



BENEMÉRITA Y CENTENARIA ESCUELA NORMAL DEL ESTADO DE SAN LUIS POTOSÍ.

TITULO: Una propuesta para la construcción de los conocimientos funcionales de las razones trigonométricas

AUTOR: Alan Asael Ortiz Martínez

FECHA: 7/15/2026

PALABRAS CLAVE: Razones trigonométricas, Socioepistemología, Discurso matemático escolar, Argumentación, Práctica Social

**SECRETARÍA DE EDUCACIÓN DE GOBIERNO DEL ESTADO
SISTEMA EDUCATIVO ESTATAL REGULAR
DIRECCIÓN DE EDUCACIÓN
INSPECCIÓN DE EDUCACIÓN NORMAL**

**BENEMÉRITA Y CENTENARIA
ESCUELA NORMAL DEL ESTADO DE SAN LUIS POTOSÍ**

GENERACIÓN

2022



2026

**“UNA PROPUESTA PARA LA CONSTRUCCIÓN DE LOS CONOCIMIENTOS
FUNCIONALES DE LAS RAZONES TRIGONOMÉTRICAS.”**

TESIS

**QUE PARA OBTENER EL TÍTULO DE LICENCIADO EN EDUCACIÓN LICENCIATURA
EN ENSEÑANZA Y APRENDIZAJE DE LAS MATEMÁTICAS**

PRESENTA:

ALAN ASael ORTIZ MARTÍNEZ

ASESOR (A):

DRA. DIANA SARAIT GÓMEZ LEAL

SAN LUIS POTOSÍ, S.L.P.

JULIO 2026



**BENEMÉRITA Y CENTENARIA ESCUELA NORMAL DEL ESTADO DE SAN LUIS POTOSÍ
CENTRO DE INFORMACIÓN CIENTÍFICA Y TECNOLÓGICA**

**ACUERDO DE AUTORIZACIÓN PARA USO DE INFORMACIÓN DEL DOCUMENTO
RECEPCIONAL EN EL REPOSITORIO INSTITUCIONAL DE LA BECENE DE ACUERDO A LA
POLÍTICA DE PROPIEDAD INTELECTUAL**

**A quien corresponda.
PRESENTE. –**

Por medio del presente escrito ALAN ASael ORTIZ MARTÍNEZ
autorizo a la Benemérita y Centenaria Escuela Normal del Estado de San Luis Potosí, (BECENE) la
utilización de la obra Titulada:

**"UNA PROPUESTA PARA LA CONSTRUCCIÓN DE LOS CONOCIMIENTOS FUNCIONALES DE
LAS RAZONES TRIGONOMÉTRICAS."**

en la modalidad de: Tesis de Investigación

para obtener el

Título de LICENCIADO EN ENSEÑANZA Y APRENDIZAJE DE LAS MATEMÁTICAS.

en la generación 2022-2026 para su divulgación, y preservación en cualquier medio, incluido el
electrónico y como parte del Repositorio Institucional de Acceso Abierto de la BECENE con fines
educativos y Académicos, así como la difusión entre sus usuarios, profesores, estudiantes o terceras
personas, sin que pueda percibir ninguna retribución económica.

Por medio de este acuerdo deseo expresar que es una autorización voluntaria y gratuita y en
atención a lo señalado en los artículos 21 y 27 de Ley Federal del Derecho de Autor, la BECENE
cuenta con mi autorización para la utilización de la información antes señalada estableciendo que se
utilizará única y exclusivamente para los fines antes señalados.

La utilización de la información será durante el tiempo que sea pertinente bajo los términos de los
párrafos anteriores, finalmente manifiesto que cuento con las facultades y los derechos
correspondientes para otorgar la presente autorización, por ser de mi autoría la obra.

Por lo anterior deslindo a la BECENE de cualquier responsabilidad concerniente a lo establecido en
la presente autorización.

Para que así conste por mi libre voluntad firmo el presente.

En la Ciudad de San Luis Potosí, S.L.P. a los 07 días del mes de JULIO de 2026.

ATENTAMENTE.

ALAN ASael ORTIZ MARTÍNEZ

Nombre y Firma

AUTOR DUEÑO DE LOS DERECHOS PATRIMONIALES

Nicolás Zapata No. 200
Zona Centro, C.P. 78000
Tel y Fax: 01444 812-11-55
e-mail: cicyt@beceneslp.edu.mx
www.beceneslp.edu.mx



BECENE-SA-DSE-RT-PO-01-05

Revisión 2

Administrativa

Dictamen Aprobatorio del
Documento Recepcional

San Luis Potosí, S.L.P.; a 22 de Junio del 2026

Los que suscriben, tienen a bien

DICTAMINAR

que el(la) alumno(a): C. ORTIZ MARTINEZ ALAN ASael
De la Generación: 2022 - 2026

concluyó en forma satisfactoria y conforme a las indicaciones señaladas en el Documento Recepcional en la modalidad de () Ensayo Pedagógico, () Informe de Prácticas Profesionales, () Portafolio Temático, (X) Tesis de Investigación, () Tesina, () Portafolio de Evidencias.

Titulado:

UNA PROPUESTA PARA LA CONSTRUCCIÓN DE LOS CONOCIMIENTOS FUNCIONALES DE LAS RAZONES TRIGONOMÉTRICAS.

Por lo anterior, se determina que reúne los requisitos para proceder a sustentar el Examen Profesional que establecen las normas correspondientes, con el propósito de obtener el Título de Licenciado(a) en ENSEÑANZA Y APRENDIZAJE DE LAS MATEMÁTICAS

ATENTAMENTE COMISIÓN DE TITULACIÓN

DIRECTORA ACADÉMICA

MTRA. VIANEY COVARRUBIAS SERVANTES



DIRECTORA DE SERVICIOS ADMINISTRATIVOS

SECRETARÍA DE EDUCACIÓN
SISTEMA EDUCATIVO ESTATAL REGULAR
BENEMÉRITA Y CENTENARIA
ESCUELA NORMAL DEL ESTADO
SAN LUIS POTOSÍ, S.L.P.

MTRA. FÁTIMA GUADALUPE FABIÁN VANEGAS

RESPONSABLE DE TITULACIÓN

MTR. GERARDO JAVIER GUÉL CABRERA

ASESOR DEL DOCUMENTO RECEPCIONAL

DRA. DIANA SARAIT GÓMEZ LEAL



Agradecimientos.

El presente documento y todo lo hecho a lo largo de mi carrera estudiantil en BECENE no fue un esfuerzo en solitario, siempre tuve el apoyo de diferentes personas que indirecta o directamente ayudaron a que todo esto se pudiera lograr.

Quiero empezar agradeciendo a BECENE por las experiencias vividas, donde me permitió crecer como persona y como estudiante, a mis maestros que me dieron la oportunidad de aprender de ellos, en específico a mi asesora la Doctora Diana Sarait Gómez Leal quien fue una pieza fundamental para mi crecimiento académico brindándome la oportunidad de asistir a un congreso de matemática educativa y ampliando mi visión sobre la enseñanza de las matemáticas, gracias doctora por compartir todo su conocimiento y experiencia conmigo.

A todas las escuelas de práctica, a cada uno de mis maestros titulares y a todos los alumnos con los que tuve la dicha de trabajar, agradecerles porque fueron la más grande fuente de aprendizaje estos años, con ustedes experimenté días buenos y malos pero que siempre me ayudaban a crecer y buscar ser un mejor maestro.

Agradecer a mis dos compañeros inseparables Manuel y Dani que siempre estuvieron a mi lado, con quienes prácticamente viví toda esta etapa, fueron un pilar para mí, agradezco mucho que me enseñaron perspectivas de las cosas muy diferentes a las que yo tengo y aprendí demasiado de ustedes dos.

A mi equipo de handball que fueron de gran apoyo cuando me sentía agobiado por la escuela, siempre me hicieron sentir como en familia y me ayudaron a sacar mis frustraciones, disfruté estos tres años con ustedes, llenos de competencias y diversión.

A mi mejor amiga Ana que si bien no estábamos en la misma escuela y ya no nos frecuentamos tanto, siempre ha estado conmigo apoyándome, enseñándome y creciendo juntos, me alegra bastante verte cumplir tus metas y que tú veas cómo cumplo las mías, gracias porque desde hace mucho tiempo estás conmigo y me has ayudado a ser una mejor versión de mí.

Finalmente, a mi familia, a mis tías que compartieron sus experiencias como docentes conmigo y que siempre me brindaron todo su apoyo, a mi abuela que desde siempre ha estado al pendiente de mí, a mis papás que son ejemplo de vida para mí y de los que sigo aprendiendo día a día, y a mis hermanos gracias por todo su apoyo.

Gracias a todos. Esto es un logro que sin ustedes jamás hubiera conseguido.

Índice	
Introducción.....	6
I. Planteamiento del problema.	12
1.1. Problemática.	12
1.2. Pregunta de Investigación.	15
1.3. Objetivos.	15
1.3.1. Objetivo general	15
1.3.2. Objetivos específicos.....	15
1.4. Justificación	17
1.5. Marco Contextual.....	19
1.5.1. Contexto grupal	21
1.6. Antecedentes	22
1.6.1. Razones Trigonométricas.	22
1.6.2. Razones trigonométricas vistas desde la socioepistemología.	24
II. Marco Teórico.....	27
2.1. La Teoría Socioepistemológica de la Matemática Educativa.	27
2.2. Modelación.	29
2.3. Epistemología de las razones trigonométricas.	31
2.4. Argumentos.....	38
III Metodología.....	39
3.1. Enfoque cualitativo.	39
3.2. Método: Estudio de Caso	41
3.3. Entrevista semiestructurada	42
3.4. Sistematización de los argumentos.	44
3.5. Ruta metodológica.	45
III. Análisis de argumentos previos.....	46
V. Plan de acción.	61
VI Análisis de resultados.....	70
VII Conclusión.	93
7.1. Alcances y Limitaciones.	94
Referencias	97
Anexos.....	102

Introducción.

Un reto recurrente en la educación matemática es que los alumnos no conocen para qué les va a servir o en qué momento podrán utilizar las matemáticas en situaciones reales, Ávila Carranza et al. (2025) mencionan que tradicionalmente las matemáticas se perciben por los alumnos como lejanas y abstractas a su realidad lo que genera desinterés y dificultades en el aprendizaje, esta es una de las principales razones para escribir este documento.

Para trabajar esto se decidió usar la socioepistemología una teoría que faculta la resignificación del conocimiento y funcionalidad al basarnos en prácticas sociales que para Camacho (2006):

Se refiere a la actividad del ser humano sobre el medio en el que se desenvuelve. A través de las prácticas sociales el hombre da sentido a los problemas fundamentales de la ciencia, sometiéndolos a las complejas relaciones entre ellos y su entorno. (p. 133)

Esto es importante porque se trabajan gradualmente dos puntos muy importantes con las actividades se construyen bases que ayuden a la conceptualización del conocimiento y se le da respuesta a la pregunta ¿para qué me va a servir? Lo que ayudará a los alumnos a darle un sentido propio al conocimiento.

Al centrarse en los alumnos la presente investigación tiene como propósito analizar los argumentos contruidos por los estudiantes, los cuales desde la socioepistemología según Crespo y Farfán (2005) se entienden como “un recurso de validación de resultados en matemáticas que se logra a través de una construcción sociocultural.” (p. 287) por lo que se

decidió usar una metodología cualitativa que nos permite analizar todo desde la visión de la socioepistemología.

La presente investigación se desarrolla en la Escuela Secundaria General Potosinos Ilustres, ubicada en la colonia Balcones del Valle, este territorio se caracteriza por ser un entorno urbano, con comercios, grandes áreas verdes y diferentes servicios que forman parte de la vida cotidiana de los estudiantes. A pesar de contar con toda esta riqueza espacial y visual donde las rampas, las estructuras y las sombras que se forman en las áreas verdes y edificios representan escenarios idóneos para realizar mediciones las actividades escolares relacionadas con las razones trigonométricas suelen presentarse mediante ejercicios descontextualizados, lo cual puede llegar a dificultar vincular el conocimiento y los fenómenos presentes en su entorno inmediato.

Por lo que resulta pertinente analizar propuestas que favorezcan la construcción de significados a partir de las prácticas sociales vinculadas con todo el contexto anteriormente mencionado, aprovechando estas situaciones para modelar situaciones de su realidad, transformando el espacio comunitario en una herramienta que dote de significado funcional al saber trigonométrico.

Con base en lo anterior, se propone un estudio de caso cualitativo cuyo propósito es analizar el desarrollo y el alcance de una secuencia didáctica basada en la Teoría Socioepistemológica. La importancia de investigar este momento escolar radica en que representa el primer acercamiento formal de los estudiantes al tema de las razones trigonométricas. A nivel general, la educación secundaria se enfrenta a la problemática de que estos contenidos se enseñan habitualmente mediante fórmulas y ejercicios descontextualizados, lo que dificulta que los alumnos encuentren un sentido real al

conocimiento. Por lo tanto, resulta de gran valor analizar cómo surgen y se transforman los argumentos de los estudiantes cuando se les permite dar significado a las matemáticas a través de las prácticas sociales y la interacción con su entorno. Así, el presente estudio busca aportar elementos teóricos para comprender cómo se construye y resignifica el conocimiento; para lograrlo, se toma como escenario empírico de recolección de datos la experiencia obtenida durante las jornadas de práctica en la Escuela Secundaria General Potosinos Ilustres, utilizando este espacio local para entender un fenómeno común en la enseñanza de las matemáticas.

Este trabajo de investigación se divide en los siguientes capítulos:

Capítulo I: Planteamiento del problema. En este capítulo se aborda primeramente en la problemática donde se desarrolla y se delimitan las características de lo que se pretende estudiar y si realmente el tema vale la pena, en la justificación se analizan los motivos por los que el tema de razones trigonométricas es de interés, se habló al respecto de puntos clave que nos indican que esta situación es relevante para los docentes investigadores y la matemática educativa.

Partiendo de estas reflexiones se construye el objetivo y las preguntas de investigación intentando atacar y analizar los puntos de referencia que se creen importantes para la problemática.

En este mismo capítulo podemos encontrar el marco contextual del grupo donde se describe brevemente lo que es la escuela su infraestructura, entorno, características y qué herramientas se van a poder usar al momento de generar el plan de acción, además, se hizo

una descripción general del grupo identificando características y comportamientos lo que va a permitir describir mejor cómo reacciona el grupo de acuerdo con lo que se vaya trabajando.

Por último, tenemos los antecedentes que sirven como soporte al trabajo tomando referencias de lo que ya se ha hecho, que aspectos se pueden fortalecer y cuáles se pueden replantearse, de igual manera permite hacer un recuento de lo que ya se ha hecho y qué cosas pueden hacerse para innovar y abonar al conocimiento ya existente.

Capítulo II: Marco teórico. Se divide en 3 partes muy importantes para la investigación, primeramente, la socioepistemología que serán los lentes con lo que se analizarán el actuar del alumno al momento de construir su conocimiento, también será un apoyo al proponer un rediseño del discurso matemático escolar buscando una resignificación del concepto de razón trigonométrica a partir de las prácticas sociales.

En la siguiente parte tenemos la modelación que se puede ver reflejada desde la socioepistemología al momento de proponer prácticas sociales para llegar al conocimiento, como tal no forma parte de la socioepistemología, pero si va a contribuir al diseño de las actividades que sean reales y significativas para el alumno.

Y finalmente la epistemología de las razones trigonométricas que servirá para de la mano con la modelación proponer actividades reales y que ayuden progresivamente a la construcción del conocimiento, se debe observar cómo las civilizaciones antiguas fueron realizando diferentes actividades dentro de su contexto que los llevó a la razón trigonométrica, para, con ayuda de la modelación intentar emular estas actividades y crear actividades que generen saberes funcionales.

El Capítulo III: Metodología donde se describe el enfoque cualitativo, el método de estudio de caso y la herramienta de recolección de datos de la entrevista semiestructurada que nos va a permitir desarrollar toda la investigación, además de argumentar porque se usaron esta metodología, que aportaron a la investigación y porque se cree que son más convenientes.

Capítulo IV: Análisis de argumentos previos. Se presenta lo que es el examen diagnóstico junto con los resultados obtenidos al momento de aplicarlo, así como un pequeño análisis de las deducciones o indicios de interpretaciones a las que podemos llegar, de acuerdo a lo que los alumnos contestaron, además de permitir observar cómo relacionan unos conceptos con otros ya que las preguntas se conectan entre sí y revelan ideas más completas de en qué nivel se encuentra el grupo con respecto al tema, sus fortalezas y debilidades.

Capítulo V: Plan de acción. Donde se desglosa toda la secuencia didáctica diseñada a partir del marco teórico, es una vista general de cómo se conecta una sesión con otra para de manera gradual par que se vaya construyendo el concepto de razón trigonométrica, todo esto con el fin de obtener la mayor cantidad de datos que permitan comprobar nuestro objetivo.

Capítulo VI: Análisis de resultados. Descripción detallada de lo que pasó en clase, cómo se realizaron cada una de las sesiones del plan de acción y como fueron las experiencias del alumno al trabajar de diferente manera desde una perspectiva diferente además se incluye las reflexiones del investigador cómo se relaciona lo que hicieron y dijeron los alumnos con la teoría que se está trabajando.

Capítulo VII: Conclusiones. Este apartado incluye lo que se alcanzó con la investigación los hallazgos más relevantes, lo que abona al estado del conocimiento, así como las futuras vetas de investigación que abre el estudio, así como también se analiza los obstáculos o limitaciones que hubo en la investigación y que cosas se pueden mejorar para futuros trabajos.

I. Planteamiento del problema.

1.1. Problemática.

Uno de los contenidos que se trabajan dentro de los planes y programas de estudio de educación secundaria es el tema de razones trigonométricas el cual representa un reto importante para el docente al momento de abordarlo ya que, según Gur (2009) para los alumnos la trigonometría representa un área de las matemáticas más difícil y abstracta a comparación de otras. y que los estudiantes comprendan cuál es la utilidad de este conocimiento o qué aplicaciones tiene en otras ciencias puede ayudar a resolver estas complicaciones con esta parte de las matemáticas.

Soto y Cantoral (2014) hablan del discurso matemático escolar el cual según los autores nos hace ver a las matemáticas como una ciencia ya acabada donde el conocimiento únicamente puede ser adquirido y no construido por los estudiantes esto ha generado una exclusión hacia alumnos y profesores al no permitirles generar su propio conocimiento, esto podría llevar la insignificancia del contenido para el alumno ya que solo se le dan mecanismos y procesos ya terminados que él no comprende de dónde salieron o para qué surgieron.

Por esta razón se hace una crítica al discurso matemático escolar y se busca un cambio radical presentando una propuesta desde la socioepistemología buscando explicar cómo se aprende y cómo se enseña desde esta postura teórica y deja como líneas futuras de investigación el atender las necesidades específicas de cada región de cada país.

Una de las maneras en la que se manifiesta el discurso matemático escolar es en los libros de texto ya que con frecuencia orientan el desarrollo de las clases, deciden cómo se

ven los temas, cuales ejercicios se van a hacer en las clases. Si bien, es importante analizar cómo los libros de texto influyen en las clases, para fines de esta investigación solo se tomarán en cuenta como un reflejo de las acciones en el aula por parte del profesor. En ese sentido los libros de textos se convierten en una herramienta de reproducción del discurso matemático escolar, según Montiel y Jácome (2014) “Es común que en el dibujo que representa la situación a medir se sobrepongan los triángulos con las distancias conocidas, y esto permite elegir, con base en la memorización, la relación trigonométrica a utilizar” (p.1212). Lo cual sugiere que no existe una relación clara entre el problema y situación del contexto ya que el alumno como tal no evalúa la situación al resolverlo solo evalúa el triángulo y a partir de ello decide qué razón utilizar para resolverlo, desde la perspectiva de esta investigación esta situación puede llegar a limitar las oportunidades para crear significados de las razones trigonométricas en contextos sociales.

En este contexto, se propone una alternativa para el abordaje de las razones trigonométricas, buscando darle una perspectiva diferente a la que se le da actualmente y darle un uso al contenido, se busca que con esto el alumno además de facilitar el aprendizaje al llevarlo a la práctica también se le agregue un sentido al contenido al darle un uso ya que según Medina, Serpa y Ramírez (2022) nos mencionan que el constante cuestionamiento de los alumnos hacia la utilidad de lo que aprenden nos habla de una completa desconexión entre el contenido y su aplicación en la vida cotidiana.

Lo que se espera en esta investigación es cambiar la perspectiva que se tiene sobre las razones trigonométricas, dejar de verlo como algo ajeno a la vida cotidiana y sin sentido, y reconocer su carácter funcional en diferentes contextos, según Tuyub y Cantoral (2008) un saber funcional se entiende, no como un concepto abstracto o un proceso mecanizado que los

alumnos aprenden y replican en las aulas, sino más bien, como algo que ellos pueden ir deduciendo a partir de las prácticas, con esto se espera favorecer la comprensión de lo que pasa alrededor. De esta manera, se busca ampliar el estudio de este contenido matemático más allá de la aplicación de procedimientos y fórmulas, considerando que las razones trigonométricas han sido empleadas históricamente en campos como la astronomía, la navegación, la ingeniería y la arquitectura.

El hecho de que la trigonometría esté tan inmersa en otras ciencias y en diversos fenómenos naturales las vuelve ideales para trabajar de manera interdisciplinaria, que según Grisolia (2016) la interdisciplinariedad es la convergencia de varias ciencias que trabajan un mismo objeto; en este caso las razones trigonométricas, esto hace que las ciencias se vinculan de diferentes formas, para lograr resolver un problema que sobrepasa los límites de una rama del campo científico. Esta situación favorece al diseño de situaciones de modelación en contextos reales,

Lo cual se alinea con el plan de estudios de educación básica que según la SEP (2022) nos menciona que una de las finalidades del campo de Saberes y Pensamiento Científico es

“El acercamiento a los conocimientos científicos y tecnológicos tomando en cuenta que son resultado de actividades humanas interdependientes desarrolladas en un contexto específico, que están en permanente cambio, con alcances y limitaciones, y se emplean según la cultura y las necesidades de la sociedad” (p. 144).

