manera aproximada, todavía existe un grupo importante que presenta dificultades en el uso correcto del transportador, por lo que se considera necesario reforzar actividades prácticas donde los estudiantes aprendan a colocar correctamente el transportador, identificar el cero y determinar el lado del ángulo que sirva como base para obtener su medida sin importar su posición.

En el indicador “Identifica el radio como la distancia del centro a cualquier punto de la circunferencia”, se obtuvo que 11 estudiantes (50%) respondieron correctamente, mientras que la otra mitad del grupo (50%) no lograron identificar el radio de manera correcta. Estos resultados muestran que la mitad del grupo reconoce el concepto de radio; sin embargo, la otra mitad presenta dificultades para relacionar su representación con el mismo concepto.

Esta situación evidencia que el reconocimiento de una de las líneas básicas de la circunferencia como lo es el radio aún no es sólido en todo el grupo, por lo que se considera necesario diseñar actividades donde se vincule la representación de un objeto geométrico con la construcción de su concepto.

En el indicador “Establece la relación entre el centro de un polígono regular y uno de sus vértices como el radio de la circunferencia circunscrita”, se obtuvo que seis estudiantes

(27.3%) respondieron correctamente, mientras que 16 (72.7%) no lograron establecer esta relación. Estos resultados muestran que la mayoría del grupo presenta dificultades para relacionar el polígono con la circunferencia circunscrita, lo que implica que no identifican que la distancia del centro del polígono a uno de sus vértices corresponde al radio de la circunferencia.

Esta dificultad indica que los estudiantes presentan problemas para establecer relaciones entre diferentes elementos geométricos, en este caso, entre un polígono y la circunferencia circunscrita, lo que refleja un nivel de razonamiento geométrico limitado. Por lo tanto, se considera necesario reforzar actividades donde los se promuevan habilidades geométricas como la visualización, la argumentación y la construcción a fin de que establezcan conjeturas entre objetos geométricos.

A partir de los resultados obtenidos en el diagnóstico, se observa que los estudiantes presentan dificultades en la comprensión de conceptos geométricos básicos, como la diferencia entre círculo y circunferencia, la identificación del radio y la relación entre objetos geométricos. Asimismo, se identificaron dificultades en el uso del transportador para medir ángulos, lo que indica que algunos no dominan el uso de instrumentos de medición. Por otro lado, mostraron un mejor desempeño en actividades de reconocimiento visual, como la identificación de algunas líneas notables y la estimación de ángulos mediante intervalos, lo que indica que el grupo responde mejor ante actividades de tipo visual e intuitivo que ante aquellas que requieren un conocimiento conceptual o procedimental más formal.

En general, los resultados del diagnóstico muestran la necesidad de reforzar los conceptos básicos de geometría, el uso del lenguaje matemático y el manejo de instrumentos de medición, antes de avanzar hacia contenidos más complejos, con el fin de construir bases sólidas en el aprendizaje de la geometría.

Para fortalecer la competencia geométrica del grupo, es fundamental potencializar, en primer lugar, la habilidad visual. Los resultados demuestran que, aunque los estudiantes poseen una percepción de la forma circular, presentan dificultades al identificar elementos específicos en contextos no prototípicos. Desde la perspectiva del modelo MTSK, este análisis permite

al docente profundizar en el *Conocimiento de las Características del Aprendizaje de las Matemáticas* (KMLS), al identificar las formas de interacción de los estudiantes con el contenido y las dificultades inherentes al reconocimiento de objetos geométricos (Carrillo et al., 2022). Por ello, se deben diseñar tareas de conceptualización que utilicen ejemplos y no ejemplos, permitiendo que el estudiante transite de un reconocimiento icónico hacia uno basado en propiedades.

Asimismo, es importante desarrollar la habilidad de comunicación y precisión en el lenguaje matemático. La confusión detectada entre círculo y circunferencia sugiere que el diseño instruccional debe enfocarse en el *Conocimiento de los Temas* (KoT), específicamente en las definiciones y propiedades de las líneas notables. Según Flores, Escudero y Aguilar (2013), el conocimiento especializado implica que el docente sea capaz de mediar entre las producciones de los estudiantes y la formalización del contenido. En este sentido, las tareas de representación y descripción deben apoyarse en el uso de geometría dinámica.

Finalmente, se deben priorizar tareas de construcción y relación que permitan integrar conceptos aislados en estructuras más complejas. La dificultad para vincular polígonos con la circunferencia circunscrita evidencia la necesidad de fortalecer las conexiones entre diferentes conceptos que propone el MTSK. Como señalan Contreras et al. (2017), el diseño de tareas debe orientarse a que el alumno identifique la red de relaciones entre diferentes objetos matemáticos. Al enfrentarse a desafíos donde el centro de un polígono funciona como centro de la circunferencia, el estudiante se ve forzado a aplicar el concepto de radio en un entorno funcional, desarrollando una intuición geométrica que le permita estimar, relacionar y formalizar los conocimientos que servirán de base para contenidos curriculares de mayor complejidad.

Diseño y fundamentación de la planeación didáctica (propuesta de intervención)

El contenido considerado para la propuesta de intervención fue “circunferencia, círculo y esfera” específicamente el PDA referente a la medida de ángulos inscritos y centrales, así como de arcos de circunferencia, mismo que está establecido en el *Programa de Estudio de la Educación Secundaria: Programa sintético de la Fase 6* (SEP, 2024a).

Cabe señalar que, para este momento fue indispensable para el profesor en formación inicial, conocer y apropiarse previamente del marco del MTSK, de tal forma que le posibilitara identificar los conocimientos didácticos y matemáticos indispensables para mejorar la enseñanza del contenido geométrico referido, en un grupo de segundo grado de secundaria.

Es importante mencionar que, curricularmente, el plan de estudios para la educación preescolar, primaria y secundaria 2022 (SEP, 2024b) denominado Nueva Escuela Mexicana (NEM) prioriza el uso de metodologías activas para la enseñanza de los contenidos programáticos aunados a la integración curricular, donde se sugiere el aprendizaje basado en proyectos.

No obstante, para el diseño de la planeación (plan de acción) del contenido geométrico se decidió contemplar un proceso didáctico propio de la enseñanza de las matemáticas, por tanto, se recuperó el *enfoque didáctico* que consiste en utilizar secuencias de situaciones problemáticas que despierten el interés de los estudiantes y los inviten a reflexionar, a encontrar diferentes formas de resolver los problemas y a formular argumentos que validen los resultados. Esto con la intención de que se construya el conocimiento desde la propia disciplina para favorecer en el estudiantado el desarrollo del pensamiento geométrico, lo cual está establecido en las especificidades de la fase 6 del campo formativo de Saberes y Pensamiento Científico (SEP, 2024a).

Esta decisión se fundamenta desde la *autonomía profesional* que brinda la NEM al docente para decidir, con base en los métodos, conceptos y saberes obtenidos de la experiencia, el *planteamiento didáctico* que va a desarrollar con sus grupos para el abordaje de los contenidos programáticos, es decir, el profesorado tiene la capacidad de decidir sobre la planeación que realiza para organizar la enseñanza, así como la evaluación de los aprendizajes y la definición de las estrategias didácticas (SEP, 2024b). El diseño de la planeación didáctica se conformó de una secuencia con seis planes de clase (Tabla 1).

Tabla 1

Subdominios del MTSK presentes en cada sesión del Plan de Acción

Sesión	Intención didáctica Que los estudiantes:	Conocimientos del MTSK	Técnicas e instrumentos
1	Analicen características de ángulos centrales e inscritos en una circunferencia mediante sus representaciones	• KoT • KSM • KFLM • KMT • KPM • KMLS	• Observación • Diario de trabajo docente • Audio grabaciones • Producciones de los estudiantes
2	Reconozcan ángulos inscritos y centrales en una circunferencia y las líneas notables que los componen, a partir de representaciones.	• KoT • KSM • KFLM • KMT • KPM • KMLS	
3	Infieran de manera intuitiva, mediante material manipulable, la relación entre un ángulo central y un ángulo inscrito en una circunferencia cuando comparten el mismo arco.	• KoT • KSM • KFLM • KMT • KPM • KMLS	
4	Determinen la relación que existe entre la medida de un ángulo central y un ángulo inscrito en una circunferencia cuando comparten el mismo arco.	• KoT • KSM • KFLM • KMT • KPM • KMLS	
5	Construyan y comprueben geométricamente la relación entre el ángulo central y el ángulo inscrito, específicamente en el caso de 180°	• KoT • KSM • KFLM • KMT • KMLS	
6	Calculen el valor de la medida faltante de un ángulo (central o inscrito) a partir de su representación.	• KoT • KSM • KFLM • KMT • KPM • KMLS	

Fuente: Elaboración propia

El diseño de la planeación didáctica (Anexo E) para la enseñanza de ángulos centrales e inscritos en la circunferencia se fundamentó en los dominios, subdominios y categorías del modelo MTSK (Anexo B), con la finalidad de propiciar el aprendizaje en los estudiantes. A partir del PDA y de las necesidades del grupo (ritmos de aprendizaje y aprendizajes previos), fue posible identificar cómo cada dominio y subdominio se podía incluir desde el diseño de la planeación didáctica. Cabe aclarar que, solo se contemplaron las categorías del MTSK congruentes y pertinentes para un adecuado abordaje del PDA.

En relación con el dominio del Conocimiento Matemático (**MK**), específicamente en el subdominio **KoT**, se empleó el **KoT2** relacionado con las definiciones, propiedades y fundamentos matemáticos. Este conocimiento se consideró para la totalidad de las sesiones, dada la necesidad de formalizar conceptualmente los objetos geométricos relacionados con el PDA, tales como círculo, circunferencia, líneas notables, ángulos centrales y ángulos inscritos. Es indispensable que, como PFI, exista un dominio del contenido geométrico, ya que no es posible promover una construcción conceptual adecuada en los estudiantes si previamente no se comprenden las características, propiedades y relaciones por parte del profesor.

El **KoT3** (registros de representación) se tomó en cuenta para cada una de las tareas geométricas diseñadas, pues el contenido geométrico requiere el uso de representaciones (gráficas, simbólicas, pictográficas) que funcionen como herramientas para la comunicación geométrica, el pensamiento y el cálculo. La incorporación de representaciones permite que los estudiantes infieran propiedades geométricas, identifiquen características de los ángulos y establezcan relaciones entre distintos elementos de la circunferencia. Asimismo, el uso de diferentes registros de representación favorece el tránsito entre lo visual y lo formal, permitiendo fortalecer procesos de visualización y razonamiento geométrico.

El **KoT4** (procedimientos) se incorporó en las sesiones 5 y 6, debido a que el contenido matemático abordado requiere del uso de procedimientos aritméticos para el cálculo de medidas angulares. La consideración de esta categoría permite reconocer que el aprendizaje geométrico no se limita únicamente al reconocimiento de figuras, sino también al desarrollo de procesos que permitan establecer relaciones y utilizar propiedades geométricas. En este

sentido, resulta necesario que los estudiantes comprendan las condiciones bajo las cuales una propiedad puede aplicarse, particularmente en relación con la correspondencia entre los ángulos y el arco que comparten de la circunferencia.

En cuanto al subdominio **KSM**, el **KSM3** (conexiones de simplificación) se incluyó debido a que los objetos geométricos del PDA representan elementos avanzados, por tanto, fue necesario saber las implicaciones de otros elementos más sencillos sobre dicho conocimiento avanzado. Esta categoría se previó para las sesiones 1, 2 y 6, dado que se retomaron objetos geométricos como la circunferencia, el círculo, diámetro y radio, mismos que se complementaron con otros elementos avanzados (ángulo central e inscrito).

Del subdominio **KPM**, se empleó la categoría **KPM2** (formas de validación y demostración). Esta categoría se encuentra presente durante toda la planeación didáctica pues las actividades diseñadas requieren que los estudiantes justifiquen sus respuestas, validen relaciones geométricas y argumenten matemáticamente sus procedimientos. Desde esta perspectiva, el aprendizaje geométrico no se reduce únicamente a obtener resultados correctos, sino a construir explicaciones fundamentadas que permitan dar sentido a las propiedades y relaciones trabajadas. Asimismo, la validación matemática favorece que los estudiantes reconozcan la necesidad de sustentar sus conclusiones mediante propiedades geométricas, la exploración y formulación de conjeturas.

El **KPM3** (lenguaje formal matemático) se incorpora debido a la necesidad de promover el empleo adecuado de conceptos y términos geométricos en la totalidad de las sesiones. Esta categoría resulta fundamental porque en el estudio de la geometría no basta con que los estudiantes mencionen el nombre del objeto geométrico, sino que al momento de hacerlo lo asocien con su representación o conceptualización. Esto permite a los estudiantes comunicar ideas mediante el uso del lenguaje geométrico apropiado. En este sentido, la práctica docente adquiere relevancia al orientar la formalización progresiva del lenguaje geométrico y corregir posibles interpretaciones erróneas o incompletas relacionadas con los conceptos.

El **KPM6** (condiciones necesarias y suficientes para generar definiciones) también se consideró en la totalidad de la planeación didáctica, pues es relevante brindar oportunidades

para que los estudiantes construyan las definiciones de los objetos geométricos sin necesidad de que sea el docente quien les provea la información, evitando caer en una práctica normativa. Estas oportunidades se observan en las actividades, mismas que se diseñaron para propiciar la generación de definiciones a partir del análisis de representaciones de los objetos geométricos (líneas notables de la circunferencia, ángulos centrales e inscritos).

Con relación al dominio **Conocimiento Didáctico del Contenido (PCK)**, la categoría de **KFLM1** (teorías de aprendizaje) se empleó para fundamentar la secuencia en el abordaje del PDA, dado que la geometría requiere un tratamiento diferente en su enseñanza y aprendizaje en contraste con las demás áreas (álgebra, aritmética, probabilidad y estadística). Se buscó no caer en enseñar directamente a calcular medidas de ángulos centrales e inscritos en la circunferencia, si no en propiciar la exploración e investigación de propiedades geométricas para luego, aplicarlas en situaciones diversas y de esta forma, adquirir el aprendizaje. Del mismo modo, se consideró este subdominio al tomar en cuenta los ritmos de aprendizaje de los estudiantes para las actividades y el papel del trabajo colaborativo.

La categoría **KFLM2** (dificultades y errores de aprendizaje) se consideró debido a que, como cualquier contenido matemático, es posible que los estudiantes manifiesten dificultades durante el proceso de enseñanza-aprendizaje. Por ello, durante la planeación didáctica resulta necesario anticipar posibles dificultades y errores que puedan surgir en los estudiantes al resolver las diversas actividades diseñadas e inclusive aprovecharlas para su abordaje.

El **KFLM3** (formas de interacción de los estudiantes con el contenido matemático) adquiere relevancia porque el aprendizaje geométrico requiere procesos de exploración, manipulación, comparación y construcción de representaciones que permitan establecer relaciones matemáticas a partir de la actividad realizada. En este sentido, las tareas diseñadas buscan favorecer experiencias de aprendizaje donde los estudiantes interactúen activamente con el contenido geométrico y construyan significados a partir de la observación y análisis de las representaciones.

La categoría **KFLM4** (intereses y expectativas) se incorporó mediante el diseño de actividades dinámicas, uso de materiales manipulables y tareas de investigación geométrica

que buscan mantener la participación e interés de los estudiantes (por ejemplo, en las sesiones 3 y 4). La consideración de esta categoría resulta importante debido a que el involucramiento de los estudiantes dentro de las actividades favorece una participación activa durante la construcción del conocimiento matemático.

Respecto al subdominio **KMT**, la categoría **KMT1** (teorías de enseñanza de las matemáticas) se tomó en cuenta para recuperar aspectos de la Teoría de Situaciones Didácticas que coadyuvaran en la enseñanza del PDA. Entre estos aspectos se encuentran los momentos de la clase (verbalización, resolución, puesta en común e institucionalización) y las variables didácticas en las actividades. De esta manera, en la planeación se contemplaron espacios para que el estudiante construya significados matemáticos a partir de desafíos.

La categoría **KMT2** (recursos materiales y virtuales) se consideró para la mayoría de las sesiones mediante el uso de material visual y manipulativo que apoyara en el abordaje del contenido y que realmente fuera útil. Entre estos materiales se encuentran: representaciones gráficas a escala, objetos de uso común, juego de geometría, círculos en hojas de colores.

La categoría **KMT3** (Estrategias, técnicas, tareas y ejemplos) tiene una presencia importante en toda la planeación didáctica. Las actividades diseñadas para cada sesión fueron diversificadas con base en los tipos de tareas geométricas (conceptualización, investigación y demostración). Desde esta perspectiva, las tareas diseñadas no se limitan únicamente a ejercicios sino a desarrollar ideas geométricas a partir de favorecer habilidades visuales, de comunicación, de razonamiento. Los ejemplos son pieza fundamental para el PDA, dado que permiten evidenciar características de los objetos geométricos, también se usaron contraejemplos de representaciones de los ángulos centrales e inscritos para favorecer el razonamiento geométrico (sesiones 2 y 4).

En cuanto a las estrategias, estas implicaron conocer y movilizar estrategias matemáticas didácticas para abordar un error o una dificultad que pudieran presentar los estudiantes; por ejemplo, ante la dificultad técnica en la medición y estimación con el transportador, o las barreras conceptuales respecto a las líneas de la circunferencia, se implementaron estrategias de indagación y la organización visual a través del "vaciado de datos" dentro de la secuencia

"El detective geométrico", guiando a los alumnos para superar dichos obstáculos y visualizar los patrones necesarios para deducir la relación entre los ángulos.

Finalmente, en el subdominio **KMLS**, se consideró en primer lugar la categoría **KMLS2** (Nivel de desarrollo conceptual o procedimental esperado). Esta categoría resulta importante debido a que la secuencia didáctica se diseña considerando el nivel conceptual de los estudiantes y las dificultades detectadas previamente en relación con el contenido geométrico. La consideración de estas características permite adecuar las actividades y favorecer una construcción progresiva del aprendizaje.

La categoría **KMLS3** (secuenciación con temas anteriores y posteriores) se incluyó debido a que el contenido geométrico se organiza a partir de conocimientos básicos que funcionan como fundamento para la construcción de relaciones matemáticas más complejas. De esta manera, la planeación didáctica favorece una secuencia progresiva del contenido que permite a los estudiantes avanzar desde conceptos elementales hacia propiedades geométricas relacionadas con los ángulos centrales e inscritos en la circunferencia.

DESARROLLO, EVALUACIÓN Y REFLEXIÓN DEL PLAN DE ACCIÓN

En el presente capítulo se describe el proceso de implementación de la planeación didáctica diseñada para la enseñanza de los ángulos centrales e inscritos en la circunferencia. A través de las narrativas de cada sesión, se recuperan las actividades desarrolladas, las interacciones generadas en el aula y las producciones de los estudiantes, con el propósito de documentar el desarrollo de la propuesta y los aprendizajes construidos durante la práctica docente.

Asimismo, se presenta una reflexión y análisis sobre la práctica docente a partir del MTSK, analizando el conocimiento especializado durante la enseñanza. Finalmente, se exponen los resultados obtenidos de la intervención, contrastándolos con la fase diagnóstica para valorar los avances alcanzados por los estudiantes, las dificultades identificadas y las áreas de oportunidad que permiten fortalecer futuras intervenciones didácticas.

Implementación de la planeación didáctica (Plan de acción)

A continuación, se presentan las narrativas de las sesiones de cada una de las clases que conformaron la implementación de la planeación didáctica diseñada (Anexo E). Para su redacción fue importante realizar la transcripción de las audio grabaciones de las sesiones y de los registros del diario de clase, además se complementaron con algunas producciones de los estudiantes a fin de plasmar, lo más fielmente posible, lo acontecido durante la práctica profesional.

Cada narrativa de clase se acompaña de un apartado donde se explicita la reflexión docente y un análisis de la práctica profesional desde el lente teórico del MTSK que abarca desde los dominios, subdominios y categorías del modelo (Anexo B). Es importante señalar que, en las narrativas se muestran fragmentos de diálogos que se generaron como parte de la dinámica de cada sesión. Para identificar el sujeto que participa en ellos se utilizan las siguientes abreviaturas:

PFI: Profesor en Formación Inicial

E (Número de lista): Estudiante y número de lista, para salvaguardar el anonimato.

//: Acciones o expresiones que suceden entre el diálogo

Sesión 1. ¿Cómo los clasificamos?

La sesión se llevó a cabo el martes 21 de abril de 2026, en el primer módulo de la jornada escolar, de 7:20 a 8:10 a.m. El escenario de trabajo fue el salón de clases. Al ser la primera hora, el ambiente era tranquilo, se percibía cierta somnolencia en los estudiantes; además, el ritmo se vio ligeramente interrumpido por algunos estudiantes que ingresaron al aula poco después de haber sonado el timbre.

Inicié la clase con una dinámica de recuperación de saberes previos cuestionando al grupo sobre qué era un círculo. La respuesta fue inmediata, la actitud de los estudiantes cambió y se mostraron participativos, con varias manos levantadas al mismo tiempo. Algunas aportaciones que se mencionaron fueron:

E12: Es una figura geométrica.

E24: Es como una pizza o una rueda.

E6: No tiene lados.

E8: Es una circunferencia.

Estas participaciones fueron diversas, lo que daba cuenta de una limitada comprensión del estudiantado sobre el objeto geométrico. Retomando la respuesta de la E8, cuestioné: *entonces, ¿qué es una circunferencia?* En ese momento, se produjo un silencio breve y los estudiantes intercambiaron miradas, dando cuenta de una confusión entre ambos conceptos. Ante esta situación, me vi en la necesidad de intervenir:

PFI: Si el círculo es toda la figura ¿qué será la circunferencia?

E24: Es lo de alrededor del círculo y el círculo es el relleno.

/Esta explicación generó reacciones de aprobación y seguridad en el grupo, motivando a otros a participar/

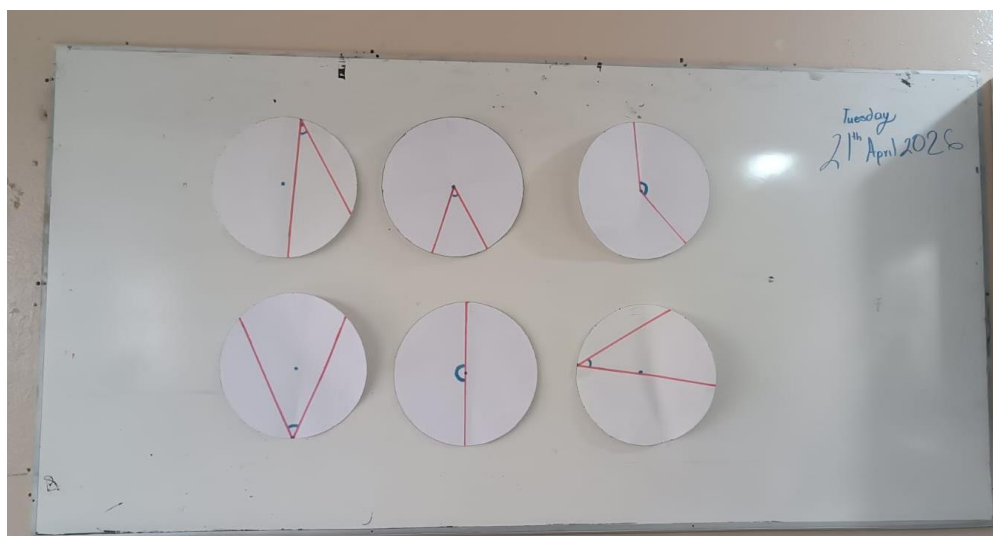
E21: Es como el perímetro.

Estas interacciones permitieron que los estudiantes reafirmaran que la circunferencia es el contorno de un círculo. Para reforzarlo, solicité que redactaran en su cuaderno ambos conceptos a fin de que tuvieran evidencia de dicha conceptualización.

Posteriormente, organicé al grupo en equipos y, en lo que se integraban, aproveché para ubicar el material didáctico en el pizarrón (seis representaciones de ángulos) como se muestra en la **figura 5**, de igual manera proporcioné la actividad al estudiantado con dichas representaciones y se procedió con la verbalización, luego se proporcionó un tiempo de 10 minutos para su resolución.

Figura 5

Material utilizado para la puesta en común.



