



BENEMÉRITA Y CENTENARIA ESCUELA NORMAL DEL ESTADO DE SAN LUIS POTOSÍ.

TITULO: El trabajo colaborativo como estrategia para el aprendizaje del teorema de Pitágoras en un grupo de tercero de secundaria

AUTOR: María Fernanda Morín Alonso

FECHA: 07/26/2024

PALABRAS CLAVE: Trabajo colaborativo, Teorema de Pitágoras, Estrategia, Metodología, Investigación cualitativa

SECRETARÍA DE EDUCACIÓN DE GOBIERNO DEL ESTADO
SISTEMA EDUCATIVO ESTATAL REGULAR
DIRECCIÓN DE EDUCACIÓN
INSPECCIÓN DE EDUCACIÓN NORMAL

**BENEMÉRITA Y CENTENARIA
ESCUELA NORMAL DEL ESTADO DE SAN LUIS POTOSÍ**

GENERACIÓN



2020

2024

“EL TRABAJO COLABORATIVO COMO ESTRATEGIA PARA EL APRENDIZAJE DEL
TEOREMA DE PITÁGORAS EN UN GRUPO DE TERCERO DE SECUNDARIA”

INFORME DE PRÁCTICA PROFESIONAL

**QUE PARA OBTENER EL TÍTULO DE LICENCIADO EN ENSEÑANZA
APRENDIZAJE DE LAS MATEMÁTICAS EN EDUCACIÓN SECUNDARIA.**

PRESENTA:

María Fernanda Morín Alonso

ASESOR (A):

EUSTORGIA PUEBLA SÁNCHEZ

SAN LUIS POTOSÍ, S.L.P.

MAYO DEL 2023



**BENEMÉRITA Y CENTENARIA ESCUELA NORMAL DEL ESTADO DE SAN LUIS POTOSÍ
CENTRO DE INFORMACIÓN CIENTÍFICA Y TECNOLÓGICA**

**ACUERDO DE AUTORIZACIÓN PARA USO DE INFORMACIÓN DEL DOCUMENTO
RECEPCIONAL EN EL REPOSITORIO INSTITUCIONAL DE LA BECENE DE ACUERDO A LA
POLÍTICA DE PROPIEDAD INTELECTUAL**

**A quien corresponda.
PRESENTE. –**

Por medio del presente escrito María Fernanda Morín Alonso
autorizo a la Benemérita y Centenaria Escuela Normal del Estado de San Luis Potosí, (BECENE) la
utilización de la obra Titulada:

**"EL TRABAJO COLABORATIVO COMO ESTRATEGIA PARA EL APRENDIZAJE DEL TEOREMA DE
PITÁGORAS EN UN GRUPO DE TERCERO DE SECUNDARIA"**

en la modalidad de: Informe de prácticas profesionales para obtener el
Título en Licenciatura en Enseñanza y Aprendizaje de las Matemáticas en Educación Secundaria

en la generación 2020-2024 para su divulgación, y preservación en cualquier medio, incluido el
electrónico y como parte del Repositorio Institucional de Acceso Abierto de la BECENE con fines
educativos y Académicos, así como la difusión entre sus usuarios, profesores, estudiantes o terceras
personas, sin que pueda percibir ninguna retribución económica.

Por medio de este acuerdo deseo expresar que es una autorización voluntaria y gratuita y en
atención a lo señalado en los artículos 21 y 27 de Ley Federal del Derecho de Autor, la BECENE
cuenta con mi autorización para la utilización de la información antes señalada estableciendo que se
utilizará única y exclusivamente para los fines antes señalados.

La utilización de la información será durante el tiempo que sea pertinente bajo los términos de los
párrafos anteriores, finalmente manifiesto que cuento con las facultades y los derechos
correspondientes para otorgar la presente autorización, por ser de mi autoría la obra.

Por lo anterior deslindo a la BECENE de cualquier responsabilidad concerniente a lo establecido en
la presente autorización.