Por lo anterior mencionando es que esta situación representa una problemática importante porque no solo se trata del alumno, el profesor o los planes y programas sino que

engloba a estos tres entes que forman parte de la educación, como ya se mencionó el discurso matemático escolar actual carece de funcionalidad para el alumno lo que se busca en esta propuesta es ver como el rediseño de este discurso impacta en el aula, analizar si un rediseño del discurso matemático escolar, fundamentado en la socioepistemología contribuye a la construcción de significados a conocimientos matemáticos a partir de prácticas sociales, sin repetir conceptos mecanizados que no tienen importancia para el alumno.

1.2. Pregunta de Investigación.

¿Cómo el rediseño del discurso matemático escolar transforma las características de los argumentos que emplean los alumnos de tercer grado de secundaria al construir el significado de las razones trigonométricas a partir de las prácticas sociales?

1.3. Objetivos.

1.3.1. Objetivo general

Analizar las características de los argumentos en los alumnos de tercer grado de secundaria mediante la aplicación de una secuencia didáctica basada en el rediseño del discurso matemático escolar, con el fin de reconocer los significados construidos en torno a las razones trigonométricas a partir de las prácticas sociales.

1.3.2. Objetivos específicos.

1. Analizar las características de los argumentos de los alumnos antes de trabajar las matemáticas a través de las prácticas sociales.
2. Análisis crítico, comparativo y reflexivo de diferentes documentos para articular la epistemológica de las razones trigonométricas que permita construir una secuencia didáctica enfocada en el rediseño del discurso matemático escolar.

3. Construir una secuencia didáctica usando de referencia la teoría de la socioepistemología, con actividades estrictamente relacionadas a la historia epistemológica de las razones trigonométricas.
4. Describir y clasificar los argumentos producidos por los alumnos durante la intervención.
5. Identificar las transformaciones de los argumentos de los alumnos durante el desarrollo del plan de acción.
6. Interpretar los significados asociados a las razones trigonométricas contruidos por los alumnos a partir de prácticas sociales.

Para cumplir con los presentes objetivos y responder a la pregunta de investigación planteada, se utilizará un enfoque cualitativo, a través de un estudio de caso debido a que se busca comprender e interpretar las características de los argumentos. El estudio de caso según Merriam (1988) citado en Latorre, del Rincón y Arnal (2003) permite realizar una densa y profunda descripción de fenómenos particulares, este diseño resulta pertinente porque posibilita examinar cómo se construyen los argumentos y significados asociados a dicho contenido a partir de prácticas sociales propuestas desde el rediseño del discurso matemático escolar.

1.4. Justificación

La trigonometría es una rama de las matemáticas la cual es trascendental dentro del desarrollo de las sociedades, desde las civilizaciones antiguas ha sido un punto fundamental para comprender diferentes fenómenos de la naturaleza los cuales permitieron a la sociedad entender su realidad y desarrollarse a lo largo de la historia como lo menciona Montiel (2005) la trigonometría nace de la astronomía y va formalizando sus conceptos hasta volverse parte fundamental de otras ciencias como lo es la química y física dándole explicaciones a fenómenos de movimiento, sonido y calor.

En la actualidad la trigonometría ha representado una gran área de investigación en la matemática educativa, según Montiel y Jácome (2014) en el estudio de esta rama de las matemáticas se han encontrado diversas dificultades que se pueden asociar a los conceptos involucrados en la trigonometría, además, de estos análisis se han abierto debates sobre cuál es la mejor manera de abordar dicho tema por lo que esta investigación aportará a dicho debate con una alternativa de cómo trabajar con este tema en el aula.

Ahora no solo es relevante el estudio de las razones trigonométricas para los docentes-investigadores también es importante para los estudiantes ya que posterior a su etapa en secundaria seguirán utilizando las razones trigonométricas en nivel preparatoria dándole uso en lo que es el cálculo al derivar e integrar razones trigonométricas, además de posibles usos en educación superior dependiendo del área en la que ellos quieran trabajar por lo que es importante que lleven unas bases sólidas del conocimiento.

No solo se busca favorecer al alumno si no también ayudar al docente en el uso de estrategias que ayuden a la comprensión del conocimiento, es brindarle al maestro una

alternativa de trabajar el tema y que estas estrategias puedan ser de ayuda para superar las barreras de aprendizaje que se presentan en la práctica docente.

Esto es una manera diferente de trabajar en clase llevando el contenido a diferentes partes ya sea en otras ciencias o llevarlo a la vida cotidiana del alumno a lo que él concibe como realidad, por lo que se espera que este trabajo aporte al conocimiento una nueva forma de darle sentido a las matemáticas para el alumno ya que los materiales que se usan en la actualidad carecen de funcionalidad para el alumno ya que según Cantoral, Montiel y Gasperini (2015) las tareas propuestas en los libros de texto carecen de la naturaleza de la relación entre ángulo y las longitudes de los lados de un triángulo rectángulo solo se prioriza la memorización y el mecanizar procesos esto revela una gran deficiencia en los libros de texto además de estas deficiencias también encontraron algunos errores en los términos que usan al trabajar el tema, al nombrar a las razones como funciones trigonométricas, lo cual no es lo mismo.

Al existir esta deficiencia en la funcionalidad para el alumno es lo que permite hablar de modelación matemática ya que según Gallegos, Vega y Guzman (2018) ambos conceptos tanto las razones trigonométricas como la modelación son consecuencia de buscar la matematización de problemas o fenómenos reales y entender su comportamiento, por lo que es necesario que los alumnos logren entender porque es necesario conocer el tema y se muestre un interés genuino y que existe una resignificación del contenido que sea posible analizar con base a los argumentos que utilizan al trabajar el tema.

El hecho de que las razones trigonométricas tengan tantas aplicaciones en diferentes ciencias nos habla de un punto muy importante lo que nos menciona la SEP (2022) dentro del perfil profesional de la Licenciatura de Enseñanza y Aprendizaje de las Matemáticas el

cual nos dice que el profesor debe de ser capaz de relacionar el conocimiento de las matemáticas con otras disciplinas y nos habla de un saber integral de la ciencia y junto con esto también se debe de relacionar con fenómenos de la vida cotidiana.

Se espera que esta investigación sirva como una guía para otros docentes que trabajan en escuelas con contextos similares y que solo se deben hacer adecuaciones de acuerdo a la realidad de los alumnos, además de que abone a las investigaciones previas mediante algunas conclusiones en común que se puedan llegar a tener o generar discusión entre puntos en contra además de ayudar a la detección de áreas de crecimiento y puntos importantes al momento de aplicar estas metodologías en las aulas.

Si bien, ya existen varias investigaciones de las dificultades de las razones trigonométricas y algunas otras donde se analiza el discurso matemático escolar, cobra especialmente relevancia estudiar lo que son los argumentos cuando se trabaja una propuesta didáctica de acuerdo a la socioepistemología, Esta investigación busca aportar evidencia sobre cómo el rediseño del discurso matemático escolar influye en la en los significados y argumentos que construyen los alumnos de tercero de secundaria. El estudio pretende contribuir tanto a la discusión teórica sobre la enseñanza de la trigonometría como al diseño de alternativas didácticas para el aula.

1.5. Marco Contextual

La escuela Secundaria General Potosinos Ilustres está ubicada en calle Fuente de Olimpo 100, colonia Balcones del Valle, 78369, San Luis Potosí, S.L.P. es una escuela que cuenta con 6 grupos (A al F) por cada grado y cuenta con dos turnos, los grupos aproximadamente se componen de 40 alumnos la escuela se divide en 5 edificios, 2 edificios

de 3 pisos y otros 2 de 2 pisos y un edificio más de un piso en estos edificios se reparten los diferentes salones y talleres. La escuela cuenta con dos canchas de básquet, biblioteca, auditorio, cooperativa, consultorio dental, 2 laboratorios, aula de cómputo, así como los diferentes espacios para cada uno de los talleres con lo son taller de diseño gráfico, corte y confección, entre otros, por último, la escuela cuenta con aproximadamente cuatro pequeños jardines repartidos a lo largo de la escuela.

Figura 1.

Escuela Secundaria General Potosinos Ilustres.



Nota: Escuela donde se realizaron las prácticas educativas, elaboración propia, en base a las jornadas de práctica, 2026.

1.5.1. Contexto grupal

De manera más particular el grupo en el que se llevará a cabo esta investigación es el grupo de 3° A el cual se conforma de 41 alumnos de los cuales 19 son hombres y 22 son mujeres, entre las características principales identificadas durante las jornadas de prácticas del grupo se encuentra que tienden a faltar mucho ya sea por cuestiones de salud, personales y deportivas ya que algunos alumnos forman parte de selecciones deportivas de San Luis, con respecto al trabajo en el aula el comportamiento depende mucho de la dinámica que proponga el profesor, en general el grupo en cuanto a conocimiento se puede decir que está nivelado, hay 3 alumnos que tienen un ritmo de aprendizaje acelerado a comparación del resto y por lo regular terminan las actividades mucho más rápido que el resto del grupo.

En cuanto el contexto alrededor de la escuela se encuentra a un costado del parque Tangamanga I y a sus alrededores se encuentran varios establecimientos en su mayoría restaurantes, así como diversas instituciones de gobierno como lo son protección civil y otras más. Alrededor de esta institución se encuentra otras escuelas de diferentes niveles educativos como lo es el COBACH 28, la Universidad Politécnica de San Luis Potosí, Universidad San Pablo, La universidad de la Cruz Roja entre otras instituciones, así como despachos legales y de asesoría financiera, también está ubicada en una zona con gran afluencia de vehículos ya que está cerca de la avenida Salvador Nava.

1.6. Antecedentes

1.6.1. Razones Trigonométricas.

En cuanto las razones trigonométricas se han realizado varias investigaciones una de ellas titulada “Las Razones Trigonométricas En El Planteamiento Y Resolución De Problemas” de Gladys Runza (2013) esta investigación se centra en la creación de actividades y secuencias didácticas de nivel secundaria basadas en diferentes teóricos como Brosseau, Poyla y Schoenfeld entre otros, el objetivo de este trabajo es el siguiente: “se toma en este trabajo el concepto de razones trigonométricas para plantear y resolver problemas recreando algunas experiencias hechas a través del tiempo con el fin de que se conviertan en elementos fundamentales en la enseñanza de la matemática”

La investigación anterior menciona que los alumnos presentan dificultades al momento de trabajar con nuevos temas ya que no hay una conexión real con el uso de las matemáticas en diferentes contextos por ello la investigación parte del estudio de las aplicaciones de las razones trigonométricas en otras ciencias que y busca crear actividades que les muestren a los alumnos esta relación con otras disciplinas.

Algunas conclusiones a las que se llegaron es la valoración del origen del conocimiento como apoyo para resolver problemas actuales, la importancia de que los docentes hagan uso de situaciones de aprendizaje significativo para el alumno que generen la reconstrucción del conocimiento. Dentro de los trabajos a futuro propuestos en este texto nos menciona el sustento dentro de fundamentos epistemológicos, pedagógicos y disciplinares que ayuden a mejorar estas actividades.

Otro texto a nivel internacional de las razones trigonométricas es “El Desarrollo De Habilidades En La Resolución De Problemas Trigonométricos De Los Estudiantes De Segundo Ciclo De La Enseñanza Secundaria Angoleña” escrito por José Chico, Michel Gamboa y Luis Zaldívar (2017) este artículo menciona que la trigonometría es una de las ramas que más rezago presenta de las matemáticas por ello se plantea como objetivo la creación de actividades que ayuden al desarrollo del pensamiento crítico y reflexivo para que el aprendizaje deje de ser mecanizado y memorístico al igual que el artículo anterior sólo se basa en la creación y diseño de actividades y propone que cada maestro haga las adecuaciones pertinentes de acuerdo a las necesidades de sus escuelas.

En este trabajo se llegaron a los siguientes puntos: se debe ser flexible y tomar en cuenta el entorno a la hora de plantear situaciones problemáticas para los alumnos, encontraron favorables los resultados arrojados por sus actividades ya que se propició el pensamiento crítico, lógico, reflexivo y la búsqueda causas y consecuencias de lo que hacen.

A partir del análisis de la literatura encontrada se puede destacar que ambos coinciden en que la trigonometría es una rama de las matemáticas la cual presenta dificultades importantes para los alumnos, para atenderlas, ambas investigaciones proponen alternativas a partir de secuencias didácticas que no busquen la memorización, por un lado Runza (2013) propone actividades relacionadas con la interdisciplinariedad y Chico, Gamboa y Zaldívar (2017) proponen una secuencia centrada en el entorno del alumno y darle solución a problemáticas sociales.

En ambos casos se puede observar una preocupación por el significado que le da el alumno al conocimiento, aunque ninguno lo aborda desde la socioepistemología

directamente, por lo que esto permite considerar trabajar las razones trigonométricas desde la socioepistemología ya que puede constituir una alternativa interesante para intentar solucionar algunas de estas dificultades en trigonometría.

1.6.2. Razones trigonométricas vistas desde la socioepistemología.

Cuando hablamos de trigonometría, desde el enfoque de la socioepistemología es imposible no mencionar a Gisela Montiel quien es una de las principales investigadoras en el campo de la socioepistemología y su trabajo constituye un referente teórico fundamental para este trabajo comenzando con el análisis de sus textos nos encontramos con “Estudio Socioepistemológico De La Función Trigonométrica” el cual lo escribió en colaboración de Ricardo Cantoral y Apolo Castañeda (2005) es una investigación de tipo cualitativa que inicia con recorrido histórico de lo que es la trigonometría y cómo es que esta va surgiendo a partir de las necesidades humanas y pasa de ser representaciones geométricas a conceptos más formales y complejos.

El objetivo de este documento es el siguiente: “En esta investigación mostraremos, para el caso de la función trigonométrica, que es en estas otras áreas científicas donde nacen las ideas, nociones y conceptos matemáticos, y sin las cuales no tienen significación, utilidad y sentido.” (Montiel, Cantoral y Castañeda 2005)

Uno de los aportes que realizó este documento es en cuanto a la relación entre prácticas sociales y conocimiento y cómo es que se puede funcionar como una alternativa a las clases tradicionales.

Otro texto de importante de Gisela Montiel es el de “Significado Trigonométrico en el Profesor” en el cual junto con Gonzalo Jácome (2014) hacen un análisis de la visión de los profesores con respecto al tema de razones trigonométricas como es que ellos lo perciben y cómo es que ellos abordan problemas de este tipo y también se incluye un análisis de algunos libros de texto que se utilizan como herramienta para trabajar este tema este texto encontramos que el profesor percibe y enseña matemáticas desde lo tradicional desde lo que él aprendió y desde lo que el discurso matemático escolar pide.

De estas investigaciones de Montiel han surgido otros estudios como el de “Las Razones Trigonométricas en el nivel medio superior. Aplicaciones en necesidades sociales.” De Fabiola Medina y Juan Flores (2023) se centra en el desarrollo de secuencias didácticas para alumnos de preparatoria con sustento en la socioepistemología donde la problemática principal es crear rampas con las características para el uso de personas discapacitadas.

Uno de los sustentos teóricos más fuertes de esta investigación son múltiples textos trabajando con trigonometría y socioepistemología de Gisela Montiel, es una investigación de tipo cualitativa ya que lo que se busca es la comprensión e interpretación de las percepciones de los participantes.

Algunas conclusiones que encontraron es que se notó a los alumnos más motivados al salir del aula y vincular las matemáticas con su contexto y hablan de que los objetos matemáticos emerjan de las actividades en su entorno y que se busque enlazar las matemáticas con otras ciencias que favorezcan su aprendizaje.

Desde la socioepistemología, los trabajos de Montiel representan un referente importante, ya que sus investigaciones de “Estudio Socioepistemológico De La Función

Trigonometría” y “Significado Trigonométrico en el Profesor” analizan esta teoría desde diferentes visiones la primera se centra en el papel de los estudiantes en la construcción de significados asociados al conocimiento trigonométrico, a diferencia de la segunda que analiza la perspectiva del profesorado respecto a la enseñanza de las razones trigonométricas, además de que profundiza más en lo que llamamos discurso matemático escolar y cómo es que orienta las prácticas de enseñanza, estos estudios ofrecen una visión amplia de cómo es trabajar con la construcción social del conocimiento desde los diferentes agentes que conforman la educación.

Por otro lado, el texto de Medina y Flores (2023) nos brinda una serie de secuencias didácticas trabajadas desde la socioepistemología, no obstante, su trabajo está centrado en estudiantes de preparatoria. En contraste, la presente investigación se enfoca en alumnos de tercer grado de secundaria lo que representa un gran diferenciador ya que mientras Medina y Flores analizan la construcción de significados en estudiantes que ya han tenido acercamientos previos al contenido, este estudio se centra en el análisis de los argumentos contruidos por los estudiantes durante el proceso de construcción del conocimiento. Este vacío justifica la necesidad de analizar cómo se construyen significados asociados a este conocimiento en niveles educativos previos.

En este apartado se tiene una amplia gama de soportes teóricos que van a ayudar al desarrollo de esta investigación y como se menciona en las investigaciones anteriores varios documentos hablan de que cada contexto es diferente, aporta nuevas cosas al conocimiento por lo que esta investigación busca seguir abonando a las ventajas y desventajas de trabajar con esta teoría y además detectar puntos de relevancia al trabajar con socioepistemología.

Finalmente, también es importante mencionar que, aunque sí se ha trabajado con esta teoría realmente son pocos los estudios que se centran en educación secundaria lo cual va a permitir analizar cómo es que funciona el trabajo con esta teoría para formar las bases de las razones trigonométricas ya que será el primer acercamiento para los alumnos con este tema.

II. Marco Teórico.

2.1. La Teoría Socioepistemológica de la Matemática Educativa.

La Teoría Socioepistemológica de la Matemática Educativa (TSME) nace de los problemas al enseñar las matemáticas, se habla de que las matemáticas son universales, sin embargo, con el paso de los años se ha ido dificultando la universalidad de su enseñanza ya que solo se ven como una serie de implicaciones que nacen de un axioma o un dogma y que dichas implicaciones desembocan en lo que conocemos como teoremas o leyes en las matemáticas y otras ciencias.

Este enfoque donde solo se le da relevancia a la ciencia formal y a sus procesos y mecanismos de resolución ha hecho que las matemáticas se vuelvan memorísticas y tediosas para el alumno, por lo que la TSME busca estudiar las matemáticas desde las prácticas sociales, culturales e históricas de la población en la que se trabaja entendiendo que todo conocimiento humano tiene herencia ancestral, Cantoral y Reyes (2015) utilizan la palabra de herencia haciendo referencia a que cada época produjo diferentes cambios o tuvo características específicas que produjeron diferentes resultados al trabajar, usan como el ejemplo el caminar de un niño que lo aprende de su abuelo haciendo énfasis en la importancia del conocimiento que precede al actual y cómo es que se construía a través de diferentes prácticas.

Para Camacho (2006) las prácticas sociales se pueden entender como la actividad que hacen las personas sobre el entorno que los rodea, para este autor las prácticas han dado sentido a los problemas fundamentales de la ciencia lo que los ha llevado a analizar de manera profunda la relación que hay entre ellos y lo que los rodea.

Las prácticas sociales que para esta teoría se entiende no como acciones, si no como el que hace a las personas hacer lo que hacen, habla de que todo conocimiento nace de una necesidad y que de esa necesidad parte la construcción del conocimiento, no ve a la matemática como procesos y operaciones si no que la ve desde su uso y aplicación a diferentes escenarios.

También es necesario acercarse a la realidad del alumno no solo analizar el contexto si no para comprender la racionalidad de sus argumentos y porque ellos creen que están correctas sus interpretaciones a los conceptos matemáticos, no clasificar las concepciones de los alumnos como erróneas si no verlas desde su perspectiva ver el por qué ellos creen lo que creen y a partir de ellos crear una resignificación con base a las prácticas sociales.

Para esto es necesario hacer un rediseño en los procesos de enseñanza y aprendizaje de los alumnos y para hacer esto tenemos que ver la vida misma del alumno como una fuente de conocimiento, buscar actividades y necesidades cotidianas para problematizar la vida del alumno y así darle uso al conocimiento.

Dentro de la TSME existe un concepto muy importante el cual se le conoce como discurso matemático escolar, que Cordero y Flores (2007) definen como “la manifestación del conocimiento matemático normado por creencias de los actores del sistema didáctico de lo que es la enseñanza y lo que es la matemática.” (p. 9) Esto nos habla de la percepción que

tenemos sobre las matemáticas y cómo es que esta percepción juega un papel importante al momento de tratar las matemáticas en el aula ya que es la forma en la que se habla, representa y se trabajan las matemáticas además este discurso no solo incluye la visión del profesor, sino que también está conformado con la percepción del alumno y aparte de la percepción del alumno y el profesor este discurso también incluye el enfoque y la metodología de los planes y programas actuales de educación los cuales brindan los lineamientos para trabajar la matemática en el aula.

Autores como Reyes (2011) hacen una crítica fuerte a lo que es este discurso en la actualidad ya que mencionan que las matemáticas solo se trabajan como una ciencia terminada ajena al alumno y al maestro donde solo se trata de transmitir conocimiento esto ha vuelto a las matemáticas muy lejanas para el alumno, donde no encuentran sentido de pertenencia ya que se manejan como algo preexistente a ellos.

Es por ello que la TSME busca proponer un rediseño del discurso matemático escolar que se trabaja en el aula y cambiar esta visión dejando de ver el conocimiento como algo terminado y buscar que el alumno vaya creando sus propios significados.