Durante el monitoreo, noté que algunos estudiantes tenían dudas sobre lo que debían hacer, reiteré que debían clasificar los ángulos en dos grupos, estableciendo algún criterio que observaran entre ellos con la siguiente intervención:

PFI: ¿Todos sabemos qué tenemos que hacer?

/Aquí vi varias caras con duda sobre lo que consistía la actividad/

PFI: la actividad consiste en que ustedes clasifiquen en dos grupos los ángulos que hay en las circunferencias mediante el criterio o característica que ustedes determinen u observen, por ejemplo, en qué se parecen.

Esto permitió que avanzaran en la realización de la actividad y en la discusión al interior de los equipos. Durante el monitoreo, escuché sus razonamientos: en un equipo, un estudiante comentó: “*Estos van juntos porque están más abiertos*” (refiriéndose a los ángulos C, D, E y

F), otro respondió: “*Entonces serían como grandes y pequeños*”. En otro equipo, se enfocaron en la posición: “*En estos ángulos las líneas tocan el centro*” (C, E y F).

Un equipo llegó a inferir que: “*en unos empieza desde el centro y en otros desde la orilla*”. Esta aportación me pareció relevante retomarla para propiciar el debate matemático en la puesta en común. Cada equipo pasó al frente a compartir su clasificación, generando un espacio de debate donde otros equipos validaban o cuestionaban las respuestas.

El equipo que utilizó el criterio de la posición del vértice permitió que todo el grupo lograra identificar la diferencia entre los ángulos inscritos y centrales. Para esta actividad, los integrantes del equipo pasaron al frente del pizarrón y manipularon el material didáctico a fin de realizar sus explicaciones y razonamientos haciendo uso de las representaciones para mostrar la clasificación de los ángulos. El uso de este material a escala fue efectivo, ya que permitió que, incluso los estudiantes situados al fondo del aula observaran con claridad los detalles de cada ángulo, facilitando una discusión guiada:

PFI: Al observar estas seis representaciones en el pizarrón, ¿qué característica común encontraron en este primer grupo que acaban de formar (señalando los ángulos centrales)?

E5: Que, en todos estos, el punto donde se unen las líneas está exactamente en el centro del círculo.

PFI: Muy bien. ¿y qué ocurre en el segundo grupo que separaron (ángulos inscritos)?

E5: En esos el punto ya no está en medio, ahora está pegado a la orilla, a la circunferencia.

PFI: Si recordamos las partes de un ángulo, ¿cómo llamamos a ese “punto” donde se unen los dos segmentos?

Grupo: El vértice.

PFI: Entonces, según lo que observamos en los ángulos (apoyándome en las representaciones), ¿qué es lo que cambia en cada caso y nos permite clasificarlos?

E21: Lo que cambia es la ubicación del vértice; o está en el centro o está en la circunferencia.

Gracias a esta interacción y al apoyo visual del material a escala, los estudiantes se dieron cuenta de que la característica principal para clasificar los ángulos era la ubicación del vértice, pero aun había estudiantes con la clasificación incorrecta por tanto se reafirmó la explicación de manera grupal y con apoyo del material didáctico para señalar lo mencionado por los estudiantes. El diálogo para construir las definiciones fue el siguiente:

PFI: Ahora que sabemos que el vértice es la clave, vamos a darle nombre formal a estos hallazgos, al primer grupo de ángulos se les conoce como ángulos centrales y a los del segundo grupo se les conoce como ángulos inscritos, ¿cómo quedaría el concepto de ambos ángulos?

A partir de esta pregunta se desarrolló una discusión en la cual los estudiantes expusieron sus ideas de manera que se llegó a la definición conceptual correcta, tal y como se muestra en la **figura 6**, los estudiantes pudieron transitar a la construcción conceptual a partir de la inferencia de características observadas en las representaciones.

Figura 6

Producción conceptual de un estudiante.

A partir de lo observado, clasifica los ángulos en dos grupos. Escribe en qué te fijaste para realizar la clasificación de cada grupo.

Ángulos del grupo 1	Ángulos del grupo 2
Centrales	Inscritos
A) B) E)	C) D) F)
Son ángulos pequeños	Son ángulos grandes
B) C) E)	A) D) F)
Los ángulos Centrales tienen su vértice en el centro	Son ángulos inscritos por que su vértice está en la circunferencia.

Reflexión y análisis de la práctica docente

La intención didáctica de que los estudiantes analizaran las características de ángulos centrales e inscritos en una circunferencia se cumplió satisfactoriamente. Esto se evidenció en las respuestas que brindaron ante el interrogatorio durante la puesta en común al validar la clasificación de los ángulos con base en sus características y mediante las producciones escritas en sus cuadernos al construir su propia definición tanto de ángulo central como del inscrito.

Del mismo modo, en esta sesión fue importante retomar ideas geométricas como círculo y circunferencia dado que representaban una debilidad en el diagnóstico aplicado, por tanto, se requería de su retroalimentación, de tal manera que pudieran comprender ambos conceptos para posteriormente incorporarlos adecuadamente como parte del lenguaje geométrico, siendo este aspecto necesario de seguir fortaleciendo en cada sesión, tanto en mi práctica docente como en los estudiantes.

Con base en la experiencia en el aula, la actividad diseñada e implementada se consideró pertinente para el inicio del abordaje del PDA, dado que posibilitó que los estudiantes pusieran en juego las habilidades visuales y argumentativas requeridas para el aprendizaje de contenidos geométricos (García Peña y López Escudero, 2008), esto se evidenció durante la resolución y puesta en común de las respuestas. Como aspectos a mejorar en sesiones subsecuentes se encuentran; propiciar mayor debate matemático durante la puesta en común para favorecer las interacciones y formas de validación de las respuestas de los estudiantes, y enfatizar la verbalización de las actividades para que los estudiantes tengan claridad en lo que se demanda realizar.

Desde la perspectiva del modelo MTSK, en la práctica docente realizada en esta sesión de clase se manifestaron indicios de conocimientos que fueron fundamentales para su pertinente desarrollo y propiciar el aprendizaje en los estudiantes. En primer lugar, se evidenció el **KoT2** al establecer y conocer los conceptos para diferenciar objetos geométricos como círculo y circunferencia como base necesaria para generar (**KPM6**), posteriormente, las definiciones

de ángulo central e inscrito. Este se complementó con el **KMLS3**, el cual se vio reflejado al conectar los elementos de la circunferencia con los ángulos que pueden construirse en ella.

Asimismo, el **KFLM2** y el **KFLM3** fueron evidentes en el PFI al anticipar posibles respuestas y dificultades de los estudiantes frente a la actividad; esta previsión permitió redirigir la mirada del criterio de la abertura de los ángulos hacia la ubicación del vértice en la circunferencia, lo cual se discutió durante la puesta en común. En cuanto al **KMT** se visibilizó en la selección estratégica de la tarea geométrica (**KMT3**), pues en lugar de recurrir a dictar definiciones mediante un modelo normativo, diseñé una actividad de conceptualización (García Peña y López Escudero, 2008) con diversas representaciones (**KoT3** y **KMT2**) que favoreció a los estudiantes infirieran las características de los ángulos por sí mismos.

Sesión 2. Entre líneas, ángulos, y circunferencias

La sesión se llevó a cabo el miércoles 22 de abril de 2026, de 08:10 a 09:00 horas. El inicio de la clase se centró en la recuperación y reafirmación de los conceptos de círculo y circunferencia mediante el uso de material manipulable. Presenté al grupo dos objetos comunes: una superficie circular (círculo de fomi azul) y una circunferencia (cinta adhesiva). Al cuestionar sobre qué conceptos geométricos representaban ambos objetos, se desarrolló el diálogo siguiente:

PFI: ¿Cuál de estos objetos representa un círculo y cuál una circunferencia, y por qué?

E24: El círculo representa toda la figura, entonces es el círculo azul, mientras que la circunferencia es únicamente el borde, por lo que la cinta es la circunferencia.

PFI: ¿Están de acuerdo con lo que comentó su compañera?

E21: Sí, ya que circunferencia funciona como el perímetro y el círculo es todo.

Esta breve dinámica de activación de conocimientos, permitió consolidar la base conceptual sobre círculo y circunferencia necesaria en los estudiantes para proceder con la actividad central de la sesión, cuidando que no diera pistas para su solución. Posteriormente, se hizo

entrega de la actividad “Entre líneas, ángulos y circunferencias”. Para asegurar la comprensión de la actividad, se realizó su lectura y se solicitó a varios estudiantes que reformularan la consigna.

PFI: ¿Qué nos dice la actividad que debemos realizar?

E20: Tenemos que clasificar los ángulos.

E5: En la segunda parte debemos usar las palabras de radios y cuerdas para contestar las preguntas.

PFI: Muy bien, ¿alguien más que complementa esto?

E6: Contestar las preguntas con lo que sabemos.

Durante el desarrollo de la actividad, se llevó a cabo un monitoreo por los equipos donde identifiqué una de las dificultades previstas en la planeación: determinar el tipo de ángulo de la figura B (contraejemplo). En uno de los equipos surgió un debate sobre la clasificación de este ángulo, ya que su vértice no coincidía con el centro ni con la circunferencia.

PFI: Observen detenidamente el punto azul que marca el vértice en la figura B, ¿se encuentra ubicado sobre el punto O?

E6: No, se observa a un lado, no está en el centro exacto.

PFI: Entonces, ¿en qué clasificación entraría?

E6: Entonces no puede ser un ángulo central, y como el punto tampoco toca la línea de la circunferencia, tampoco es inscrito.

/En cuanto mencionaron esta respuesta me trasladé a otros equipos/

Esta orientación consistió únicamente en retomar el concepto de ángulo central e inscrito y en señalarles la importancia de observar las características de los ángulos (a los equipos que solicitaron la orientación). La mayoría de los equipos logró identificar que, el ángulo B, no coincidía ni con un ángulo inscrito ni central, lo cual era relevante que se retomara más adelante para incitar la discusión. En cuanto a los demás ángulos no se presentaron dificultades en los estudiantes para su reconocimiento, dando cuenta del aprendizaje obtenido en la sesión previa sobre la identificación de ángulos (central o inscrito) a partir de sus representaciones (prototípicas o no).

Posteriormente se llevó a cabo la puesta en común, seleccioné a uno de los equipos que no logró la identificación correcta del ángulo B para que explicara al grupo en qué se basó para determinar el tipo de ángulo en cada representación y así se propiciara la discusión grupal:

/Pasa un representante del equipo a compartir sus resultados/

PFI: ¿Qué tipo de ángulo es el de la figura A?

E12: Es un ángulo central.

PFI: ¿Por qué es central?

E12: Su vértice está en el centro.

PFI: ¿Están todos de acuerdo?

Estudiantes: ¡sí!

E12: En el B pusimos que es central.

PFI: ¿Por qué determinaron que ese ángulo es central?

E12: Porque está en el centro.

PFI: En el ángulo B, ¿están todos de acuerdo que es central?

E6: No, ese ángulo no es central ni inscrito.

PFI: ¿Alguien más, está de acuerdo con su compañera?

E24: Si, tiene razón.

PFI: Pero por qué, ¿alguien recuerda las características de los ángulos centrales e inscritos?

E24: En los centrales el vértice del ángulo está en el centro y en los inscritos en la circunferencia.

PFI: ¡Así es! así como lo comenta su compañera y ¿su vértice dónde se encuentra?

E24: No se encuentra en el centro si no a un lado.

Así se logró que los estudiantes recordaran dichos conceptos. Para la segunda parte de la actividad, se solicitó la participación de otro equipo para que compartiera sus respuestas. En ese equipo al analizar el círculo D, una alumna mencionó que uno de los lados del ángulo era un diámetro, lo que propició una discusión sobre la posibilidad de que el diámetro pudiera ser considerado como cuerda.

PFI: ¿Qué característica notaron sobre las cuerdas?

E6: Que van de la circunferencia a otro lado de la circunferencia (refiriéndose a la línea).

/la estudiante señaló esa línea apoyándose en la representación, mostrando su hoja/

PFI: ¿Creen que el diámetro cumple la característica de una cuerda? que es un segmento que une un punto de la circunferencia con otro punto de esta.

E6: Si, la cumple.

PFI: Entonces el diámetro es una cuerda, pero no toda cuerda es un diámetro, la única cuerda que puede pasar por el centro es el diámetro.

Otra de las preguntas que causó discusión fue si era posible formar un ángulo inscrito con dos diámetros. Al instante la mayoría del grupo respondió eufóricamente de manera afirmativa, pero sin argumentar o apoyarse en el trazo de alguna representación, por lo cual solicité que lo hicieran, generándose la siguiente discusión:

PFI: Ustedes mencionaron que, si es posible, entonces ¿cómo quedaría su representación?

/En este momento tracé una circunferencia en el pizarrón/

E12: ¡Yo paso al pizarrón!

/Aquí el estudiante pasó al pizarrón y trazó únicamente un diámetro y después no supo avanzar y le dejó el espacio a otra compañera /

E24: Yo pienso que sería algo así.

/Aquí la estudiante realizó un ángulo inscrito, pero uno de los segmentos no era un diámetro, dada la abertura de este/

PFI: ¿Creen que ambas líneas son diámetros (señalando la representación trazada)?

/Aquí varios estudiantes insistían en que los lados del ángulo si eran dos diámetros y a otros les generó duda /

PFI: Hay que recordar que un diámetro es aquel segmento de recta que va de un punto de la circunferencia a otro, pasando por el centro. ¿El otro segmento pasa por el centro?

Estudiantes: ¡No!

PFI: Entonces, si un lado del ángulo es un diámetro y el otro una cuerda ¿es posible trazar un ángulo inscrito con dos diámetros?

E24: No, no es posible.

Tras orientar la reflexión, el equipo concluyó que el diámetro es, efectivamente, la cuerda de mayor longitud, definiendo formalmente la cuerda como el segmento que une dos puntos de la circunferencia. Otra de las preguntas donde se presentó debate fue en la que se cuestionaba cuál era la diferencia entre el radio y una cuerda.

PFI: Entonces, ¿cuál es la diferencia entre el radio y una cuerda?

E6: El radio empieza del centro del círculo y la cuerda puede empezar desde cualquier parte de la circunferencia.

PFI: Muy buena descripción, ¿todos están de acuerdo con su compañera? ¿O no, creen que le faltó mencionar algo?

E6: Si, se me pasó que la cuerda no sobrepasa la circunferencia.

PFI: ¡Excelente! ahora que sabemos las diferencias, ¿de qué nos dimos cuenta en la primera pregunta de la consigna 2?, véanla y coméntenlo. En los ángulos centrales, ¿qué tipo de líneas son sus lados?

E21: En los ángulos centrales son radios y los inscritos son cuerdas.

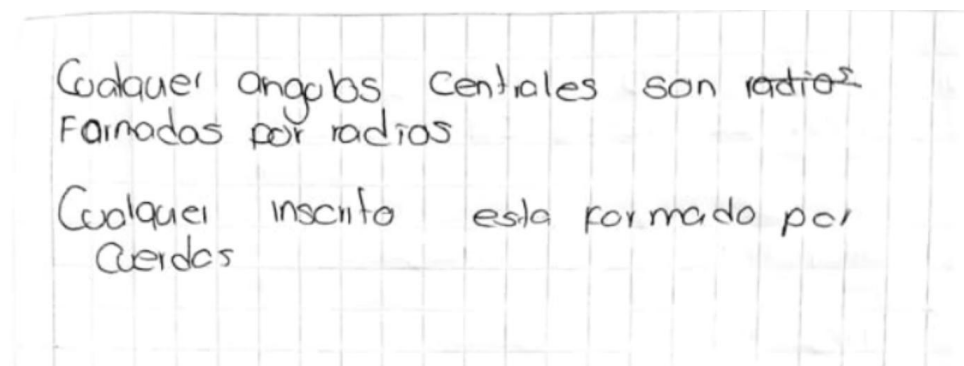
PFI: ¡Así es!, como lo comentaron en ese equipo, y ¿creen que siempre sea así?

Estudiantes: ¡sí! (en coro).

Con esto los estudiantes comprendieron que, en los ángulos centrales, sus lados siempre serán radios, mientras que en los inscritos serán cuerdas, como se muestra en la *figura 7*.

Figura 7

Producción conceptual de un estudiante.



Reflexión y análisis de la práctica docente

El inicio de la sesión resultó pertinente para que los estudiantes recordaran la diferencia entre círculo y circunferencia, ya que comúnmente confunden estos objetos geométricos. Se cuidó evitar dar información que influyera en la resolución de la actividad, a fin de que representara un desafío para los estudiantes.

Uno de los aspectos relevantes de esta sesión fue la actividad, donde se incluyó el ángulo B (contraejemplo), lo que generó un desafío en los estudiantes que los obligó a argumentar sus respuestas para validarlas, lo cual corresponde con una habilidad que debe desarrollarse en el estudio de la geometría (García Peña y López Escudero, 2008). La mayoría de los estudiantes logró identificar correctamente las características de los ángulos (central e inscrito), por tanto, los estudiantes lograron reconocer ángulos inscritos y centrales en una circunferencia y las líneas notables que los componen, a partir de representaciones. No obstante, para las clases subsecuentes es necesario fortalecer la idea del diámetro como la cuerda de mayor longitud, ya que algunos estudiantes todavía presentaron dificultad con ambos objetos geométricos.

Dentro de las áreas de oportunidad reconocidas en la práctica docente se encuentra el material didáctico, dado que en esta sesión no se contó con las representaciones de los ángulos incluidos en la actividad, lo que provocó que los estudiantes no dispusieran del material (ángulos a escala) para apoyarse durante sus explicaciones en la puesta en común y/o señalar las características que visualizaron en los ángulos para dar respuesta a las preguntas de la actividad. Otro aspecto por mejorar en mi práctica sigue siendo el uso de lenguaje geométrico y el plantear preguntas durante la puesta en común que permitan guiar adecuadamente el debate matemático y que, a partir de ellas, los estudiantes infieran las características y/o propiedades de los objetos geométricos.

Al analizar la práctica docente desde el MTSK, en esta sesión se manifestaron los siguientes conocimientos: El **KoT2** al establecer los criterios para diferenciar círculo y circunferencia, y mencionar las definiciones de líneas como: el radio, el diámetro y la cuerda. El **KSM 1** se evidenció cuando el PFI relacionó las líneas notables de la circunferencia (radio, cuerda,

diámetro) como conocimiento previo para la realización de la actividad que implicaba los ángulos en la circunferencia.

El **KFLM2** se reflejó cuando el PFI anticipó la confusión entre radio y cuerda, y la dificultad ante el contraejemplo del ángulo B, lo que permitió orientar a los estudiantes durante el monitoreo de la actividad para que recordaran las características de los ángulos (central e inscrito).

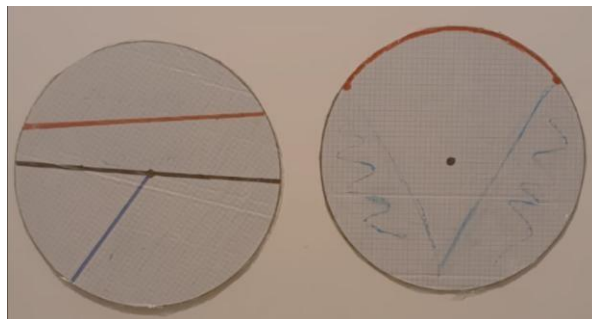
Asimismo, se evidenció el **KMT2** al utilizar objetos cotidianos (circulo en fomi y cinta adhesiva) como material didáctico que representara los conceptos que se reafirmaron al inicio de la sesión (circulo y circunferencia). El **KMT3** al diseñar una actividad de conceptualización y de demostración, dado que permitió a los estudiantes analizar un ángulo contraejemplo y determinar sus características. El **KPM2** mediante la puesta en común, donde los estudiantes validaron sus respuestas a través del debate y la consistencia con las definiciones acordadas.

Sesión 3. Descubriendo la relación entre los ángulos

La sesión se realizó el jueves 23 de abril de 2026, en horario de 11:00 a 11:50 a.m. El escenario fue el aula de clases. La organización de los estudiantes fue en binas para fortalecer el trabajo colaborativo. El grupo se notaba un poco inquieto por ser la primera clase posterior al receso. Se inició con una dinámica breve de activación de conocimientos. En el pizarrón presenté tres círculos con distintas líneas notables trazadas en ellos tal y como se muestra en la **figura 8** y pedí a los estudiantes que las identificaran en cada caso.

Figura 8

Material utilizado para repaso de las líneas notables



El propósito de este momento no era solo recordar nombres, sino reafirmar conceptos como radio, cuerda, diámetro, ángulo central e inscrito. Esta dinámica se logró con éxito dado que los estudiantes no tuvieron problemas en identificar dichas líneas notables ni ángulos en la circunferencia. Un punto clave fue la introducción formal del concepto de “arco”, que estaba representado en uno de los círculos con una línea roja (Figura 8). Me di cuenta de que varios estudiantes lo identificaban visualmente, no así conceptualmente.

PFI: En este círculo (señalando al que tenía el arco representado), esta línea que esta sobre la circunferencia ¿qué representa?

/aquí varios estudiantes levantaron la mano/

E21: Ese se llama arco.

PFI: Así es, esta línea que trazamos sobre la circunferencia se llama arco. ¿Qué característica podemos notar?

E6: Se llama arco por su forma de arco (refiriéndose al instrumento de tiro por su representación con las manos).

PFI: Así es, pero ¿qué más podemos notar sobre el arco?

E6: Que le puso dos puntos.

PFI: Así es el arco, es una línea curva que está delimitada por dos puntos de la circunferencia.

Posteriormente, entregué la hoja de trabajo a cada estudiante junto con un par de círculos en hojas de color (del mismo tamaño). Luego se llevó a cabo una estrategia de comprensión lectora: les di un minuto para leer la consigna de forma individual y después pedí que voltearan la hoja. Enseguida hice preguntas a los estudiantes, de manera aleatoria, sobre qué era lo que debían realizar en la actividad:

PFI: E19, sin ver la hoja, ¿cuál es la primera condición que deben cumplir los dos ángulos que vas a trazar?

E19: Que deben usar el mismo arco que ya viene marcado en los círculos.

PFI: E3 ¿qué vamos a hacer con los ángulos, una vez que los tengamos recortados?

E3: Los tenemos que poner uno encima del otro, pegando sus puntas (refiriéndose a los vértices) para ver qué pasa.

PFI: ¿a qué te refieres cuando dices “sus puntas”?

E3: Vértices.

Con la consigna clara, las binas comenzaron la fase de exploración. Los estudiantes manifestaron un poco de confusión sobre cómo elaborar la actividad, identifiqué que la principal dificultad no radicaba en recordar conceptualmente los tipos de ángulos, sino en que los dos ángulos que trazaran coincidieran con el arco marcado en cada círculo. Al observar que una bina trazaba un ángulo inscrito en cualquier parte del círculo, intervine de la siguiente manera:

PFI: Observen su ángulo inscrito. ¿Sus lados terminan donde están los puntos del arco marcado?

E3: No, las pusimos más abiertas para que se viera más grande.

PFI: Si la consigna dice que deben “coincidir” con el mismo arco, ¿creen que ese trazo cumple con la condición establecida?

E3: Ah, entonces tienen que llegar exactamente a los puntos del arco.

Una vez que los estudiantes modificaron sus trazos, procedieron al recorte de los dos ángulos y a buscar la relación entre ellos. Al monitorear el trabajo, los estudiantes manifestaron interés por la actividad y curiosidad por descubrir dicha relación. Algunos expresaron no encontrar ninguna relación al sobreponer los ángulos, mientras que en otros equipos seguían entretenidos con la actividad manipulando los recortes. Dentro de las estrategias empleadas por algunos estudiantes estuvo el doblez del ángulo central a la mitad, y otros buscaron que el ángulo central abarcara el recorte del ángulo inscrito. Para socializar los hallazgos, pedí a una bina que pasara al frente con el material de apoyo que tenía preparado con el ángulo central e inscritos recortados:

PFI: A ver, grupo, observen lo que hicieron sus compañeros. ¿Qué relación encuentran entre el ángulo que tiene el vértice en el centro y el que lo tiene en la circunferencia?

E3: Que el central es más grande.

PFI: ¿Qué tan grande? Si intentaran introducir el ángulo pequeño dentro del grande, ¿qué observan, ¿qué pueden concluir?