Para que así conste por mi libre voluntad firmo el presente.

En la Ciudad de San Luis Potosí. S.L.P. a los 15 días del mes de Julio de 2024.

ATENTAMENTE.

María Fernanda Morín Alonso

Nombre y Firma

AUTOR DUEÑO DE LOS DERECHOS PATRIMONIALES



San Luis Potosí, S.L.P.; a 26 de Junio del 2024

Los que suscriben, tienen a bien

DICTAMINAR

que el(la) alumno(a): C. MORIN ALONSO MARIA FERNANDA
De la Generación: 2020 - 2024

concluyó en forma satisfactoria y conforme a las indicaciones señaladas en el Documento Recepcional en la modalidad de: Informe de Prácticas Profesionales.

Titulado:

EL TRABAJO COLABORATIVO COMO ESTRATEGIA PARA EL APRENDIZAJE DEL TEOREMA DE PITÁGORAS EN UN GRUPO DE TERCERO DE SECUNDARIA

Por lo anterior, se determina que reúne los requisitos para proceder a sustentar el Examen Profesional que establecen las normas correspondientes, con el propósito de obtener el Título de Licenciado(a) en ENSEÑANZA Y APRENDIZAJE DE LAS MATEMÁTICAS EN EDUCACIÓN SECUNDARIA

ATENTAMENTE COMISIÓN DE TITULACIÓN

DIRECTORA ACADÉMICA

MTRA. MARCELA DE LA CONCEPCIÓN MIRALLES
MEDINA



DIRECTOR DE SERVICIOS ADMINISTRATIVOS

DR. JESÚS ALBERTO LEYVA ORTIZ

SECRETARÍA DE EDUCACIÓN
SISTEMA EDUCATIVO ESTATAL REGULAR
BENEMÉRITA Y CENTENARIA
ESCUELA NORMAL DEL ESTADO
SAN LUIS POTOSÍ, S.L.P.

RESPONSABLE DE TITULACIÓN

MTRO. GERARDO JAVIER GUEL CABRERA

ASESOR DEL DOCUMENTO RECEPCIONAL

MTRA. EUSTORGIA PUEBLA SÁNCHEZ

AGRADECIMIENTOS

Al concluir esta etapa maravillosa de mi vida quiero agradecer principalmente a Dios y a la vida por permitirme disfrutar este logro en compañía de las personas más importantes de mi vida, guiarme, otorgarme luz, perseverancia, fortaleza en cada paso del camino y darme la dicha de culminar esta etapa.

A mi madre, a quien le dedico este trabajo por ser la mayor fuente de inspiración y superación que la vida me ha permitido tener, por siempre apoyarme y dar más de lo que le era posible para poder culminar mis estudios y verme feliz. Escuchar y aconsejarme siempre que lo necesité, creer en mi desde el primer momento y siempre recordarme de lo que soy capaz. Mis logros siempre serán tuyos, eres la mujer más valiente y valiosa que conozco, no solo dedico mi trabajo, te dedico mi vida, mi madre, amiga y heroína.

A mi hermano Pablo, por ser la mayor felicidad que me ha dado la vida, hacerme reír y disfrutar de los buenos momentos, peleas y reconciliaciones, quien me recuerda diariamente mi amor por la niñez y las juventudes, fortaleciendo así mi amor por la docencia, por enseñarme todos los días algo nuevo y ser el hombre que mas amaré por el resto de mi vida.

A mis familiares, quienes siempre me apoyaron en cada una de las etapas que hoy culmino, me alentaron e impulsaron para lograr mis metas, agradezco principalmente a mis adorados padrinos y tía Rosario por ser la fuente de inspiración para elegir esta profesión, ver su esmero, amor y dedicación hacia sus alumnos y su trabajo creó en mi el modelo del profesional de la educación que aspiro a ser, nunca olvidaré lo mucho que me apoyaron y me amaron desde mi niñez.