2.2. Modelación.

Según Arrieta y Díaz (2014) “La modelación es, entonces, una práctica de articulación de dos entes, para actuar sobre uno de ellos, llamado lo modelado, a partir del otro, llamado modelo.” Donde lo modelado es lo que se busca entender o la problemática de la realidad a la que se le quiere encontrar una solución o estudiar y el modelo es la manera en la que se representa o se le plantea al alumno para estudiarlo dentro de las matemáticas.

Para esta investigación este proceso va a ser de gran relevancia ya que en la TSEM busca un cambio en el discurso matemático escolar analizando las matemáticas no desde una visión conceptual o procedimental si no en base a experiencias buscando presentarle a los alumnos situaciones dentro de su realidad donde surjan problemáticas y retos para generar conocimiento a través de las necesidades.

Dentro de la modelación nos mencionan Arrieta y Díaz (2014) que algunas problemáticas de la modelación puesta en práctica pueden ser: ver a la escuela como algo externo a la vida cotidiana, siendo que esta es parte de la cotidianidad y por otro lado también mencionan que el hecho de forzar esta modelación nos puede llevar a realizar actividades ficticias donde se inventen datos o se hable de ciertos comportamientos que en la vida real no suceden.

Debido a ello en esta investigación se buscó actividades reales que realizarán las civilizaciones antiguas y como es que fueron desarrollando el conocimiento hasta llegar a la construcción de este, únicamente se realizaron adecuaciones propias para adaptarlo a una realidad cercana al alumno, conforme se iban realizando las actividades se buscó mezclar esta narrativa histórica de cómo es que se aplicaba lo que ellos trabajaron clase a clase en las civilizaciones antiguas. Esto con el fin de tener un mayor impacto hacia el alumno y que le encontrará más sentido a lo que estudiaban.

Para Arrieta y Díaz (2014) es fundamental lo mencionado anteriormente porque él nos habla de establecer puentes entre los procesos y las intenciones de los alumnos con las comunidades dándoles ese sentido dentro del ámbito sociocultural, esto tiene una estrecha relación con la TSEM ya que como se ha mencionado anteriormente busca entender ¿por qué la gente hace lo que hace? De dónde surgen estas necesidades.

Por ende, para esta investigación la modelación es muy valiosa y es una gran herramienta para el análisis de la realidad y para favorecer a la construcción del conocimiento a partir de las experiencias y actividades significativas para los alumnos.

2.3. Epistemología de las razones trigonométricas.

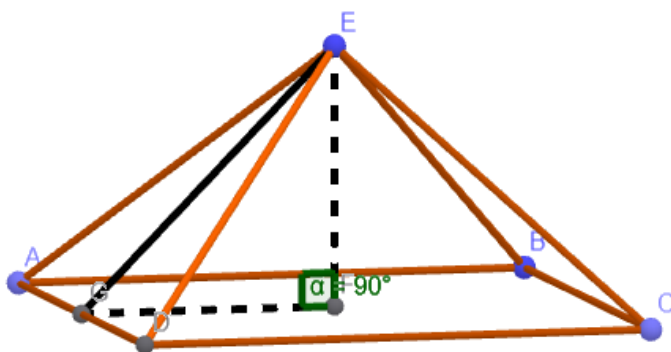
Los primeros vestigios de las identidades trigonométricas surgen de las civilizaciones antiguas de los egipcios y babilonios en su necesidad de comprender más a fondo los fenómenos que ocurrían a su alrededor por ello es que la trigonometría tiene sus bases en estudios de astronomía y medición, también debemos de considerar que en sus inicios las explicaciones que se daban eran más geométricas y conforme se desarrollaron, se incorporaron representaciones numéricas y algebraicas que llevaron a la formalización del conocimiento.

El punto de inicio de la trigonometría es el papiro de Rhind el cual según Montiel, Cantoral y Castañeda (2005) contiene reglas de cálculo de diferentes formas cuadradas, triangulares, circulares, etc. Además, realizó una serie de cálculos para construir pirámides y monumentos.

En concreto el problema 56 del papiro de Rhind, que se muestra en la figura 2, contiene lo que podría ser uno de los primeros acercamientos a lo que es las identidades trigonométricas este problema plantea calcular el seked de una pirámide de 250 codos de altura y 360 codos de largo en su base mayor.

Figura 2.

Interpretación del problema 56.



Nota: Bosquejo del problema 56 del papiro de Rhind. Elaboración propia.

Según Heath (1981) citado en Montiel, Cantoral y Castañeda (2005) después de los egipcios Thales de Mileto introduce algunas ideas a los griegos las cuales se enfocaron ya en estudios más completos sobre los ángulos de los triángulos que, aunque ya eran estudios más profundos seguía utilizando definiciones geométricas por lo que los ángulos no los veían como un valor si no como una figura de una determinada forma.

Thales es quien empieza a introducir la trigonometría a Grecia y posterior a él y en base a las necesidades de los griegos por entender mejor los tiempos (día, noche, tiempo de lluvia, cosechas, etc.) Los lleva a querer profundizar más en lo que es la astrología un ejemplo muy básico de cómo entender los tiempos mediante la observación de los astros es el día y la noche, pero ellos buscaban ir más allá y mediante la observación de diferentes fenómenos.

En esta etapa ya no solo se quedan en las observaciones si no que se empieza a sistematizar toda la información que recuperaban de la observación del cielo y de los

fenómenos naturales y comienzan a nacer las primeras teorías que eran intentos por comprender todo este conocimiento empírico y transformarlo en un conocimiento científico.

Uno de los primeros conocimientos estudiados por los griegos es la relación que existe entre la longitud de una cuerda y el ángulo central inscrito dentro de un triángulo, además de crear las tablas de cuerdas trigonométricas las cuales las crea Euclides a partir del cálculo de longitudes de cuerdas al trabajar con polígonos regulares.

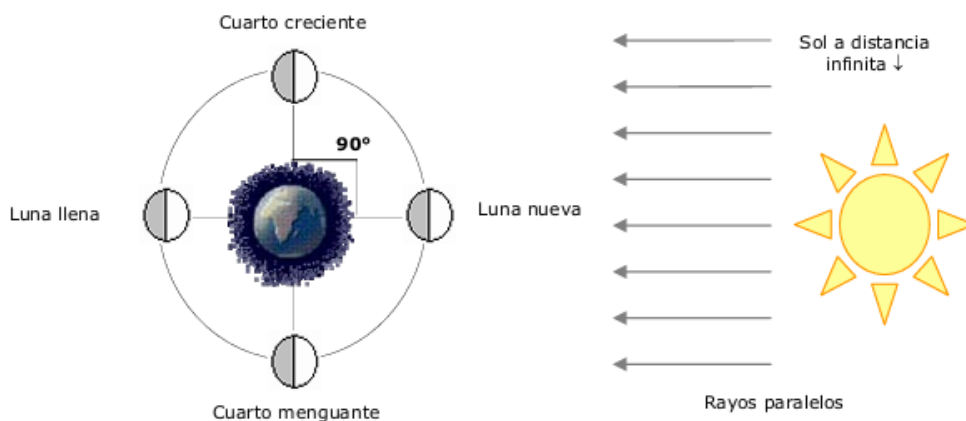
Se cree que Eudoxo (408-355 a.C.) usó razones y medidas de ángulos para determinar el tamaño de la tierra y las distancias relativas del sol y luna (Boyer, 1968 citado en Montiel, Cantoral y Castañeda, 2005) en algunos otros escritos y trabajos de otros autores se encuentra algunas fórmulas o reglas de la trigonometría, pero escritas en un lenguaje algebraico.

Aristarco (310-230 a.C.) nos da un claro ejemplo de cómo es que de la geometría se podría partir para explicar la trigonometría y también nos ayuda a comprender cómo es que se deducen teoremas a partir de fenómenos naturales y observaciones. Él observó el ciclo o las fases lunares, en esa época se consideraba que la órbita lunar seguía siempre la misma velocidad y formaba un círculo cuyo centro se encontraba en el centro de la tierra y con base en esto hizo las siguientes suposiciones. (Montiel, Cantoral y Castañeda, 2005)

La primera suposición era que el sol estaba a una distancia infinita con respecto a la tierra como se puede apreciar en la figura 3 y que los rayos del sol llegaban de manera paralela a la tierra por lo que deducía que cada fase lunar se cumplía cada 90° por lo tanto el tiempo que pasaba entre cada una de ellas era el mismo.

Figura 3.

Rayos del sol en distancia infinita.

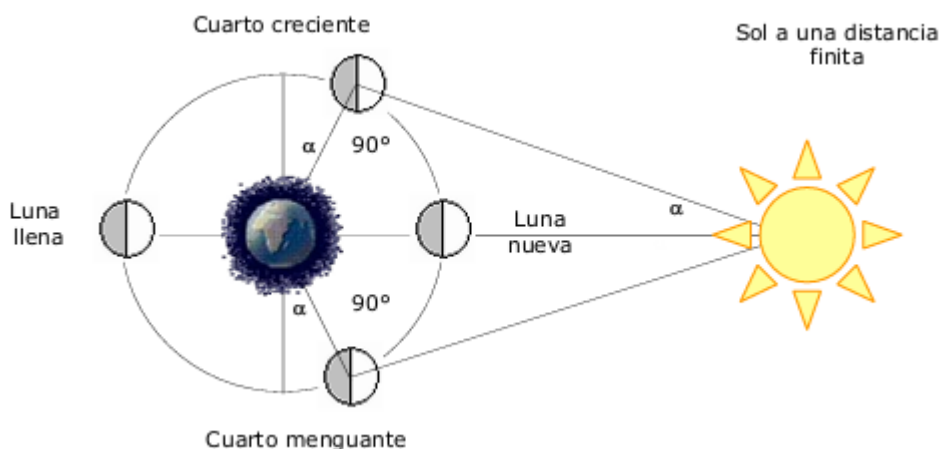


Fuente: Interpretación de los rayos del sol si estuvieran a distancia infinita. Tomado de Estudio Socioepistemológico de la Función Trigonométrica (p. 71), por G. Montiel, R Cantoral y A. Castañeda, 2005.

La segunda suposición que se muestra en la figura 4 era que el sol estaba a una distancia finita lo que provocaba que los rayos del sol divergieron y por lo tanto se formaba un ángulo y los tiempos entre cada fase eran diferentes y llamó A la distancia entre la tierra y la luna y B la distancia entre la luna y el sol y de ahí se puede obtener una de las razones que hoy conocemos como $\tan = A/B$.

Figura 4.

Rayos del sol a distancia finita.



Fuente: Interpretación de los rayos del sol si estuvieran a distancia finita. Tomado de Estudio Socioepistemológico de la Función Trigonométrica (p. 72), por G. Montiel, R Cantoral y A. Castañeda, 2005.

Montiel, Cantoral y Castañeda (2005) explican los cálculos que realizaron. Después de estas dos suposiciones se comenzó a observar el ciclo lunar y se dieron cuenta que tarda aproximadamente 708 horas en cumplir todo el ciclo por lo que dividieron las 708 horas entre 4 y les dio 177 horas si la primera suposición fuera cierta cada 177 horas se tendría que cumplir un ciclo lunar pero mediante la observación se dieron cuenta que esto no era cierto ya que el cuarto creciente ocurre 6 horas antes de lo esperado por lo que ahora se centraron en la segunda suposición y suponiendo que la luna se movía a una velocidad constante se deduce que $a/360^\circ = 6/708$ donde $a = (6/708)360^\circ$.

Ahora el proceso que se llevó a cabo para llegar a este resultado es correcto pero los cálculos eran erróneos ya que después se encontró que no eran 6 horas de desfase si no que solo eran 18 minutos aproximadamente por lo que usando el mismo razonamiento

anteriormente explicado se obtuvo que la distancia del sol a la luna es 400 veces mayor a la distancia de la luna a la tierra.

Como se puede ver en las imágenes anteriores las civilizaciones antiguas comenzaron a usar la geometría como herramienta para ir construyendo conocimiento nuevo y bases de lo que hoy en día conocemos como trigonometría.

Siguiendo con los griegos llegamos a Hiparco de Nicea (190-120 a.C.) conocido también como el padre de la trigonometría quien creó la primera tabla trigonométrica basada solamente en múltiplos de $7,5^\circ$ además de que marcó un antes y un después en la astrología ya que aunque no contaba con métodos sofisticados para seguir el movimiento de los astros planetarios su búsqueda por la exactitud lo llevó a ser muy minucioso y gracias a esto Ptolomeo uno de sus sucesores pudo formar su sistema astronómico que fue el más aceptado hasta la llegada de Copérnico, además de crear un sistema de cuerdas subtendidas por los arcos de una circunferencia a lo que se le llamó sistema sexagesimal.(Vargas y Martínez 2020)

Según Montiel, Cantoral y Castañeda (2005) es en la civilización hindú donde se comienza las nociones del seno en base al estudio de la semicuerda correspondiente al ángulo doble por parte de las grandes civilizaciones antiguas que aporta a la trigonometría es la árabe esta civilización ya comienza a usar nociones y teoremas más propios de la trigonometría moderna.

Los árabes comenzaron a usar el seno y seno verso además de introducir las funciones trigonométricas restantes igual que en épocas anteriores se comienzan a crear tablas trigonométricas pero esta vez de seno y coseno además de usar decimales estos cálculos

comenzaron a ser primeramente geométricos trazando figuras inscritas en círculos asociando las cuerdas de los ángulos y posteriormente se usaron identidades trigonométricas.

De aquí nos vamos al siglo XV donde se comenzó a conformar lo que hoy conocemos como trigonometría moderna en donde Johann Müller (1436-1476) es considerado el padre de la trigonometría moderna su obra más conocida en trigonometría es “De triagulis omnimodis libri quinque” en este libro se basa en la geometría para llegar a la creación del concepto seno y demuestra cómo resolver triángulos usando el seno seno del ángulo o el seno de su complemento (coseno). (Vargas y Martínez 2020)

Montiel, Cantoral y Castañeda (2005) mencionan que el término trigonometría aparece por primera vez en la historia en el año de 1595 en la obra del alemán Bartolomaus Pitiscus (1561-1614) titulada “Trigonometriae sive de dimensione triangulorum libri quinque” donde la trigonometría comienza a tomar un sentido más analítico, aunque ya para esta época ya había conceptos y fórmulas de la trigonometría se seguía llegando a estas a partir de representaciones geométricas.

Fue hasta la época de Viète (1540-1603) donde se comienzan a usar las literales dentro del álgebra para generalizar los resultados lo que fue un apoyo fundamental para trabajar con infinitos resultados y se desarrolló más la trigonometría analítica también desarrolló fórmulas de suma y producto de funciones trigonométricas. (Montiel, Cantoral y Castañeda, 2005)

En conclusión la rama de la trigonometría ha estado presente desde hace muchos años en civilizaciones antiguas es importante entender que muchos conocimientos que hoy en día tienen su base en álgebra y en cálculos numéricos nacieron de simples observaciones y al no

tener un lenguaje formal o algebraico que les permitiría explicar estas relaciones numéricas se optó por darles explicaciones visuales con formas y figuras (geometría) y hasta que se crea un lenguaje algebraico es ahí donde se le da todo el sentido que hasta el día de hoy tiene el conocimiento y esto mismo hizo que se fueran descubriendo y formando conocimientos más completos y complejos.

2.4. Argumentos.

Como se ha mencionado previamente, bajo la perspectiva de la Teoría Socioepistemológica, la argumentación en el aula no se limita a un conjunto de reglas rígidas. De acuerdo con Crespo y Farfán (2005), los argumentos no deben entenderse únicamente como una herramienta para validar si un resultado matemático es correcto o incorrecto desde la lógica formal. Estos autores sostienen que la matemática escolar no debe restringirse a demostraciones abstractas y tradicionales; por el contrario, debe ir más allá y reconocer que argumentar es un proceso profundamente interactivo y sociocultural, el cual se construye a partir de las experiencias previas de los estudiantes. Es precisamente de aquí donde nace la necesidad e importancia de estudiar y analizar los argumentos informales, ya que estos son creados de forma natural por los alumnos a partir de sus vivencias y de la interacción con su entorno.

En este mismo sentido, Reyes-Gasperini (2016) complementa esta visión al señalar que los argumentos no cobran vida ni adquieren valor por su apego a un sentido abstracto o formal. Para esta autora, la validez de un argumento se evalúa a través de su funcionalidad para el alumno; es decir, en la manera en que el estudiante utiliza sus propias ideas y razonamientos para dar sentido a los fenómenos de su realidad.

Por lo tanto, dentro del enfoque socioepistemológico resulta fundamental analizar los significados funcionales que emergen en el aula. El estudio de estos significados es valioso porque sirve como un puente o canal de transición que permite a los estudiantes avanzar, de manera natural y con sentido, desde sus nociones más intuitivas e informales hasta alcanzar la formalización del saber matemático.

III Metodología.

3.1. Enfoque cualitativo.

Según Maykut y Morehouse (1994) citados en Latorre, del Rincón y Arnal (2003) la metodología cualitativa es aquella que se centra en describir e interpretar fenómenos sociales a través de los significados de las acciones humanas tomando en cuenta las producciones tanto orales como escritas que crean los mismos participantes del estudio.

Para Sampieri, Fernández y Baptista (2006) las investigaciones cualitativas se basan en un método deductivo que él describe como explorar, describir y luego generar perspectivas teóricas. Que, a grandes rasgos, define como es que se va a trabajar en esta investigación ya que como primera etapa se explorarán los argumentos de los alumnos antes de aplicar el plan de acción con respecto al tema de las razones trigonométricas.

Como siguiente etapa se hará la descripción de estos mismos argumentos donde a través de grabaciones de las clases se hará la transcripción de los argumentos usados en clase para, finalmente, pasar a hacer el análisis de estos a través de la perspectiva de la TSME para a partir de esto darles validación a los resultados obtenidos del plan de acción.

Patton (1980, 1990) citado en Sampieri, Fernández y Baptista (2006) nos habla de los datos cualitativos como descripciones detalladas de situaciones, eventos, personas, interacciones, conductas observadas y sus manifestaciones. Lo que es crucial para esta investigación, porque precisamente se busca describir cómo fue el trabajo de los alumnos, en específico como fue que ellos interactuaron en el aula, observando y analizando su lenguaje tanto verbal como no verbal, donde el foco de la investigación es las construcciones que ellos generan del conocimiento matemático.

Otra cosa de la que habla Sampieri, Fernández y Baptista (2006) es de la perspectiva interpretativa de la investigación cualitativa para estos autores lo interpretativo viene de los intentos de “encontrar sentido a los fenómenos en términos de los significados que las personas les otorguen” (p.9) aplicando lo siguiente a esta investigación se busca entender el significado de las acciones ya sea de las personas o de las instituciones; esto se relaciona con nuestro marco teórico ya que la TSME habla de ¿Por qué las sociedades hacen lo que hacen? y no solo hace referencia a las personas, sino también a las instituciones, ya que nos habla del dME que no solo se compone de lo que pasa en aula, sino que también de la visión que el sistema educativo y sus instituciones.

Por esto se considera que la metodología cualitativa va a ser es el mejor enfoque para este trabajo ya que se trabaja sobre algunos puntos que son clave para la investigación, por último, Sampieri, Fernández y Baptista (2006) menciona que se utilizan métodos de recolección de datos no estandarizados los cuales se centran más en perspectivas y puntos de opinión de los participantes, uno de estos métodos es el estudio de caso que es con el que se trabajará en esta investigación, a continuación se explica lo que es este método y por qué se eligió.

3.2. Método: Estudio de Caso

El estudio de caso según Yin (1989) citado en Latorre, del Rincón y Arnal (2003) consiste en una descripción y análisis detallados de unidades sociales o entidades educativas únicas, estas se centran en estudiar la realidad de un individuo o grupo por lo regular se suele usar para estudiar un caso específico del cual busca hacer una descripción detallada de todo lo que pasa, busca descubrir nuevos significados o relaciones que se dan en un contexto en particular.

Es por ello que será de gran ayuda en esta investigación de caso único ya que va a permitir como ya se mencionó describir todo lo que pasó al trabajar con esta teoría como fueron las interacciones en cada actividad que se dijo, que se hizo y cuáles fueron las reacciones al trabajar bajo esta teoría.

Es recomendable usar este método cuando se buscan resultados humanistas o culturales que se basan en la ideología de cierto grupo que es algo que se busca en esta investigación analizar los argumentos de los alumnos que son únicos, qué es la forma sus significados de las matemáticas después de trabajar con la socioepistemología, en este tipo de investigación no hay respuestas malas o buenas, simplemente se busca observar cómo es que los participantes perciben al objeto de estudio y justo con eso se va a trabajar con los argumentos de los alumnos y entender ¿por qué ellos hacen lo que hacen? ¿Qué sentido tiene para ellos la matemática? o incluso si es que tiene algún sentido para ellos la matemática.

3.3. Entrevista semiestructurada

Para lograr obtener la mayor cantidad de información se utilizarán las entrevistas semiestructuradas, las cuales según Bautista (2011) “Es un procedimiento de conversación libre del protagonista que se acompaña de una escucha receptiva del investigador con el fin de recoger información por medio de preguntas abiertas, reflexivas y circulares.”

Bautista (2011) habla de que existen 3 tipos de entrevistas semiestructuradas: la primera es la informal o no estructurada la cual es una conversación libre y exploratoria por lo que se suele usar para los primeros acercamientos en esta se busca estimular y darle libertad al entrevistado para conocer a más a fondo lo que piensa y las creencias que hay de ciertos temas de interés para la investigación.

Al hablar de creencias este tipo de entrevistas sirven como primer acercamiento con los alumnos para conocer sus ideas iniciales del tema y conocer cómo ellos perciben las matemáticas al dar libertad de hablar a los entrevistado permite conocer sus ideas a fondo y analizar cómo es que articulan su discurso al inicio de la secuencia.