E4: (Desde su lugar) ¡Yo ya lo hice! El chiquito cabe dos veces. Si pongo un lado con un lado, me sobra la mitad del espacio en el ángulo grande.

PFI: ¿cómo se llama ese ángulo que está más pequeño?

E4: Inscrito.

PFI: ¡Muy bien!

PFI: ¿Y si el círculo fuera más grande, creen que pasaría lo mismo?

E4: Sí.

PFI: ¿por qué creen que sí? Vamos a confirmarlo.

Después para confirmar su respuesta, realizaron los mismos trazos de un ángulo central e inscrito en un círculo de mayor diámetro con el arco marcado (material didáctico), una vez que confirmaron su hipótesis procedimos a la institucionalización:

PFI: ¿Entonces siguió cumpliéndose lo que descubrieron?

E6: Si, el ángulo central es el doble que el inscrito.

PFI: Este descubrimiento como lo reformularíamos para entender la propiedad de manera más sencilla.

E6: Que un ángulo central es el doble que el inscrito.

PFI: ¿Entonces en este ángulo se cumplirá?

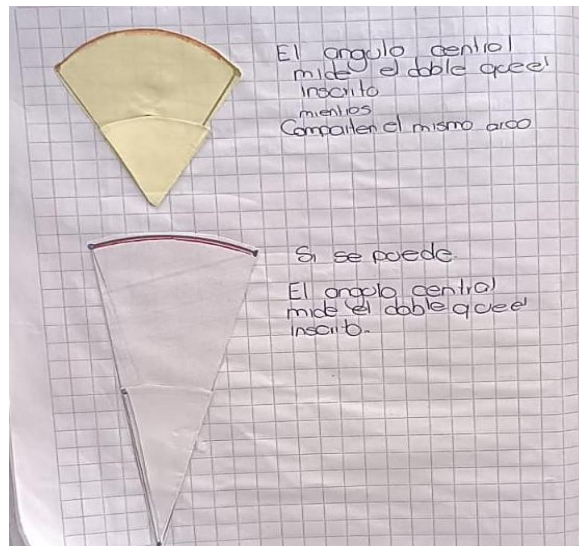
/Tracé un ángulo central e inscrito que no compartían el mismo arco, en el material didáctico/

E6: No, porque no están con el mismo arco.

A partir de las interacciones generadas y con base en la experiencia obtenida en la actividad se logró formalizar de manera grupal la propiedad geométrica que establece que el ángulo central mide el doble del ángulo inscrito siempre y cuando ambos compartan el mismo arco. Esta conclusión surgió de las observaciones, comparaciones y aportaciones realizadas por los distintos equipos, permitiendo que la propiedad no fuera presentada únicamente de manera normativa, sino mediante la manipulación de material (*figura 9*).

Figura 9

Producción de un estudiante sobre la relación encontrada de los ángulos.



La sesión terminó con una breve reflexión escrita sobre lo aprendido, donde la mayoría de los estudiantes expresó que la manipulación de las figuras, las mediciones y la comparación visual de los ángulos les permitió comprender con mayor claridad por qué el ángulo inscrito representa la mitad del ángulo central correspondiente.

Reflexión y análisis de la práctica docente

La intención didáctica de que los estudiantes infirieran de manera intuitiva, mediante material manipulable, la relación entre un ángulo central y un ángulo inscrito en una circunferencia cuando comparten el mismo arco se cumplió. El uso del material recortable fue un acierto, ya que permitió que los estudiantes descubrieran de forma intuitiva la relación, lo que no se hubiera logrado con la simple observación visual. También, fue funcional el contar con círculos con distinta medida de diámetro para enriquecer el aprendizaje. Esto se manifestó en las reacciones de los estudiantes durante la realización de la actividad y en sus opiniones sobre la misma.

Como aspecto a mejorar, debo ser insistente en la fase de verbalización para que los estudiantes comprendan adecuadamente lo que deben realizar y no presenten confusiones o

errores por falta de comprensión. Otro aspecto subyace en formular preguntas pertinentes para despejar dudas de los estudiantes o para guiar las puestas en común.

En cuanto al análisis de la práctica docente desde el MTSK, el **KoT2** se manifestó cuando realicé la formalización de dos ideas geométricas: 1) el concepto de arco a partir de su representación (al inicio de la sesión) y 2) la relación existente entre el ángulo central e inscrito cuando comparten el mismo arco. Asimismo, se evidenció el **KoT3** al contemplar la representación de las líneas notables de una circunferencia en posiciones distintas.

El **KFLM1** se reflejó cuando surgió en los estudiantes la dificultad en el trazo de los ángulos (central e inscrito) en los círculos que compartieran el mismo arco. Esta situación se contempló desde la planeación, por tanto, fue posible atenderla mediante cuestionamientos apropiados. El **KMT2** se presentó desde el diseño de la actividad pensada como una tarea de demostración (López Escudero y García Peña, 2008) que implicaba trazar, recortar, comparar y descubrir una propiedad geométrica.

El **KPM2** al propiciar formas de validación y demostración entre los estudiantes para que encontraran la relación entre los ángulos. El **KPM3** al insistir en el uso del lenguaje geométrico en las explicaciones de los estudiantes. El **KFLM1** al propiciar el trabajo colaborativo para la realización de la actividad. El **KFLM4** al considerar que la actividad despertaría el interés de los estudiantes y la motivación para realizarla, ya que implicaba el uso de material manipulativo pertinente para llegar a la conclusión geométrica (**KMT2**)

Sesión 4. El detective geométrico

La sesión se llevó a cabo el jueves 24 de abril de 2026, de 7:20 a 8:10 a.m. Como en la clase anterior me di cuenta de que algunos estudiantes aún presentaban dificultades con el concepto de arco, en esta sesión decidí comenzar retomando este objeto geométrico mediante una lluvia de ideas:

PFI: ¿Alguien me recuerda qué es el arco?

E21: Es una línea curva que va sobre la circunferencia.

E6: Es la línea que esta sobre la circunferencia.

PFI: Y esta línea curva ¿está delimitada por dos qué?

E21: ¿Dos puntos?

PFI: Muy bien, entonces ¿cuál sería la definición completa del concepto de arco?

E21: Una línea curva sobre la circunferencia delimitada por dos puntos.

Posteriormente, ubiqué en el pizarrón un ángulo de 95° en posición no prototípica (material didáctico) y solicité a un estudiante que pasara al frente para que lo midiera haciendo uso del transportador de madera con la finalidad de favorecer la habilidad de medir, ya que era importante esa explicación para que el grupo recordara cómo medir ángulos, pues este procedimiento era necesario para realizar la actividad de la sesión.

PFI: ¿Algún voluntario que pueda explicarnos cómo medir la abertura de este ángulo con el transportador?

/Pasó al frente un estudiante interesado en participar/

E19: Primero, ponemos el centro del transportador en la esquinita del ángulo... en el vértice.

PFI: Es correcto. ¿De qué manera debemos orientar la línea que marca cero grados?

E19: El cero debe quedar encima de una de las líneas del ángulo (refiriéndose a un lado), y luego vemos hasta dónde llega la otra línea (refiriéndose al otro lado del ángulo).

Posteriormente otro estudiante, de forma voluntaria, pasó a medir un ángulo distinto y logró obtener la medida de manera correcta y sin dificultades. En este instante, identifiqué que aun existían dudas sobre el uso del transportador. Ante esta situación, tracé un ángulo en el pizarrón y procedí nuevamente a explicar cómo medir ángulos con dicho instrumento recuperando las aportaciones de los estudiantes que habían participado, de esta manera el grupo comprendió en mayor medida.

Organizado el grupo en binas distribuí la actividad “El detective geométrico”. Para la verbalización solicité a los estudiantes dar lectura durante un minuto y posteriormente indiqué que voltearan sus hojas y cuestioné de manera aleatoria sobre lo que debían realizar, esto para asegurar la comprensión de la consigna:

PFI: E12, ¿qué tipo de ángulos deben de trazar en cada círculo de la actividad?

E12: Debe haber un ángulo central y un ángulo inscrito en cada círculo.

PFI: E15, ¿qué condición deben cumplir los ángulos?

E15: Los dos deben compartir el mismo arco, o sea, estar enganchados a los mismos puntos.

PFI: ¡Exacto! E13 dime ¿en dónde van a escribir las medidas?

E13: En la tabla que viene en la hoja.

Se otorgó un tiempo de 12 minutos para que los estudiantes realizaran la actividad en colaboración con su compañero de bina. En este momento aproveché para ubicar en el pizarrón una tabla (**figura 10**), misma que se emplearía como apoyo para la puesta en común.

Figura 10

Material utilizado para la puesta en común.

	ALUMINO	ANGULO CENTRAL	ANGULO INSCRITO
1			
2			
3			
4			
5			

Durante el monitoreo, identifiqué una dificultad recurrente en algunas binas referente a que los estudiantes no reconocían el ángulo que ya estaba trazado en cada circunferencia y no les permitía avanzar ante las dudas de cómo trazar el ángulo faltante. En uno de los equipos intervine de la siguiente manera:

PFI: Observen el círculo tres. Si el vértice está sobre un punto de la circunferencia, ¿qué ángulo es?

E2: Es un ángulo inscrito porque el punto no está en el centro.

PFI: Correcto. ¿Entonces, qué ángulo deben trazar ustedes para que comparta el mismo arco?

E3: Tendríamos que trazar el central, partiendo del punto medio del círculo hacia los mismos extremos del arco.

El resto de los equipos avanzaron con el trazo del ángulo faltante en la circunferencia, aunque algunos estudiantes aun presentaban dudas de cómo realizar la medición correcta de los ángulos por tanto les volví a explicar. En varias binas de trabajo se presentó dificultad con el último ángulo ya que no lograban identificar cómo trazar el ángulo inscrito o lo trazaban de manera incorrecta debido a su confusión con la abertura que tenía el ángulo central por lo cual tuve que orientar a los estudiantes de manera grupal.

PFI: ¿Qué tipo de ángulo tenemos trazado en la circunferencia?

E6: Es un ángulo central.

PFI: Así es, por lo tanto, ahora tenemos que trazar uno inscrito, así como lo hicieron en las circunferencias anteriores, recordando que comparten el mismo arco ¿Cuál es el arco de este ángulo central si su abertura es de 280 grados?

/La estudiante procede a señalar el arco de manera correcta/

E6: Sería este.

/En su trazo tenía marcado el ángulo inscrito sobre el arco /

PFI: Excelente, pero el vértice del ángulo inscrito no debe estar sobre el arco, entonces ¿dónde ubicarías el vértice del ángulo inscrito?

E6: Quedaría en esta parte que sobra.

PFI: Muy bien, si ya tenemos ubicado donde va el vértice, por último ¿dónde terminarían los segmentos del ángulo inscrito?

/procedió a hacer el trazo de manera correcta /

De esta manera, las binas lograron trazar correctamente el ángulo inscrito e identificar que los límites del arco indicaban la abertura del ángulo. Asimismo, comprendieron que, al trazar un ángulo inscrito, su vértice no debe ubicarse sobre el arco del ángulo central previamente trazado.

Para la puesta en común, varias binas compartieron las medidas que obtuvieron, dichos resultados los plasmaron frente al grupo en el material didáctico que se mostró en la *figura 10*, una vez que se presentaron sus datos se generó un debate por diferencias en las mediciones de los ángulos que dependían del uso y de los transportadores empleados por los estudiantes (por ejemplo, casos con una diferencia de 2 a 8 grados).

PFI: ¿Qué relación encuentran con las medidas de los ángulos?

E4: En la medida del ángulo central es casi el doble que en los inscritos.

PFI: ¿A qué factor atribuyen que el resultado sea aproximado y no el doble exacto?

E4: Puede ser que pusieramos mal el transportador.

PFI: Efectivamente o también los instrumentos pueden llegar a tener errores. Sin embargo, analizando la tendencia general de la tabla, ¿qué patrón encuentran?

E5: Es el doble, El del centro es el doble.

PFI: ¿Y esta propiedad cambió en el círculo cuatro, que era más grande?

E5: No, aunque el círculo crezca, la relación se mantuvo igual.

PFI: Entonces que conclusión podemos sacar de esta actividad.

E12: Que los ángulos centrales son el doble que el inscrito.

/Aquí varios estudiantes dieron diferentes ideas que se fue perfeccionando a la definición formal/

De esta manera se logró la institucionalización de la propiedad: “Cuando un ángulo central y un ángulo inscrito comparten el mismo arco, la medida del central es el doble de la del inscrito” Como se muestra en la *figura 11* una producción de un estudiante sobre la actividad de la sesión.

Figura 11

Producción de un estudiante en la actividad “Detective geometrico”

El detective geométrico en busca de la relación entre las medidas de los ángulos.
Consigna: En binas y trabajando de manera colaborativa, realicen lo que se solicita.
Observa cada uno de los círculos que se muestran. En algunos de ellos está trazado el ángulo central y en otros, el ángulo inscrito. Traza el ángulo que hace falta (central o inscrito) en cada círculo, asegurándote que compartan el mismo arco. Luego, mide tanto el ángulo central como el inscrito de cada círculo y registra las medidas en la siguiente tabla.

Círculo	Medida del ángulo central	Medida del ángulo inscrito
1	91°	45° 48'
2	145°	72°
3	84°	42°
4	280°	140°

A) De acuerdo con los resultados de la tabla, escribe qué relación existe entre ambas medidas de los ángulos. *que es la mitad*

Reflexión y análisis de la práctica docente

La intención didáctica de esta sesión está centrada en que los estudiantes determinen la relación que existe entre la medida de un ángulo central y un ángulo inscrito en una circunferencia cuando comparten el mismo arco la cual se cumplió satisfactoriamente. Lo más exitoso de la intervención fue la implementación de la tabla de vaciado de datos dentro de la actividad “El detective geométrico”, ya que funcionó como un andamiaje que permitió a los estudiantes visualizar el patrón numérico y llegar a la generalización de forma autónoma. Según los resultados obtenidos en las hojas de trabajo (instrumento de evaluación), en todas las binas se logró completar la tabla y describir correctamente la relación de que el central es el doble del inscrito, validando por cuenta propia que el tamaño del radio no altera la propiedad geométrica.

Como aspecto de mejora, considero necesario fortalecer las explicaciones relacionadas con el uso del transportador, ya que algunos estudiantes continuaron presentando dificultades para obtener medidas precisas. De igual manera, es importante diseñar estrategias que permitan atender de manera más eficiente las diferencias en el ritmo de trabajo de las binas, ya que mientras algunos equipos concluían rápidamente las mediciones, otros requerían acompañamiento constante para comprender cómo realizar los trazos solicitados.

El **KoT2** se manifestó durante la recuperación del concepto de arco y, posteriormente, durante la institucionalización de la propiedad geométrica que establece que un ángulo central mide el doble de un ángulo inscrito cuando ambos comparten el mismo arco. Asimismo, se evidenció el **KoT3** mediante el uso de diversas representaciones geométricas, tales como circunferencias, ángulos en posiciones no prototípicas, tablas de registro y representaciones gráficas utilizadas durante la actividad.

El **KSM2** se hizo presente cuando los estudiantes relacionaron distintos conceptos geométricos previamente contruidos, como arco, radio, circunferencia, ángulo central y ángulo inscrito, para poder comprender la propiedad trabajada. Por otra parte, el **KSM4** se reflejó al recuperar conocimientos abordados en sesiones anteriores, particularmente aquellos relacionados con las líneas notables de la circunferencia y el concepto de arco, los cuales funcionaron como base para la construcción del nuevo aprendizaje.

En relación con el **KFLM1**, se evidenció al identificar dificultades en algunos estudiantes para reconocer el ángulo faltante dentro de las circunferencias y para realizar mediciones correctas utilizando el transportador. Estas dificultades fueron atendidas mediante cuestionamientos orientadores y explicaciones complementarias. Asimismo, el **KFLM3** se manifestó en la utilización de actividades de medición, trazo y exploración que permitieron a los estudiantes interactuar directamente con el contenido geométrico. Por su parte, el **KFLM4** estuvo presente al considerar actividades que despertaran el interés del grupo mediante el trabajo colaborativo y la resolución de un desafío geométrico.

También el **KMT2** se reflejó en el uso de materiales concretos como transportadores, hojas de trabajo y tablas de registro para favorecer la construcción de la propiedad geométrica. Del mismo modo, el **KMT3** se manifestó en el diseño de una tarea que implicaba medir, comparar, registrar información y establecer conclusiones a partir de los resultados obtenidos, favoreciendo una participación activa de los estudiantes durante todo el proceso.

Finalmente, el **KPM2** se evidenció cuando los estudiantes validaron la propiedad geométrica a partir de los datos obtenidos en sus mediciones y de la comparación de resultados durante la puesta en común. Por su parte, el **KPM3** se manifestó al promover el uso de términos

geométricos como arco, vértice, ángulo central, ángulo inscrito y circunferencia en las explicaciones y argumentaciones realizadas por los estudiantes a lo largo de la sesión.

Sesión 5. Poniendo a prueba nuestro descubrimiento

La actividad diseñada para esta sesión de clase no fue aplicada. Esta decisión obedeció a que la maestra titular del grupo consideraba que el PDA era muy sencillo para dedicar tantas sesiones y le parecía redundante, señalando que la propiedad geométrica ya se había visto en sesiones previas y era muy fácil de entender para los estudiantes. Para atender la indicación de la maestra titular se optó por no aplicar la actividad “Poniendo a prueba nuestro descubrimiento” y avanzar con la siguiente.

Sesión 6. Desafío geométrico

La sesión se llevó a cabo el lunes 27 de abril de 2026, en un horario de 11:00 a 11:50 horas. La clase se desarrolló inmediatamente después del receso, se percibía un ambiente con cierto grado de inquietud y desorden entre los estudiantes, por tanto, se procedió a establecer orden y generar un ambiente propicio para el aprendizaje. Se consideró pertinente iniciar con una dinámica para captar la atención del estudiantado y recuperar conocimientos. Se solicitó la participación voluntaria de algunos estudiantes para que pasaran al pizarrón a escribir aquellas ideas geométricas que recordaran, como se muestra en la **figura 12**. El dialogo que se llevó a cabo:

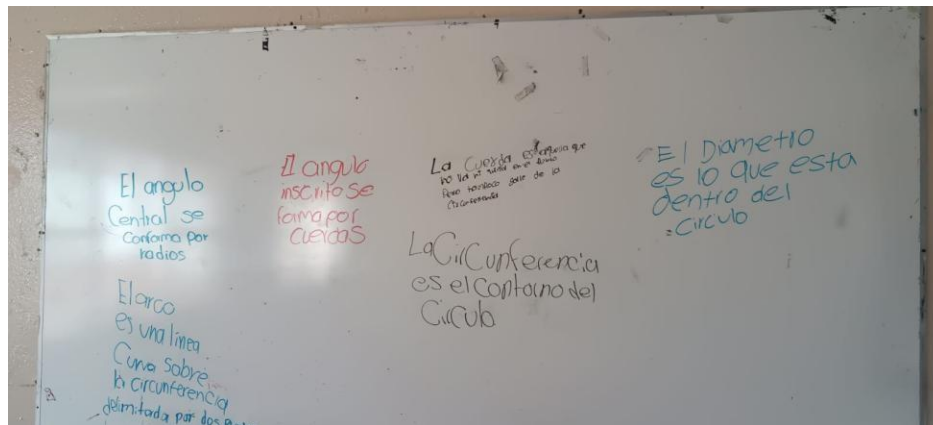
PFI: ¿E12, recuerdas qué conceptos geométricos hemos visto?

E12: ¿Círculo y radio?

PFI: Muy bien, esos han sido algunos de los que han visto. De manera voluntaria, ¿quién gusta pasar al pizarrón para escribir otros conceptos junto con su definición?

Figura 12

Ideas geométricas escritas por los estudiantes en el pizarrón



A partir de esta intervención, varios estudiantes participaron activamente pasando al pizarrón. Se observó que lograron recuperar la mayoría de los conceptos abordados en sesiones anteriores, lo que daba cuenta del logro de aprendizajes en los estudiantes. Del mismo modo, aproveché algunas ideas plasmadas en el pizarrón por los estudiantes que eran erróneas, por ejemplo, el diámetro. Al identificar esto, se cuestionó al grupo si estaba de acuerdo con la definición de diámetro dada por uno de sus compañeros, la respuesta fue negativa, y a partir de una lluvia de ideas se reformuló de forma acertada la definición.

Posteriormente, se solicitó a los estudiantes organizarse en binas de trabajo y se les proporcionó la actividad denominada “Desafío geométrico”, asignándoles aproximadamente 15 minutos para su resolución. Durante el desarrollo y monitoreo de la actividad, se identificaron dos escenarios. En el primero, la mayoría de las binas resolvió la actividad sin dificultad, argumentando implícitamente que, cuando los ángulos comparten el mismo arco, el ángulo central mide el doble del ángulo inscrito o viceversa que el ángulo inscrito mide la mitad del ángulo central. En un segundo escenario, una minoría presentó dificultades para obtener la medida de los ángulos de la actividad, recurriendo al uso del transportador para medir, a pesar de que se les había indicado que no era necesario.

Ante esta situación, se realizó una intervención de manera grupal para reorientar el trabajo, recordando que la resolución no dependía de la medición, sino del uso de la propiedad geométrica correspondiente. A partir de esta aclaración, los estudiantes aplicaron la relación de que los ángulos centrales miden el doble que el inscrito:

PFI: Recuerden lo que dicen las instrucciones de la consigna, no es necesario que ocupemos el transportador para lograr responder la actividad. Alguien me recuerda ¿a qué conclusión llegamos el día de ayer?

E6: Que los ángulos centrales miden el doble que el inscrito.

PFI: Entonces si tenemos la medida de uno central ¿Cuánto medirá el ángulo inscrito?

E12: ¡La mitad!

PFI: Exacto, ahora si una vez que recordamos esto continúen con la actividad.

Gracias a esta intervención los estudiantes que estaban haciendo uso del transportador lo dejaron de lado y empezaron a usar la propiedad para responder la actividad. Posteriormente se llevó a cabo una puesta en común en el pizarrón, donde se utilizó el material de apoyo (representaciones visuales de los ángulos) para discutir los resultados obtenidos tal y como se muestra en la *figura 13* con las medidas de los ángulos ya encontrados. En este momento, todos los equipos coincidieron en sus respuestas;

Posteriormente pasaron al frente estudiantes de diferentes binas para remarcar los ángulos en el material de apoyo (dibujos de los ángulos elaborados a escala), primeramente, los segmentos del ángulo al que correspondían, en caso de ser central marcaban con un plumón rojo los lados del ángulo y en caso de ser inscrito con azul. Una vez identificados los ángulos de la circunferencia explicaron los procedimientos que emplearon para calcular las medidas de los ángulos:

PFI: En la primera representación ¿quién pasa a explicarnos cómo obtuvieron la medida del ángulo faltante?

/Un estudiante levantó la mano y pasó al pizarrón. Primero remarcó el ángulo central y el inscrito, respectivamente/

E21: Como el ángulo que tenemos es central y mide 92° , el inscrito vale la mitad por lo tanto es 46° .

PFI: ¿Están de acuerdo? ¿No era al revés?

/Aquí buscaba causar confusión en los estudiantes/

Grupo: No (en coro).

E21: No es al revés porque el central es el doble que el inscrito por lo tanto es la mitad.

PFI: Exacto, muy buena interpretación, ¿quién pasa a compartir sus resultados de la segunda representación?

Los estudiantes lograron calcular la medida correcta del ángulo faltante en las representaciones prototípicas de los ángulos (A, B, C y E) sin dificultades, utilizando el mismo procedimiento, es decir, primero identificaron cada ángulo (central e inscrito), luego analizaron de cuál se proporcionaba la medida para luego aplicar la propiedad geométrica. Un comentario que realizaron fue que las representaciones de esos ángulos parecían flechas y así era más fácil identificarlo en la circunferencia, sin embargo, presentaron dificultades en las representaciones *D* y *F* ya que los ángulos se presentaron en formas no prototípicas.