A mi querida asesora de documento, Eustorgia Puebla, la recordaré siempre por lo mucho que me enseñó de manera personal y profesional en la elaboración de este documento, por la paciencia y el cariño con el que siempre me trató desde el día en el que nos conocimos, preocuparse conmigo por los obstáculos que se presentaron y alegrarse en los momentos de victoria, estoy profundamente agradecida con Dios por permitirme ser su asesorada, pues usted vio en mi muchas fortalezas y cualidades que no sabía que tenía.

A Rubén, por alegrar todos mis días y siempre preocuparse por mi y mi familia, por los momentos de felicidad que me brindaste después de un día triste o estresante, celebrar mis logros y consolarme en los fracasos, gracias por el apoyo, paciencia y amor. Me siento agradecida de tenerte en mi vida y en mi corazón.

A mis amigos, Jonathan, Nayeli, Karime, Karen y Mariana, por ser mis compañeros y familia en esta travesía, aunque la amistad con algunos de ustedes no comenzó desde el principio siempre les estaré agradecida por los buenos y malos momentos vividos dentro y fuera de la normal, ayudar en mi formación personal y profesional dejándome aprender de sus conocimientos y fortalezas, gracias por ser mi pañuelo de lágrimas en los momentos difíciles y escucharme siempre que lo necesité, su cariño y amor son invaluable para mí.

A mi Aysha, mi perrita adorada, por siempre acompañarme en las madrugadas haciendo materiales o planeaciones y no abandonarme hasta que terminara, gracias por siempre recibirme con mucho amor y alegría siempre que llego a casa, te amaré siempre.

ÍNDICE

I. INTRODUCCIÓN	1
1.1. Descripción del lugar de práctica y participantes.....	2
1.2. Relevancia del tema	7
1.3. Interés personal	8
1.4. Contexto de la problemática planteada	11
1.5. Objetivo.....	12
1.5.1 Objetivos específicos	13
1.6. Competencias a desarrollar	13
1.6.1 Competencias genéricas.....	13
1.6.2 Competencias profesionales.....	13
1.6.3 Competencias Disciplinarias.....	14
1.7. Descripción del contenido.....	14
II. PLAN DE ACCIÓN	24
2.1. Diagnóstico.....	24
2.2. Descripción y focalización del problema.....	31
2.3. Propósitos para el plan de acción	33
2.4. Referente teórico	34
2.5. Ciclo reflexivo.....	45
2.6. Plan de acción.....	48
2.7. Planteamiento del plan de acción.....	52
III. DESARROLLO, REFLEXIÓN Y EVALUACIÓN DE LA PROPUESTA DE MEJORA	55
3.1. Descripción de las prácticas de interacción en el aula	55
3.2. Actividad 1. Recordando los tipos de triángulos y sus características.....	56
3.3. Actividad 2. Trazando triángulos rectángulos.....	63
3.4. Actividad 3. Explorando el teorema.....	68
3.5. Actividad 4. Reconociendo las partes de un triángulo en el teorema de Pitágoras.....	74
3.6. Actividad 5. Explorando el teorema a partir del cálculo de áreas.....	79
3.7. Actividad 6. Explorando el teorema a partir del cálculo de áreas replanteamiento.....	85
3.8. Actividad 7. ¿El teorema sirve para cualquier triángulo?	91
3.9. Actividad 8. Demostración geométrica.....	96
3.10. Actividad 9. ¿Solo existe una demostración?.....	102
3.11. Actividad 10. Demostrando lo aprendido	107

3.12. Resultados de la evaluación final	122
IV. CONCLUSIONES Y RECOMENDACIONES	127
V. REFERENCIAS BIBLIOGRÁFICAS	132
VI. ANEXOS.....	134
Anexo A.	134
Anexo B.	137
Anexo C.	138
Anexo D.	139
Anexo E.	141
Anexo F.	142
Anexo G.	144
Anexo H.	145
Anexo I.	146
Anexo J.	146
Anexo K.	147
Anexo L.	148
Anexo M.	151