Por otro lado, el mismo Bautista (2011) nos menciona que tenemos la entrevista focalizada la cual se centra en un problema en concreto donde también hay libertad para el entrevistado, pero se debe de cuidar que no se desvíe del tema si esto llega a pasar es necesario retomar la plática y centrar de nuevo al trabajar con un tema en concreto se busca que se compartan las experiencias y su sentir hacia determinada situación.

Estas entrevistas ayudarán en la investigación al hablar de temas en específico como lo puede ser algunos conceptos matemáticos y saber cómo es que los alumnos perciben estos

conceptos o también se puede usar al momento de trabajar problemas específicos dentro de las prácticas sociales y ver cómo es que los alumnos resuelven estos problemas y si lo relacionan con las matemáticas o no.

Y finalmente están las guiadas que según Bautista (2011) son una serie de puntos de interés para la investigación como en las anteriores el entrevistado tiene libertad, se le escucha y se le permite espontaneidad, pero siempre y cuando toque todos los puntos de interés de no ser así solo se le indica o estimula para hablar de los puntos faltantes y siempre se busca influenciar lo menos posible las respuestas.

Este tipo de entrevista va a ayudar en los últimos momentos de la investigación donde se buscará que se relacionen y se hable de una forma más estructurada buscando que los alumnos construyan argumentos donde relacionen los conceptos matemáticos con las prácticas sociales y analizar estos discursos siempre buscando intervenir lo menos posible en el discurso de los alumnos.

Es importante recalcar que lo que va a importar en esta investigación es el discurso del alumno y no verlo desde la perspectiva de que si está mal o bien sino más bien analizar las creencias de los alumnos con respecto a las matemáticas, se habla de un rediseño del discurso matemático escolar donde ellos dejen de ver las razones trigonométricas como un tema más y que ellos en sus argumentos, en sus propias palabras y sobre todo en sus propios significados comiencen a verlo como algo de utilidad y algo significativo para su realidad.

Por ello es por lo que es de gran importancia lo cualitativo para el desarrollo de este trabajo porque lo que se busca analizar en términos generales las creencias de los alumnos.

3.4. Sistematización de los argumentos.

Con la finalidad de llevar a cabo la sistematización de los argumentos emergentes en el aula, se recurrió al diseño y empleo de tablas analíticas en las que se clasificaron fragmentos significativos de las interacciones verbales de los estudiantes de acuerdo con su naturaleza cognitiva y teórica. Para cumplir con este propósito, se estructuraron cinco categorías de análisis que permiten trazar la evolución del pensamiento de los alumnos:

Reconocimiento de características: Define aquellos momentos en los que el alumno identifica elementos u objetos geométricos de manera aislada, sin lograr establecer vínculos, dependencias o propiedades relacionales entre ellos.

Reconocimiento de patrones: Clasifica las intervenciones donde el estudiante es capaz de percibir regularidades, tendencias o comportamientos repetitivos en los datos o en las estructuras analizadas.

Relación de magnitudes: Aplica cuando el alumno advierte y externa que existe una interdependencia o variación conjunta entre diferentes variables o componentes del triángulo.

Identificación de constantes: Distingue los argumentos orientados a señalar componentes invariantes dentro de una actividad, es decir, elementos cuyo valor o propiedad permanece fijo a pesar de las modificaciones del entorno geométrico.

Construcción de significado: Representa el nivel en el que el estudiante le atribuye una utilidad práctica y un sentido funcional al saber matemático, utilizándolo para resolver una necesidad concreta de su realidad.

La articulación de estas categorías resultará fundamental para organizar la evidencia empírica de una manera global y estructurada. Su implementación no solo facilitará la ordenación de los discursos, sino que permitirá diagnosticar con precisión las acciones cognitivas y los tránsitos conceptuales que experimenta cada alumno al momento de formular y defender sus argumentos durante las sesiones de aprendizaje.

3.5. Ruta metodológica.

A continuación, se describirán las etapas en las que se desarrollará la investigación.

Análisis de argumentos previos: en esta etapa se analizarán los argumentos iniciales de los estudiantes y los significados asociados a algunos conocimientos base de la trigonometría y de las razones trigonométricas, se realizará mediante un examen diagnóstico y durante la primera sesión del plan de acción.

Implementación del plan de acción: se llevará a cabo la aplicación de la secuencia didáctica fundamentada desde la socioepistemología, además de recopilar evidencias escritas en los trabajos de los alumnos o diario de observación y de manera oral en las audiograbaciones de las clases.

Análisis de resultados: donde se llevará a cabo una descripción densa y profunda de los argumentos utilizados de los alumnos, los argumentos serán descritos e interpretados mediante una tabla de categorías argumentativas.

Conclusiones: finalmente integrar e interpretar los hallazgos de la investigación, buscando fortalezas y debilidades de la misma.

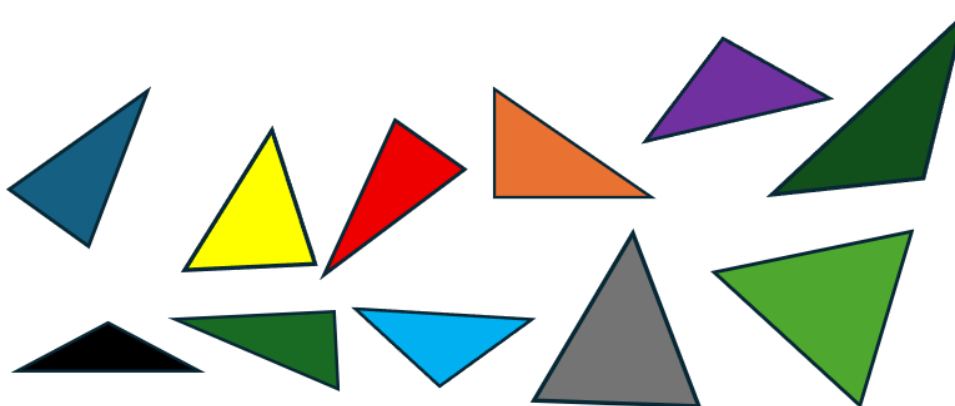
III. Análisis de argumentos previos.

El siguiente examen (Anexo A) contiene algunos ítems cuantitativos y cualitativos, aunque esta investigación es de corte cualitativo las preguntas cuantitativas de este examen permitirán analizar la conexión entre teoría y práctica como es que vinculan los conceptos con procesos algorítmicos para resolver problemas o incluso para ver si lo hacen o no.

1- ¿Cómo se le llama a la figura de 3 ángulos y 3 lados?

En esta primera pregunta solo se buscaba analizar si ellos conocen lo básico sobre la definición de los triángulos donde se pudo comprobar que en su mayoría la conocía al obtener 31 respuestas correctas que representa un 75.6% de alumnos, 9 omisiones que representan el 21.9% y solamente una persona respondió que un cuadrado lo cual equivale al 2.4%. En su mayoría los alumnos muestran un dominio en lo que es una definición general del triángulo, es algo alto el número de omisiones los que nos podría indicar o desinterés hacía el tema o algunas carencias con respecto a conceptos básicos de los triángulos.

2- Encierra en un círculo, ¿Cuáles de los siguientes triángulos cumple con las características de un triángulo rectángulo?



Seguimos con los principios básicos de los triángulos rectángulos figura que se estará trabajando constantemente para este cuestionamiento se obtuvieron 12 respuestas donde señalaron un solo triángulo rectángulo que representa el 29.2% de igual forma 12 alumnos encerraron un triángulo el cual no era rectángulo, 9 alumnos encerraron varios triángulos donde algunos si eran y otros no que es el 21.9%, en otro caso los alumnos encerraron varios triángulos los cuales si eran rectángulos pero no representaban al total de ellos en total fueron 7 alumnos el 17% que hicieron esto y por último, solamente hubo una omisión el cual representó el 2.4%.

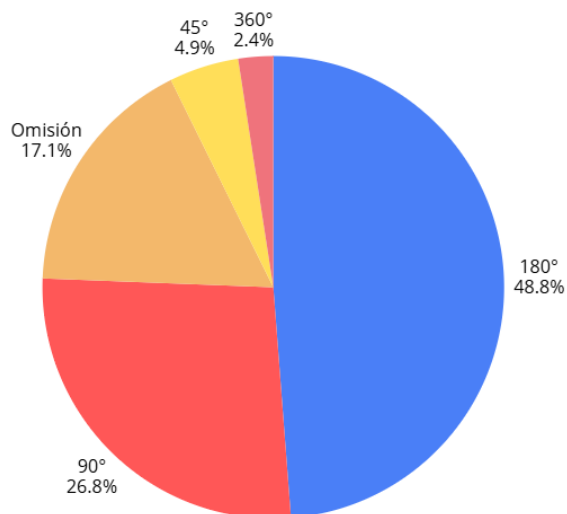
El triángulo que más identificaron como rectángulo era el naranja el cual está de manera recta por lo que es fácil de distinguir algunos tuvieron complicaciones con otros triángulos ya que no estaban derechos si no volteados o rotados hacia un lado u otro lo que les representó un obstáculo a la hora de identificarlos esto podría ser una señal de que están acostumbrados a siempre verlos derechos como usualmente se trabajan en los libros de texto y que cuando se les cambian los datos pueden tener complicaciones.

3- ¿Cuánto mide la suma de los ángulos internos de un triángulo?

Para esta pregunta se siguió analizando qué tanto conocían los alumnos de características básicas del triángulo y se obtuvieron las siguientes respuestas que se observan en la figura 5.

Figura 5.

Gráfica de resultados de la pregunta 3



Nota: Resultados de la pregunta número 3. Elaboración propia.

Aquí podemos observar cómo conforme nos vamos acercando a características más particulares de los triángulos los alumnos comienzan a presentar dificultades ya que en la pregunta 1 donde era una definición simple la mayoría contestó bien y en esta pregunta donde introducimos una característica del triángulo el porcentaje baja a menos de la mitad del total del grupo por lo que nos podrían indicar algunas dificultades en características del triángulo.

4- De acuerdo a tus conocimientos, ¿Qué entiendes por razón trigonométrica?

En esta pregunta se comienza a analizar lo que son los argumentos de los alumnos y que tan completos son al momento de expresarlos para mayor facilidad lo dividiremos en 3 categorías:

Alumnos que no respondieron nada o indicaron que no conocían sobre el tema que en total fueron 19 alumnos que representan el 46.3%.

Alumnos que respondieron algo, pero no es tan cercano a las razones trigonométricas, los cuales fueron 6 alumnos el 14.6% del total.

Alumnos que se acercaron a algunos conceptos, pero no llegaron a la definición formal que fueron el 39% un total de 16 alumnos.

Para esta pregunta la mayoría de alumnos no conocía lo que es una razón trigonométrica los que contestaron algo no tan cercano hacían mención de otras figuras o de un conjunto de figuras que se formaban lo que nos habla de que intentaron guiarse de representaciones más geométricas lo cual es interesante porque las primeras definiciones que se trabajaron en la trigonometría eran más geométricas que algebraicas, sin embargo, aunque hablaron de figuras no hicieron alguna representación que lo explicara.

Los que respondieron usando algunos conceptos clave mencionaron alguna regla o fórmula general para los triángulos, algunos hicieron mención de relaciones que hay en los triángulos unos fueron incluso más específicos e hicieron referencia a relaciones entre lados y hubo quien habló de relaciones entre lados y ángulos de un triángulo lo que ya es una definición muy cercana a lo que es una razón trigonométrica.

5- Menciona cualquier razón trigonométrica que conozcas.

Para esta pregunta también dividiremos las respuestas en 3 diferentes categorías:

Alumnos que no conocen ninguna razón trigonométrica que fueron la mayoría de los alumnos representaron el 78% un total de 32 alumnos.

Alumnos que al menos conocen una razón trigonométrica los cuales fueron 8 alumnos que representan el 19.5%.

Alumnos que respondieron las 3 razones trigonométricas con las que se trabaja en secundaria donde solo un alumno respondió las 3 razones lo cual representa el 2.4%.

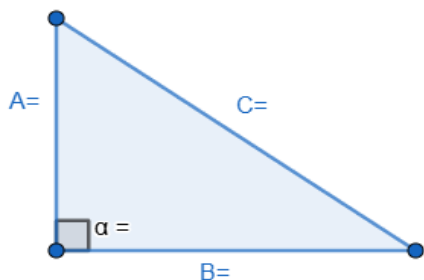
Como era de esperarse y al ser su primer acercamiento a este tema la mayoría de los alumnos no tenían muy presente los nombres de las razones trigonométricas, aunque no es algo ajeno a su contexto ya que al menos 9 alumnos si las habían escuchado.

6- ¿Qué significa que 2 triángulos son semejantes?

En esta pregunta se obtuvieron los siguientes resultados: 8 omisiones que representa el 19.5%, 23 alumnos el 56% de alumnos que respondieron correctamente y el 24% de los alumnos que son un total de 10 que respondieron incorrectamente.

Esta es otra pregunta sobre características de los triángulos además de ser un tema que ya han trabajado anteriormente en semejanza y congruencia de triángulos de esta pregunta podemos rescatar varias cosas primero la dificultades al momento de hablar de características específicas de los triángulos ya que nuevamente el porcentaje es un poco mayor al 50% que contesta bien, esto también puede indicar una carencia al momento de apropiarse de algunos conceptos ya que es un tema que ya han trabajado en temas anteriores.

7- Identifica cómo se llaman las siguientes partes dentro del triángulo rectángulo.



En esta pregunta de relacionar conceptos con su posición en el triángulo se obtuvieron las siguientes respuestas: 15 omisiones que es el 36.5%, un alumno que es el 2.4% que relaciono los 4 conceptos con catetos, hipotenusa y ángulo de manera correcta, 48.7% un total de 20 alumnos nombro algunos lados como base y altura y 2 alumnos el 4.8% mencionaron otros conceptos que no estaban correctos como área o vértice.

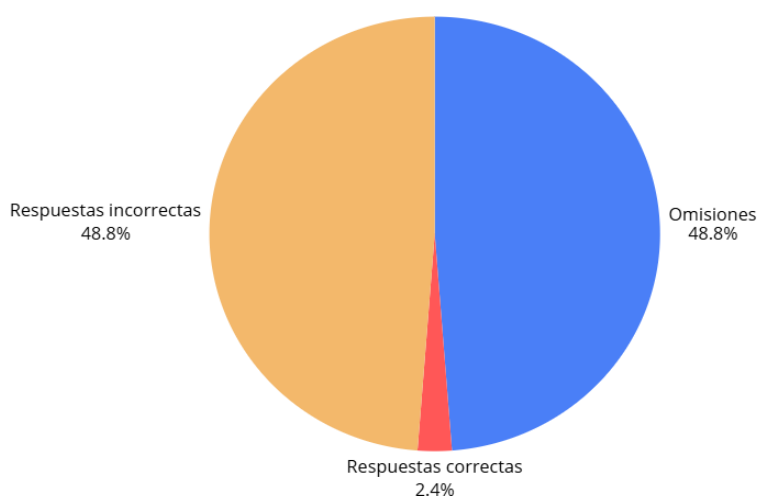
Como se puede notar en los resultados anteriores los alumnos están acostumbrados a hablar de base y altura al momento de ver un triángulo esto debido a que anteriormente se acostumbraron a llamarlos de esa forma por los temas que han visto en otros grados de su vida estudiantil, en esta ocasión el número de omisiones es muy alto y sumado a alumnos que nombraron a los lados del triángulo como área o vértice nos habla de las dificultades con los triángulos ya que estos alumnos no lograron identificarlos ni como comúnmente los llaman (base y altura) lo que nos habla de deficiencias en el tema y por último hacer mención de que hay un alumno que si conoce los conceptos de catetos e hipotenusa.

8- Si en un triángulo rectángulo uno de sus ángulos internos mide 35° . ¿Cuál es el valor de los otros dos ángulos internos?

Esta pregunta es relevante ya que nos permite como primer punto identificar si son conscientes de que los ángulos internos del triángulo suman un total de 180° y también si reconocen una de las principales características del triángulo rectángulo lo cual es que uno de sus ángulos mide 90° por lo que ya tendríamos dos ángulos y nos faltaría buscar el tercero a continuación en la Figura 6 se muestran los resultados obtenidos:

Figura 6.

Gráfica de resultados de la pregunta 8



Nota: Resultados de la pregunta número 8. Elaboración propia.

Como se observa en los resultados nos sigue dejando indicios de dificultades sobre las características de los triángulos y también nos habla de dificultades al aplicar conocimientos porque en la pregunta 3, 20 alumnos respondieron que la suma de los ángulos internos de un triángulo es igual a 180° y al responder esto solo 4 personas tomaron en cuenta

esto, el que contesto bien y otros 3 alumnos que respondieron que los dos ángulos deben medir 72.5° lo cual sumaría 180° esto nos podría indicar dos cosas o tienen dificultades al aplicar lo que saben o en la pregunta 3 al ser de opción múltiple simplemente adivinaron la respuesta.

9- Relaciona cada concepto con su definición.

. Cateto opuesto.

. Cateto adyacente.

. Hipotenusa.

() aquel lado que está frente al ángulo que se va a medir.

() lado más grande del triángulo.

() aquel lado que forma parte del ángulo a medir.

En la siguiente pregunta se busca ya entrar de lleno a conceptos clave de las razones trigonométricas y los triángulos rectángulos al identificar los catetos y la hipotenusa con sus definiciones, de igual forma dividiremos los resultados en 3 categorías:

Alumnos que no contestaron o contestaron, pero no obtuvieron ninguna respuesta correcta que fueron 15 alumnos que son 36.5% del total

Alumnos que contestaron una o dos respuestas correctas que fueron la mayoría de los alumnos al ser 17 alumnos que representan el 41.4%

Alumnos que obtuvieron las 3 respuestas bien los cuales representan el 21.9% que son 9 alumnos.

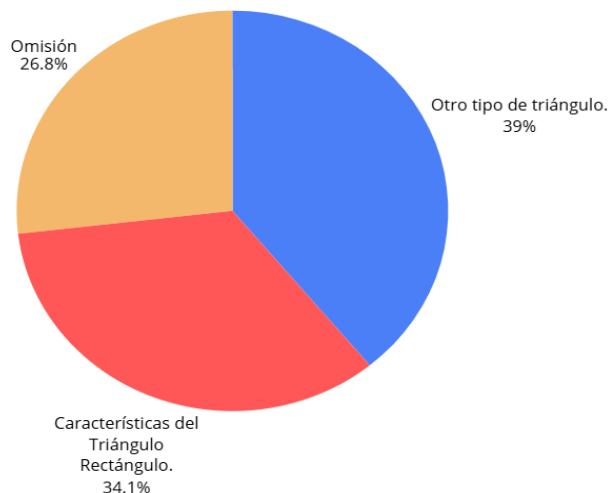
Con los resultados obtenidos podemos deducir que en su mayoría no dominan estos conceptos ya que no lo conocen y por ende no los pueden identificar, también otra observación es que aquí 9 alumnos respondieron correctamente la pregunta al identificar el concepto con su definición pero en la pregunta 7 que era identificarlos en el propio triángulo no lo lograron hacer más que uno solo alumno lo que nos podría indicar que en esta pregunta lo lograron por suerte o que conocen los conceptos pero en la práctica no los saben usar o interpretar.

10- ¿Qué es un triángulo rectángulo?

Al ser una pregunta abierta se usarán categorías que permitan organizar mejor la información y luego se hablará de algunas respuestas en específico y que se podemos deducir a través de ellas, las categorías son las que se muestran en la figura 7 y los resultados son los siguientes:

Figura 7.

Gráfica de resultados de la pregunta 10



Nota: Resultados de la pregunta número 8. Elaboración propia.

En esta pregunta la mayoría de alumnos relaciono los triángulos rectángulos con los diferentes tipos de triángulos que conocen como escaleno, isósceles, equilátero y algunos otros hablaron de triángulos semejantes o congruentes, los 14 alumnos respondieron con características como ángulo recto o de 90° , también mencionaron que puede ser la mitad de un rectángulo lo cual se puede tomar como algo correcto, se sigue observando que conocen varias características pero que les cuesta trabajo aplicarlas ya que en la pregunta 8 qué hablamos de triángulos rectángulos y ángulos no aplicaron lo que aquí mencionan que tienen un ángulo recto.

11- Si un ángulo mide 42° . ¿Cuánto mide su ángulo complementario?

Además de analizar qué tanto conocen de los triángulos también se buscó poner a prueba sus conocimientos acerca de los ángulos ya que finalmente va a ser un tema con el que van a estar trabajando muy de la mano con las razones trigonométricas, para esta pregunta se obtuvieron las siguientes respuestas: 21 omisiones el 51.2%, 16 alumnos que respondieron con otro ángulo pero no el complementario que representa el 39% del total y 4 alumnos que respondieron con el ángulo complementario que es el 9.7%.

El tema de ángulos complementarios y suplementarios ya lo han trabajado anteriormente en la secundaria, algunas respuestas solo multiplicaron el ángulo por dos o por tres, pero en realidad no tenían una respuesta clara a lo que es complementario como se ha visto a lo largo de algunas otras preguntas les cuesta mucho trabajo aplicar lo que saben quizás y si sabían lo que es complementario, pero no lo saben aplicar.

12- ¿La siguiente imagen es una razón, división, fracción o todas las anteriores? $\frac{3}{4}$

Justifica tu respuesta.

Aquí se quería observar si los alumnos podían ver que en matemáticas muchas veces llamamos a las mismas cosas de diferente manera dependiendo de que busquemos trabajar o comprender, pero en esencia es lo mismo, aquí se obtuvieron las siguientes respuestas: hubo 13 alumnos que pusieron no se u omitieron su respuesta el 31.7%, 18 alumnos respondieron división o multiplicación el 43.9%, 3 respondieron que multiplicación y división lo cual es el 7.3% y por último, 7 que representa el 17% respondieron que las tres son correctas.