En el ángulo *D*, al solicitar voluntarios para explicar cómo habían determinado cuál era el ángulo central y el inscrito, algunos estudiantes manifestaron dudas mediante comentarios como “no estamos seguros cuál es central” o “creemos que en esa representación no existe ninguno”. Estas intervenciones evidenciaron dificultad en reconocer las características que los distinguen, particularmente la ubicación del vértice y la relación de sus lados con la circunferencia. Ante esta situación, se pidió a una bina (que había resuelto correctamente) que explicara su procedimiento al grupo. La socialización de su estrategia permitió que los demás estudiantes contrastaran sus respuestas y comprendieran con mayor claridad los criterios necesarios para diferenciar ambos tipos de ángulos:

/Pasa un integrante de una bina y comparte sus resultados /

PFI: ¿Cómo identificaron los ángulos de la circunferencia?

E21: Fue sencillo nos apoyamos en la ubicación de los vértices.

PFI: ¿Tuvieron dificultades para ubicar cada uno?

E21: Sí, pero el ubicar el vértice nos ayudó mucho.

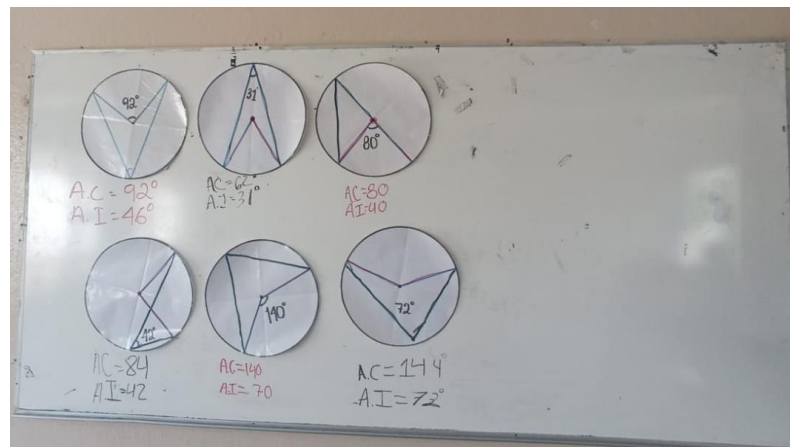
PFI: ¿Por qué el vértice fue clave?

E21: En los centrales su vértice está en el centro y el inscrito sobre la circunferencia, después solo ubicamos los segmentos del vértice con el color.

Esta orientación fue de ayuda para que el resto de sus compañeros pudiera corregir sus errores en dicha representación. Al concluir las explicaciones de los estudiantes sobre los seis ángulos, ninguno identificó un error intencionalmente planteado mediante un contraejemplo (ángulo F). Se hizo mención a los estudiantes que dentro de los seis ángulos había un intruso y que buscaran cuál era, ante esto los estudiantes comenzaron a observar bien los ángulos en sus actividades y a formular diversas hipótesis, mencionando diferentes incisos y razones, por ejemplo, que la figura D “estaba mal porque estaba rara” o que “todas las respuestas eran correctas”, sin lograr identificar el contraejemplo. Solamente una bina logró reconocer dicho ángulo y de manera eufórica e inmediata compartió la respuesta:

Figura 13

Material utilizado en la puesta en común.



E6: La opción incorrecta es la “F” porque no se están tocando los puntos del arco.

PFI: Muy bien ¿si lo vieron todos?, ¿entonces, eso qué significa?

E6: Que no tienen el mismo arco.

/varios estudiantes se sorprendieron de no haber identificado el ángulo/

PFI: Como lo comenta su compañera no están compartiendo el mismo arco, entonces ¿Creen que pueda aplicarse la relación geométrica que hemos visto entre los ángulos centrales e inscritos?

E21: No, ya que no comparten el mismo arco y estos deben de compartirlo.

Con esta discusión se repasaron las características tanto el ángulo central como inscrito y que deben de compartir el mismo arco para que el central pueda medir el doble que el inscrito y, en caso de que no sea así, no se cumple dicha propiedad. Como parte del cierre, se enfatizó en la importancia de identificar correctamente las características de los ángulos centrales e inscritos, especialmente la condición de compartir el mismo arco. Posteriormente, se introdujo la representación algebraica de esta relación mediante el siguiente cuestionamiento:

PFI: Si un ángulo inscrito midiera x , ¿cuánto medirá el ángulo central si comparten el mismo arco?

/aprovechando el material de apoyo, escribí la x para sustituir el valor del ángulo inscrito/

E6: Sería equis cuadrada (x^2).

PFI: ¿Están seguros de que esa es la respuesta?, ¿están de acuerdo con su compañero?

E12: No, sería dos x la respuesta.

PFI: Así es, si ya conocemos que el ángulo central mide el doble del inscrito cuando ambos comparten el mismo arco, entonces si el inscrito vale x , el central debe medir dos veces esa cantidad, es decir, $2x$. ¿Qué ocurriría si el inscrito midiera 30° ?

E4: El central mediría 60° .

PFI: Muy bien. Entonces podemos concluir que no importa si conocemos o no la medida exacta del ángulo inscrito; siempre podremos determinar la medida del ángulo central como el doble de este.

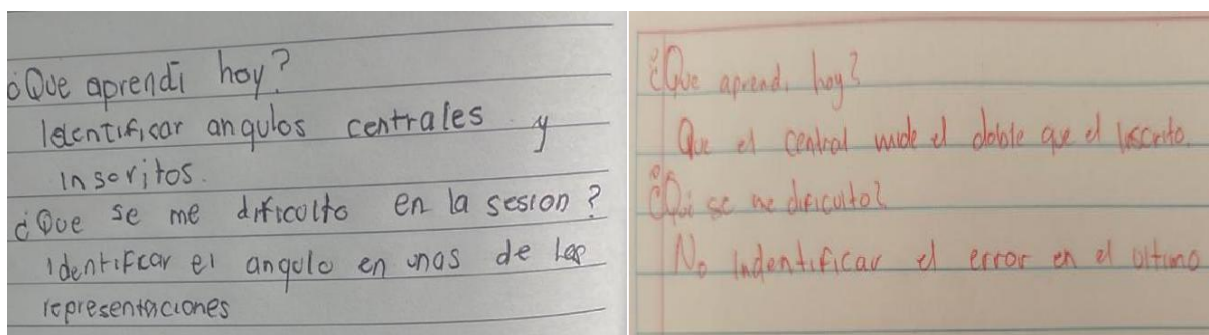
Esta intervención permitió propiciar un cambio de representación en las medidas de los ángulos, sustituyendo la medida numérica por una literal que funcionara como incógnita, es decir, transitar de lo numérico a lo algebraico. Esto con la intención de que los estudiantes calcularan el valor faltante mediante su representación algebraica, dado que en algunos libros

de texto o reactivos de pruebas estandarizadas plantean este tipo de ejercicios, además de que se pudo vincular el contenido geométrico con el algebraico.

Finalmente, se solicitó a los estudiantes responder en su libreta las preguntas: “¿Qué aprendí hoy?” y “¿Qué se me dificultó en la sesión?”, promoviendo la reflexión. La sesión concluyó con la participación de algunos estudiantes que compartieron sus respuestas mencionando que aprendieron que para cumplirse la propiedad los ángulos (central e inscrito) deben de compartir el mismo arco o también comentaron que aprendieron que son los ángulos centrales e inscritos (**Figura 14**).

Figura 14

Producciones de estudiantes sobre las preguntas reflexivas



Reflexión y análisis de la práctica docente

La intención didáctica de esta sesión, orientada a que los estudiantes aplicaran la relación entre el ángulo central e inscrito para resolver problemas de cálculo, se alcanzó de manera satisfactoria. De acuerdo con los resultados la mayoría de los estudiantes logró identificar y calcular correctamente las medidas de los ángulos de la circunferencia, demostrando un avance significativo en su pensamiento geométrico, lo cual se evidenció durante la resolución de la actividad y en las explicaciones que brindaron en las interacciones.

Como área de oportunidad en la enseñanza, se reconoce que, a pesar de que la práctica docente ha transitado de un modelo normativo hacia uno aproximativo donde el estudiante “ensaya, busca, propone soluciones, las confronta con las de sus compañeros, las defiende o las discute” (Charnay, 1997, p. 56), en la intervención docente realizada, en ocasiones,

tiendo a ser quién valida las explicaciones de los estudiantes o no cuestiono en el momento para que argumenten sus respuestas.

Esta situación se evidenció cuando pregunté a los estudiantes sobre cuál sería la medida del ángulo central si el inscrito fuera de x , pues al momento en que un estudiante respondió x^2 y otro $2x$, no di oportunidad para que debatieran por qué x^2 no correspondía con la medida correcta, por tanto, es necesario estar pendiente de las respuestas que brinda el estudiantado para formular preguntas que desencadenen la argumentación.

Al analizar la práctica docente desde el MTSK, el **KoT2** se manifestó cuando reafirmé conceptos tales como círculo, radio, diámetro y circunferencia. Asimismo, se evidenció durante la discusión del contraejemplo presentado en la representación F, ya que destaque las condiciones necesarias para que dicha propiedad geométrica pudiera aplicarse correctamente. Por otra parte, el **KoT3** se hizo presente mediante el uso de distintas representaciones del contenido matemático, incluyendo representaciones gráficas de ángulos en posiciones prototípicas y no prototípicas y la transición realizada de una representación numérica a una representación algebraica para ampliar el conocimiento de los estudiantes vinculándolo con el álgebra, lo que da cuenta del **KSM4**.

El **KSM2** se manifestó en el diseño de la actividad pues requería relacionar conceptos previamente construidos, como arco, vértice, circunferencia, ángulo central y ángulo inscrito, para determinar medidas desconocidas dentro del desafío geométrico. El **KFLM1**, se evidenció al anticipar dificultades asociadas a los ángulos en representaciones no prototípicas y al reconocimiento de las condiciones necesarias para aplicar la propiedad geométrica. Estas dificultades fueron atendidas mediante preguntas orientadoras e intervenciones grupales.

Asimismo, el **KFLM3** se manifestó mediante la selección de actividades que favorecieron el aprendizaje a través de la exploración, la comparación, la argumentación y la resolución de desafíos geométricos. Por su parte, el **KFLM4** estuvo presente al incorporar actividades que promovieron la participación activa del alumnado, como el trabajo colaborativo en binas, la búsqueda del contraejemplo y las puestas en común.

El **KMT3** se manifestó en el diseño de una secuencia de actividades que permitió recuperar conocimientos previos, resolver un desafío geométrico, analizar contraejemplos y justificar

procedimientos. El papel de los contraejemplos resultó adecuado para que los estudiantes desarrollarán habilidades visuales y argumentativas.

El **KPM2** se evidenció cuando el profesor promovió la validación de resultados mediante la argumentación y la discusión colectiva de procedimientos durante la puesta en común, así como al analizar el contraejemplo de la representación F para determinar por qué la propiedad geométrica no podía aplicarse.

Resultados derivados de la implementación de la planeación didáctica

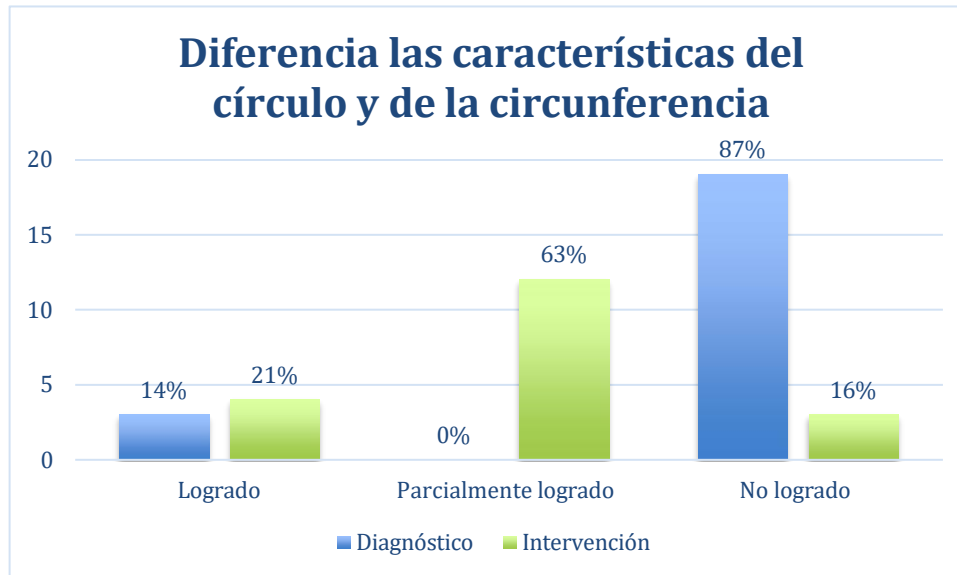
Para dar cuenta de los resultados de la implementación de la planeación didáctica se consideró pertinente aplicar un instrumento de evaluación a los estudiantes en una séptima sesión. El instrumento se conformó de nueve reactivos (Anexo F), los primeros cuatro se retomaron del instrumento diagnóstico para establecer una comparativa, mientras que los cinco restantes son congruentes al PDA de ángulos centrales e inscritos en la circunferencia.

Al comparar los resultados obtenidos de ambos instrumentos, es posible identificar avances significativos que dan cuenta del aprendizaje alcanzado por los estudiantes sobre el contenido geométrico abordado con la planeación didáctica diseñada. A continuación, se detallan los resultados.

El primer reactivo cuyo indicador era “*diferencia las características del círculo y de la circunferencia*”, se observa un avance en comparación con el diagnóstico, ya que el número de estudiantes que lograron diferenciar correctamente ambos conceptos aumentó. El porcentaje de estudiantes que logró el aprendizaje pasó de un 14% en la fase diagnóstica a un 21% en la fase de evaluación (*figura 15*).

Figura 15

Gráfica de resultados del reactivo 1

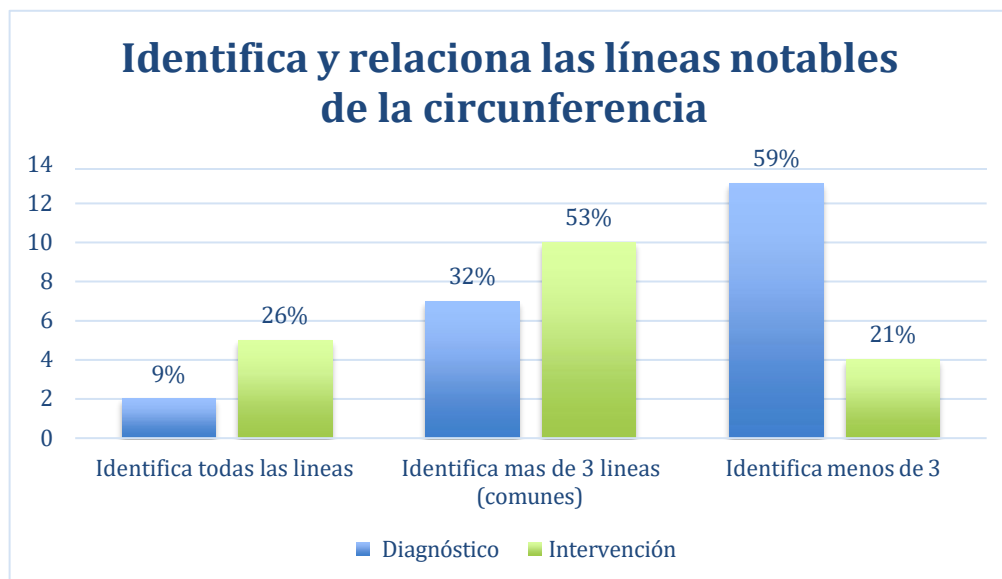


Asimismo, el porcentaje de estudiantes que no logró identificar estas diferencias disminuyó considerablemente. Este avance puede atribuirse a que en las primeras sesiones de la planeación didáctica se consideró pertinente enfatizar en la diferencia conceptual entre ambos objetos geométricos, que representaban un conocimiento previo para el PDA. Además, se mantuvo el uso constante de un lenguaje matemático adecuado, corrigiendo y reforzando las diferencias entre círculo y circunferencia cuando surgían confusiones.

En el indicador “*identifica y relaciona las líneas notables de la circunferencia*”, se evidencia un avance significativo del grupo (**figura 16**). En el diagnóstico algunos estudiantes lograban reconocer de forma acertada muy pocas líneas notables, después de la intervención aumentó considerablemente el número de alumnos que identificaron radio, diámetro, cuerda y arco.

Figura 16

Gráfica de resultados del reactivo 2



Asimismo, una parte importante de los estudiantes logró identificar algunas líneas notables de manera parcial, aunque todavía presentan dificultades para reconocerlas en representaciones más complejas o para explicar formalmente sus características. Esto permite observar que el grupo avanzó progresivamente en la apropiación del lenguaje geométrico y en la comprensión de los elementos de la circunferencia, aunque aún requiere fortalecer procesos de formalización conceptual y argumentación matemática.

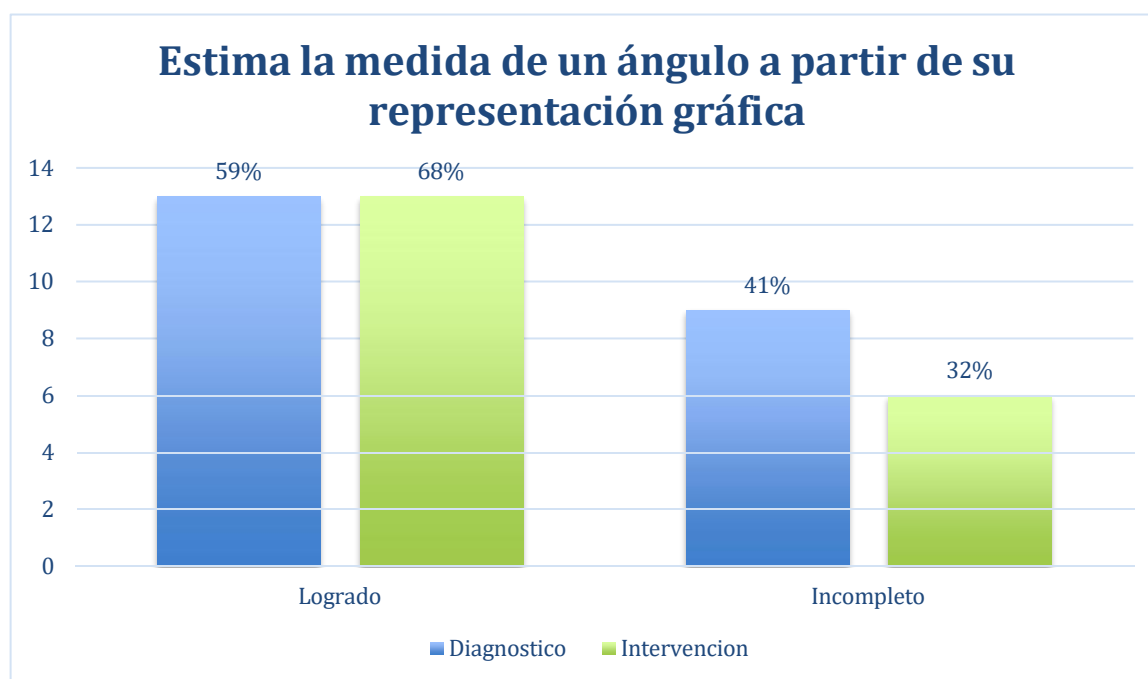
Este avance puede atribuirse a que, en la implementación de la planeación, se abordaron constantemente objetos geométricos como radio, diámetro, cuerda y arco. Por ejemplo, en la actividad donde debían reconocer qué líneas notables formaban los lados de un ángulo inscrito (diámetro y/o cuerdas) y los del ángulo central (radios) lo que favoreció su aprendizaje.

Respecto al indicador “*Estima la medida de un ángulo a partir de su representación gráfica*”, los resultados muestran mayor desarrollo en las habilidades geométricas de inferir y estimar

en el estudiantado. El porcentaje de estudiantes que lograron resolver correctamente el reactivo pasó de un 59% en el diagnóstico a un 68% posterior a la intervención (*figura 17*).

Figura 17

Gráfica comparativa del reactivo 3



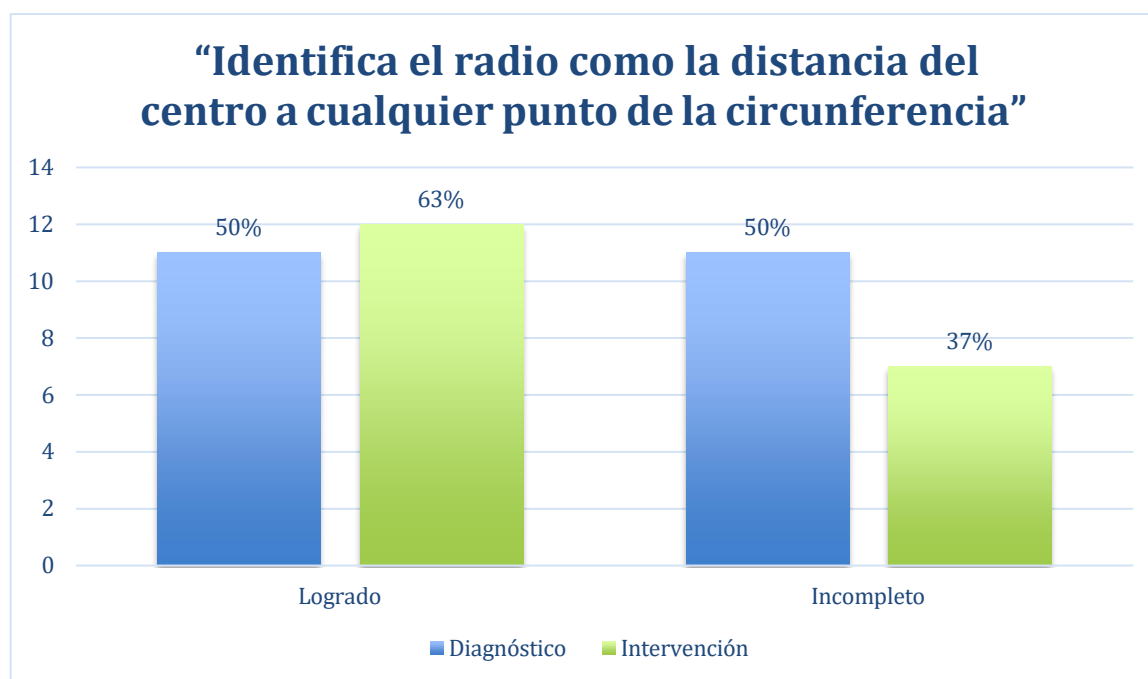
Además, algunos estudiantes que inicialmente presentaban dificultades comenzaron a desarrollar habilidades visuales para aproximarse a la medida de los ángulos. Esto evidencia que el proceso de visualización geométrica comenzó a consolidarse progresivamente en el grupo. Este resultado puede atribuirse a las actividades en las que los estudiantes midieron diferentes tipos de ángulos utilizando referente. La práctica constante de observación y comparación permitió fortalecer la capacidad de estimar medidas sin depender exclusivamente de instrumentos de medición.

Respecto al indicador “identifica el radio como la distancia del centro a cualquier punto de la circunferencia”, se observa un avance relacionado con la comprensión conceptual del radio, particularmente en situaciones donde los estudiantes debían reconocer definiciones formales y no únicamente representaciones gráficas. El porcentaje de estudiantes que

lograron responder correctamente aumentó de un 50% durante la fase diagnóstica a un 63% después de la intervención, evidenciando una mejora del 13% (*figura 18*).

Figura 18

Gráfica sobre los resultados del reactivo 4

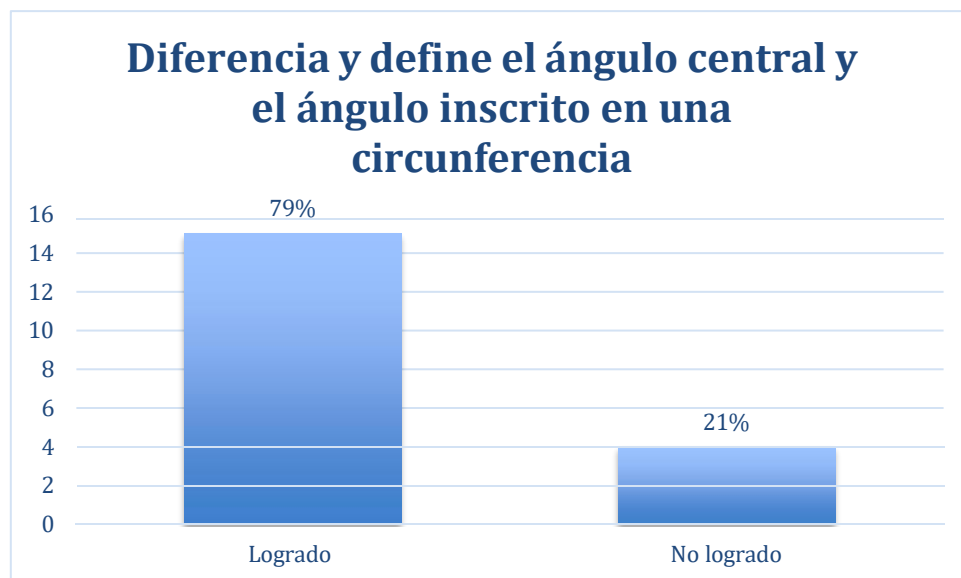


Esto permite reconocer que existe un avance conceptual importante dentro del grupo, pero que algunos alumnos aún requieren actividades de refuerzo y mayor acompañamiento para consolidar completamente el aprendizaje geométrico. Además, durante las explicaciones se retomó constantemente la definición formal del radio para fortalecer su comprensión.