I. INTRODUCCIÓN

El Teorema de Pitágoras, es uno de los pilares fundamentales de la geometría euclidiana, es un concepto esencial en el currículo de matemáticas en especial de secundaria. A pesar de su importancia y aparente simplicidad, muchos estudiantes enfrentan dificultades para comprenderlo y aplicarlo, los principales obstáculos durante el proceso de su aprendizaje es la carencia de conocimiento sobre conceptos básicos para su desarrollo, al no tener las bases conceptuales que sustentan el teorema es difícil para los discentes concretar su aprendizaje. Estas dificultades a menudo se deben a la forma tradicional de enseñanza, que puede no ser suficientemente interactiva o contextualizada para todos los estudiantes.

Esta investigación se centra en el trabajo colaborativo como estrategia para el aprendizaje del Teorema de Pitágoras. El trabajo colaborativo se basa en la cooperación y el intercambio de ideas y conocimientos entre los estudiantes, promoviendo un ambiente de aprendizaje activo. Estudios previos han demostrado que el trabajo colaborativo no solo mejora la comprensión conceptual, sino que también desarrolla habilidades blandas cruciales como la comunicación y el pensamiento crítico, indispensables para la interacción diaria con la comunidad escolar y social. A través de la colaboración, los estudiantes pueden compartir diferentes perspectivas, resolver problemas juntos y construir un entendimiento más profundo y significativo del Teorema de Pitágoras.

La investigación adopta un enfoque cualitativo tomando como base el ciclo reflexivo de Smith, tiene algunos enfoques cuantitativos ya que se lleva a cabo un diseño cuasi experimental con un grupo de control y un grupo experimental, utilizando pruebas de rendimiento académico para la recolección de datos. Para la elección del grupo experimental se realizó un análisis de las

características de ambos grupos para favorecer a través del trabajo colaborativo a aquel con mayores áreas de oportunidad.

Se muestran los resultados de una propuesta en la que se explora la efectividad del trabajo colaborativo como estrategia para el aprendizaje del Teorema de Pitágoras en un grupo de estudiantes de tercero de secundaria. Se analizarán los cambios en la comprensión conceptual de los estudiantes que participan en actividades colaborativas, comparándolos con los que siguen un método en el que solo se siguen los pasos de la metodología de situaciones didácticas sin llevar a cabo grupos colaborativos. Se busca proporcionar evidencias empíricas que respalden la integración de estrategias colaborativas que abonen al desarrollo de aprendizajes significativos, contribuyendo así a la mejora de la calidad educativa y al éxito académico de los estudiantes.

1.1. Descripción del lugar de práctica y participantes

El desarrollo de este informe será en la Escuela Secundaria General Dionisio Zavala Almendarez perteneciente a la zona escolar 03 y a la Secretaría de Educación del Gobierno del Estado. Como se observa en la figura 1, la escuela está ubicada en la zona norte de la ciudad de San Luis Potosí, con dirección en Fernando de Magallanes #239 después de la calle Juan Cabot en colonia Industrial Aviación 2da sección, C.P. 78170, San Luis Potosí, S.L.P.

Figura 1

Ubicación geográfica de la Escuela Secundaria General Dionisio Zavala Almendarez



Nota. Adaptado de [Escuela Secundaria Dionisio Zavala Almendarez] de Google, s.f., <https://maps.app.goo.gl/eboqWsq5SnuNFVCU9>. Todos los derechos reservados 2024 por Google.

Esta escuela cuenta con una matrícula de ciento cincuenta y seis alumnos de primer grado, ciento cuarenta y uno en segundo año y ciento treinta y dos cursando el tercer año. La matrícula de estudiantes es baja a comparación de otras escuelas secundarias públicas de la zona, teniendo un promedio de 24 alumnos por salón. En cuanto al personal que labora en la institución se cuenta con una planilla de ochenta y siete docentes, veinticinco administrativos y tres directos distribuidos en el turno matutino y vespertino. En las instalaciones de la secundaria se encuentran las oficinas para el personal administrativo, director y subdirector del turno matutino y vespertino, de igual manera, una oficina para los supervisores de la zona.