Dentro de las justificaciones la realidad es que fueron muy limitadas en el caso de fracciones solo hablaban de que tenía un numero arriba y otro abajo, algunos si mencionan numerador y denominador o decían que formaban una parte del todo, en cuanto a división y multiplicación decían que eran ambos porque hacían referencia a que era la misma operación y finalmente los que respondieron que eran las 3 mencionaron que eran lo mismo aplicado a diferentes contextos y hablaron de la razón como una comparación de cantidades.

Realmente se esperaba que se fueran más por las opciones de división o fracción ya que son con las que más han trabajado y que más conocen, en cuanto argumentos para justificar si se vieron algo cortos, hubo alumnos que solo pusieron la respuesta sin justificar o que daban una respuesta y ponía que no sabían por qué, lo que nos indica dificultades a la hora de organizar sus discursos y justificar sus respuestas.

13- Resuelve las siguientes proporciones:

$$\frac{3}{6} = \frac{x}{10} \quad x =$$

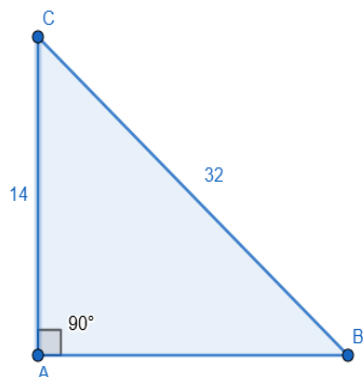
$$\frac{2}{4} = \frac{1}{x} \quad x =$$

$$\frac{3}{5} = \frac{x}{7} \quad x =$$

Ya comenzamos a entrar a problemas más prácticos donde deben de resolver algunos ejercicios esto repercute drásticamente en los resultados ya que se pudo notar una mayor omisión en las preguntas al tener un total de 26 omisiones el 63.4%, 7 alumnos que son el 17% contestaron el primer y segundo ejercicio bien, 4 respondieron al menos la segunda respuesta bien que son el 9.7% y 4 alumnos respondieron las preguntas, pero no obtuvieron ninguna respuesta bien lo que representa el 9.7%.

Ya al entrar con proporciones se buscaba que ellos como ya lo mencionaron antes otros alumnos sean capaces de entender la relación que existe entre ambas cantidades, se relaciona con el teorema de tales en triángulos semejantes y de igual manera son conocimientos que se trabajarán en el plan de acción de primera intención podemos notar que los alumnos presentan dificultades al trabajar con estas relaciones ya que aunque algunos alumnos pudieron contestar bien los dos primeros ejercicios, el tercer que representa un nivel un poco superior ya no lo pudieron resolver.

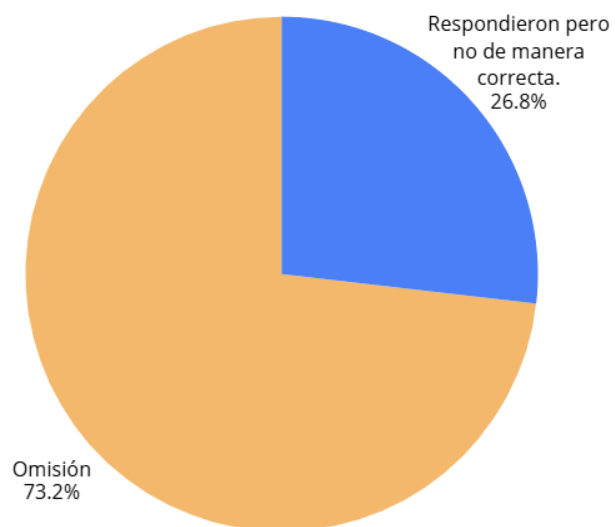
14- En el siguiente triángulo encuentra los valores para β y para el segmento $\overline{AB}$



Siguiendo con los ejercicios donde ya debían resolver operaciones o realizar algún proceso se encuentra la pregunta 14 donde se obtuvieron los resultados que se observan en la figura 8:

Figura 8.

Gráfica de resultados de la pregunta 14.



Nota: Resultados de la pregunta número 8. Elaboración propia.

En su mayoría el ángulo lo dividieron a la mitad y pusieron que uno media 45° y el otro igual, en cuanto a los lados le daban el mismo valor al de algún otro ya sea el 14 o 32.

Realmente no se esperaba obtener respuestas acertadas ya que como se ha hablado en este documento son sus primeros acercamientos al tema y este tipo de preguntas solo se usaron para identificar si había alguien más avanzado en la clase.

15- Yo soy 2 años más chico que mi hermano mayor y 3 años mayor que mi hermano menor y la suma de nuestras edades es igual a 65 representa la siguiente situación en un lenguaje matemático (representación algebraica).

Como siguiente pregunta se propone que los alumnos pasen de un lenguaje natural al algebraico una determinada situación esto con el fin de ver cómo es que trabajan el lenguaje algebraico ya que una de las finalidades de esta investigación es la construcción del conocimiento por lo que ellos deben de ser capaces de analizar situaciones en un contexto natural y encontrar las matemáticas detrás de estas situaciones.

Los números de omisiones fueron similar al anterior con 27 igual al 65.8%, 5 alumnos el 12.1% lograron representar la situación satisfactoriamente y el resto 21.9% un total de 9 alumnos lo intentaron, pero sus representaciones tuvieron algunas inconsistencias. De estas respuestas donde lo intentaron hubo algunos alumnos que resolvieron el problema, aunque la indicación solo era representarlo, algunos otros solo tomaron los datos de 2 años más chico y 3 años mayor e intentaron plantear alguna respuesta con estos datos lo cual nos llevó a tener resultados como $x+3-2=65$ o algo de este estilo.

16- Redacta una situación cotidiana la cual se representa con la siguiente expresión

$$37=2x+19$$

Con este problema lo que se busca es lo contrario al problema anterior se le presenta una expresión o representación algebraica y ellos deben de plantear una situación que lo represente, como se ha mencionado esto es relevante para la investigación ya que se necesita que ellos logren pasar de situaciones naturales o reales a el conocimiento matemático y esto les puede ayudar a construir este conocimiento.

En cuanto los resultados obtenidos tenemos los siguientes: 31 omisiones que equivalen a 75.6%, de los 10 que respondieron solo uno planteó una situación válida para representar la expresión algebraica lo cual representa el 2.4% y el resto el 21.9% planteó algunas situaciones donde solo buscaban que estuvieran presentes los números 37, 2 y 19 aunque no cumplieran con las otras acciones que nos plantea la expresión.

En general de los datos obtenidos en el diagnóstico nos revelaron que el grupo maneja algunos conceptos básicos de los triángulos, sin embargo, a la hora de aplicar estos conceptos a una situación se les olvidan por completo a la gran mayoría o no los relacionan con la situación a resolver por lo que se pudiera interpretar una desconexión entre la práctica y el conocimiento, además de una carencia de valor hacia el conocimiento ya que ni siquiera los conocimientos que ya trabajaron anteriormente pudieron aplicar en los problemas.

V. Plan de acción.

La Teoría Socioepistemológica de la Matemática Educativa o Socioepistemología según Hinojos, Romero y Farfán (2020) busca generar la construcción del conocimiento a través de las prácticas sociales por lo que el conocimiento matemático para ellos emerge de las dinámicas sociales.

Para esta construcción del conocimiento la Socioepistemología utiliza la problematización del saber matemático la cual la usa para analizar las diferentes dimensiones de un saber en específico. Su dimensión epistemológica que nos habla de lo que hizo posible la construcción del conocimiento, dimensión cognitiva que se refiere a cómo es que se va apropiando el conocimiento, dimensión didáctica que habla de cómo vive el conocimiento dentro de la didáctica y dimensión sociocultural que nos habla del saber situado en la realidad. (Reyes-Gasperini, 2016)

En este plan de acción se proponen diferentes tareas que ayuden a los alumnos a ir trabajando el saber matemático, que en el caso de esta investigación son las razones trigonométricas y justamente trabajarlo desde estas 4 dimensiones que cada uno las actividades les permita a los alumnos ir construyendo su conocimiento y que esté situado en su propia realidad como es la escuela a base de retos que les generen la necesidad de buscar diferentes soluciones que sean ideas propias para que ellos puedan irse apropiando del conocimiento.

El trabajar con esta teoría propone un cambio en lo que es el discurso matemático escolar ya que para Soto (2010) el discurso matemático actual propone la automatización de conceptos y habla de matemáticas ya terminadas que solo se les transmitan a los alumnos.

Por otro lado, en este trabajo se busca que los alumnos construyan su propio conocimiento y que ellos encuentren una funcionalidad dentro de su realidad.

Las preguntas que se plantean en cada una de las sesiones a los alumnos son solo ejemplos y que estas pueden variar al tratarse de entrevistas semiestructuradas por lo que pueden sufrir cambios dependiendo de las respuestas de los alumnos.

Sesión 1: Sesión de introducción

La clase comenzará con un breve diagnóstico que se llevará a cabo de la siguiente manera.

Como primer paso, organizaremos a los alumnos en mesas de discusión una mesa por fila donde hablarán sobre diferentes conceptos importantes de la trigonometría. Como lo son: triángulo, triángulo rectángulo, razón, proporción, ángulo y radio de una circunferencia.

Cada una de las filas hablará solo de un concepto en particular y se les dará aproximadamente 5 minutos para que en estas mesas cada uno de los grupos hable del concepto que les tocó, se les pedirá a los alumnos tomar nota sobre lo que se hable en su grupo de discusión y posteriormente se compartirán las ideas a todo el grupo.

Esto se hará de la siguiente manera, se seleccionará un integrante al azar de cada fila el cual pasará el frente para compartir lo que hablaron de ese concepto que les tocó, después, habrá una sesión de preguntas donde los demás alumnos podrán preguntar alguna duda que tengan sobre concepto o también podrán aportar ideas que complementen a sus otros compañeros.

Durante esta sesión se pondrá a prueba todas las definiciones que los alumnos den ya sea con contrapropuestas o cuestionamientos sobre los conceptos que ellos usan, para esto se usarán representaciones gráficas las cuales las deberá de elaborar una persona ajena a la fila y la deberá de construir de acuerdo con lo que los alumnos dijeron esto con el fin de comprobar si están en lo correcto o hay pequeños detalles que faltan por aclarar.

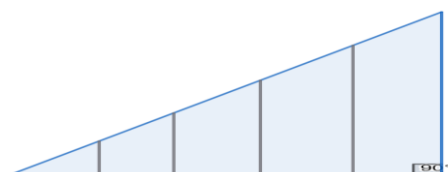
Sesión 2: Sesión de las rampas.

Para esta sesión se les pedirá a los alumnos organizarse en las mismas mesas de discusión del día anterior y salir al patio de la escuela donde deberán encontrar 3 triángulos rectángulos que estén en las diferentes estructuras de la escuela ya sea rampas, escalares o cualquier otra estructura y deberán medir estos triángulos utilizando diferentes partes de su cuerpo (cada equipo debe seleccionar una parte diferente) y recordándoles que siempre deberán de utilizar la misma medida para que cuadre.

Después de medir estas figuras deberán de partirlas como se muestra en la siguiente figura:

Figura 9.

Divisiones de la rampa.



Nota: Imagen de referencia de cómo se iba a dividir la rampa para medirla.

Elaboración propia.

Y registrar los datos de las mediciones en una tabla.

También se les harán las siguientes preguntas a los alumnos.

1. ¿Existe alguna relación entre los triángulos de menor tamaño con el de tamaño más grande?
2. Con los datos de la tabla de registro. ¿Podrías construir un triángulo más grande?

Sesión 3: Sesión del seked.

Para esta sesión se les preguntará a los alumnos ¿Para qué creen que se usaban las mediciones que ellos realizaron ayer en las civilizaciones antiguas? Y ¿Dónde han visto los triángulos en las civilizaciones antiguas? La idea es llegar a la construcción de las pirámides para esto se organizará a los alumnos en los mismos equipos que se ha estado trabajando en días anteriores y se les repartirán cubos de plástico con los cuales deberán de ir construyendo su propia pirámide para esto se les pedirá que la pirámide tenga la misma inclinación conforme va creciendo, esperando que ellos encuentren una relación entre los cubitos de avanza vertical y horizontalmente, también se harán observaciones a los equipos que su pirámide no vaya creciendo de manera uniforme en base a ejemplos de que queremos subir y bajar en dado caso de que un peldaño de la pirámide sea mayor o menor se les dirá que ya no puede subir porque ya es más alto el escalón, al finalizar la construcción de las pirámides se les compartirá a los alumnos cómo es que los egipcios construían las pirámides a través de lo que ellos conocían como seked que no era otra que

$$Seked = \frac{Distancia\ Horizontal}{Distancia\ Vertical}$$

Que es la comparación de dos medidas del triángulo, para continuar se les pedirá a ellos realizar esta comparación con las diferentes medidas que tienen de los lados de los triángulos, primero lo harán con el triángulo más grande y así sucesivamente hasta llegar al triángulo de menor tamaño.

Después se les harán las siguientes preguntas:

1. ¿Existe alguna relación entre los triángulos de menor tamaño con el de tamaño más grande?
2. Con los datos de la tabla de registro. ¿Podrías construir un triángulo más grande que tenga el mismo seked?
3. ¿Qué debes hacer para crear este triángulo más grande?

Sesión 4: Sesión reto de altura.

Para esta sesión se les propondrá un nuevo reto ahora deberán de medir una columna que está dentro de la escuela para ello los alumnos saldrán del salón y podrán ir a ver la columna y todo lo que hay a su alrededor para proponer diferentes soluciones al problema.

Para esto los alumnos se volverán a organizar en equipos y lo que harán es que en 10 minutos ellos deben de proponer cómo medir la columna, no se busca una respuesta concreta solo una propuesta de solución si es que el equipo cree encontrar una respuesta puede hacer los procesos de resolución.

Para finalizar la clase se les pedirá que por equipo expongan su propuesta de solución al problema cada que termine un equipo los alumnos deberán hacer un análisis a las propuestas y determinar si son factibles o no y qué cosas creen que se pueden mejorar.

Sesión 5: Sesión altura de la asta.

Para comenzar la clase se les dará una breve introducción de cómo las civilizaciones fueron desarrollándose hasta llegar al punto donde la simple comparación de lados ya no era suficiente por lo que se tuvo que introducir tablas de cuerdas o de ángulos que les servían para tener un aproximado de algunas distancias.

Por lo que se les harán los siguientes cuestionamientos

Si para calcular la pendiente (seked) se dividía el triángulo como se muestra en la figura 9.

¿Cómo se tendrá que dividir para encontrar la altura?

¿Cómo harían ellos para encontrar la altura de un objeto inaccesible tomando en cuenta esta información?

También se les explicará que para medir los ángulos las civilizaciones antiguas utilizaban el astrolabio y se les mostrará una imagen de lo que es el astrolabio además de mostrarles un pequeño prototipo creado a partir de un popote, un transportador, un pedazo de estambre o hilo y un objeto pequeño para hacer contrapeso.

Como actividad ellos deberán de crear sus propios prototipos.

Sesión 6: Sesión a medir la escuela.

Organizados en equipos y utilizando sus astrolabios creados en la clase anterior deberán de salir a medir los diferentes edificios que hay en la escuela, la asta bandera, así como diferentes columnas que hay en la escuela o árboles, se seguirán a los equipos para ir escuchando si tuvieron alguna dificultad o como fueron creando sus estrategias para resolver los problemas.

Después de realizar las medidas y cálculos los alumnos regresarán al salón donde se les harán las siguientes preguntas.

¿Cuáles fueron los retos que enfrentaron en esta actividad?

¿Cuáles fueron las nuevas relaciones que encontraron entre los elementos del triángulo?

Sesión 7: Círculo.

Para ir ya formando la construcción de las razones trigonométricas se les proporcionará a los alumnos una imagen de un transportador de 360° donde ellos deberán de ir marcando varias líneas del centro a un punto de la circunferencia de forma que quede dividida cada 10° .

Se les harán las siguientes preguntas.

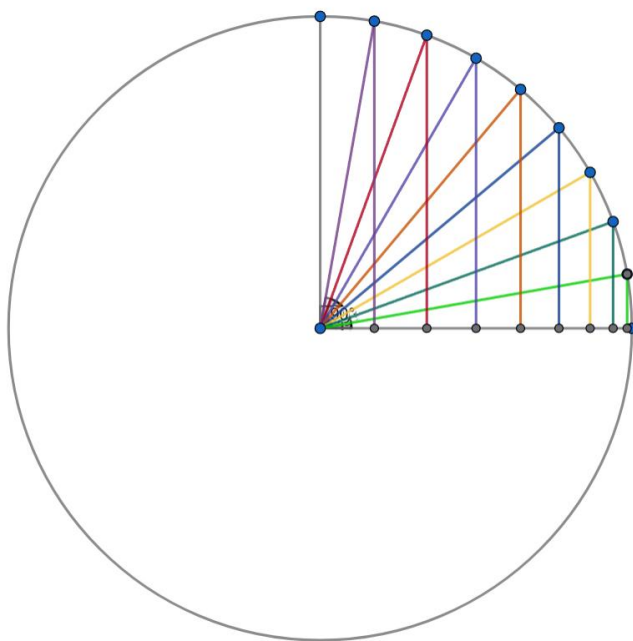
A partir de estas divisiones ¿puedo trazar triángulos?

¿Cómo son estos triángulos?

Cuando se logren identificar estos triángulos se les pedirá trazarlos para obtener algo como lo que se observa en la figura 10:

Figura 10.

Circunferencia unitaria.



Nota: Representación de la actividad que debía de realizar el alumno. Elaboración propia.

Después de esto se les pedirá trazar un plano cartesiano y utilizar las alturas de estos triángulos y las bases para ir generando puntos en este plano al tener todos los puntos se les pedirá unirlos.

Como siguiente punto se les harán las siguientes preguntas

¿Cuál de los lados del triángulo es constante?

¿Cuál de los lados del triángulo varía?

¿Existe alguna relación entre lo que cambia y es constante?

¿Qué pasa con la altura y la base cuando el ángulo aumenta?

¿Existe alguna relación entre ángulo y los lados?

¿Cuáles fueron las nuevas relaciones que encontraron entre los elementos del triángulo?

Con estas preguntas se espera ir llevando a los alumnos a la construcción del seno y coseno.

Llegar a las siguientes relaciones:

$$\frac{a}{r} \text{ y } \frac{b}{r}$$

Cuando el alumno llegue al planteamiento de estas dos razones ya se hará lo que es la formalización del conocimiento y se les indicará que esto se conoce como seno y coseno.

VI Análisis de resultados.

Sampieri, Fernández y Baptista (2006) manejan el análisis de resultados como descripción detallada de significados y experiencias por parte de los participantes, además, también se analiza los significados, experiencias y las reflexiones que hace el investigador de lo que se trabajó, para esto sugiere usar ejemplos claros de estos significados y experiencias, las cuales se pueden obtener de bitácoras o diarios, así como de descripciones de experiencias y anécdotas que hayan vivido los participantes.

En el caso de esta investigación se usará las bitácoras y las grabaciones de clase para dar ejemplos de las experiencias de los alumnos y sobre todo para analizar sus argumentos utilizados al estar trabajando con las diferentes actividades.

Sesión 1: Sesión de introducción.

Para la primera sesión se hará un análisis de lo que son los argumentos de los alumnos para describir diferentes conceptos matemáticos relacionados con el tema de las razones trigonométricas, para esto se dividió al grupo en 6 equipos donde cada equipo tenía 5 minutos para hablar sobre lo que conocen sobre un concepto en particular (Triángulo, triángulo rectángulo, ángulo, razón, radio de la circunferencia y proporcionalidad) al término de sus 5 minutos se elegía un alumno al azar de cada grupo el cual debía pasar al frente a hablar del concepto para que los demás alumnos discutieron si eran correctos o no.

Al comienzo de la actividad los alumnos se quedaban con lo que decía el primer compañero ejemplo: “El triángulo es una figura de 3 lados y 3 ángulos” y todo el grupo no cuestionaba estas definiciones simplemente se quedaban con ella por lo que se tuvo que hacer un acompañamiento por parte del profesor para hacer preguntas que detonaran discusiones,

los siguientes fragmentos de diálogos corresponden a las interacciones más relevantes con los alumnos en la sesión del día 17 de febrero de 2026:

Concepto Triángulo:

Profesor (P): ¿Habrán figuras de tres lados que no sean triángulos?

por ejemplo, si yo trazara esto de aquí ¿Sería un triángulo?, ¿Por qué sí? O ¿Por qué no?

Alumno 1 (A1): Primero ¿Las figuras tienen que tener curvas?

Alumno 2 (A2): El círculo es una figura ¿no?

A1: Cierto.

Con respecto a la figura trazada en el pizarrón se llegó a la conclusión de que no se podía medir los ángulos.

P: ¿Esos para ustedes son ángulos?

Alumno 3 (A3): Mi punto de vista no sé si esté bien. Yo creo que va a estar mal, pero, pero este tipo de así de líneas pa allá, pa acá, chuecas, pues no pueden tomarse como un ángulo porque no se pueden medir.

Algunos alumnos después de esto mencionaron que es imposible medirlo y alguien mostró un transportador por lo que se hizo el ejercicio de medirlos para ver si era posible o no.

En el concepto de razón podemos rescatar que los alumnos no conocen ese término al hablar de matemáticas siendo que ya la vieron en diferentes etapas de su vida escolar

cuando hablan de fracciones de proporcionalidad o incluso al hablar de divisiones lo que nos podría indicar que ni los mismos profesores asocian este término con los temas antes mencionados ya que para los alumnos no tenía sentido este concepto en las matemáticas solo lo identificaron dentro de su lenguaje coloquial esto se puede ver reflejado en la siguiente conversación:

Alumno 4 (A4): La razón para nosotros fue darle la certeza a alguien que expresa su opinión Y un ejemplo sería como estar hablando con alguien y no sé un tema por así decirlo Y ese amigo, ese compañero por el que estás hablando dice algo correcto Ahí es cuando tú le das la razón de eso.