En el indicador “diferencia y define el ángulo central y el ángulo inscrito en una circunferencia” (reactivo 5), los resultados muestran mayor nivel de consolidación conceptual dentro del grupo. La totalidad de los estudiantes (100%) logró identificar correctamente ambos tipos de ángulos a partir de sus representaciones gráficas.

Figura 19

Resultados del reactivo 5

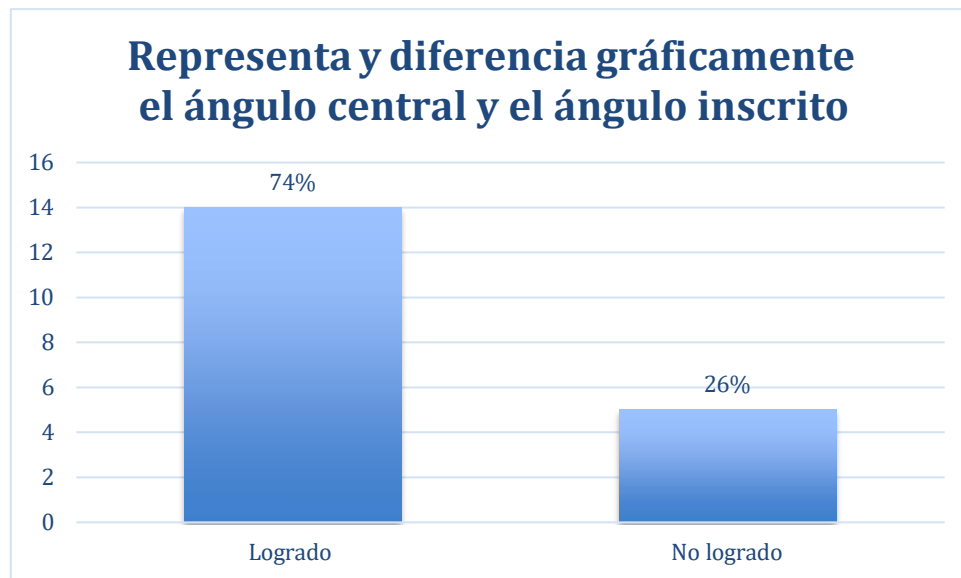


Sin embargo, como puede observarse en la gráfica (**figura 19**), únicamente 15 estudiantes (79%) lograron redactar definiciones acertadas, mientras que el resto manifestaron conceptos incompletos en sus producciones escritas. Durante la planeación se diseñaron actividades donde ambos tipos de ángulos aparecían representados sobre una misma circunferencia para favorecer la comparación de sus características. Asimismo, se consideró importante que los estudiantes identificaran el vértice como el principal rasgo diferenciador. Durante las sesiones se realizaron preguntas frecuentes orientadas a que los alumnos justificaran sus respuestas señalando la ubicación del vértice y la relación de los lados con la circunferencia. Esto permitió que los estudiantes reconocieran con mayor facilidad las diferencias entre ambos tipos de ángulos.

En el indicador “representa y diferencia gráficamente el ángulo central y el ángulo inscrito” (reactivo 6), los resultados muestran que 14 estudiantes (74%) lograron realizar acertadamente la tarea solicitada. Este resultado evidencia que la mayoría del grupo reconoce visualmente ambos ángulos trazados en una misma circunferencia.

Figura 20

Resultados del reactivo 6

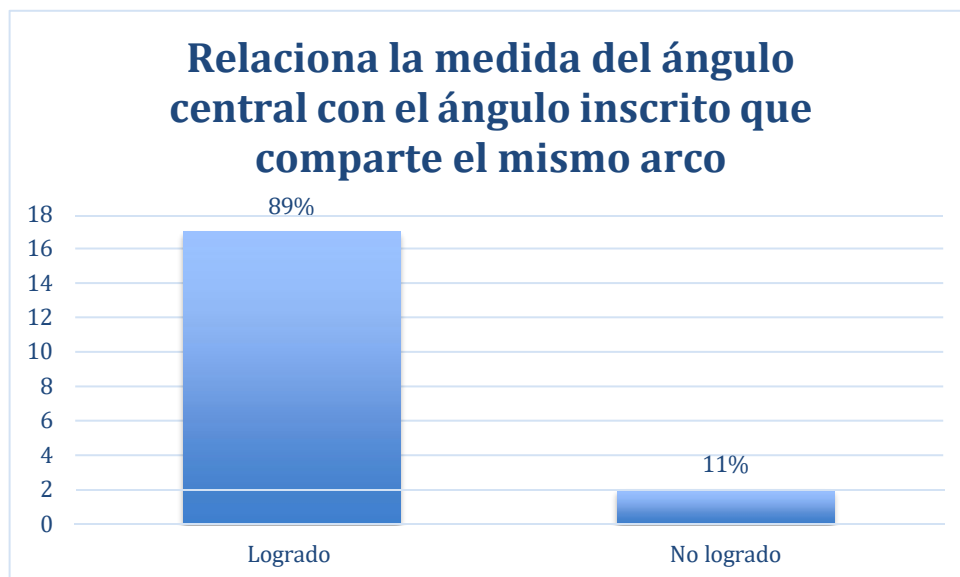


Durante la planeación se incluyeron actividades de construcción geométrica de forma constante donde los estudiantes pasaban de observar ejemplos a elaborar sus propias representaciones. Asimismo, se brindó acompañamiento en la interpretación de las consignas y se realizaron demostraciones previas para ejemplificar el procedimiento esperado. Estas acciones favorecieron que la mayoría de los alumnos lograra representar adecuadamente ambos tipos de ángulos (*figura 20*).

En el reactivo 7, frente al indicador “calcula la medida del ángulo central a partir del ángulo inscrito que comparte el mismo arco”, los resultados muestran el mayor porcentaje de éxito de la intervención. Un total de 17 estudiantes (89%) obtuvo acertadamente la medida del ángulo central, lo que manifiesta el aprendizaje del contenido y de la relación que hay entre ambos ángulos.

Figura 21

Resultados obtenidos del reactivo 7

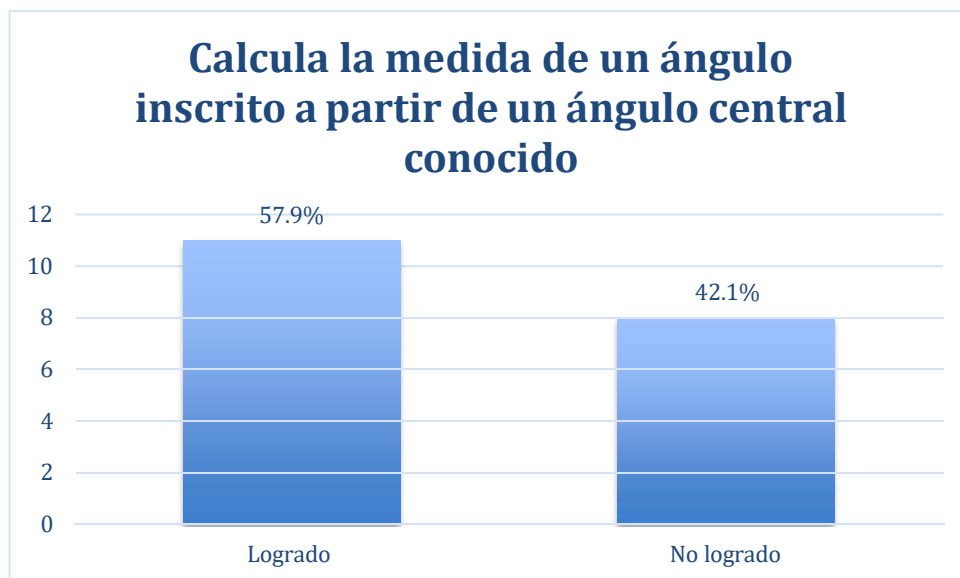


Durante la planeación se consideró que esta propiedad debía construirse a partir de la exploración y no presentarse de forma directa. Por tanto, se diseñaron actividades donde los estudiantes medían, registraban y comparaban pares de ángulos que compartían el mismo arco. Durante las sesiones se promovió la discusión de resultados y la formulación de conclusiones por parte de los propios alumnos antes de institucionalizar la propiedad. Esto favoreció que la mayoría lograra comprender que la medida del ángulo central es el doble de la medida del ángulo inscrito correspondiente (*figura 21*).

En el indicador “Calcula la medida de un ángulo inscrito a partir de un ángulo central conocido” (reactivo 8), los resultados muestran que 11 estudiantes (58%) lograron resolver correctamente el reactivo, mientras que 8 alumnos (42%) presentaron dificultades para aplicar la relación inversa.

Figura 22

Resultados obtenidos del reactivo 8

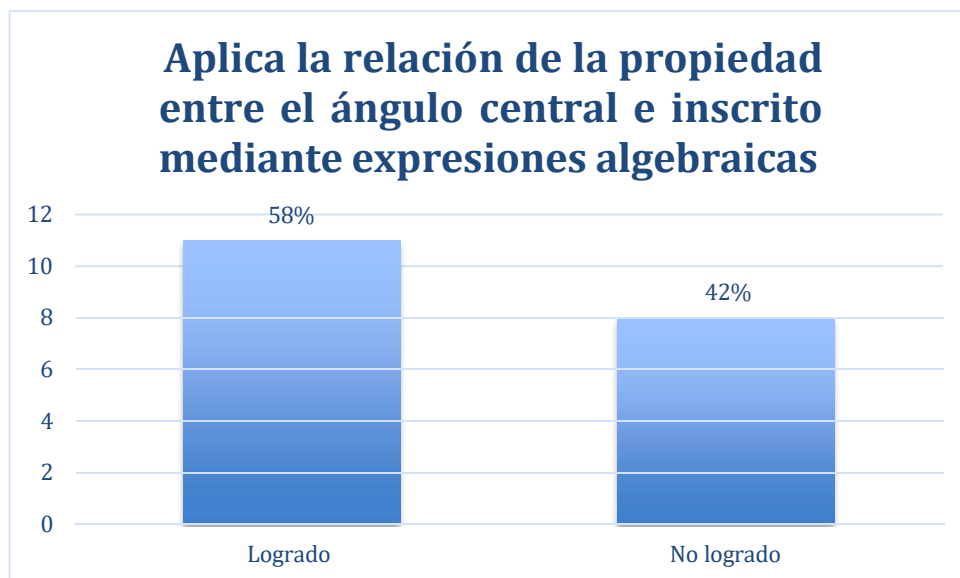


Durante la planeación se contemplaron ejercicios tanto directos como inversos para favorecer una comprensión más completa de la propiedad geométrica trabajada. Sin embargo, durante las sesiones se observó que los estudiantes mostraban mayor facilidad para duplicar una medida que para dividirla entre dos. Por ello se realizaron explicaciones complementarias, ejemplos adicionales y revisiones colectivas de procedimientos. A pesar de ello, algunos alumnos continuaron presentando dificultades para aplicar la relación en sentido inverso (*figura 22*).

En el indicador “Aplica la propiedad geométrica entre el ángulo central e inscrito mediante expresiones algebraicas” (reactivo 9), los resultados muestran que 11 estudiantes (58%) lograron emplear la propiedad geométrica a un contexto algebraico.

Figura 23

Resultados obtenidos del reactivo 9



Durante la planeación se consideró importante que los estudiantes reconocieran que las propiedades geométricas pueden expresarse de manera general mediante letras y expresiones algebraicas. Para ello se incorporaron actividades donde las medidas desconocidas eran representadas mediante variables. Durante la práctica se realizaron ejemplos guiados y ejercicios de aplicación que permitieron relacionar los conocimientos geométricos previamente construidos con contenidos algebraicos. Aunque varios estudiantes lograron establecer esta relación, otros continuaron mostrando dificultades al trabajar con expresiones generales, lo que evidencia la necesidad de seguir fortaleciendo la conexión entre geometría y álgebra (*figura 23*).

En términos generales, la comparación entre ambos instrumentos permite reconocer que la intervención didáctica favoreció avances importantes en el reconocimiento visual, la identificación de propiedades geométricas y la construcción de relaciones entre elementos de la circunferencia.

Los mayores niveles de éxito se observaron en actividades relacionadas con la visualización y aplicación directa de propiedades geométricas, particularmente en la identificación de ángulos centrales e inscritos y en la relación entre ambos. Esto evidencia que el grupo

responde favorablemente a actividades donde predominan la exploración, manipulación y análisis de representaciones gráficas.

Sin embargo, las dificultades persistentes en actividades relacionadas con definiciones formales, razonamientos inversos y representación algebraica muestran que algunos estudiantes aún se encuentran en proceso de consolidar un pensamiento geométrico más formal y abstracto.

Los resultados obtenidos permiten afirmar que la planeación didáctica favoreció avances importantes en la comprensión de las propiedades de la circunferencia y los ángulos centrales e inscritos. No obstante, se evidencia la necesidad de continuar fortaleciendo procesos de formalización conceptual y transferencia del conocimiento hacia contextos algebraicos y de mayor abstracción.

Análisis general de la práctica docente y su transformación

Una vez concluida la implementación de la planeación didáctica diseñada, fue necesario realizar un análisis que permitiera valorar tanto los logros como las áreas de oportunidad identificadas durante la enseñanza. Desde la perspectiva de la investigación-acción, la finalidad de la intervención no se limita únicamente a la aplicación de una propuesta de enseñanza, sino que implica analizar críticamente las decisiones tomadas y los efectos que estas tuvieron en el aprendizaje de los estudiantes y en la propia práctica docente.

De manera general, puede afirmarse que, a partir del diseño e implementación de la propuesta didáctica fundamentada en el MTSK se evidenció una transformación significativa en la propia práctica docente al enseñar matemáticas, que, a su vez, impactó en el aprendizaje del estudiantado. Esta situación se evidenció previo al diseño de la planeación (antes de la acción), su diseño e implementación (en la acción) y posterior a ella (después de la acción).

Es importante retomar que, el proceso que comúnmente seguía para la elaboración de una planeación didáctica consistía únicamente en buscar y seleccionar actividades o ejercicios relacionados con el PDA que se me asignaba, sin necesidad de establecer una secuencia didáctica como tal. Tampoco consideraba indispensable el uso de material didáctico. Mi

práctica docente en el aula se basaba en un modelo meramente normativo, donde explicaba frecuentemente a los estudiantes los conceptos y procedimientos del tema matemático para que después, ellos resolvieran los ejercicios que les proponía. Estas situaciones limitaron mi concepción sobre lo que era la didáctica, lo que impactaba en que los estudiantes no consolidaran los aprendizajes.

Estas situaciones repercutían sobre mi práctica docente, por tanto, decidí mejorarla a partir del diseño e implementación de una pertinente planeación didáctica. El MTSK fue un referente de suma relevancia, pues amplió mi mirada hacia los conocimientos que conforman el dominio de la didáctica y los referentes al propio contenido disciplinar, mismos que debía apropiarme. Posteriormente, al diseñar la planeación didáctica seleccioné aquellos que me permitieran llevar a cabo un adecuado abordaje didáctico del contenido geométrico, lo que desencadenó en una mejora de la práctica docente, tal como se evidenció en las narrativas y análisis documentado.

Como se refleja en los análisis de la práctica docente de cada sesión de clase, en mi actuar, como profesor de matemáticas en formación inicial, se manifestó una gama diversa de conocimientos establecidos en el modelo MTSK que dan cuenta de su apropiación y, por ende, de una *ligera transformación* en la propia práctica profesional. Entre ellos destacan los relacionados con el dominio del conocimiento didáctico del contenido (**PCK**):

Las teorías de aprendizaje (**KFLM1**) al fomentar en las sesiones de clase el trabajo colaborativo para la resolución de las actividades y contemplar los ritmos de aprendizaje. El prever posibles dificultades de los estudiantes permitió formular preguntas para orientarlos adecuadamente. Los intereses y expectativas (**KFLM4**) se reflejaron al cuando se aplicaron dinámicas de inicio de clase que fueran motivantes para el estudiantado a fin de reafirmar conceptos geométricos que se iban revisando en cada sesión.

Las teorías de enseñanza (**KMT1**) se visibilizaron en la estructura de las clases desde la TSD para desarrollar los momentos de verbalización, resolución, puesta en común e institucionalización, lo que dio un giro al modelo de enseñanza, pues deje de lado lo normativo para transitar a un modelo aproximativo (Charnay, 1997), aunque se considera necesario seguir fortaleciendo la verbalización y la puesta en común.

El **KMT2** fue un parteaguas en la propia práctica docente, pues implicó pensar en los materiales y recursos didácticos necesarios, adecuados y ajustados al contenido geométrico. En este sentido, en la mayoría de las sesiones se emplearon recursos de apoyo didáctico donde se presentaron las diversas representaciones visuales de los ángulos, para que los estudiantes los observaran e infirieran las características y propiedades de los ángulos centrales e inscritos) así como de las líneas notables en la circunferencia. Del mismo modo, se emplearon recortes de circunferencias en hojas de color para que los estudiantes trazaran ángulos y los midieran con su juego de geometría.

El **KMT3** también destacó en la práctica docente, específicamente los ejemplos y contraejemplos, pues en la práctica profesional en semestres anteriores no tenía conocimiento del papel de los contraejemplos ni la necesidad de considerarlos en el diseño de actividades, esto permitió enriquecer el análisis de los objetos geométricos por parte de los estudiantes y en promover interacciones y discusiones matemáticas. En cuanto a las actividades, se buscó transitar por tareas de conceptualización, investigación y demostración a fin de promover el razonamiento y el desarrollo de habilidades geométricas en los estudiantes.

Este análisis didáctico también permite reconocer áreas de oportunidad relacionadas con la implementación de la propuesta. Aunque la implementación del diseño de la planeación didáctica resultó muy pertinente dada su fundamentación desde el MTSK, la intervención realizada en la práctica se vio permeada, por ejemplo, cuando se planteaban preguntas a los estudiantes durante el monitoreo y en las puestas en común, ya que, en ocasiones proporcionaba indicios evidentes sobre la respuesta que se esperaba obtener, limitando las posibilidades de que los estudiantes elaboraran explicaciones propias o desarrollaran procesos de argumentación más profundos que incitaran al debate matemático.

Esta situación provocó que, en determinados momentos, los estudiantes respondieran a partir de pistas contenidas en las propias preguntas que planteaba y no necesariamente como resultado de un razonamiento. Desde una perspectiva didáctica, esta experiencia evidencia la necesidad de mejorar la práctica docente al intervenir con cuestionamientos que promuevan el razonamiento, la justificación y el uso de argumentos matemáticos.

De igual manera, el proceso de implementación permitió reconocer la importancia de la flexibilidad dentro de la planeación didáctica. Aunque la propuesta fue diseñada considerando las características del grupo y los principios del modelo MTSK, la realidad del aula presentó situaciones que requirieron ajustes durante el desarrollo de las sesiones para potenciar el aprendizaje del contenido geométrico. Esto confirma que la planeación no debe entenderse como un documento rígido, sino como una guía que orienta la práctica docente y que puede modificarse en función de las necesidades del contexto educativo.

CONCLUSIONES Y RECOMENDACIONES

La presente investigación tuvo como propósito Favorecer la enseñanza de ángulos centrales e inscritos en la circunferencia mediante el diseño e implementación de una planeación didáctica fundamentada en el MTSK, en un grupo de segundo grado de secundaria. A partir de la experiencia desarrollada fue posible reconocer la importancia que tiene la planeación didáctica dentro de los procesos de enseñanza y aprendizaje, particularmente cuando se sustenta en modelos teóricos que permiten orientar de manera fundamentada las decisiones del docente.

Los resultados obtenidos permiten afirmar que la propuesta implementada favoreció el aprendizaje de los estudiantes respecto al contenido geométrico abordado. A lo largo de las sesiones se observó que los estudiantes lograron identificar y diferenciar elementos de la circunferencia como radio, diámetro, cuerda y arco, así como reconocer las características de los ángulos centrales e inscritos. De igual manera, fueron capaces de establecer relaciones entre dichos elementos y construir progresivamente la propiedad geométrica que establece que la medida de un ángulo central es el doble de la medida de un ángulo inscrito cuando ambos comparten el mismo arco. Asimismo, la mayoría del grupo logró utilizar las propiedades trabajadas para resolver situaciones geométricas propuestas, avances que pudieron observarse tanto en las argumentaciones de los estudiantes como en las producciones escritas.

Uno de los aspectos más significativos de la intervención fue que los aprendizajes no se promovieron mediante la memorización de fórmulas o definiciones aisladas, sino a través de actividades de conceptualización, investigación y demostración (García Peña y López Escudero, 2008). El uso de materiales didácticos, el trabajo colaborativo y las puestas en común permitieron que los estudiantes participaran activamente en la construcción de sus conocimientos, favoreciendo procesos de razonamiento que contribuyeron a dotar de significado los conceptos geométricos trabajados. Asimismo, la experiencia permitió confirmar que la enseñanza de la geometría puede desarrollarse desde enfoques distintos a la repetición y mecanización de procedimientos.

Durante el desarrollo de la secuencia se observó que, cuando los estudiantes tienen la oportunidad de manipular materiales, formular conjeturas, validar resultados y discutir sus ideas con otros compañeros, muestran mayor nivel de comprensión y significación del contenido geométrico. Esto permitió romper con la percepción de que la geometría consiste únicamente en memorizar fórmulas y aplicar procedimientos mecánicos, favoreciendo una visión más dinámica y comprensiva de esta rama de las matemáticas.

La elaboración de este documento contribuyó al fortalecimiento de diversos dominios del saber contemplados en el perfil de egreso de la Licenciatura en Enseñanza y Aprendizaje de las Matemáticas, Plan 2022. En el dominio del saber conocer, permitió profundizar en los fundamentos matemáticos y didácticos relacionados con la enseñanza de los ángulos centrales e inscritos, así como en referentes teóricos como el Modelo de Conocimiento Especializado del Profesor de Matemáticas (MTSK), la investigación-acción y las secuencias didácticas.

En el dominio del saber hacer, favoreció el diseño, implementación y evaluación de procesos de enseñanza y aprendizaje contextualizados, la elaboración de instrumentos de evaluación y la toma de decisiones pedagógicas sustentadas en evidencias obtenidas durante la intervención. Por su parte, el dominio del saber ser y estar se fortaleció mediante la reflexión crítica sobre la propia práctica docente, el compromiso con la mejora continua y la responsabilidad profesional para atender las necesidades y características del estudiantado. Asimismo, este proceso permitió desarrollar capacidades para investigar la práctica educativa, producir conocimiento a partir de la experiencia docente y reconocer la importancia de la planeación, la evaluación y la reflexión sistemática como elementos fundamentales para la enseñanza de las matemáticas.

En cuanto a la práctica docente, la investigación desarrollada constituyó una oportunidad para reflexionar de manera sistemática sobre las decisiones tomadas antes, durante y después de la intervención. El análisis de las evidencias obtenidas mediante el diario del profesor, las producciones escritas de los estudiantes y las audio grabaciones de clase permitió identificar aciertos, dificultades y áreas de oportunidad relacionadas con el diseño de actividades, la

gestión del aula, la formulación de preguntas y la institucionalización de los contenidos matemáticos.