Cuenta con un auditorio "Profra. Antelma G. Argot y Rico" en el que se imparten pláticas para los alumnos y el personal docente en las reuniones del CTE. Así mismo, la secundaria cuenta

con dos cooperativas; "Adolfo López mateos" y "San Luis 400" para el turno matutino y vespertino respectivamente. El personal que labora en la cooperativa lo conforma parte de la sociedad de padres de familia y personas externas a la institución.

Los salones de clase se encuentran distribuidos en cuatro edificios del grupo "A" al "F" en cada año, proporcionando en algunos salones proyector de video y audio, para el servicio de los alumnos que enfrentan barreras para el aprendizaje y la participación, prioritariamente aquellos con discapacidad y/o aptitudes sobresalientes están las oficinas de USAER, la cual tiene matrícula para atender a cien alumnos de los tres grados, a medida que se dan de alta los alumnos ingresados se liberan espacios para aquellos en lista de espera, de igual manera oficinas de orientación escolar y prefecturas con personal encargado para cada uno de los tres años.

Respecto al ámbito deportivo, la escuela secundaria Dionisio Zavala Almendarez dispone de cuatro canchas deportivas, tres de basquetbol y una de Fútbol rápido recientemente construida por el gobernador Lic. Ricardo Gallardo Carmona equipada con porterías, pasto sintético, y una estancia para jugadores y entrenadores. Al igual que una bodega y oficina en donde los maestros titulares de Educación física almacenan el material didáctico y deportivo.

Cerca de las canchas, los alumnos cuentan con 10 bebederos de agua potable que pueden consumir libremente durante toda la jornada. Al servicio de los alumnos también se encuentra la biblioteca "Prof. Julio Enrique Demetrio Rangel Macías" al igual que una sala de música llamada "Prof. Roberto Vélez Alfaro" en donde se lleva a cabo el taller de coro, conjuntos instrumentales y las reuniones del CTE.

Los docentes se reúnen en la sala de maestros "Profa. Elegante Turrubiarres Hernández" anteriormente nombrada como "Prof. J. Jesús Mayorga Campos", organizados con sus academias, los docentes han logrado equipar este espacio con refrigerador, horno de microondas, alacena y vajilla. En este mismo edificio se ubica una de las bodegas del personal intendente que almacena los suministros que abastecerán los espacios de los intendentes asignados en cada zona de la institución, a un costado de dicha oficina se ubica la contraloría.

Entre los servicios tecnológicos que la escuela le ofrece a los estudiantes y docentes es el aula telemática "Prof. Marco Antonio Espiricueta Castillo" en donde hay computadoras con acceso a internet limitado para la navegación de recursos educativos, al igual que un proyector y equipo de sonido para la reproducción de contenido multimedia, esta aula puede ser utilizada por docentes y practicantes de todas las asignaturas. La maestra encargada de esta aula también imparte ahí mismo el taller de informática.

La sala de reconocimientos "Prof. Hugo del Moral Bandín" es un espacio en donde la escuela almacena y exhibe todos los reconocimientos, premios, diplomas, fotos generacionales, directores desde la fundación de la escuela hasta la actualidad y menciones que ha obtenido a lo largo de su extensa trayectoria como escuela de educación básica. En esta sala también se pueden llevar a cabo sesiones de clases, ya que cuenta con una larga mesa con sillas, pizarrón y un proyector para usos múltiples.

En dicha institución hay cuatro tipos de secretarías, entre ellas está la secretaria general, que se encarga de todo lo relacionado con la dirección de la escuela, secretaria de subdirección, secretaria de PAAE y finalmente una secretaria para cada uno de los tres grados que se encargan

de llevar en regla los expedientes de los alumnos del grado que les fue asignado, dicho personal trabaja de la mano con las encargadas de prefectura y docentes titulares.