Alumno 5 (A5): Pero hay tecnicismos.

P: ¿Por qué tecnicismos?

A5: Porque la razón es una palabra con varios significados, porque hay una razón que es la de la certeza y podría ser otra razón que es la de la química o hay otra razón que es la de la matemática dependiendo del contexto donde la usemos.

Algo interesante es lo que menciona el Alumno 5 que debe de tener un sentido dentro de las matemáticas lo que nos habla de que ven diferente lo coloquial que es su vida diaria con las matemáticas no las relacionan porque para el alumno el significado debe ser diferente dentro de las matemáticas y de su realidad.

Para la sistematización de los argumentos presentados por los alumnos en esta sesión se va a usar la Tabla 1.

Tabla 1

Sistematización sesión 1

Número.	Argumento.	Categoría.
1	“El triángulo es una figura de 3 lados y 3 ángulos.”	Reconocimiento de características, ya que describen las propiedades de un objeto matemático.
2	“El círculo es una figura” lo que se usó como validación de que hay figuras con curvas.	Reconocimiento de características, ya que describen las propiedades de un objeto matemático.
3	“Los ángulos con líneas chuecas no se pueden medir”	Reconocimiento de características, describe a los segmentos rectos como característica de los ángulos.

En la Tabla 1 se presenta la sistematización de las respuestas iniciales, donde se puede observar que en este primer acercamiento conceptual los estudiantes emplean únicamente argumentos de tipo descriptivo. Dichas intervenciones se limitan a enunciar propiedades superficiales de objetos matemáticos con los que ya han tenido contacto en ciclos escolares previos, describiéndolos de manera breve y aislada. Esta tendencia inicial indica que el alumnado se sitúa en un nivel de reconocimiento empírico, donde todavía no se manifiesta un análisis profundo o reflexivo sobre los elementos discutidos ni sobre sus implicaciones geométricas.

En términos generales esta actividad de inicio se puede observar que los alumnos tienden a quedarse con las definiciones que se les dan en la escuela y no hay una reflexión sobre si esto es correcto o no un ejemplo claro es lo del triángulo que la SEP (2023) maneja como “Polígono (por su prefijo tri que significa “tres”) de 3 lados, 3 ángulos y 3 vértices” (p. 59), aunque es una definición correcta porque si contiene estos elementos quizás se puede complementar más esta definición y decir cómo son estos lados ya que como se vio en las interacciones de esta sesión se necesita que estos lados sean rectos algo que los alumnos no se detenían a analizar.

Si bien, en primera instancia no hicieron análisis tan profundos solo hablaban de lo que ya conocían, durante el debate y la discusión se pudo notar una gran capacidad de los alumnos para reflexionar y defender sus ideas esto se pudo notar cuando enlazaban ideas de este tema con otro, como por ejemplo, cuando el alumno menciona que el círculo tiene lados curvados y esto respalda su punto, también es importante ver cómo relacionaron teoría con práctica al proponer medir el ángulo para ver si se podía medir o no.

Para finalizar también se notaron algunas inseguridades al momento de compartir sus opiniones esto se logró ver al momento de hablar con un tono bajo o estar nerviosos, además en sus propias palabras como cuando un alumno menciona “no se si este bien yo creo que voy a estar mal” estos comentarios pueden indicar lo poco acostumbrados que están a compartir sus ideas y hacer este tipo de actividades lo que podría representar alguna dificultad en actividades posteriores.

Sesión 2: Sesión de las rampas.

Como siguiente sesión se va a comenzar con las prácticas dentro de su entorno para ir analizando cómo es que estas actividades van generando o no una construcción de su conocimiento, la actividad que debían realizar es encontrar diferentes estructuras (rampas, porterías de la escuela o escaleras) donde se pudiera distinguir lo que es un triángulo rectángulo y posterior a esto debían de medirlo con alguna parte de su cuerpo solo las medidas horizontales y verticales, para después partir el triángulo como se muestra en la figura 9 algunos de los resultados de esta actividad se encuentran en el anexo B.

Esta actividad tiene relación con el seked que es lo que se utilizaba en la antigüedad para construir las pirámides y que mantuvieran su inclinación, lo que nos propone la existencia de una relación entre lo vertical y horizontal de un triángulo y es el comienzo del análisis entre los elementos del triángulo.

Posterior a esto se les pidió dividir lo vertical entre lo horizontal de cada uno de los triángulos que midieron con el fin de que ellos pudieran visualizar esta relación y que sigue cierta razón de proporción que permite que sigan teniendo la misma inclinación al momento de ir haciendo más grande la pirámide o la rampa. También, se les hizo unas preguntas para ver si ellos de inicio lograban identificar esta relación que fueron las siguientes:

¿Existe algún patrón entre los datos que encontraron?

¿Podrían construir un triángulo más grande con estos datos?

Para esta primera actividad los alumnos no encontraron ninguna relación y las preguntas no ayudaron a generar alguna reflexión ya que en la primera solo respondieron que

no veían ninguna relación y en la segunda solo mencionan que extendiendo las líneas de los triángulos se podía formar uno más grande pero no encontraron esa relación.

Como en la siguiente sesión se trabajó de igual forma con el seked y con la construcción de pirámides se optó por dejar en pausa la visualización de esta relación esperando a que se puedan descubrir en las siguientes clases.

Sesión 3: Sesión del seked.

Como parte de la siguiente sesión se trabajó las mismas relaciones de vertical y horizontal para que mantengamos la inclinación en estructuras triangulares para ello se retomaron las preguntas del día anterior ¿Existe algún patrón entre los datos que encontraron? Y ¿Podrían construir un triángulo más grande con estos datos? Esto se trabajó de manera grupal con el fin de incentivar la reflexión en los alumnos.

Para esto se anotaron los resultados obtenidos en las mediciones de algunos equipos y a continuación se muestran algunas conversaciones que se tuvieron con los alumnos en la sesión del 19 de febrero de 2026:

P: ¿qué pasa con este lado cuando construimos un triángulo menor?

Salón (S): La mayoría responde disminuye.

P: ¿Cuánto disminuye?

S: 3 y $\frac{2}{4}$

P: ¿Existe algún patrón?

S: Y el grupo respondía con un rotundo no, que no había ningún patrón.

Para esto se siguió con los siguientes cuestionamientos para ver si se lograba encontrar el patrón.

P: Por ejemplo, si yo les pidiera extender este triángulo y hacerlo más grande, ustedes podrían saber ¿cuánto va a medir?

Alumno 6 (A6): Va a medir 9 y $\frac{5}{4}$.

P: ¿Por qué 9 y $\frac{5}{4}$?

A6: Porque el patrón va aumentando 3 y es 6 pues ahora va a ser 9 y si en el otro va aumentando $\frac{2}{4}$ ahora sería $\frac{5}{4}$.

P: Okey, ahorita tu mencionaste la palabra patrón, entonces ¿Hay un patrón?

S: Si.

P: ¿Cuál es el patrón?

A6: que uno va aumentando de 3 en 3 y otro de $\frac{2}{4}$.

Para continuar con la sesión se les pidió en equipos elaborar una pirámide con unos cubos, se esperaba que los alumnos aplicaran esta relación de sí aumentó de un lado también del otro para que se mantenga la “diagonal” como ellos le llaman a la pendiente del triángulo, después se hicieron cuestionamientos a los alumnos sobre su trabajo un ejemplo es el siguiente fragmento de la conversación del mismo día 19 de febrero de 2026.

P: Vamos a suponer que yo voy a subir esta pirámide.

Alumna 7 (A7): No, no, espérese está mal.

P: ¿Qué está mal?, ¿Por qué está mal?, ¿Por qué le quitaste esas piezas?

A7: Porque no es un triángulo.

P: ¿Qué pensaste que les iba a decir?

A7: Que no íbas a poder subir las escaleras.

P: ¿Por qué no iba a poder?

A7: Porque estaba más alto este, porque íbamos de uno en uno y aquí estaba más alto no íbamos por pisos.

P: Y entonces ¿Qué pasaba en ese piso? Intenta explicarlo con tus propias palabras.

A7: Tu eres la persona, no íbas a poder subir porque está más alto entonces tiene que tener cierta simetría.

Para continuar y con el desarrollo de la idea de que se debe seguir cierto patrón o regularidad al momento de crear diferentes estructuras triangulares se procede a presentar la idea de “seked” que no es otra cosa que lo que los alumnos ya han realizado la comparación de vertical y horizontal que debe de seguir cierto patrón para que se mantenga la inclinación para esto se les preguntó lo siguiente:

P: ¿Cómo son las pirámides?

S: Triangulares, tienen escalones iguales, etc.

P: Ustedes que creen que hacían para que la pirámide no estuviera chueca.

Alumna 8 (A8): Dividían en triángulos más chiquitos.

A partir de aquí se les presentó la idea del seked que es la división o comparación de lo vertical entre lo horizontal si avanza de un lado avanza del otro, al final se les preguntó lo siguiente:

P: ¿Qué obtenemos con la comparación de esos lados?, ¿Para qué nos sirve? Al no obtener una respuesta se les hizo una pregunta adicional ¿Qué pasaría si yo no hago eso de dividir el triángulo y lo hago con cualquier medida?

S: Queda hueco el triángulo.

A8: Para que no quede hueca la diagonal.

Y de aquí se presentó la idea del seked y su función en civilizaciones antiguas.

En la tabla 2 se presentan los argumentos presentados en la sesión 3 y su sistematización.

Tabla 2

Sistematización sesión 3

Número.	Argumento.	Categoría.
1	“Disminuye” “2/4 y 3”	Reconocimiento de características, ya que describen lo que está pasando pero hasta el momento no habían encontrado alguna relación..
2	“Porque el patrón va aumentando 3 y es 6 pues ahora va a ser 9 y si en el otro va aumentando 2/4 ahora sería 5/4.”	Reconocimiento de patrones, ya que el alumno reconoce cómo va cambiando la figura y puede predecir cómo sería la siguiente figura.

3	“No ibas a poder subir porque está más alto” “Debe tener cierta simetría”	Relación entre magnitudes, ya que se reconoce que uno no puede estar más alto que otro y que ambas medidas deben tener una relación para mantener la estructura.
4	“Queda chueco” “Para que la diagonal no quede chueca”	Construcción de significado, ya le dan un uso a partir de la construcción de pirámides a lo trabajado en las últimas sesiones.

A partir del análisis de esta segunda tabla de sistematización, se puede constatar la transición y evolución en la estructura de los argumentos de los estudiantes, los cuales avanzan desde nociones simples hacia razonamientos más complejos y articulados. En un primer momento, las interacciones se limitaban a describir eventos geométricos aislados, tales como el reconocimiento cualitativo de que las dimensiones del triángulo aumentaban o disminuían en su tamaño físico. Sin embargo, a lo largo de las actividades se observa cómo los alumnos van desarrollando estas ideas hasta identificar la existencia de patrones de comportamiento y regularidades numéricas dentro del triángulo.

Posteriormente, esta detección de patrones dio paso a la articulación de argumentos basados en la covariación de magnitudes, donde el alumno fue capaz de comprender y explicar que las variables no cambian de forma independiente, sino que existe una relación de dependencia mutua entre ellas. Finalmente, el proceso culminó cuando los estudiantes lograron integrar todos estos elementos (cambios aislados, regularidades y covariación) para dotar de una

utilidad práctica al objeto de estudio, alcanzando así la construcción de un saber funcional que cobró sentido a través de la resolución del problema real.

La intención de la sesión 2 y 3 era ir construyendo relaciones entre elementos del triángulo se inició con los elementos básicos que son los lados y como es que esto se comportan y siguen ciertos comportamientos, para comenzar se trabajó con la medición de rampas, sin más, hacer mediciones rudimentarias e intentar encontrar relaciones las cuales de inicio fueron difíciles de ver aquí entra el papel del docente como mediador para ir buscando ejemplos que puedan ayudar al alumno a ver estas relaciones, ya con más ejemplos los alumnos fueron capaces de ver el patrón que seguía varias estructuras.

Para continuar llevaron a la práctica estos patrones con la construcción de sus pirámides donde se dieron cuenta que para la construcción de las pirámides necesitamos respetar estas relaciones que tienen los lados para como decían ellos la diagonal no estuviera chueca y por último al final de ellos trabajar varias actividades viene la formalización del contenido donde se les presenta ya el *seked* enlazando lo que ellos hicieron con la epistemología de las razones trigonométricas y como es que este concepto no nació de la mecanización o de memorizar cosas sino que nace de una necesidad que ellos previamente ya trabajaron en las actividades anteriores.

En cuanto a los argumentos es interesante escuchar cómo los expresan de manera informal aunque detrás de ellos hay un gran significado matemático, por ejemplo, el ir de 3 en 3 o que si aumenta de un lado y del otro, que no quede chueca la diagonal, que debe seguir cierta simetría implica que reconocen un patrón y una proporcionalidad en el triángulo aunque directamente no se mencionan estos términos la socioepistemología reconoce como válidos estas expresiones ya que nos hablan de conceptos matemáticos.

Sesión 4: Sesión reto de altura.

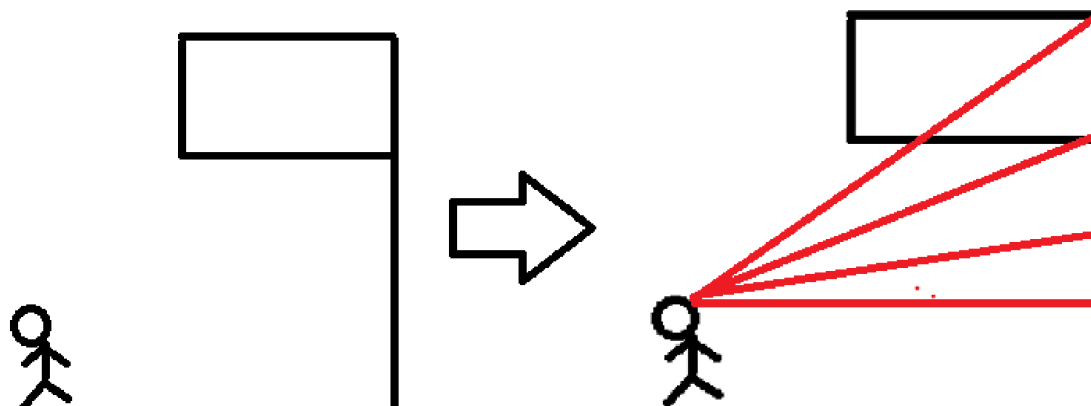
Se planteó el reto de medir la asta bandera y se les pidió que en sus mismos equipos crearán un método para resolver este reto y se escucharon sus propuestas algunos hablaban de medir la sombra, pero se discutió con el grupo y se llegó a la conclusión de que no se podía porque el sol cambiaba entonces no siempre iba a medir lo mismo la sombra, si bien la idea no era mala y si podría usar para medir la altura se decidió no profundizar tanto en esta idea porque la intención era usar otro método.

Otro alumno sugirió dividir el asta no medirla toda si no por secciones donde mediante la vista ver aproximadamente donde está la mitad y luego la mitad de la mitad y así sucesivamente hasta llegar a un punto que no esté tan alto y que si se pueda medir para ya solo multiplicar y obtener la altura total, como en esencia era lo que se quería hacer en sesiones posteriores se comenzó a desarrollar esta idea para ello se les pidió a los alumnos desarrollar un esquema de cómo dividirán el asta donde se tendrían que poner y qué figuras se formarían.

Se les recordó que estábamos trabajando con triángulos y se les pidió encontrar cómo es que se formaba un triángulo usando la idea de su compañero se esperaba que plantearan algo similar a la figura 11 también en el Anexo C se encuentran algunas divisiones que hicieron los alumnos.

Figura 11.

Interpretación del problema.



Nota: Se muestra cómo es que se van formando triángulos más pequeños hasta llegar a una distancia accesible para el alumno. Elaboración propia.

Esta parte de la clase realmente fue muy difícil para ellos ya que no encontraban cómo plantear o donde se formaba el triángulo después de algunas ideas lograron darle forma a lo que es la representación gráfica de su compañero para dar paso a lo que es la siguiente pregunta: ¿Qué cosas cambian en esos triángulos?, ¿Cuáles no cambian? Y ¿Qué cosas podemos medir y cuáles no? Aquí los alumnos llegaron a la conclusión que se puede medir la base y que podemos medir la altura chiquita, algunos dijeron que podían medir el ángulo, pero no sabían cómo solo que era una medida accesible para ellos.

Como nuestro siguiente reto era medir el ángulo se les presentó lo que es el astrolabio (En el anexo D hay un ejemplo de astrolabio) una herramienta que utilizaban las antiguas

civilizaciones para medir ángulos que en este caso permitirá medir lo que es el ángulo cada que se cambie la vista de un punto a otro de la asta.

Es importante observar dos cosas muy importantes primero las ideas de los alumnos que usaron para resolver este reto son muy valiosas ambas hubieran funcionado con el enfoque correcto, por otro lado, esta actividad nos permitió observar parte de nuestra problemática donde Montiel y Jácome (2014) hablan de que a los alumnos solo se les presentan triángulos superpuestos a situaciones “reales” donde no analizan el entorno, sólo el triángulo ya que aquí se les pedía a ellos que mediante la observación formarían el triángulo lo que les costó un gran esfuerzo y refuerza el punto anterior, generalmente no analizan situaciones solo triángulos superpuestos por lo que se les dificulto hacer este ejercicio.

Sesión 5: Sesión altura de la asta.

Ya con los materiales necesarios para esta práctica, se les informó que debían registrar sus datos en una tabla y mediante esta ir recolectando información que les permita al final medir la altura total de la asta, luego de esto los alumnos salieron del aula y comenzaron a medir, cuando comenzó la actividad había muchas dudas en cuanto el uso del astrolabio, así como en el proceso de cómo medir y qué medir.

Algunos equipos comprendieron el proceso y comenzaron a ayudar a los otros, lo que ayudó al trabajo colaborativo pero requirió más tiempo del previsto, al regresar al salón se les pidió a los alumnos el registro de sus datos donde se pudo observar muchas deficiencias a la hora medir algunos tenían el ángulo pero faltaba la altura, otros sólo median la final y no lo partían o se les olvido medir la final y no se podía obtener la altura total hubo pocos

alumnos que sí midieron todos los datos posibles, con estos datos creamos una tabla de valores en el pizarrón y se les preguntó cuánto mide la altura total del asta según estos datos.

Y al final de manera grupal se analizaron los datos y se obtuvo la medida total aproximada de la altura de la asta, aunque sí existieron muchas complicaciones y errores al momento de hacer la práctica.

Sesión 6: Sesión a medir la escuela.

Para esta sesión se volvió a medir, pero ahora todas las estructuras del salón con ayuda del astrolabio, antes de salir se analizaron los errores de la práctica pasada como no medir el ángulo final, no mantenerse en una misma posición lo que modifica las medidas y ya no eran correctas, así como recomendaciones generales para lograr la práctica.

Los alumnos salieron y midieron diferentes edificios esta vez el ejercicio se realizó de mejor manera y ellos entendiendo que debían hacer, la mayor parte de equipos logró terminar por lo que se regresó al salón y se les preguntó: ¿Qué nuevas relaciones encontramos ahora? Y ¿Cómo se comportan estas relaciones?

Ellos hablaron de que ahora manejamos ángulo y que si este aumenta la altura también por lo que después de esto se les presentó las tablas de cuerdas que servían para medir distancias por lo que nuevamente una práctica nos sirve de base para llegar a un concepto matemático y que se sigue relacionando con una práctica social.

Los errores en la práctica de la sesión 5 son de gran ayuda para esta final ya que permiten llegar a perfeccionar la práctica siguiente así como es valioso que el conocimiento no sale de un concepto directo si no que esta actividad, miden, registran, analizan y comparan

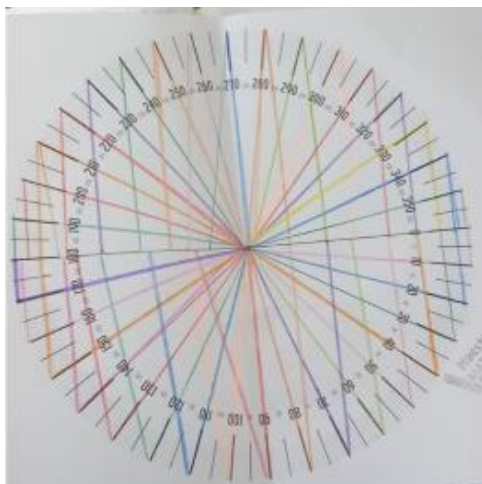
resultados con sus otros compañeros para al final llegar a la relación de ángulo y altura donde poco a poco se van acercando a la razón trigonométrica ya que en esta ocasión ya usan variaciones del ángulo para llegar a la altura y también es importante como entre equipos se apoyaron ante las dificultades de la sesión 5 ya que nos habla de construcción en sociedad del conocimiento (Algunos resultados de los alumnos se encuentran en el Anexo E).

Sesión 7: Círculo.

Para finalizar con la intervención se les repartió a los alumnos una hoja con un círculo dividido cada 10° donde ellos debían trazar triángulos de la siguiente manera:

Figura 12.

Triángulos en el círculo.



Nota: Trabajo realizado por uno de los alumnos al formar los triángulos en la circunferencia unitaria. Fuente: Acervo personal del alumno (2026).

A continuación, se muestran las conversaciones de la sesión del 25 de febrero de 2026 en la cual se realizaron algunas preguntas para intentar llegar a la construcción de seno y coseno.

P: Esos triángulos que formaron ¿siguen algún patrón? O ¿Se relacionan entre ellos?