Particularmente, se reconoció que algunas preguntas realizadas durante las actividades y las puestas en común proporcionaban indicios demasiado evidentes sobre la respuesta esperada. Aunque estas intervenciones permitieron conducir a los estudiantes hacia el aprendizaje previsto, también limitaron en ciertos momentos la posibilidad de que desarrollaran explicaciones propias o procesos argumentativos más profundos. Esta situación evidenció la necesidad de fortalecer la formulación de preguntas que promuevan el razonamiento, la justificación y la construcción autónoma del conocimiento matemático.

De igual forma, se identificó la importancia de reforzar los momentos de verbalización de consignas. En diversas actividades algunos estudiantes presentaron dificultades para comprender lo que debían realizar, no debido a la complejidad del contenido matemático, sino a la interpretación de las instrucciones. Esto permitió reconocer que la claridad en las consignas constituye un elemento fundamental para favorecer el desarrollo adecuado de las tareas propuestas.

Otro aspecto relevante fue la identificación de diferencias en los ritmos y formas de aprendizaje de los estudiantes. Mientras algunas binas lograban avanzar rápidamente en las actividades, otras requerían acompañamiento constante para comprender los procedimientos o interpretar la información presentada. Esta situación pone de manifiesto la necesidad de continuar desarrollando estrategias de atención a la diversidad que permitan responder de manera más eficiente a las características particulares del alumnado.

Por otra parte, durante la implementación también se identificó la necesidad de incorporar recursos tecnológicos que complementen las actividades propuestas. Si bien la secuencia permitió alcanzar diversos aprendizajes mediante materiales y recursos físicos, es deseable integrar herramientas tecnológicas que podrían enriquecer significativamente la experiencia de aprendizaje

Herramientas como GeoGebra posibilitan manipular puntos, arcos y ángulos en tiempo real, favoreciendo la formulación de conjeturas y la validación de propiedades geométricas. La incorporación de este tipo de recursos podría fortalecer los procesos de comprensión

conceptual, promover una mayor participación de los estudiantes y aumentar su interés hacia los contenidos matemáticos.

Desde la perspectiva de la investigación-acción, este trabajo permitió comprender que la mejora de la práctica docente es un proceso permanente y progresivo. Los resultados obtenidos no deben entenderse como un punto final, sino como parte de un ciclo continuo de reflexión, intervención y transformación. Tal como lo plantean los enfoques de investigación-acción, cada experiencia genera nuevos cuestionamientos, necesidades y posibilidades de mejora que dan origen a futuros procesos de análisis y actuación profesional.

En este sentido, la investigación desarrollada representa una aportación al campo de estudio relacionado con el Modelo de Conocimiento Especializado del Profesor de Matemáticas. La experiencia permitió analizar el impacto que tiene la apropiación de este modelo en la formación inicial del profesorado y reconocer su utilidad para orientar el diseño, implementación y análisis de propuestas didácticas. El MTSK ofreció elementos que favorecieron una comprensión más profunda de los conocimientos que intervienen en la enseñanza de las matemáticas y permitió reflexionar sobre la práctica docente desde una perspectiva específica de la disciplina.

Asimismo, la experiencia permitió reconocer la funcionalidad de interpretar y movilizar distintas categorías del modelo durante el diseño de la secuencia didáctica y el análisis de la intervención. Esto favoreció una visión más amplia de los conocimientos que requiere un profesor de matemáticas para tomar decisiones fundamentadas en el aula y contribuyó al fortalecimiento de la identidad profesional como futuro docente de esta disciplina.

Finalmente, la experiencia desarrollada permitió valorar la utilidad del modelo MTSK como referente para el diseño y análisis de propuestas de enseñanza de las matemáticas. Su utilización favoreció una reflexión más profunda sobre los conocimientos necesarios para abordar contenidos geométricos y permitió analizar la práctica docente desde una perspectiva especializada.

No obstante, también se identificó que existen categorías del modelo que se integraron a la planeación. Algunas de ellas estuvieron condicionadas por la naturaleza del contenido

geométrico abordado, mientras que otras constituyen líneas de trabajo que podrían explorarse en futuras investigaciones.

Asimismo, se reconoce la importancia de continuar incorporando elementos del Modelo de Conocimiento Especializado del Profesor de Matemáticas en futuras planeaciones didácticas. En especial, la fenomenología de los contenidos matemáticos representa una oportunidad para enriquecer los procesos de enseñanza, ya que permite identificar y analizar los distintos contextos, situaciones y fenómenos en los que un concepto matemático adquiere significado. En el caso de la geometría, esto implica diseñar actividades que vinculen los contenidos con situaciones de la vida cotidiana, diferentes contextos, representaciones dinámicas y problemas auténticos que favorezcan responder la pregunta del por qué se hace así al igual que la construcción de significados por parte de los estudiantes.

De esta manera, futuras intervenciones podrían contemplar con mayor énfasis el análisis fenomenológico de los contenidos desde la etapa de planeación, considerando no solo los conceptos y procedimientos que se desean enseñar, sino también las diversas formas en que estos emergen y se utilizan en diferentes contextos. Esto permitiría ampliar las oportunidades de aprendizaje, fortalecer las conexiones matemáticas y promover una comprensión más profunda y significativa de los contenidos abordados.

Finalmente, este trabajo aporta evidencia sobre las posibilidades que ofrece la incorporación del MTSK en la formación inicial del profesorado de matemáticas dentro de las Escuelas Normales. La difusión de experiencias como la aquí presentada puede contribuir a que otros docentes y profesores en formación reflexionen sobre los subdominios involucrados en su práctica y reconozcan la importancia de fundamentar sus decisiones didácticas en referentes teóricos propios de la educación matemática.

En conclusión, la planeación didáctica implementada logró favorecer el aprendizaje de los estudiantes respecto a los ángulos centrales e inscritos en la circunferencia y permitió generar experiencias de aprendizaje acordes con las características del grupo. Los resultados obtenidos muestran que la planeación didáctica, cuando se fundamenta en modelos especializados como el MTSK, puede constituir una herramienta valiosa para orientar la enseñanza de las matemáticas y promover experiencias de aprendizaje significativas.

Asimismo, se reconoce que el éxito de una propuesta didáctica no depende únicamente de la calidad de su diseño, sino también de la manera en que esta se desarrolla dentro del aula, de las decisiones que toma el docente durante la interacción con los estudiantes y de su capacidad para adaptar las actividades a las condiciones reales del contexto. En este sentido, las áreas de oportunidad identificadas representan nuevos retos profesionales y oportunidades para continuar fortaleciendo la práctica docente desde una perspectiva reflexiva y de mejora continua.

REFERENCIAS

- Ball, D. L., Thames, M. H., y Phelps, G. (2008). Content knowledge for teaching: ¿What makes it special? *Journal of Teacher Education*, 59(5), 389–407. <https://doi.org/10.1177/0022487108324554>
- Carrillo Yáñez, J., Montes Navarro, M. Á., Climent, N., y Rojas, N. (2022). *Investigación sobre conocimiento especializado del profesor de matemáticas (MTSK): 10 años de camino*. Dykinson.
- Charnay, R. (1997). Aprender (por medio de) la resolución de problemas. En Parra y Saiz, (Eds.) *Didáctica de matemáticas. Aportes y reflexiones*. Editorial. Paidós: Buenos Aires, Argentina.
- Climent Rodríguez, N., y Montes Navarro, M. Á. (2022). El modelo MTSK: antecedentes y estructura. En J. Carrillo Yáñez, M. Á. Montes Navarro y N. Climent Rodríguez (Coords.), *Investigación sobre conocimiento especializado del profesor de matemáticas (MTSK): 10 años de camino* (pp. 27–34). Dykinson.
- Climent, N., Carrillo, J., y Miguel-Ribeiro, J. (2013). El conocimiento especializado del profesor de matemáticas. *La Gaceta de la Real Sociedad Matemática Española*, 16(4), 701–719.
- Contreras, L. C., Carrillo, J., Zakaryan, D., Muñoz-catalán, M. C., y Climent, N. (2017). Un estudio de caso sobre el conocimiento de las conexiones curriculares de una profesora de matemáticas de secundaria. *Revista Latinoamericana de Investigación en Matemática Educativa*, 20(3), 309–333. <https://doi.org/10.12802/relime.17.2032>
- del trabajo de titulación. Planes de estudio 2022. Recuperado de <https://dgesum.sep.gob.mx/storage/recursos/planes2022/YLWxm8QNYy-Orientaciones-academicas-tit.pdf>
- Díaz Barriga Arceo, F. (2006). *Enseñanza situada: vínculo entre la escuela y la vida*. McGraw-Hill.
- Díaz Barriga, Á., y Hernández Rojas, G. (2010). *Estrategias docentes para un aprendizaje significativo: Una interpretación constructivista* (3.^a ed.). McGraw-Hill.

- Domingo Roget, À., y Gómez Serés, M. V. (2014). *La práctica reflexiva: Bases, modelos e instrumentos*. Narcea Ediciones.
- Flores-Medrano, E., Escudero-Ávila, D. I., y Aguilar, Á. (2013). El conocimiento especializado del profesor de matemáticas. En J. Carrillo (Ed.), *Investigación sobre conocimiento especializado del profesor de matemáticas* (pp. 23–45). Universidad de Huelva.
- García Peña, S., y López Escudero, O. L. (2008). *La enseñanza de la geometría*. Instituto Nacional para la Evaluación de la Educación [INEE].
- Latorre, A. (2005). *La investigación-acción: Conocer y cambiar la práctica educativa*. Graó.
- Llinares, S. (2013). El desarrollo de la mirada profesional en la formación inicial de profesores de matemáticas. *Revista Iberoamericana de Educación Matemática*, (35), 11-22.
- Martínez Rizo, F. (2019). *El nuevo oficio del investigador educativo: Una introducción metodológica*. Universidad Autónoma de Aguascalientes
- Martínez Villamar, R. N. (2025). *Diseño e implementación de una secuencia didáctica basada en el conocimiento especializado del profesor de matemáticas para la enseñanza de teselados en un grupo de segundo grado de secundaria* [Informe de prácticas profesionales, Benemérita y Centenaria Escuela Normal del Estado de San Luis Potosí]. Repositorio Institucional de la Benemérita y Centenaria Escuela Normal del Estado de San Luis Potosí.
- Meléndez Lara, F. (2024). *El conocimiento especializado del profesor de matemáticas como marco para mejorar la intervención docente en un grupo de primer grado de educación secundaria* [Informe de prácticas profesionales, Benemérita y Centenaria Escuela Normal del Estado de San Luis Potosí]. Repositorio Institucional de la Benemérita y Centenaria Escuela Normal del Estado de San Luis Potosí.
- Muñoz-Catalán, M. C., Contreras, L. C., Carrillo, J., Rojas, N., Montes, M. Á., Climent, N., Flores-Medrano, E., Escudero-Ávila, D., vasco, D., y Aguilar-González, Á. (2015). MTSK: A model for the specialised knowledge of mathematics teachers. En *Proceedings of CERME 9* (pp. 1805–1811).
- Perrenoud, P. (2004). *Desarrollar la práctica reflexiva en el oficio de enseñar*. Graó.

- Restrepo, B. (2003). Investigación formativa e investigación productiva de conocimiento en la universidad. *Nómadas*, 18, 195-202.
- Rico, L. (2012). Aproximación a la investigación en Didáctica de las Matemáticas. *Avances de Investigación en Educación Matemática*, 1, 39-63.
- Schön, D. A. (1992). *La formación de profesionales reflexivos: Hacia un nuevo diseño de la enseñanza y el aprendizaje en las profesiones*. Paidós.
- Secretaría de Educación Pública. [SEP]. (2022a). *Plan de estudios de la Licenciatura en Enseñanza y Aprendizaje de las Matemáticas*. Dirección General de Educación Superior para el Magisterio. <https://dgesum.sep.gob.mx>
- Secretaría de Educación Pública. [SEP]. (2022b). *Geometría plana y del espacio*. Licenciatura en Enseñanza y Aprendizaje de las Matemáticas. Plan de Estudios 2022. Dirección General de Educación Superior para el Magisterio.
- Secretaría de Educación Pública. [SEP]. (2022c). Orientaciones académicas para la elaboración
- Secretaría de Educación Pública. [SEP]. (2024a). *Programa de Estudio de la Educación Secundaria: Programa sintético de la Fase 6*. Secretaría de Educación Pública.
- Secretaría de Educación Pública. [SEP]. (2024b). *Plan de Estudios de la Educación Básica 2022*. Secretaría de Educación Pública.
- Secretaría de Educación Pública. [SEP]. (2025). *Marco para la excelencia en la enseñanza y la gestión escolar en Educación Básica*. Secretaría de Educación Pública.
- Shulman, L. S. (1986). Those who understand: Knowledge growth in teaching. *Educational Researcher*, 15(2), 4–14. <https://doi.org/10.3102/0013189X015002004>
- Tardif, M. (2014). *Los saberes del docente y su desarrollo profesional*. Narcea.
- Tobón, S. (2010). *Formación integral y competencias: Pensamiento complejo, currículo, didáctica y evaluación* (4.^a ed.). Ecoe Ediciones.

Whitehead, J. (1989). Creating a living educational theory from questions of the kind, “How do I improve my practice?”. *Cambridge Journal of Education*, 19(1), 41–52.
<https://doi.org/10.1080/0305764890190106>

Zabala, A. (2008). *La práctica educativa: Cómo enseñar* (11.^a ed.). Graó.

Zabalza, M. A. (2004). *Los diarios de clase: un instrumento de investigación y desarrollo*. Narcea Ediciones.

ANEXOS

Anexo A. Instrumento para valorar los ritmos de aprendizaje

No.	Enunciado	Nunca	Siempre
1	Aprendo un procedimiento en matemáticas habiéndolo realizado una sola vez		
2	Aprendo los temas de matemáticas en el tiempo que se determina para ello.		
3	Tardo demasiado en procesar la información en matemáticas		
4	Resuelvo con rapidez los problemas planteados en matemáticas		
5	Resuelvo los problemas de matemáticas en el tiempo estimado		
6	El tiempo asignado no me es suficiente para resolver problemas de matemáticas		
7	Suelo retener grandes cantidades de información en matemáticas		
8	Retengo con normalidad la información necesaria en matemáticas		
9	Necesito que me expliquen varias veces para comprender en matemáticas		
10	Recuerdo con bastante facilidad lo que aprendo en matemáticas el mismo día		
11	Recuerdo con facilidad lo que aprendo en matemáticas el mismo día		
12	Generalmente no recuerdo lo que aprendo en matemáticas el mismo día		
13	Recuerdo con mucha facilidad lo aprendido en matemáticas después de largo tiempo		
14	Recuerdo con facilidad lo aprendido en matemáticas después de largo tiempo		
15	No recuerdo lo que aprendí en matemáticas el mes pasado		
16	Siento que la información compartida por el docente en matemáticas es muy superficial		
17	Siento que la información compartida por el docente en matemáticas es muy importante		
18	Me siento mal cuando veo que mis compañeros aprenden matemáticas y yo tardo en hacerlo		
19	Comprendo muy rápido lo que leo y me explican en matemáticas		
20	Comprendo lo que me explican en matemáticas sin dificultad		
21	Para entender los problemas matemáticos (hablados o escritos) tengo que leer o escuchar muchas veces		

No.	Enunciado	Nunca	Siempre
22	Me es muy fácil expresar lo que aprendo en matemáticas		
23	No tengo dificultad para expresar lo que aprendo en matemáticas		
24	Tengo dificultad para expresar lo que pienso en matemáticas		
25	Siento que aprendo rápido matemáticas porque tengo una buena base		
26	Generalmente utilizo lo que aprendí en matemáticas cuando resuelvo otros problemas		
27	Siento que no aprendo matemáticas porque no tengo bases suficientes		
28	El docente explica matemáticas con claridad		
29	No tengo dificultad, siento que estoy al ritmo de la clase de matemáticas		
30	Entiendo el lenguaje del profesor en las clases de matemáticas		
31	Me encanta aplicar procedimientos en la resolución de problemas de matemáticas		
32	Realizo procedimientos en matemáticas después de practicarlos		
33	Me desagradan los procedimientos en matemáticas porque no los comprendo		

HOJA DE RESPUESTAS

PREGUNTA N°	NUNCA	SIEMPRE	PREGUNTA N°	NUNCA	SIEMPRE	PREGUNTA N°	NUNCA	SIEMPRE	PREGUNTA N°	NUNCA	SIEMPRE	PREGUNTA N°	NUNCA	SIEMPRE	PREGUNTA N°	NUNCA	SIEMPRE	PREGUNTA N°	NUNCA	SIEMPRE	PREGUNTA N°	NUNCA	SIEMPRE	PREGUNTA N°	NUNCA	SIEMPRE	PREGUNTA N°	NUNCA	SIEMPRE	PREGUNTA N°	NUNCA	SIEMPRE	DIMENSION
1	A	B	4	A	B	7	A	B	10	A	B	13	A	B	16	A	B	19	A	B	22	A	B	25	A	B	28	A	B	31	A	B	RR=
2	A	B	5	A	B	8	A	B	11	A	B	14	A	B	17	A	B	20	A	B	23	A	B	26	A	B	29	A	B	32	A	B	RM=
3	A	B	6	A	B	9	A	B	12	A	B	15	A	B	18	A	B	21	A	B	24	A	B	27	A	B	30	A	B	33	A	B	RG=

“Para la evaluación de los resultados, se asignó un valor numérico a cada respuesta del instrumento: la opción **A** equivale a **un punto (01)** y la opción **B** a **dos puntos (02)**. El procedimiento para identificar el ritmo de aprendizaje consistió en realizar la sumatoria horizontal de los puntajes por cada dimensión; de este modo, la categoría con la puntuación más alta se determinó como el ritmo dominante del estudiante.

Anexo B. Dominios, Subdominios y Categorías del modelo MTSK

Dominio	Subdominio	Categorías	
Conocimiento matemático (MK)	Conocimiento de los temas Kot	1. Fenomenología	¿Cómo se hace? ¿Cuándo puede hacerse? ¿Por qué se hace así? Características del resultado
		2. Definiciones, propiedades y sus fundamentos	
		3. Registros de representación fenomenología y aplicaciones	
		4. Procedimientos	
	Conocimiento de la estructura de las matemáticas KSM	1. Conexiones de complejización	
		2. Conexiones auxiliares	
		3. Conexiones de simplificación	
		4. Conexiones transversales	
	Conocimiento de la práctica matemática KPM	1. Jerarquización y planificación como forma de proceder en la resolución de problemas matemáticos	
		2. Formas de validación y demostración	
		3. Papel de los símbolos y uso del lenguaje formal	

		4. Procesos asociados a la resolución de problemas como forma de producir matemáticas
		5. Prácticas particulares del quehacer matemático (por ejemplo, modelación)
		6. Condiciones necesarias y suficientes para generar definiciones
Conocimiento Didáctico del Contenido	Conocimiento de las características de aprendizaje de las matemáticas KFLM	1. Teorías de aprendizaje
		2. Fortalezas y dificultades
		3. Formas de interacción con un contenido matemático
		4. Intereses y expectativas
	Conocimiento de la enseñanza de las matemáticas KMT	1. Teorías de enseñanza
		2. Recursos materiales y virtuales
		3. Estrategias, técnicas, tareas y ejemplos
	Conocimiento de los estándares de aprendizaje de las matemáticas KMLS	1. Expectativas de aprendizaje
		2. Nivel de desarrollo conceptual o procedimental esperado
		3. Secuenciación con temas anteriores y posteriores.

Anexo C. Instrumento diagnóstico



Actividad introductoria

Lo que hemos aprendido de la geometría



Nombre: _____

Grado y grupo: _____

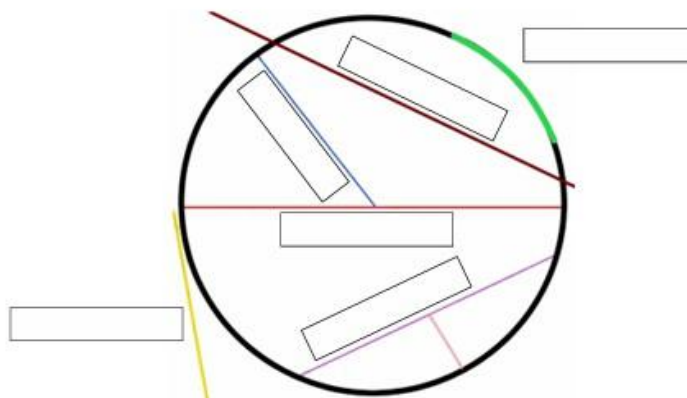
Instrucciones: Lee detenidamente cada una de las situaciones, luego analiza y responde lo que se solicita en cada caso con base en los conocimientos matemáticos que has aprendido hasta el momento.

1. Escribe con tus propias palabras la definición de los siguientes conceptos.

Círculo	Circunferencia

2. Observa y analiza las líneas que conforman la siguiente circunferencia. Luego escribe el nombre que corresponde a cada una de ellas, en los recuadros en blanco.

Líneas
Cuerda
Radio
Dímetro
Arco
Secante
Tangente



3. Observa el ángulo en la imagen y selecciona el intervalo de la medida de su abertura. Subráyala.

- A) Es mayor que 0° pero menor que 10°
- B) Es mayor que 10° pero menor que 30°
- C) Es mayor que 30° pero menor que 60°
- D) Es mayor que 60° pero menor que 90°





Actividad introductoria
Lo que hemos aprendido de la geometría



3a. Ahora con tu transportador, obtén la medida exacta del ángulo y escríbela:

4. La maestra Esther les pide a 4 alumnos que definan correctamente la relación del centro y el radio de un círculo. ¿Cuál alumno contestó correctamente? Subraya la opción correcta.
- A) Cristian: El radio es la distancia del diámetro
 - B) Nicol: El radio es la distancia desde el centro del círculo hasta el borde de un círculo.
 - C) Rafael: El radio es la línea que va de un punto de la circunferencia a otro.
 - D) Natalia: El radio es la curva que llega al punto central del círculo

5. Una ventana tiene la siguiente forma:



¿Cuál de los siguientes enunciados indica la relación correcta entre los elementos de la ventana? Subraya la opción correcta.

- A) Todos los lados del polígono son tangentes a la circunferencia.
- B) El centro del Pentágono es el radio de la circunferencia circunscrita en él.
- C) La apotema del Pentágono es tangente a la circunferencia del círculo.
- D) El segmento que une el centro del polígono con uno de sus vértices es el radio de la circunferencia.

Anexo D. Indicadores de evaluación de las tareas geométricas y de la fase de intervención.

PREGUNTA	CONTENIDO	INDICADOR
1.	Determina la medida de los ángulos inscritos y centrales, así como de arcos de circunferencia.	Reconoce que la circunferencia es la línea que delimita la figura.
		Reconoce que el círculo corresponde a la región interior o superficie.
		Diferencia las características de un círculo y circunferencia.
2.	Determina la medida de los ángulos inscritos y centrales, así como de arcos de circunferencia.	Identifica y relaciona correctamente las líneas notables de una circunferencia a partir de una representación gráfica.
3.	Determina la medida de los ángulos inscritos y centrales, así como de arcos de circunferencia.	Estima la medida de un ángulo a partir de su representación visual.
		Usa de manera correcta el transportador para medir un ángulo.
		Obtiene la medida exacta de un ángulo con el uso del transportador.
4.	Determina la medida de los ángulos inscritos y centrales, así como de arcos de circunferencia.	Reconoce que un ángulo puede representarse en diferente posición.
4.	Determina la medida de los ángulos inscritos y centrales, así como de arcos de circunferencia.	Identifica el radio como la distancia del centro a cualquier punto de la circunferencia
5.	Determina la medida de los ángulos inscritos y centrales, así como de arcos de circunferencia.	Establece la relación que: el segmento que une el centro de un polígono con uno de sus vértices corresponde al radio de la circunferencia circunscrita.

FASE DE INTERVENCIÓN		
1.	Determina la medida de los ángulos inscritos y centrales, así como de arcos de circunferencia.	Diferencia y define el ángulo central y el ángulo inscrito en una circunferencia
2.	Determina la medida de los ángulos inscritos y centrales, así como de arcos de circunferencia.	Representa y diferencia gráficamente el ángulo central y el ángulo inscrito
3.	Determina la medida de los ángulos inscritos y centrales, así como de arcos de circunferencia.	Calcula la medida del ángulo central a partir del ángulo inscrito que comparte el mismo arco
4.	Determina la medida de los ángulos inscritos y centrales, así como de arcos de circunferencia.	Calcula la medida de un ángulo inscrito a partir de un ángulo central conocido.
5.	Determina la medida de los ángulos inscritos y centrales, así como de arcos de circunferencia.	Aplica la propiedad geométrica entre el ángulo central e inscrito mediante expresiones algebraicas.