Entre los talleres que ofrece esta secundaria se encuentra el de Tecnología en preparación y conservación de alimentos en donde los alumnos aprenden sobre la preparación, conservación e industrialización de alimentos agrícolas, pecuarios y lácteos además del procesamiento de productos pesqueros, Tecnología confección del vestido aprendiendo sobre técnicas, artefactos, procesos y servicios de la industria textil, Tecnología diseño y mecánica automotriz en el que se abordan los sistemas automotrices y el desarrollo tecnológico de componentes mecánicos y eléctricos de vehículos automotores, Tecnología en diseño de circuitos eléctricos desarrolla en el alumno los procesos técnicos de solución a problemas de su contexto a partir de modelos, prototipos y simulaciones eléctricas, por último los talleres de tecnología ofimática y tecnología informática, cada uno cuenta con un espacio dentro de la institución para llevar a cabo sus prácticas.

Así mismo, la secundaria ofrece talleres sabatinos a bajo costo impartidos por algunos docentes y padres de familia, como: fútbol femenino y varonil, coro, conjuntos instrumentales, tejido, manualidades de temporada y basquetbol, dichos talleres están abiertos al público en general con la finalidad de que la comunidad se acerque a la escuela y de esta manera percibir mayor cantidad de alumnos interesados en formar parte de la institución, dichos talleres tienen costos accesibles comparados con otras instituciones deportivas, culturales y educativas.

1.2. Relevancia del tema

Durante la semana de observación suscitada durante el 21 al 25 de agosto del 2023 noté que en los grupos con los que estaría trabajando durante mis jornada de práctica profesionales noté que la forma de trabajo de una clase modelo observada es totalmente individualista, en donde el alumno resuelve los problemas y ejercicios que propone el profesor y evita a toda costa la socialización con sus compañeros de clase, ya que los alumnos terminan de resolver los ejercicios propuestos, revisan su actividad y se sientan en su lugar o realizan otras actividades.

En una de las clases modelo observadas pude percibir que algunos de los alumnos pedían ayuda a los compañeros que consideran más inteligentes o con los que tienen mayor afinidad, sobre cuestiones procedimentales o conceptuales, la respuesta de estos alumnos fue de negación, ya que consideran que el trabajo en la clase de matemáticas debe ser individual. Lo anterior genera que los alumnos que necesitan asesoramiento entre pares no se sientan seguros de realizar lo que consideran pertinente, ya sea un procedimiento correcto o incorrecto porque no obtuvieron apoyo de sus compañeros, aunque este sea mínimo.

Este tipo de metodología de trabajo es relevante para los alumnos de la escuela secundaria Dionisio Zavala Almendarez porque les permitirá enriquecerse de conocimientos y saberes proporcionados por sus iguales, es decir, de sus propios compañeros de clase. El alumno dejará de ser un sujeto pasivo que espera que el conocimiento venga únicamente del profesor y que reconozca que de sus propios compañeros puede aprender y reforzar sus saberes.

Además, el alumno aprenderá que el trabajo colaborativo no es solo repartir las tareas, sino que es un proceso en donde pueden compartir métodos de resolución de un problema, algoritmos y conceptos. Un beneficio que vendrá secundariamente es que el alumno será capaz de ser tolerante a las formas de pensar de sus compañeros, ya que al estar trabajando continuamente de manera colaborativa entenderá que todos los aportes que proporcione su comunidad grupal son importantes y relevantes.

Sobre el trabajo colaborativo y la asignación de tareas, Guitert y Jiménez, (s.f.) “este tipo de trabajo no debe convertirse en una distribución o reparto de tareas en compartimientos, estantes, sino que cada miembro deberá involucrarse y cooperar en la tarea del otro, entendiendo que en definitiva se está construyendo un proyecto común” (p. 8).