S: Si.

Alumno 9 (A9): Todos tocan el centro.

A3: Que van de 10 en 10.

Se les pidió ahora comparar los triángulos y cómo cambian conforme avanzan los grados que pasa con los lados, si cambian, ¿Cómo son estos cambios?

P: ¿Qué pasa con los otros lados?

A4: Aumenta y disminuye la base y la altura.

P: Y nuestro tercer lado, ¿Qué pasa con ese tercer lado?

A4: También aumenta y disminuye.

S: No, se queda igual.

A4: ¿A poco sí? A ver deja lo mido.

P: Entonces ¿Qué pasa?

A4: A si, se queda igual porque la distancia del centro para arriba o cualquier lado es la misma.

P: ¿Por qué es la misma?

A4: Porque es el radio.

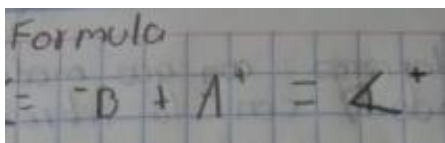
Para continuar se analizó como son los cambios del ángulo y de los lados (considerando únicamente los que presentan cambios ya que uno el radio es un valor fijo) y se llegó a la conclusión de que, si aumenta el ángulo, aumenta la altura y disminuye la base y se les preguntó ¿creen que estos elementos tienen alguna relación entre sí? Todo el salón respondió que sí.

Se les recordaron las relaciones anteriores que encontramos tanto el seked como lo del ángulo y la altura que fueron de ayuda para encontrar algunos resultados importantes y se les pidió que al igual que el seked intentaran formar una expresión para interpretar esta relación del ángulo con la altura y la base.

A lo que un equipo logró formar esta expresión que se observa en la Figura 13.

Figura 13.

Fórmula de la relación.



Formula
 $\frac{1}{2}D + A = A'$

Nota: Interpretación de la relación que los alumnos encontraron en la actividad de la sesión

7. Fuente: Acervo personal del alumno (2026).

Aquí intentaron explicar la relación entre los elementos del triángulo que para ellos representó mayor ángulo es igual a menor base y mayor altura y realmente aquí se esperaba la construcción de la razón seno o coseno, pero no se llegó a esto.

A continuación, se muestra la tabla 3 donde se presentan los argumentos que presentaron los alumnos y a que categoría pertenecen.

Tabla 3

Sistematización sesión 7

Número.	Argumento.	Categoría.
1	“Todos tocan el centro”	Reconocimiento de características, describen un aspecto en común que tienen los triángulos que formaron.
2	“Que van de 10 en 10.”	Reconocimiento de patrones, reconocen que los triángulos construidos, aumenta 10° cada uno.
3	“Si aumenta el ángulo, aumenta la altura y disminuye la base. ”	Relación entre magnitudes, el alumno describe cómo es que los triángulos cambian su altura y base de acuerdo al ángulo.
4	“A si, se queda igual porque la distancia del centro para arriba o cualquier lado es la misma.” “Porque es el radio”	Identificación de una constante, el alumno logra identificar que uno de los lados nunca va a cambiar ya que es el radio y lo reconocen como una constante.

En la última sesión se observó que los argumentos de los alumnos fueron avanzando de menos a más. Al principio, comenzaron con ideas sencillas, cómo notar que todos los triángulos tocaban el centro de la figura, esto se clasificó como un reconocimiento de características. Después, conforme se les pidió dar más detalles, empezaron a hablar de patrones, señalando que los ángulos avanzaban de 10° en 10° , lo que perteneció a la categoría de reconocimiento de patrones.

A través de nuevas preguntas, los estudiantes profundizaron aún más y lograron identificar una constante: el radio del círculo, reconociendo que este lado nunca cambiaba. Finalmente, los alumnos lograron unir tres elementos clave (el ángulo, la base y la altura) para explicar cómo se relacionan e influyen entre sí, lo que se consideró como una relación de magnitudes.

Lo único que faltó para cerrar este proceso, y que probablemente habría ayudado a que naciera la razón trigonométrica, fue lograr la construcción de significado. Es decir, faltó que los alumnos encontrarán una utilidad práctica a esa relación que descubrieron. Por lo tanto, se concluye que diseñando más actividades en esta misma línea se habría tenido el tiempo suficiente para que los estudiantes construyeran por completo el concepto de la razón.

A pesar de este avance secuencial, el proceso analítico no logró consolidar la última categoría del diseño: la construcción de significado o saber funcional. Se concluye que el elemento ausente para culminar con éxito la secuencia y favorecer la emergencia formal de la razón trigonométrica (seno o coseno) fue, precisamente, dotar de una necesidad de uso y utilidad práctica a esa triple relación de magnitudes detectada por los alumnos. Por lo tanto, se proyecta que el desarrollo de un mayor número de actividades orientadas firmemente bajo

esta línea metodológica habría generado las condiciones óptimas para propiciar de manera natural la construcción abstracta de la razón matemática.

Si bien la idea de la sesión era llegar a la construcción formal de seno y coseno y no se logró, no se puede decir que la actividad fracasó ya que dentro de la misma los alumnos interpretaron e identificaron conceptos matemáticos importantes. Primero encontraron una constante al observar que un lado era el radio por lo que nunca iba a cambiar, posterior a esto encontraron relaciones de covariación ya que detectaron que si la altura disminuye la base aumenta y viceversa, relacionaron el ángulo con la base y la altura que si bien no es la razón como tal está muy cerca, se puede decir que quedaron a un escalón de llegar a la construcción de las razones trigonométricas.

A pesar de que se lograron identificar ciertas relaciones entre los elementos del triángulo, no se consiguió que emergieran las razones trigonométricas como tal. Por lo tanto, resulta fundamental asumir una postura crítica y reflexiva sobre las causas que impidieron alcanzar este objetivo, clasificando el análisis en tres factores principales: la falta de experiencia previa en la aplicación de la Teoría Socioepistemológica, la ausencia de actividades específicas orientadas a consolidar el concepto de razón, y la limitación del tiempo para transitar de una observación cualitativa a una representación formal.

En primer lugar, respecto a la falta de experiencia en la práctica de este enfoque teórico, cabe destacar que la Socioepistemología sitúa al estudiante como el centro del aprendizaje, quien construye el conocimiento matemático con base en sus experiencias dentro de las prácticas sociales. Bajo este modelo, el papel del docente se transforma en el de un guía que, a través de preguntas detonadoras, debe orientar la construcción progresiva

de dichos saberes. Si bien en diversos momentos de las sesiones los cuestionamientos planteados por el investigador resultaron pertinentes y favorecieron la emergencia de conocimientos, es posible que en la última sesión faltará diseñar una pregunta crucial que generará en el alumnado la necesidad explícita de recurrir a las razones trigonométricas.

En segundo lugar, se identifica la falta de concreción del concepto de razón. Esto derivó de ciertas deficiencias en la comprensión de dicho concepto por parte de los alumnos; aunque se trabajó en algunas de las sesiones, se concluye que se debió otorgarle un mayor peso dentro de la planeación. Desde el inicio del plan de acción se pudo observar que los estudiantes no concebían la razón como un concepto propiamente matemático, lo que dificulta su uso como herramienta de comparación geométrica.

Finalmente, el tercer factor corresponde a la limitación temporal. Al respecto, Reyes-Gasperini (2016) señala que el rediseño del Discurso Matemático Escolar y la consecuente construcción de conocimiento por parte de los alumnos no son procesos inmediatos, sino que requieren de un periodo prolongado de diseño y rediseño didáctico para lograr dar el salto de las observaciones empíricas hacia las representaciones formales. En consecuencia, se argumenta que el tiempo asignado y el número de actividades resultaron insuficientes para que los estudiantes consolidarán esta transición conceptual de manera definitiva.

Por último, es importante mencionar que se tenía contemplada una última sesión donde iban a poner en práctica lo que son las razones trigonométricas previamente construidas y aplicarlas en problemas, pero al no llegar a la construcción de la razón se optó por ahora omitir esta última sesión.

VII Conclusión.

A partir del presente trabajo de investigación y mediante el uso de la TSEM se creó una secuencia de didáctica buscando una construcción progresiva del conocimiento a partir de diferentes prácticas sociales, más allá de memorizar fórmulas algebraicas lo que se buscó es que ellos tuvieran la necesidad de llegar a ese conocimiento mientras intentaban resolver diferentes situaciones.

Sin embargo, el objetivo de esta investigación no era la construcción formal sino más bien el análisis de los argumentos que los alumnos usarán para construir estos conceptos mediante el rediseño del discurso matemático escolar es importante mencionar esto para no desviarnos de lo que aquí se buscaba.

Los argumentos de los alumnos vistos desde la Socioepistemología nos mostraron cómo es que ellos se fueron apropiando de lo que se hablaba en clase y sobre todo de lo que se hacía en clase como ellos mediante a expresiones informales daban sentido a situaciones matemáticas importantes que se daban en la clase, hablaron de patrones, de proporcionalidad, patrones, simetría, hacían análisis profundos de comportamientos en la figura del triángulo, pero todo esto visto desde sus propias expresiones.

Parte del rediseño del discurso matemático escolar es no darles las matemáticas a los alumnos como una ciencia acabada, sino que es hacerlos a ellos mismos ir generando su propio conocimiento y esto se vio en las actividades, nunca se habló de términos acabados o

de conceptos, más bien, se realizaron varias actividades con el fin de llegar a estas relaciones y conceptos; y hasta que ellos llegaron a ellas ya se habló de matemáticas más formales.

En cuanto al rediseño del discurso matemático escolar se observaron cambios en la forma en que los alumnos participaban en clase, se pasó de tener un grupo que decía sí o no a todo lo que se les preguntaba, a tener un grupo que argumentaba cosas, capaz de analizar y observar algunas relaciones y que dudaba de lo que se les decía, donde existieron varios debates interesantes cada uno respaldando sus puntos con matemáticas habladas en la informalidad y que por lo tanto son más propias ya que son algo que ellos construyeron e identificaron, fomentando el pensamiento crítico, el análisis y la reflexión en ellos mismos.

Los resultados obtenidos permiten afirmar que sí existió una transformación en los argumentos de los alumnos. Al inicio de la intervención, sus participaciones se caracterizaban principalmente por la repetición de definiciones que escucharon en otros lados o memorizaron que rara vez eran cuestionadas por el resto del grupo. Conforme avanzaron las actividades, los estudiantes comenzaron a construir argumentos más elaborados, sustentados en la práctica y la experiencia, identificaron patrones, las relaciones entre distintos elementos del triángulo, la proporcionalidad y el análisis de las prácticas sociales que abordaban en cada sesión. De esta manera, los alumnos dejaron de hablar exclusivamente de definiciones formales y comenzaron a generar explicaciones propias para dar sentido a los problemas que enfrentaban en cada clase.

7.1. Alcances y Limitaciones.

Ya se habló de lo positivo y de cosas que, si se lograron, algunas cosas que quedan pendientes en este trabajo y que a otros les puede ayudar como referencia son: analizar más

a fondo la construcción del concepto de razón ya que al final si bien encontraron una relación no hubo las herramientas suficientes para interpretar esta relación como una razón por lo que pudo haber ayudado actividades intermedias previas a la construcción de la razón trigonométrica.

Otro punto importante es la sesión 5 donde existieron muchas fallas técnicas al realizar la actividad como puntos a mejorar en otras investigaciones serían ser más organizados y sistemáticos al trabajar esto ayudará a evitar las confusiones en estas actividades y que se cumplan los objetivos en cada sesión.

También es importante mencionar que el tiempo fue poco al trabajar y que por diversas circunstancias que comúnmente tiene una escuela secundaria en México algunos alumnos faltaron varios días, lo que corto e influyó mucho en su participación con la investigación realizada.

Dado que la presente investigación se desarrolla desde un enfoque cualitativo y mediante un estudio de caso, los resultados no deben generalizarse. Sus alcances se limitan únicamente al análisis e interpretación de los alumnos que participaron. En ese sentido los hallazgos aquí expuestos constituyen un precedente para futuras investigaciones en contextos similares.

En cuanto a los alcances se pudo identificar que la Socioepistemología puede ser interesante para las razones trigonométricas, ya que permitió que los alumnos a partir de sus experiencias fueran construyendo conocimientos matemáticos, que en futuro les puedan ayudar como introducción a definiciones más formales.

Esta tesis, también permitió introducir algunos elementos como el *seked* o el *astrolabio* como referentes didácticos para otros maestros en la integración de la interdisciplinariedad entre campos formativos de Saberes y Pensamiento Científico y De lo Humano y lo Comunitario, donde se pueden integrar al enlazar las disciplinas de Matemáticas y Tecnología, principalmente en su tema de inclusión de procesos ancestrales en la actualidad, lo que también abre la investigación a futuras colaboraciones con otros campos formativos.

Además, ayudó a visibilizar los argumentos informales como parte fundamental para la construcción del conocimiento ya que dentro de estas expresiones coloquiales se pudo ver reflejados conceptos matemáticos importantes con los que los alumnos trabajaron y que inconscientemente estaban explicando y dándoles un significado desde su propia experiencia sin siquiera saber que era matemáticas.

Finalmente entender que estas metodologías tan diferentes a lo eventualmente trabajado y que muchas veces exigen un compromiso más fuerte para el docente nos ayuda a crear ambientes distintos de trabajo lo que nos puede brindar una perspectiva nueva de lo que son las matemáticas, enriqueciendo el proceso de construcción de las matemáticas con las ideas y concepciones del alumno lo que hacen que se creen conocimientos más cercanos a ellos que son el centro de la educación.

Referencias

- Arrieta, J., y Díaz, L. (2016). UNA PERSPECTIVA DE LA MODELACIÓN DESDE LA SOCIOEPISTEMOLOGÍA. *Revista Latinoamericana de Investigación En Matemática Educativa*, 18(1), 19-48. <https://doi.org/10.12802/relime.13.1811>
- Ávila Carranza, B. E., Ojeda Narváez, A. R., Chusin Pilatasig, L., Zuñiga Altamirano, R. A., Suquilanda Vera, M. L., y Noguera Molina, B. C. (2025). Matemática y vida cotidiana: cómo hacer que los estudiantes vean su utilidad. *South Florida Journal Of Development*, 6(5), e5283. <https://doi.org/10.46932/sfjdv6n5-038>
- Bautista, N. P. (2011). Proceso de la investigación cualitativa. Epistemología, metodología y aplicaciones. Manual Moderno <https://uniclanet.unicla.edu.mx/assets/contenidos/152520240111214129.pdf>
- Camacho, A. (2006). *Socioepistemología y prácticas sociales. Educación Matemática*, 18(1), 133–160. https://www.revista-educacion-matematica.org.mx/descargas/vol18/1/vol18-1-01_REM_18-5.pdf
- Cantoral, R., Montiel, G., y Reyes-Gasperini, D. (2015). Análisis del discurso Matemático Escolar en los libros de texto, una mirada desde la Teoría Socioepistemológica. *AIEM-Avances de Investigación en Educación Matemática*, 8, 9–28. <https://aiem.es/article/view/3965/4403>
- Cantoral, R., Reyes-Gasperini, D., y Montiel, G. (2014). Socioepistemología, Matemáticas y Realidad. *Revista Latinoamericana de Etnomatemática*, 7(3), 91-116. <https://www.redalyc.org/pdf/2740/274032530006.pdf>

- Chico, J. D., Gamboa Graus, M. E., & Zaldívar Henríquez, L. (2017). EL DESARROLLO DE HABILIDADES EN LA RESOLUCIÓN DE PROBLEMAS TRIGONOMÉTRICOS DE LOS ESTUDIANTES DE SEGUNDO CICLO DE LA ENSEÑANZA SECUNDARIA ANGOLEÑA. *Revista Pertinencia Académica*. (4), 49–68. <https://revistas.utb.edu.ec/index.php/rpa/article/view/2415/2023>
- Cordero Osorio, F., y Flores Estrella, R. B. (2007). El uso de las gráficas en el discurso matemático escolar. Un estudio socioepistemológico en el nivel básico a través de los libros de texto. *Revista Latinoamericana de Investigación en Matemática Educativa*, RELIME, 10(1), 7-38. <https://www.redalyc.org/pdf/335/33500102.pdf>
- Crespo Crespo, C. y Farfán, R. (2005). Una visión de las argumentaciones por reducción al absurdo como construcción sociocultural. *Revista Latinoamericana de Investigación en Matemática Educativa* 8 (3), 287-317. <https://www.redalyc.org/pdf/335/33508304.pdf>
- Gallego, J., Vega, L., y Guzmán, D. (2018). *La modelación de problemas en el contexto de las razones trigonométricas*. En P. Lestón (Ed.), *Actas de la XII Conferencia Argentina de Educación Matemática* (pp. 587–594). SOAREM. <https://funes.uniandes.edu.co/funes-documentos/la-modelacion-de-problemas-en-el-contexto-de-las-razones-trigonometricas/>
- Grisolia, J. (2016, 29 julio). Interdisciplinariedad. REVISTA IDEIDES <https://revista-ideides.com/interdisciplinariedad/>
- Gur, H. (2009). Trigonometry Learning. *New Horizons in Education*, 57(1), 67-80. <https://files.eric.ed.gov/fulltext/EJ860819.pdf>

- Hernández Sampieri, R., Fernández Collado, C., y Baptista Lucio, P. (2006). *Metodología de la investigación* (4.^a ed.). McGraw-Hill Interamericana.
<https://seminariodemetodologiadelainvestigacion.wordpress.com/wp-content/uploads/2012/03/metodologic3ada-de-la-investigacic3b3n-roberto-hernc3a1ndez-sampieri.pdf>
- Hinojos Ramos, J. E., Romero Fonseca, F. W., y Farfán Márquez, R. M. (2020). Principios de diseño de tareas en Socioepistemología. IE Revista de Investigación Educativa de la REDIECH, 11, e708. https://doi.org/10.33010/ie_rie_rediech.v11i0.708
- Latorre Beltran, A., del Rincón Igea, D. y Arnal Agustín, J. (2003). Bases metodológicas de la investigación educativa. <https://sitraiemsorg.wordpress.com/wp-content/uploads/2024/06/bases-metodologicas-de-la-investigacion-educativa-latorre.pdf>
- Medina Herrera, F. del C., y Flores Robles, J. F. (2023). Las Razones Trigonómicas en el nivel medio superior. Aplicaciones en necesidades sociales. Matemáticas, Ingeniería Y Ciencias Ambientales, 5(10), 8–23. <https://revistamica.com/index.php/mica/article/view/64>
- Montiel Espinosa, G. y Jácome Cortés, G. (2014). Significado Trigonómico en el Profesor. Bolema Boletim de Educação Matemática, 28(50), 1193-1216. <https://doi.org/10.1590/1980-4415v28n50a10>
- Montiel Espinosa, G., Cantoral Uriza, R. A. y Castañeda Alonso, A. (2005). Estudio Socioepistemológico de la Función Trigonómica. [Tesis Doctoral, Instituto Politécnico Nacional]. <http://repositoriodigital.ipn.mx/handle/123456789/11653>

- Reyes Gasperini, D. (2011). Empoderamiento docente desde una visión socioepistemológica: estudio de los factores de cambio en las prácticas del profesor de matemáticas. Tesis (M.C.) Centro de Investigación y de Estudios Avanzados del I.P.N. Departamento de Matemática Educativa. <https://repositorio.cinvestav.mx/handle/cinvestav/5383>
- Reyes-Gasperini, D., & Cantoral, R. (2016). EMPODERAMIENTO DOCENTE: LA PRÁCTICA DOCENTE MÁS ALLÁ DE LA DIDÁCTICA... ¿QUÉ PAPEL JUEGA EL SABER EN UNA TRANSFORMACIÓN EDUCATIVA?. *Revista de la Escuela de Ciencias de la Educación*, 2 (11), 155-194. <https://www.redalyc.org/articulo.oa?id=689778314003>
- Runza Montaña, G. M. (2013). *Las razones trigonométricas en el planteamiento y resolución de problemas*. [Tesis, Universidad Nacional de Colombia]. <https://repositorio.unal.edu.co/handle/unal/28762>
- Secretaría de Educación Pública (SEP). (2022). *Plan de Estudio 2022 para la educación preescolar, primaria y secundaria*. Gobierno de México. https://educacionbasica.sep.gob.mx/wp-content/uploads/2025/Plan_y_programas_de_estudio_2025/Plan%20de%20Estudio%202025%20-WEB-.pdf
- Secretaría de Educación Pública (SEP). (2023). *Saberes y pensamiento científico: Primer Grado*. Comisión Nacional de Libros de Texto Gratuitos <https://libros.conaliteg.gob.mx/2025/S1SAA.htm?#page/59>

- Soto, D., y Cantoral, R. (2014). *Discurso Matemático Escolar y Exclusión. Una Visión Socioepistemológica*. Boletim de Educação Matemática, 28(50), 1525-1544.
<https://www.redalyc.org/pdf/2912/291232906026.pdf>
- Tuyub Sánchez, I., Cantoral Uriza, R. A. Y Cordero Osorio, F. (2008) *Estudio socioepistemológico de la práctica toxicológica: un modelo de la construcción social del conocimiento* [tesis de maestría, CENTRO DE INVESTIGACIÓN Y DE ESTUDIOS AVANZADOS DEL IPN]
- Vargas Vargas, G. S. y Martínez Miraval, M. (2020) *ESTUDIO HISTÓRICO-EPISTEMOLÓGICO DE LAS NOCIONES TRIGONOMÉTRICAS SENO Y COSENO*
En C. Gaita Iparraguirre, J. Flores Salazar y F. Ugarte Guerra. (Eds.) X Congreso Internacional sobre Enseñanza de las Matemáticas - ACTAS CIEM (pp. 671-681)
<http://repositorio.pucp.edu.pe/index/handle/123456789/171568>

Anexos.

Anexo A.