Anexo E. Planeación didáctica empleada en la intervención.

Campo formativo: Saberes y Pensamiento Científico.

Grado y grupo: 2ºD

Periodo: 21 - 28 de abril del 2026.

Disciplina: Matemáticas

Docente en formación: Eduardo Rafael Costa Rodríguez.

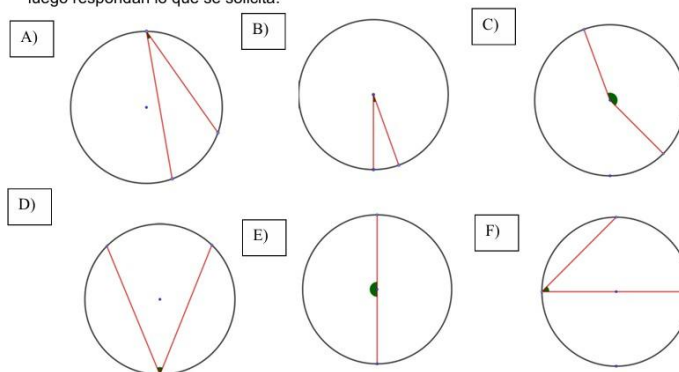
DESARROLLO DE LA SECUENCIA DIDÁCTICA		
Plan de clase 1/7	Intención didáctica: Que los estudiantes analicen características de ángulos centrales e inscritos en una circunferencia mediante sus representaciones	Fecha: 21/04/2025
MOMENTO	Actividades/orientaciones didácticas	
INICIO Verbalización: La clase comienza promoviendo la participación del estudiantado. El docente presenta dos representaciones en el pizarrón: una figura que muestra únicamente el contorno de una circunferencia y otra que incluye el área interior (círculo). A partir de estas imágenes, se plantea a los estudiantes la pregunta: ¿son lo mismo un círculo y una circunferencia? Se busca que los alumnos expresen sus ideas previas, incluso si estas son imprecisas, con la intención de visibilizar posibles concepciones erróneas. El momento se cierra con la construcción colectiva de una definición clara: la circunferencia como el borde del círculo, y el círculo como la región que incluye tanto el borde como su interior.		

DESARROLLO

Resolución del problema: Posteriormente, se les entrega la actividad geométrica en la que se presentan diversas figuras con ángulos dentro de una circunferencia. Se organiza al grupo en equipos pequeños con el propósito de favorecer la discusión y el aprendizaje colaborativo. Durante este proceso, el docente asume un papel de mediador, promoviendo la reflexión mediante preguntas como: ¿dónde se localiza el vértice del ángulo?, ¿qué puntos une cada segmento? o ¿todos los ángulos se forman de la misma manera?

Puesta en común: A medida que los equipos avanzan, cada equipo pasará a un representante para ver cómo clasificaron los ángulos con base en sus características, se espera que emerjan dos tipos de ángulos: aquellos cuyo vértice se encuentra en el centro de la circunferencia y aquellos cuyo vértice está sobre la circunferencia.

Consigna 1: En equipos y trabajando de manera colaborativa, realicen lo que se indica. Observen y analicen los ángulos que se muestran a continuación, luego respondan lo que se solicita.



A partir de lo observado, clasifica los ángulos en dos grupos. Escribe en qué te fijaste para realizar la clasificación de cada grupo.

Ángulos del grupo 1	Ángulos del grupo 2

CIERRE

Institucionalización: A partir de esta socialización, se formalizan los conceptos de ángulo central y ángulo inscrito, destacando como elemento clave la posición del vértice. Se promueve una reflexión final mediante preguntas como: ¿qué fue lo más importante para poder clasificar los ángulos? y ¿por qué fue necesario distinguir entre círculo y circunferencia? El cierre incluye una breve actividad de escritura en la que los estudiantes redactan con sus propias palabras la conceptualización de los dos tipos de ángulos en la circunferencia.

Materiales

Indicadores de evaluación

• Circunferencias movibles • Hojas de trabajo	• Identifica y justifica la diferencia entre círculo y circunferencia a través de sus representaciones gráficas. • Identifica la diferencia entre un ángulo central y uno inscrito • Utiliza argumentos lógicos y lenguaje geométrico para validar o invalidar las respuestas durante la puesta en común. • Reconoce contraejemplos e identifica ángulos que no cumplen con las propiedades necesarias para ser considerados centrales o inscritos.
Subdominios del MTSK	1. KoT-Conocimiento del Contenido • Conceptos, definiciones, propiedades 2. KSM-Conocimiento de la Estructura de las Matemáticas • Relación entre temas 3. KPM: Conocimiento de la Práctica Matemática • Argumentar, justificar, demostrar 4. KMT-Conocimiento de la Enseñanza de las Matemáticas • Estrategias didácticas • Diseño de actividades 5. KFLM-Conocimiento del Aprendizaje de las Matemáticas • Errores comunes • Dificultades • Ideas previas 6. KMLS-Conocimiento de los Estándares de Aprendizaje • Plan de estudios • Aprendizajes esperados

DESARROLLO DE LA SECUENCIA DIDÁCTICA		
Plan de clase 2/7	Intención didáctica: Que los estudiantes reconozcan ángulos inscritos y centrales en una circunferencia y las líneas notables que los componen, a partir de representaciones.	Fecha: 22/04/2026
MOMENTO	Actividades/orientaciones didácticas	

INICIO

Verbalización: La sesión iniciará mostrando a los estudiantes un material visual y se les pedirá que mencionen cuál representa un círculo y cuál una circunferencia justificando sus respuestas, a fin de reafirmar los conceptos de estos objetos geométricos. Enseguida se les hará entrega de la actividad denominada “Entre líneas, ángulos y circunferencias”. Para la verbalización, se hará lectura en voz alta con la participación de algunos estudiantes. Una vez leída, se procederá a cuestionar a un integrante de cada equipo para que reformule el contenido de la actividad a fin de identificar la comprensión de esta.

DESARROLLO

Resolución del problema: Posteriormente, se brindará un tiempo de 10 minutos para que los estudiantes resuelvan la actividad en equipos. En este momento monitorearé cada uno de los equipos para identificar sus estrategias de solución, o para despejar dudas o atender a las dificultades que presenten.

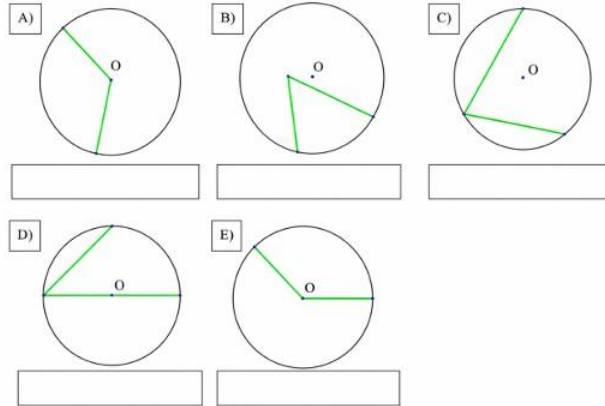
Una primera dificultad puede ser que los estudiantes no reconozcan el tipo de ángulo en la opción B (contraejemplo) o que piensen que es un ángulo central, ante esta situación preguntaré ¿qué características tienen los ángulos centrales?, ¿cumple con esas características? A fin de que se den cuenta de que no corresponde con alguno de los dos tipos de ángulos vistos en la sesión anterior. En caso de que los estudiantes no recuerden el nombre de los dos tipos de ángulos, se preguntará al grupo en general. En la segunda parte de la actividad es posible que confundan o no recuerden la diferencia entre radio y cuerda, para ello, me apoyaré en la respuesta que los estudiantes escriban para señalar las características del radio (línea conocida por la mayoría) y que con base en estas puedan diferenciar las cuerdas.

Es posible que los estudiantes señalen que el diámetro es el doble del radio, si sucede esto, se les preguntará si en ángulo A se representa el diámetro con la finalidad de que argumenten sus respuestas y lleguen a la conclusión de que el diámetro es la línea recta (cuerda) que une dos puntos de la circunferencia y que siempre pasa por el centro de esta.

En la última pregunta, puede ser que señalen que si es posible formar un ángulo con dos diámetros e inclusive lo tracen. Ante esta situación les pediré que me digan la medida del ángulo (aproximadamente) o que verifiquen la medida de los “diámetros” con su regla.

Consigna 1. En equipo y trabajando de manera colaborativa, resuelvan lo siguiente.

Luis no alcanzó a realizar la tarea de matemáticas que le encargaron. Su hermano le ayudó a trazar los siguientes ángulos, pero le faltó escribir el tipo de ángulo trazado. Observa y analiza cada uno de los ángulos construidos en la circunferencia y escribe en el recuadro qué tipo de ángulo es.



Consigna 2. Completen las siguientes expresiones utilizando las palabras del recuadro.

radios, cuerdas

- Los lados de los ángulos de los círculos A y E están formados por dos _____
- Los lados de los ángulos que se muestran en las figuras C y D están formados por dos _____

Responde a las siguientes preguntas basándote en los ángulos anteriores:

- ¿En cuál figura el diámetro forma parte del ángulo? _____
- ¿Habrá un ángulo inscrito o central que esté formado por dos diámetros? _____ Justifiquen su respuesta
- ¿Qué indica la letra O? _____
- ¿Cuál es la diferencia entre cuerda y radio? _____

Puesta en común: Una vez culminado el tiempo de resolución, se procederá con la puesta en común. Se solicitará a un integrante de cada equipo que pase al pizarrón para anotar sus respuestas. Cuando estas sean visibles, se pedirá al grupo que observen las mismas y mencionen cuáles respuestas son iguales o diferentes. Se comenzará la explicación de uno de los equipos, mientras el grupo deberá prestar atención y validar o invalidar las respuestas con base en argumentos y uso de lenguaje geométrico, promoviendo la participación del estudiantado.

¿Qué indica la letra O? Es importante que en este momento se discuta la diferencia entre radio y cuerda para que se tenga mayor comprensión y claridad en torno a su conceptualización y representación.

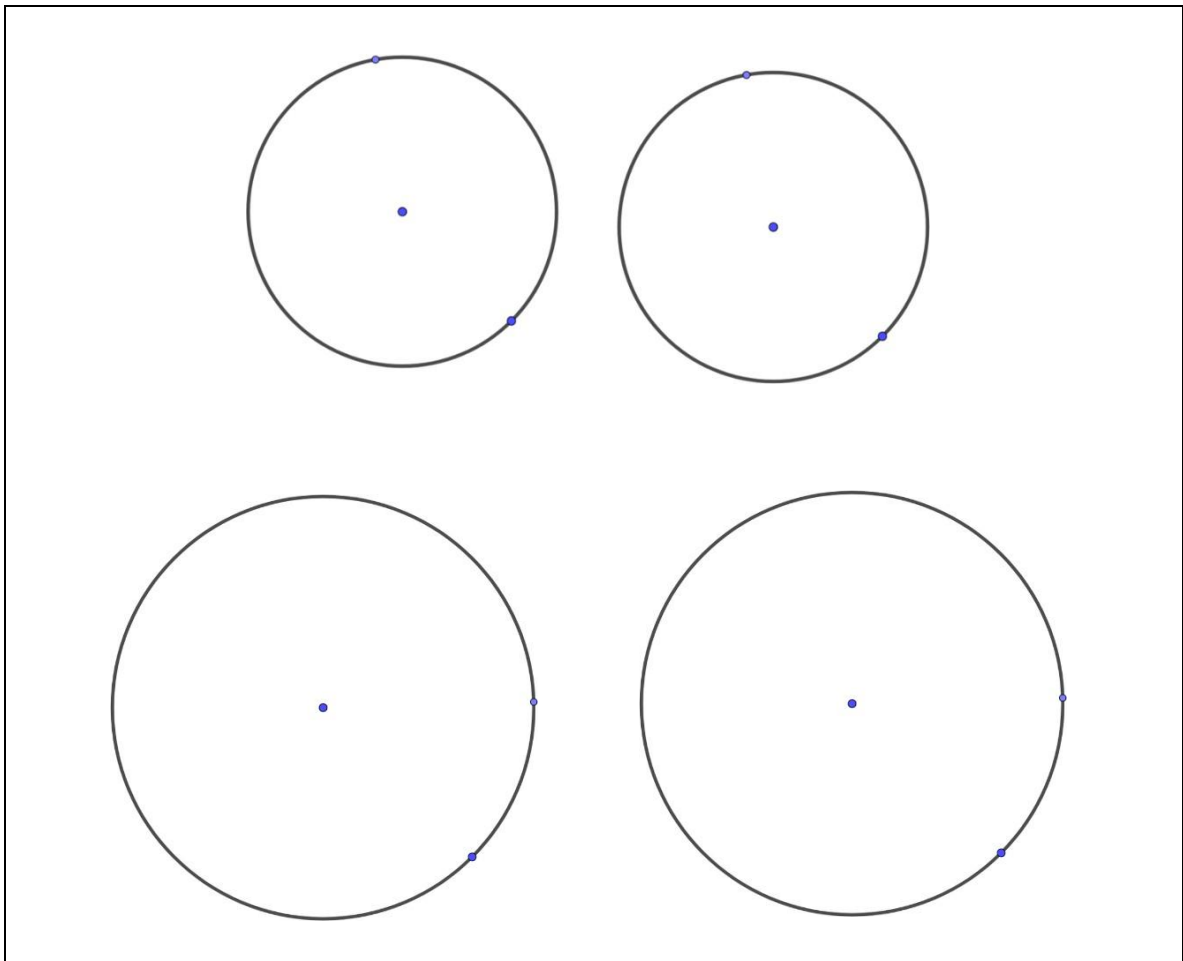
CIERRE

Institucionalización: A partir de las aportaciones realizadas por los estudiantes, se institucionalizarán las siguientes ideas geométricas:

- Una cuerda es Segmento que une dos puntos de la circunferencia

En el caso de los ángulos centrales, sus lados siempre coincidirán con los radios de la circunferencia y en el caso de los ángulos inscritos, sus lados coincidirán con dos cuerdas de la circunferencia.	
Materiales	Evaluación
Hojas de trabajo	- Identifica y justifica la diferencia entre círculo y circunferencia a través de sus representaciones gráficas. - Clasifica correctamente los ángulos como centrales o inscritos a partir de sus representaciones. - Reconoce líneas notables en los ángulos que se forman en una circunferencia (radio, cuerda y diámetro). - Utiliza argumentos lógicos y lenguaje geométrico para validar o invalidar las respuestas durante la puesta en común. - Reconoce contraejemplos e identifica ángulos que no cumplen con las propiedades necesarias para ser considerados centrales o inscritos.
Subdominios del MTSK	KoT-Conocimiento del Contenido - Conceptos, definiciones, propiedades KSM-Conocimiento de la Estructura de las Matemáticas - Relación entre temas KPM: Conocimiento de la Práctica Matemática - Argumentar, justificar, demostrar KMT-Conocimiento de la Enseñanza de las Matemáticas - Estrategias didácticas - Diseño de actividades - Contraejemplos KFLM-Conocimiento del Aprendizaje de las Matemáticas - Errores comunes - Dificultades - Ideas previas KMLS-Conocimiento de los Estándares de Aprendizaje - Plan de estudios - Aprendizajes esperados - Secuencia de contenidos

DESARROLLO DE LA SECUENCIA DIDÁCTICA		
Plan de clase 3/7	Intención didáctica: Que el estudiantado infiera de manera intuitiva, mediante material manipulable, la relación entre un ángulo central y un ángulo inscrito en una circunferencia cuando comparten el mismo arco.	Fecha: 23/04/2026
MOMENTO	Actividades/orientaciones didácticas	
INICIO		
Verbalización: Iniciaré la sesión con una actividad breve para retroalimentar algunos conocimientos que se han revisado hasta el momento en torno a las líneas notables y ángulos (central e inscrito) en la circunferencia. Se expondrán en el pizarrón diferentes circunferencias donde se representen las líneas notables como el radio, diámetro, cuerda y arco, así como el ángulo central e inscrito. La dinámica consistirá en preguntar de forma directa a algunos y algunas estudiantes sobre cuál es la línea o tipo de ángulo que se estará representando en cada caso, y con base en sus respuestas se retroalimentará con la participación del grupo. Se aprovechará la dinámica para incorporar un ejemplo de arco para que se conceptualice, dado que será relevante para la actividad de esta sesión. Para esta sesión, el trabajo se realizará en binas. Se proporcionará la actividad “Trazando, recortando y pegando para descubrir la relación entre ángulos” y para llevar a cabo la verbalización, se indicará a los estudiantes que lean la consigna de manera individual en un minuto. Luego, pediré que volteen sus hojas y cuestionaré a algunos estudiantes para que reformulen con sus propias palabras la consigna, a fin de verificar su comprensión. Consigna 1: De manera individual, usando los dos círculos del mismo tamaño que se te proporcionan, realiza lo siguiente. En el primero de ellos, traza un ángulo central que coincida con el arco que está marcado. En el segundo círculo, traza un ángulo inscrito que también coincida con el mismo arco. Una vez trazados, recorta cada ángulo. Ya que tengas los dos ángulos recortados, sobreponlos de manera que coincidan sus vértices y uno de sus lados, y pégalos en tu libreta. Haz lo mismo con los otros pares de círculos. Ahora observa los ángulos que pegaste y escribe qué relación encuentras entre cada par de ángulos.		



DESARROLLO

Resolución del problema: Se proporcionará a los estudiantes el primer par de círculos para que realicen la actividad. Conforme avancen se les brindarán los demás círculos. Se les otorgará el tiempo necesario para que los estudiantes trabajen de manera individual. Durante este lapso me dedicaré a monitorear cada bina, mi intervención como mediador se centrará en asegurar que, en cada círculo, tanto el ángulo central como el inscrito coincidan en el mismo arco sombreado.

Una dificultad podría ser que algunos estudiantes no recuerden las características de un ángulo central y uno inscrito. Ante esta situación, preguntaré al compañero de la bina cuál es la diferencia entre ambos ángulos. Si la dificultad se presenta en la mayoría del grupo, entonces preguntaré de forma general. Otra dificultad puede ser que tracen los ángulos sin que sus lados coincidan con la abertura del arco dado, si esto sucede, se les cuestionará si sus ángulos cumplen con la condición de que coincidan con dicho arco, a fin de que se den cuenta de ello y puedan rectificar.

común podría ser la imprecisión en el recorte o el trazo; ante esto, preguntaré: *“¿Qué sucede si colocas el vértice del ángulo inscrito justo sobre el vértice del central mientras ambos tocan los extremos del arco?”*. Se espera que, mediante la manipulación física, los alumnos comiencen a notar de forma intuitiva que el ángulo central es notablemente más "grande" que el inscrito.

Puesta en común: Una vez que la mayoría haya realizado la comparación en sus pares de ángulos, se abrirá el espacio para socializar los hallazgos. Invitaré a representantes de la mayoría de las binas para que compartan sus conclusiones respondiendo a la pregunta de la consigna: *“¿Encuentras alguna relación entre ambos ángulos? ¿Cuál?”*.

Del mismo modo, se aprovechará para cuestionar sobre ¿cómo podrían comprobar que la conclusión mencionada por una de las binas es válida o no?, a fin de promover la participación y discusión activa. Será importante contar con material a escala para que un estudiante realice la comprobación al frente del grupo.

Es fundamental que en este momento se contraste si la relación se mantiene sin importar que los radios de los círculos sean diferentes, para ello preguntaré: *“¿El tamaño del círculo cambió la relación que encontraron entre los ángulos?”*. Los alumnos deberán validar sus respuestas mostrando sus recortes y explicando cómo el ángulo central parece "caber" dos veces dentro del espacio del inscrito o viceversa, utilizando sus propios términos antes de pasar a la formalización.

CIERRE

Institucionalización: Finalmente, a partir de las evidencias obtenidas por los alumnos en sus trazos y recortes, se formalizarán las siguientes ideas geométricas:

- El arco de una circunferencia está comprendido entre dos puntos.
- Cuando un ángulo central y un ángulo inscrito comparten el mismo arco, el ángulo central es el doble de la del ángulo inscrito (o el inscrito es la mitad del central).

Para cerrar la sesión pediré a los estudiantes que escriban lo que aprendieron en esta sesión, lo que les gustó y lo que aún no entienden bien.

Materiales	Evaluación
• Círculos recortables (diferentes medidas) con arco marcado.	• Conceptualiza lo que es el arco en una circunferencia. • Traza ángulos centrales e inscritos que comparten un mismo arco. • Determina la relación entre un ángulo central y uno inscrito cuando comparten un mismo arco en una circunferencia.

• Representaciones de líneas notables y ángulos. • Círculos a escala con ángulos marcados para la puesta en común.	
Subdominios del MTSK	1. KoT-Conocimiento del Contenido • Conceptos, definiciones, propiedades 2. KSM-Conocimiento de la Estructura de las Matemáticas • Relación entre temas 3. KPM: Conocimiento de la Práctica Matemática • Argumentar, justificar, demostrar 4. KMT-Conocimiento de la Enseñanza de las Matemáticas • Estrategias didácticas • Uso de materiales (Recortes) • Diseño de actividades • Contraejemplos 5.KFLM-Conocimiento del Aprendizaje de las Matemáticas • Errores comunes • Dificultades • Ideas previas 6.KMLS-Conocimiento de los Estándares de Aprendizaje • Plan de estudios • Aprendizajes esperados

DESARROLLO DE LA SECUENCIA DIDÁCTICA		
Plan de clase 4/7	Intención didáctica: Que el estudiantado determine la relación que existe entre la medida de un ángulo central y un ángulo inscrito en una circunferencia cuando comparten el mismo arco.	Fecha: 24/04/2026
MOMENTO	Actividades/orientaciones didácticas	
INICIO		

Iniciaré la sesión con una actividad breve para reafirmar el concepto de arco, se pedirá a un estudiante que recuerde la definición y luego se solicitará a cuatro estudiantes más que repitan el concepto. Luego se presentará un ángulo (en posición no prototípica, de 170°) en el pizarrón y se cuestionará al grupo: ¿alguien recuerda cómo se mide un ángulo usando el transportador?, en caso de que la respuesta sea afirmativa, me apoyaré en la explicación de un estudiante, en caso de que ninguno lo recuerde, entonces procederé a explicar la forma de medirlo. Para comprobar que comprendieron cómo medir, se requerirá de una participación para que se reafirme el proceso con otro ángulo.