1.3. Interés personal

El interés personal nace a partir de la propia experiencia en el trabajo colaborativo en la educación secundaria, en donde por mucho tiempo llegué a considerar que el trabajo mayormente conocido como “trabajo en equipo” era un método en el que podía terminar más rápido un trabajo con ayuda de mis compañeros, sin reconocer la gran fuente de saberes y aprendizaje que obtenía de los integrantes del equipo al momento de realizar el trabajo que demandaba el profesor.

Durante mi estancia en la educación secundaria no era concebible la idea de trabajar en “equipos” en la asignatura de matemáticas, ya que en la mayoría de las ocasiones considerábamos a las matemáticas como una competencia en donde el trabajo debe ser individualista, cada alumno debe ser capaz de resolver problemas a partir de la explicación del profesor. Perdiendo la

adquisición de los elementos que ofrece el trabajo colaborativo, como las contribuciones de conocimiento, comunicación efectiva y asertiva, habilidades sociales y participación activa.

Cuando empecé mi formación como docente seguía teniendo la idea de que el trabajo en equipo en la clase de matemáticas no era una opción aplicable en el aula, hasta que conocí el trabajo colaborativo, Ponte et al. (2021) asegura que:

El trabajo colaborativo es un proceso en el que un individuo aprende más de lo que aprendería por sí solo, fruto de la interacción de los integrantes de un equipo, quienes saben diferenciar y contrastar sus puntos de vista, de tal manera, que llegan a generar un proceso de construcción de conocimiento. (p.35)

En el transcurso de la educación básica no somos capaces de valorar todo el conocimiento que podemos obtener a partir de la interacción entre discentes más aún en la asignatura de matemáticas en la cual se puede obtener una inmensidad de conocimientos y saberes que serán formalizados por el maestro una vez concluido el proceso de reflexión y aportación de conocimientos y saberes propios del trabajo colaborativo. León Quispe et al (2023) asegura lo siguiente:

El trabajo colaborativo crea un alto grado de compromiso por parte de las personas que forman parte de cada equipo de trabajo, incitando de esta manera a la autonomía e interacción entre los mismos, puesto que cada uno de ellos desarrolla un papel importante y además contribuye o modifica los conocimientos provocando la motivación en el progreso de las habilidades comunicativas entre los miembros del grupo de trabajo y de esta manera mejorar o revitalizar el aspecto cognitivo. (p. 1431)

Por otro lado, el interés por este tema se intensificó con la llegada del Plan de Estudios 2022 el cual marca en uno de los cuatro elementos que articulan la propuesta curricular que la comunidad es el núcleo integrador de los procesos de enseñanza y aprendizaje, si el alumno no es capaz de colaborar con los sujetos que le rodean en su comunidad escolar, muy difícilmente lo hará fuera de esta.

El teorema de Pitágoras data desde la cultura babilónica, sin embargo, fueron los egipcios quienes lo hicieron popular durante la construcción y delimitación de terrenos (usando la ya conocida cuerda de doce nudos) cuando el nivel de agua del río Nilo se elevaba. Sin embargo, fueron los griegos quienes eran liderados por Pitágoras quienes le dieron vida al teorema ya que lograron comprobarlo geométricamente. Ávila Moreno (2019) sostiene lo siguiente:

El teorema de Pitágoras es uno de los teoremas más usado en las matemáticas dada su aplicabilidad algebraica, el desarrollo conceptual de los números irracionales, el concepto de distancia entre dos puntos, las relaciones de los lados de un triángulo rectángulo, el cálculo de medidas indirectas y la definición de las razones trigonométricas. (p. 37)

El teorema de Pitágoras es indispensable en la formación del estudiante de secundaria, ya que tiene múltiples aplicaciones en la vida cotidiana, desde la distancia de un punto a otro hasta distancias inalcanzables. A través del trabajo colaborativo el alumno puede crear y replicar demostraciones que le ayuden a comprender la relación entre la demostración algebraica y geométrica de este teorema, además de que reforzará los saberes que obtenga durante la secuencia didáctica.