Escuela Secundaria General "Potosinos Ilustres"

Docente en formación: Alan Asael Ortiz Martínez

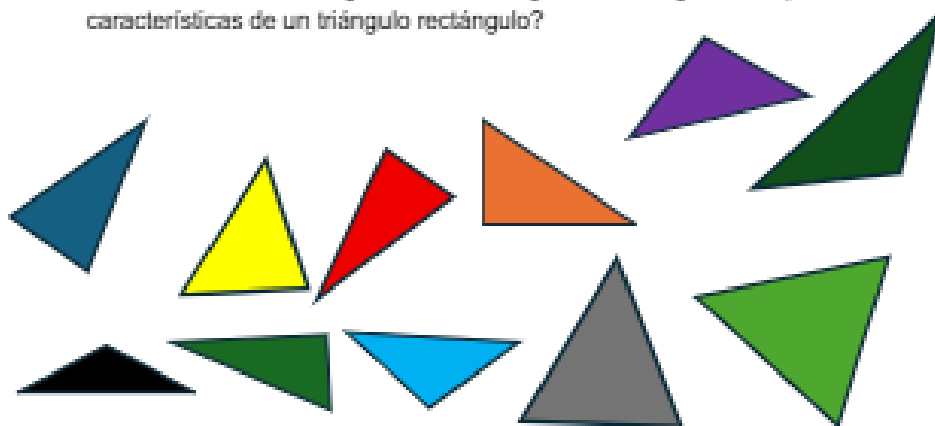


I

Descubramos qué conoces de la trigonometría.

Lee con atención y contesta lo que te pide cada pregunta.

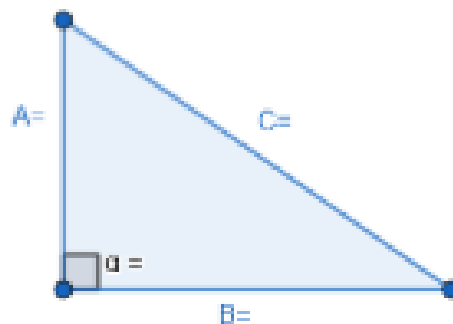
1. ¿Cómo se le llama a la figura de 3 ángulos y 3 lados?
2. Encierra en un círculo , ¿Cuáles de los siguientes triángulos cumple con las características de un triángulo rectángulo?



3. ¿Cuánto mide la suma de los ángulos internos de un triángulo?
 90°
 45°
 180°
 360°
4. De acuerdo a tus conocimientos, ¿Qué entiendes por razón trigonométrica?
5. Menciona cualquier razón trigonométrica que conozcas.



6. ¿Qué significa que 2 triángulos son semejantes?
- Que ambos son iguales.
 - Que sus ángulos son iguales y sus lados proporcionales.
 - Que su área es la misma.
 - Que ambos son diferentes.
7. Identifica cómo se llaman las siguientes partes dentro del triángulo rectángulo.



8. Si en un triángulo rectángulo uno de sus ángulos internos mide 35° . ¿Cuál es el valor de los otros dos ángulos internos?
9. Relaciona cada concepto con su definición.
- Cateto opuesto.
 - Cateto adyacente.
 - Hipotenusa.
- () aquel lado que está frente al ángulo que se va a medir.
 - () lado más grande del triángulo.
 - () aquel lado que forma parte del ángulo a medir.
10. ¿Qué es un triángulo rectángulo?



Escuela Secundaria General "Potosinos Ilustres"

Docente en formación: Alan Asael Ortiz Martínez



11. Si un ángulo mide 42° . ¿Cuánto mide su ángulo complementario?

12. ¿La siguiente imagen es una razón, división, fracción o todas las anteriores? Justifica tu respuesta.

$$\frac{4}{3}$$

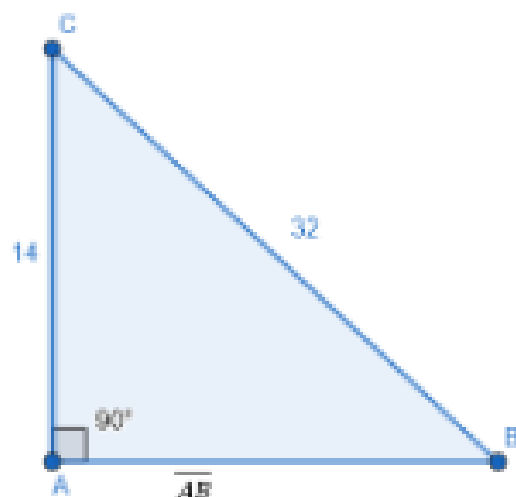
13. Resuelve las siguientes proporciones:

$$\frac{3}{6} = \frac{x}{10} \quad x =$$

$$\frac{2}{4} = \frac{1}{x} \quad x =$$

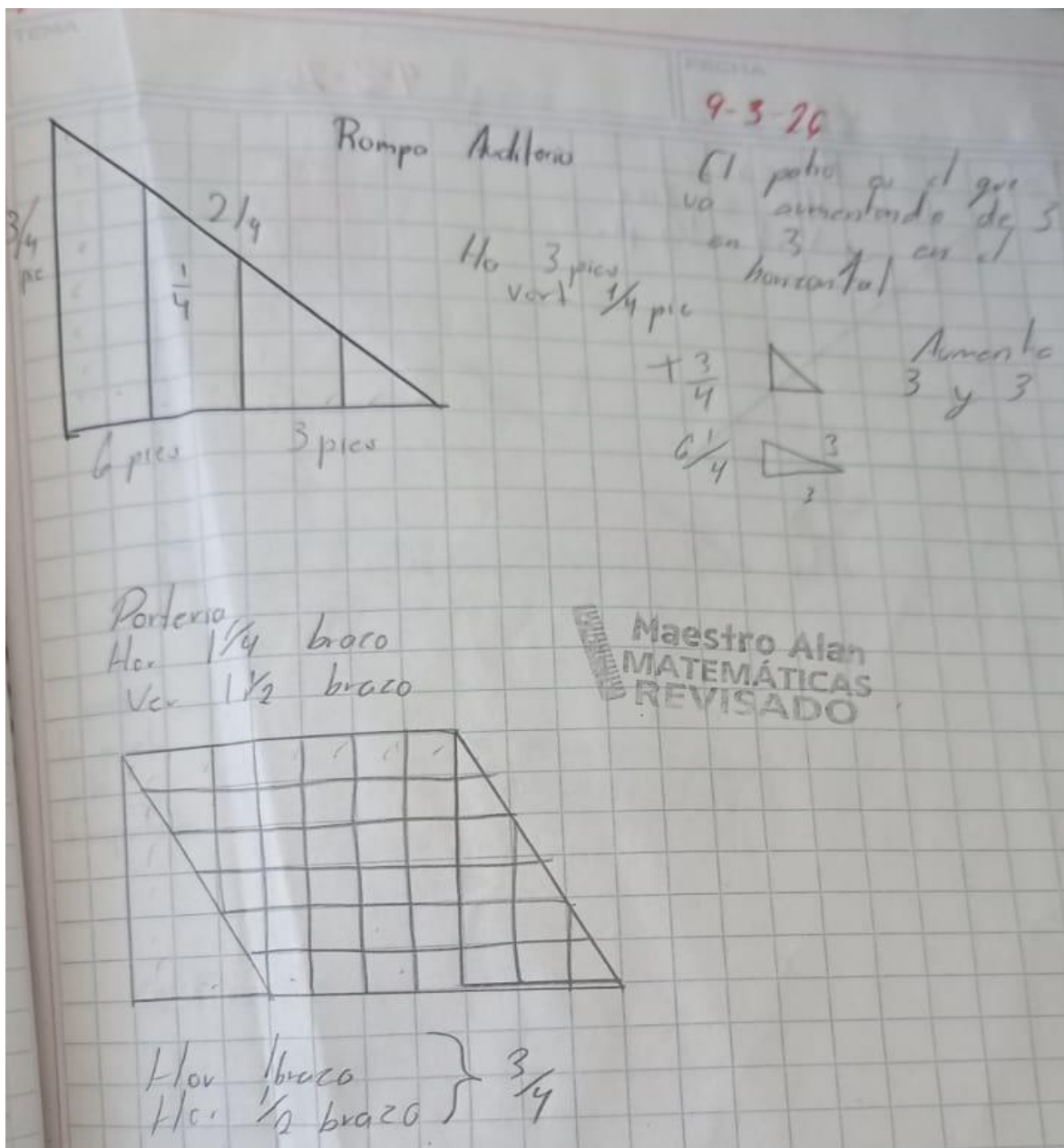
$$\frac{3}{5} = \frac{x}{7} \quad x =$$

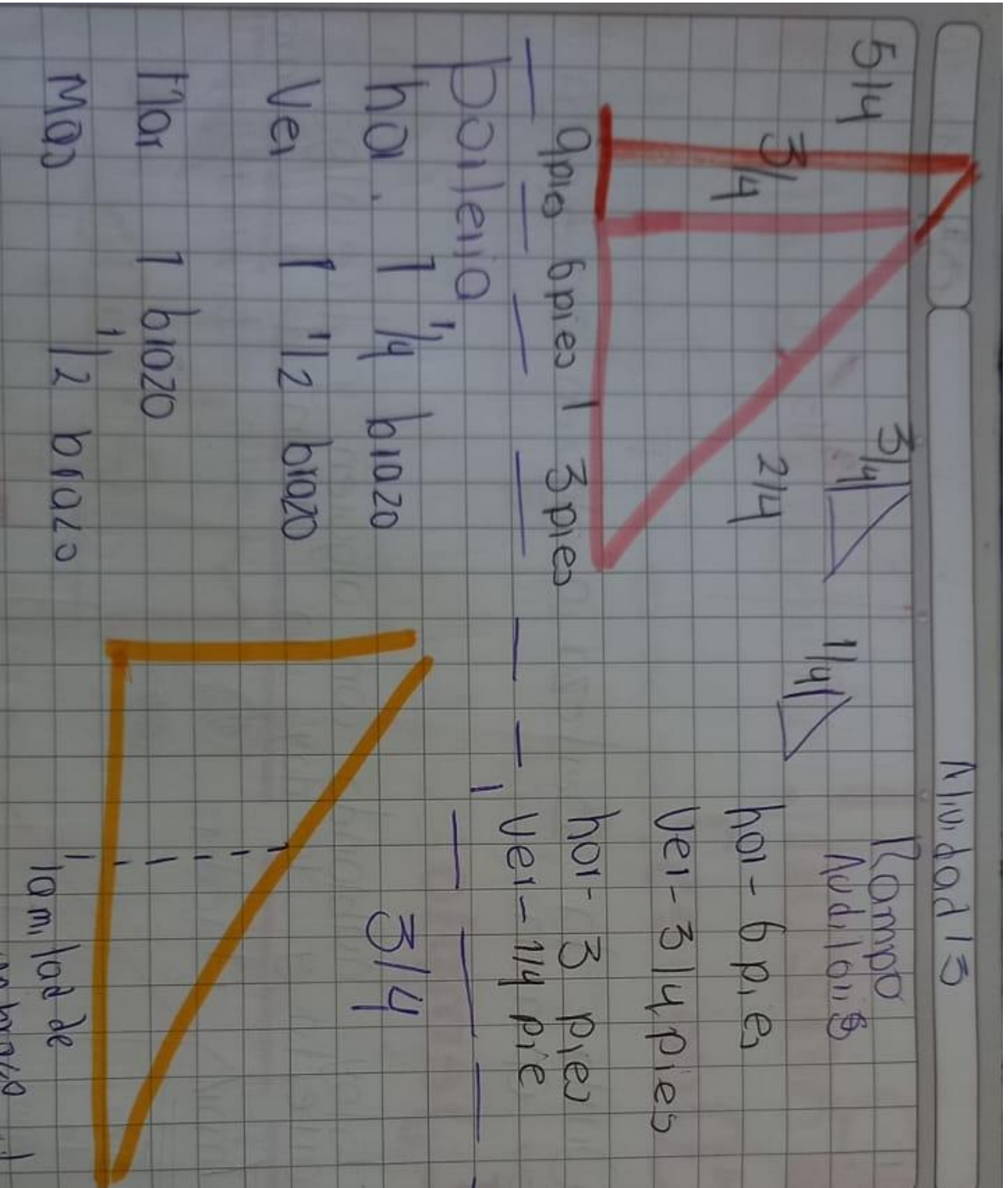
14. En el siguiente triángulo encuentra los valores para β y para el segmento $\overline{AB}$



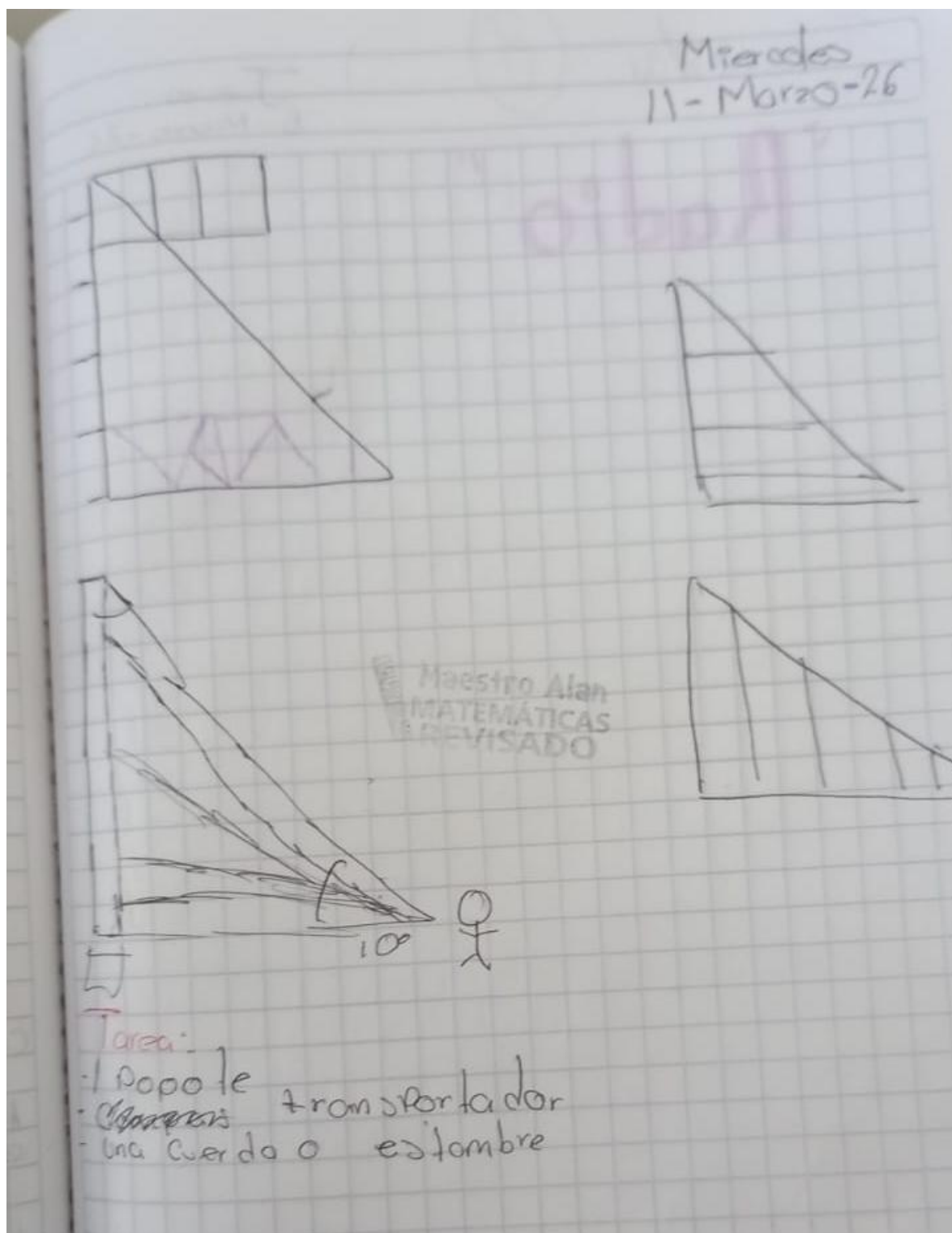
- 15.
16. Yo soy 2 años más chico que mi hermano mayor y 3 años mayor que mi hermano menor y la suma de nuestras edades es igual a 65 representa la siguiente situación en un lenguaje matemático (representación algebraica).
17. Redacta una situación cotidiana la cual se representa con la siguiente expresión $37 - 2x + 19$

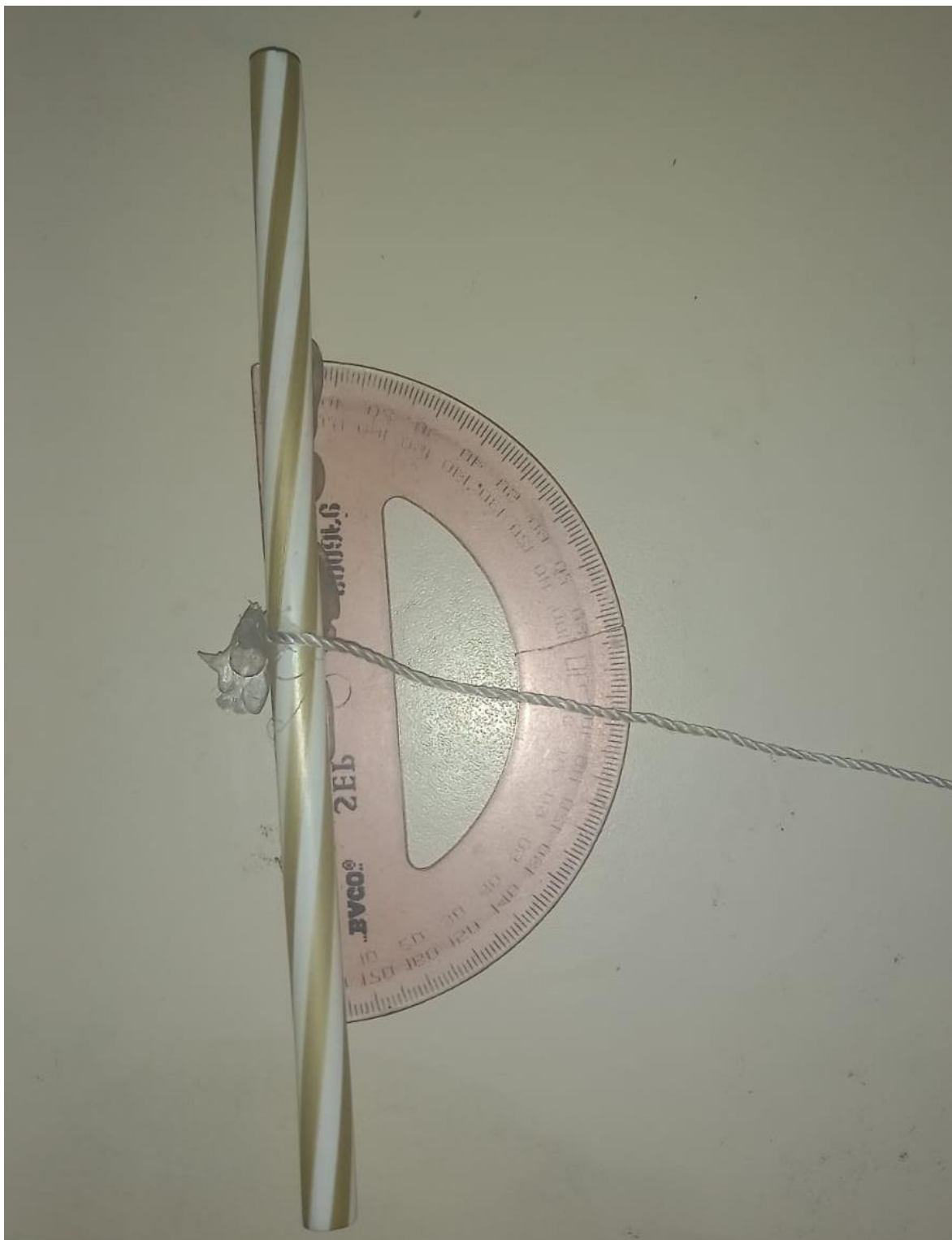
Anexo B.





Anexo C



Anexo D

Anexo E

EN LAS ACTIVIDADES ANTERIORES ¿CON QUE MEDIDAS ESTABAMOS TRABAJANDO?

LAMPA: PIES Y BRAZOS

BANDERA: LIBRETAS.

¿ENCONTRARON ALGUNA RELACION ENTRE LOS ELEMENTOS DEL TRIANGULO QUE SE ESTUJERON TRABAJANDO EN CLASES ANTERIORES?

SI LA SUMA DE DOS LADOS ES MAYOR AL TERCERO

¿SI SI ENCONTRARON ALGUNA RELACION ENTRE LOS ELEMENTOS (COMO LA PUEDES DESCRIBIR USANDO LENGUAJE MATEMATICO $A+B > C$, $A+C > B$, $B+C > A$)

Distancia: 31 pies

Ángulo	Actura	CM
70°	8 Lib	208 cm
80°	11 Lib	286 cm
85°	18 Lib	468 cm
100°	22 Lib	572 cm

Maestro Alan
MATÉMATICAS
REVISADO

Preguntas

17/mar/20

1- En las actividades anteriores con que medidas estábamos trabajando la anteriores actividades?
Libreta y Pies de pame

2- Encontraron alguna relación entre los elementos del triángulo que se estuvieron trabajando en clases anteriores?
Si

3- Si y si se encontraron una relación entre los elementos del triángulo como describir esta relación utilizando lenguaje matemático?
La relación es que los ángulos van aumentando

Grados	Alturas	grados	Total
90°	30 cm	10°	100 cm
100°	60 cm	20°	
110°	90 cm	30°	
130°	120 cm	40°	
150°	Arriba	60°	