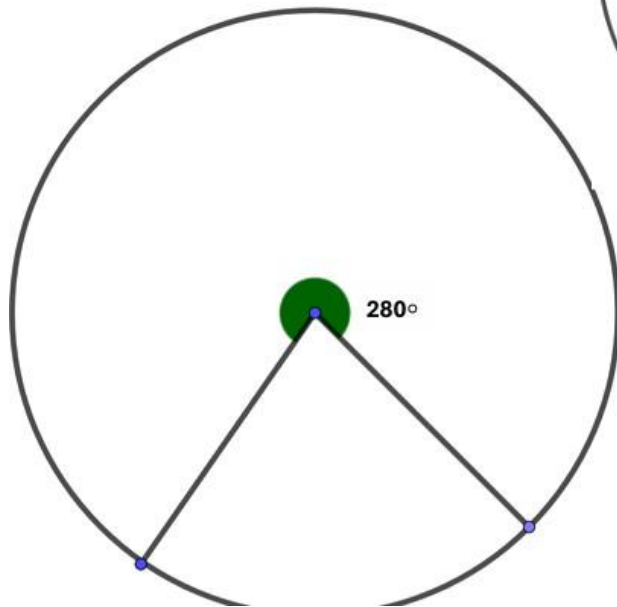
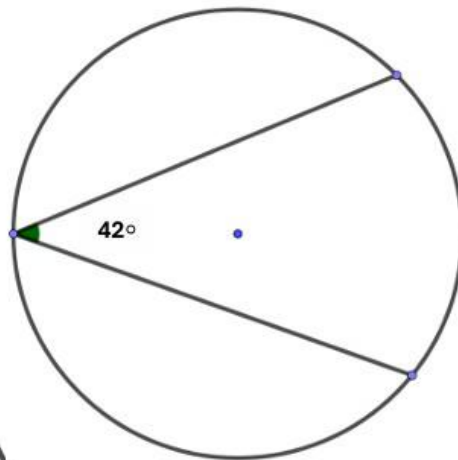
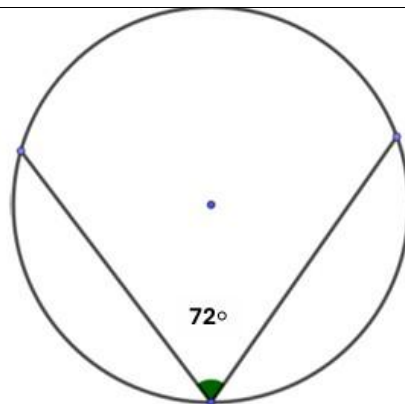
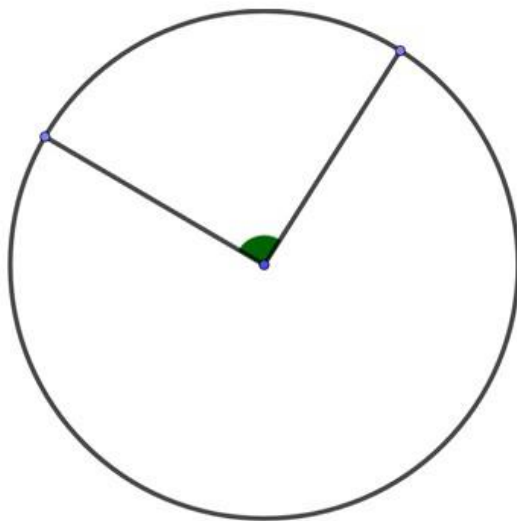
Para esta sesión, el trabajo se realizará en binas. Se proporcionará la actividad “El detective geométrico en busca de la relación entre las medidas de los ángulos”. Para llevar a cabo la verbalización, se indicará a los estudiantes que lean la consigna de manera individual por un minuto. Luego, pediré que volteen sus hojas y cuestionaré a algunos estudiantes para verificar su comprensión.

- ¿Qué tienen que realizar?
- ¿Cuántos ángulos se deben trazar en cada círculo?
- ¿Qué tipo de ángulos debe haber en cada círculo?
- ¿Qué deben compartir los dos ángulos que tracen en cada círculo?
- ¿Qué van a medir?
- ¿En dónde van a vaciar las medidas?
- ¿Qué preguntas deben responder una vez llenada la tabla?

El detective geométrico en busca de la relación entre las medidas de los ángulos.

Consigna: En binas y trabajando de manera colaborativa, realicen lo que se solicita.

Observa cada uno de los círculos que se muestran. En algunos de ellos está trazado el ángulo central y en otros, el ángulo inscrito. Traza el ángulo que hace falta (central o inscrito) en cada círculo, asegurándote que compartan el **mismo arco**. Luego, mide tanto el ángulo central como el inscrito de cada círculo y registra las medidas en la siguiente tabla.



Circulo	Medida del ángulo central	Medida del ángulo inscrito
1		
2		

	3			
	4			
a) De acuerdo con los resultados de la tabla, escribe qué relación existe entre ambas medidas de los ángulos. b) Si el radio del círculo es mayor o menor, ¿la relación que encuentre entre las medidas de los ángulos (central e inscrito) cambia?				
DESARROLLO Resolución del problema: Se proporcionará a los estudiantes los círculos con uno de los dos ángulos trazados (central o inscrito). Se les brindará un tiempo de 12 minutos para que realicen la actividad. Durante este lapso monitorearé cada bina para atender dificultades o dudas. Una posible dificultad puede ser que no reconozcan el tipo de ángulo que ya esté trazado en cada círculo. Si sucede esto, guiaré con preguntas como ¿qué ángulos hemos visto que se pueden trazar en un círculo?, ¿cuál es la diferencia entre el ángulo central y el inscrito?, de acuerdo con la representación ¿a cuál corresponde y por qué?, ¿entonces qué ángulo es el que vas a trazar?, ¿con qué debe de coincidir ese ángulo? Otra dificultad es que los ángulos que tracen no coincidan con el arco, para ello cuestionaré: ¿los dos ángulos cumplen con la condición de que se solicita en la actividad (que compartan el mismo arco)? Es posible que de igual manera exista estudiantes que en uno de los círculos no identifiquen la marca del ángulo y trace un ángulo ya sea inscrito o inverso con arco el arco mayor en lugar del menor o viceversa. Puesta en común: Una vez que las binas hayan completado su tabla de "El detective geométrico", se abrirá el espacio para socializar los hallazgos. Invitaré a representantes de distintas binas a anotar en el pizarrón sus resultados de al menos dos círculos diferentes para comparar las mediciones de todo el grupo. Dirigiré la discusión con las siguientes preguntas clave: • Observando los datos del pizarrón: ¿qué relación notan entre la medida del ángulo central y la del inscrito en cada caso? (Se busca que identifiquen patrones como "es el doble", "es la mitad" o "se aproxima a.."). • En el círculo 4, donde el radio era diferente, ¿se mantuvo la misma relación que en el círculo 1? Esto servirá para validar que la propiedad es independiente del tamaño del círculo. Si existen discrepancias por imprecisiones en el trazo o la medición con el transportador, preguntaré: <i>"¿A qué creen que se deba que en la otra bina el resultado sea exactamente el doble y en otras sea solo aproximado?"</i>. Promoveré que identifiquen el error de medición y, para comprobar la validez, utilizaré el				

material a escala (o un modelo dinámico) donde se pueda superponer físicamente el ángulo inscrito dentro del central. Aquí es vital cuestionar: "¿Cuántas veces cabe el espacio del ángulo inscrito dentro del ángulo central que comparte su mismo arco?". Los alumnos deberán notar que el inscrito cabe exactamente dos veces.

CIERRE

Institucionalización: A partir de las evidencias obtenidas en la tabla de mediciones y la manipulación del material, formalizaremos las siguientes ideas geométricas, asegurando que los estudiantes las registren en su cuaderno con el lenguaje técnico correcto:

- El Arco: Es la porción de la circunferencia limitada por dos puntos. En esta actividad, es la "abertura" que ambos ángulos comparten.
- Relación de Medida: Cuando un ángulo central y un ángulo inscrito subtienden (comparten) el mismo arco, se cumple siempre que:
 1. La medida del ángulo central es el doble de la medida del ángulo inscrito.
 2. O visto de forma inversa, la medida del ángulo inscrito es la mitad de la medida del ángulo central.

Materiales	Evaluación
• Círculos recortables (diferentes medidas) con arco marcado. • Representaciones de líneas notables y ángulos. • Círculos a escala con ángulos marcados para la puesta en común.	• Conceptualiza lo que es el arco en una circunferencia. • Traza ángulos centrales e inscritos que comparten un mismo arco. • Determina la relación entre un ángulo central y uno inscrito cuando comparten un mismo arco en una circunferencia.
Subdominios del MTSK	1. KoT-Conocimiento del Contenido • Conceptos, definiciones, propiedades 2. KSM-Conocimiento de la Estructura de las Matemáticas • Relación entre temas 3. KPM: Conocimiento de la Práctica Matemática • Argumentar, justificar, demostrar 4. KMT-Conocimiento de la Enseñanza de las Matemáticas

	• Estrategias didácticas • Uso de materiales (Transportador) • Diseño de actividades • Contraejemplos 5.KFLM-Conocimiento del Aprendizaje de las Matemáticas • Errores comunes • Dificultades • Ideas previas 6.KMLS-Conocimiento de los Estándares de Aprendizaje • Plan de estudios • Aprendizajes esperados
--	--

DESARROLLO DE LA SECUENCIA DIDÁCTICA		
Plan de clase 5/7	Intención didáctica: Construyan y comprueben geoméricamente la relación entre el ángulo central y el ángulo inscrito, específicamente en el caso de 180°	Fecha: 28/04/2026
MOMENTO	Actividades/orientaciones didácticas	
INICIO		
La sesión comenzará con una activación de conocimientos previos (5–6 minutos). Se escribirán en el pizarrón dos preguntas guía: • ¿Qué es un ángulo central? • ¿Qué es un ángulo inscrito? Se pedirá la participación de algunos estudiantes para que pasen a dibujar ejemplos en el pizarrón. A partir de sus aportaciones, se reforzarán las características principales de cada tipo de ángulo, especialmente: • vértice en el centro vs. vértice en la circunferencia • relación con el arco Posteriormente, se organizará al grupo en binas de trabajo. Se entregará la actividad titulada: “Construyendo relaciones geométricas”		

Consigna:

En binas, realicen la siguiente construcción:

1. Dibujen una circunferencia.
2. Tracen un diámetro (ángulo central de 180°).
3. Elijan un punto sobre la circunferencia distinto de los extremos del diámetro.
4. Formen un triángulo uniendo ese punto con los extremos del diámetro.
5. Midan los ángulos que se forman.
6. Respondan:
 - ¿Qué tipo de triángulo se formó?
 - ¿Cuánto mide el ángulo inscrito?
 - ¿Qué relación encuentras entre el ángulo central y el inscrito?

Para verificar la comprensión, se pedirá a algunos estudiantes que expliquen con sus palabras lo que deben hacer.

DESARROLLO

Resolución del problema:

Los estudiantes trabajarán en sus binas realizando la construcción con regla, compás (si se tiene) y transportador.

Durante el recorrido por el aula, se anticipan estas dificultades:

1. No logran construir correctamente el triángulo
 - Pregunta guía:
¿Dónde deben estar los puntos para que el ángulo sea inscrito?
2. No identifican que el ángulo central es de 180°
 - Se les pedirá observar el diámetro:
¿Qué tipo de ángulo forma una línea recta?
3. No reconocen que el triángulo es rectángulo
 - Se cuestionará:
¿Cuánto mide el ángulo que estás obteniendo? ¿A qué tipo de triángulo corresponde?
4. No establecen la relación
 - Se les guiará con:
Si el ángulo central mide 180° , ¿cuánto debería medir el inscrito?

No se validarán respuestas de inmediato; se les invitará a justificar con sus mediciones.

Puesta en común:

Se seleccionarán algunas binas:

- una con resultados correctos
- una con errores en medición
- una que identificó el triángulo rectángulo

Pasarán al pizarrón a explicar:

- cómo construyeron
- qué midieron
- qué concluyeron

Se promoverá el debate con preguntas como:

- ¿todos obtuvieron el mismo tipo de triángulo?
- ¿por qué siempre aparece un ángulo de 90° ?

El objetivo es que el grupo llegue a la idea sin que tú se la des directa.

CIERRE

Institucionalización:

A partir de lo trabajado, se formalizará:

- Cuando un ángulo central mide 180° , el ángulo inscrito que abarca el mismo arco mide 90° .
- El triángulo formado es **rectángulo**.
- Se confirma que: *El ángulo central es el doble del ángulo inscrito cuando ambos interceptan el mismo arco.*

Se puede cerrar con una pregunta:

- ¿Esto pasará siempre o solo en este caso? (para dejar idea abierta a generalización)

Materiales	Evaluación
• Círculos recortables (diferentes medidas) con arco marcado. • Representaciones de líneas notables y ángulos. • Círculos a escala con ángulos marcados para la puesta en común.	• Identifica correctamente ángulo central e inscrito • Reconoce que un diámetro determina un ángulo de 180° • Comprende que el ángulo inscrito mide la mitad • Explica por qué el triángulo es rectángulo • Justifica la relación entre los ángulos • Participa en la discusión con argumentos
Subdominios del MTSK	1. KoT-Conocimiento del Contenido • Conceptos, definiciones, propiedades 2. KPM: Conocimiento de la Práctica Matemática • Argumentar, justificar, demostrar 3. KMT-Conocimiento de la Enseñanza de las Matemáticas

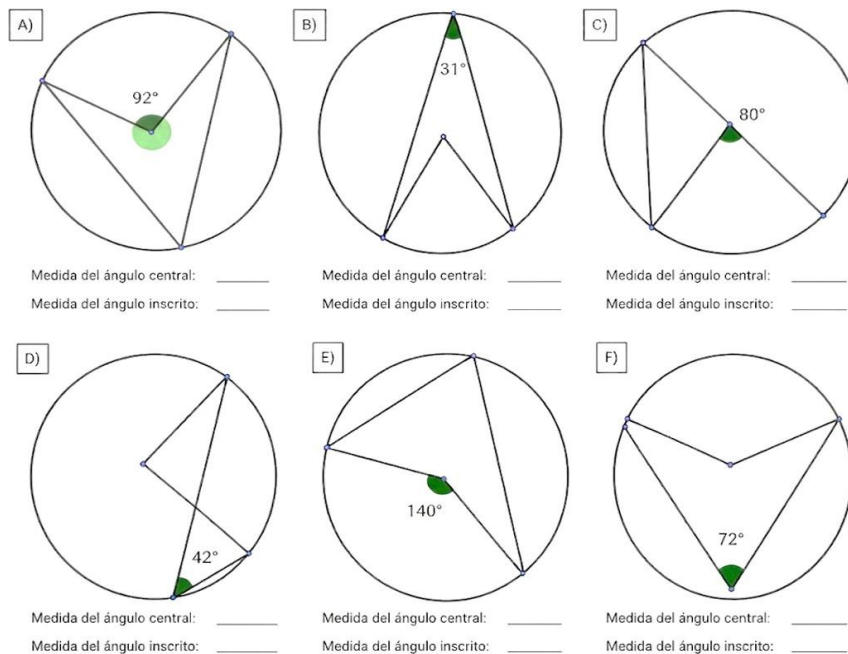
	• Estrategias didácticas • Uso de materiales (Regla y transportador) • Diseño de actividades 4.KFLM-Conocimiento del Aprendizaje de las Matemáticas • Errores comunes • Dificultades • Ideas previas 5.KMLS-Conocimiento de los Estándares de Aprendizaje • Plan de estudios • Aprendizajes esperados
--	--

DESARROLLO DE LA SECUENCIA DIDÁCTICA		
Plan de clase 6/7	Intención didáctica: Que el estudiantado calcule el valor de la medida faltante de un ángulo (central o inscrito) a partir de su representación.	Fecha: 27/04/2026
MOMENTO	Actividades/orientaciones didácticas	
INICIO		
La sesión dará comienzo con una dinámica (6 minutos) para repasar el lenguaje geométrico de términos que se han revisado durante la secuencia (arco, diámetro, radio, cuerda, círculo, circunferencia, ángulo central, ángulo inscrito). Se pedirá a varios estudiantes que pasen al pizarrón y anoten un término, luego se cuestionará al grupo sobre su conceptualización, esto se realizará hasta abarcar la mayoría de dichos términos.		

Para esta sesión, el trabajo se realizará en binas. Se proporcionará la actividad “desafío geométrico”. Para llevar a cabo la verbalización, se indicará a los estudiantes que lean la consigna de manera individual por un minuto. Luego, pediré que volteen sus hojas y requeriré de las participaciones de varios estudiantes para que reformulen la consigna y así verificar su comprensión.

“Desafío geométrico”

Consigna: Integrados en binas de trabajo analicen el siguiente problema y respondan lo que se les solicita: 1. Un diseñador está creando logotipos circulares y necesita asegurarse de que los ángulos cumplan ciertas proporciones. Analiza cada diseño y determina las medidas de los ángulos faltantes para validar si son correctos.



DESARROLLO

Resolución del problema: Se brindará un tiempo de 10 minutos para que los estudiantes resuelvan la actividad de manera autónoma con su respectivo compañero o compañera. Circularé por cada una de las binas para identificar si existe alguna dificultad o duda en la actividad. Una dificultad puede ser que los estudiantes no identifiquen cuáles son los ángulos que están marcados en cada representación, ante esto, les preguntaré ¿cuáles son las características de un ángulo central y uno inscrito?, una vez que las expresen, les pediré que me señalen cuál corresponde a cada uno en alguna de las representaciones de la actividad. Del mismo modo, cuestionaré, ¿cómo puedo calcular la medida del ángulo que hace falta?, ¿qué relación existe entre las medidas de ambos ángulos?

Es posible que no tengan dificultad en calcular las medidas de los ángulos cuya representación es prototípica. Sin embargo, en el caso de aquellas que no son prototípicas les guiaré pidiéndoles que remarquen con un color el ángulo central y luego que me señalen cuál sería el inscrito, para que puedan reconocerlos y calcular el valor. Otra duda podría ser la representación del contraejemplo, por tanto, les cuestionaré sobre las características que observan y qué condiciones se deben cumplir para calcular los valores de los ángulos, a fin de que se den cuenta de que no comparten el mismo arco, por tanto, no se aplica la propiedad.

También es posible que los estudiantes me pidan que les valide sus respuestas, por tanto, les insistiré en que analicen y pongan a prueba lo que han aprendido en las clases anteriores.

Puesta en común: Una vez agotado el tiempo para resolver, se requerirá de un integrante de cinco binas seleccionadas estratégicamente (que solamente hayan respondido algunos de los valores, otras que tengan algunas medidas erróneas y otros cuyos resultados sean correctos) para que pasen al pizarrón y anoten los resultados de las medidas que obtuvieron en cada caso. Al tener las respuestas escritas en el pizarrón se preguntará al grupo si hay alguna diferencia en los resultados o no. Se iniciará con la explicación de la bina que solo calculó alguno de los 6 casos. Después se aprovechará a la bina que tenga algún error, para que se pueda promover la participación del grupo y propiciar el debate matemático. En las explicaciones será importante contar con las imágenes de los ángulos en tamaño escala, para que puedan ser empleados por los estudiantes. Finalmente, se buscará que los estudiantes sean quienes validen o no los resultados.

CIERRE

Institucionalización: A partir de las respuestas y resultados expresados por los estudiantes en la puesta en común se acentuará lo siguiente.

Es importante identificar el ángulo central e inscrito en la circunferencia, en cada representación.

Calcular el valor de la medida del ángulo faltante con base en la medida del ángulo proporcionado.
Y de igual manera ubicar el arco que comparten ambos ángulos.

Materiales	Evaluación
• Círculos recortables (diferentes medidas) con arco marcado. • Representaciones de líneas notables y ángulos. • Círculos a escala con ángulos marcados para la puesta en común.	• Reconoce un ángulo central e inscrito en una misma circunferencia a partir de su representación. • Calcula la medida del ángulo (inscrito o central) faltante a partir de su representación. • Reconoce que la relación entre el ángulo central e inscrito solo se cumple cuando comparten el mismo arco.
Subdominios del MTSK	1. KoT-Conocimiento del Contenido • Conceptos, definiciones, propiedades 2. KPM: Conocimiento de la Práctica Matemática • Argumentar, justificar, demostrar 3. KMT-Conocimiento de la Enseñanza de las Matemáticas • Estrategias didácticas • Diseño de actividades • Contraejemplos 4. KFLM-Conocimiento del Aprendizaje de las Matemáticas • Errores comunes • Dificultades • Ideas previas 5. KMLS-Conocimiento de los Estándares de Aprendizaje • Plan de estudios • Aprendizajes esperados

Anexo F. Instrumento de las nuevas tareas geométricas para la evaluar la eficacia de la planeación.

Nombre: _____

Grado y grupo: _____

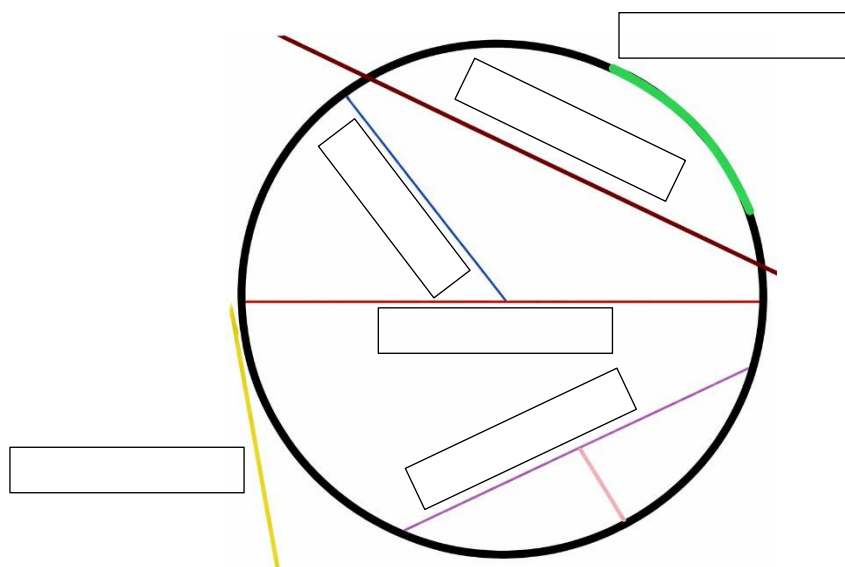
Instrucciones: Lee detenidamente cada una de las situaciones, luego analiza y responde lo que se solicita en cada caso con base en los conocimientos matemáticos que has aprendido hasta el momento.

1. Escribe con tus propias palabras la definición de los siguientes conceptos.

Círculo	Circunferencia

2. Observa y analiza las líneas que conforman la siguiente circunferencia. Luego escribe el nombre que corresponde a cada una de ellas, en los recuadros en blanco.

Líneas
Cuerda
Radio
Diametro
Arco
Secante
Tangente



3. Observa el ángulo en la imagen y selecciona el intervalo de la medida de su abertura. Subráyala.

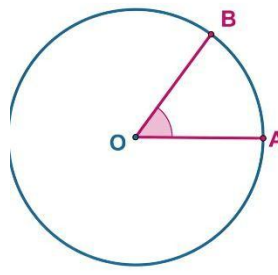
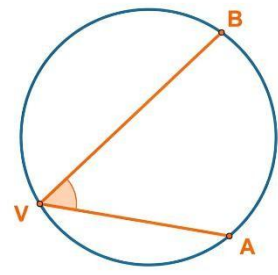
- A) Es mayor que 0° pero menor que 10°
- B) Es mayor que 10° pero menor que 30°
- C) Es mayor que 30° pero menor que 60°
- D) Es mayor que 60° pero menor que 90°



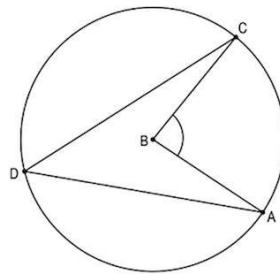
4. La maestra Esther les pide a 4 alumnos que definan correctamente la relación del centro y el radio de un círculo. ¿Cuál alumno contestó correctamente? Subraya la opción correcta.

- A) Cristian: El radio es la distancia del diámetro
- B) Nicol: El radio es la distancia desde el centro del círculo hasta el borde de un círculo.
- C) Rafael: El radio es la línea que va de un punto de la circunferencia a otro.
- D) Natalia: El radio es la curva que llega al punto central del círculo

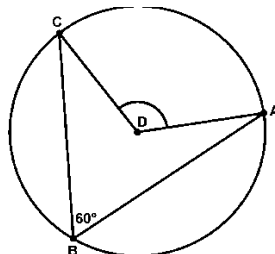
5. Observa los siguientes ángulos. Escribe debajo de los ángulos si se trata de un ángulo central o de un ángulo inscrito y después anota su concepto.

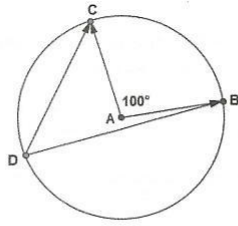
6. En la siguiente figura traza con color rojo el ángulo central y con azul el ángulo inscrito.



7. Observa la siguiente figura. ¿Cuánto mide el ángulo ADC?
- A) 120° B) 240° C) 30° D) 180°

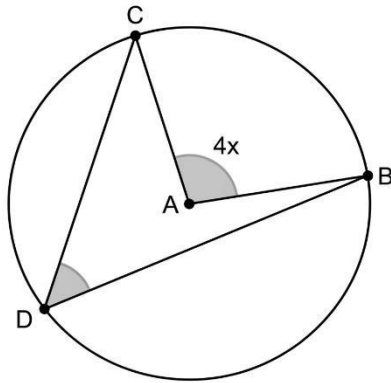


8. En la siguiente figura se observa que el ángulo BAC mide 100° ¿Cuánto mide el ángulo inscrito BDC?



- A) 30° B) 50° C) 60° D) 70°

9. Observa la figura ¿Cuánto mide el ángulo marcado como BDC?



- A) $\frac{x}{3}$
 B) x
 C) $\frac{x}{2}$
 D) $2x$