1.4. Contexto de la problemática planteada

La problemática detectada fue que los alumnos de tercer año con los que se pretende trabajar el plan de acción no logran trabajar de manera colaborativa en la clase de matemáticas y otras asignaturas, generando un ambiente hostil de aprendizaje, en donde los conocimientos que el alumno puede adquirir dentro del salón de clases vienen únicamente del docente y de la reflexión que el alumno realice al final de cada tema.

El grupo elegido para llevar a cabo el plan de acción sobre el trabajo colaborativo ha presentado cambios importantes desde el inicio del ciclo escolar, ya que ha recibido intercambios de alumnos de otros salones y escuelas, esto ha generado que entre ellos mismos no exista el hábito del trabajo colaborativo, y cuando lo hay, son ellos mismos quienes quieren conformar los equipos olvidando que el trabajo colaborativo debe funcionar con cualquiera de los integrantes del salón de clases.

Durante la semana de observación se detectó que los docentes titulares de las diferentes disciplinas que corresponden al tercer grado intentan proponer una metodología de trabajo en donde los alumnos aprendan entre ellos mismos, pero al no conocer las variables que definen al trabajo colaborativo la metodología se vuelve un trabajo en equipo o cooperativo. Los alumnos no logran planificar lo que harán para la ejecución de la tarea asignada, mediante la observación se detectó que alrededor del ochenta por ciento de los alumnos no contribuyen a la resolución del problema, carecen de comunicación asertiva que les permita comunicar sus conocimientos o no respetan las aportaciones de sus demás compañeros con los que trabajarán de manera colaborativa.

Lo mencionado anteriormente son algunas características o variables que definen al trabajo colaborativo y lo diferencian del trabajo en equipo o cooperativo. Marín et al (2014), como se citó en Guerrero et al, (2018) afirma que:

El trabajo colaborativo como estrategia de aprendizaje, se basa en el trabajo en grupos de personas heterogéneas, pero con niveles de conocimiento similares para el logro de metas comunes y la realización de actividades de forma conjunta, existiendo una interdependencia positiva entre ella. (p. 963)

Como lo menciona el autor, los alumnos entre los que se lleve a cabo el trabajo colaborativo deberán tener niveles de conocimiento similares, ya que estos cursan el mismo nivel educativo, y es gracias a esos conocimientos que de manera colaborativa lograrán metas o proyectos comunes, que en el caso del aula de clases la meta sería la resolución del problema matemático.

Por todo lo anterior la pregunta que le da cause a esta investigación es: ¿Cómo impacta el uso del trabajo colaborativo en el aprendizaje del teorema de Pitágoras? A partir de lo descrito anteriormente, se han planteado los siguientes objetivos que sintetizan la idea central y la finalidad de este trabajo, así como los procesos necesarios para la realización de diversas acciones en el grupo de práctica.

1.5. Objetivo

Implementar el trabajo colaborativo y reflexionar sobre su impacto en el aprendizaje del teorema de Pitágoras.

1.5.1 Objetivos específicos

- **Detectar** los conocimientos previos de los estudiantes sobre el Teorema de Pitágoras antes de la implementación de la estrategia del Trabajo colaborativo.
- **Diseñar e implementar** una secuencia de actividades en donde los alumnos desarrollen aprendizajes del Teorema de Pitágoras trabajando de manera colaborativa.
- **Evaluar** el impacto de las actividades diseñadas para el aprendizaje del Teorema de Pitágoras a través del Trabajo colaborativo.
- **Analizar** la evolución de las concepciones acerca del Teorema de Pitágoras a partir del trabajo colaborativo.

1.6. Competencias a desarrollar

1.6.1 Competencias genéricas

- Aprende de manera autónoma y muestra iniciativa para autorregularse y fortalecer su desarrollo personal.

1.6.2 Competencias profesionales

- Diseña los procesos de enseñanza y aprendizaje de acuerdo con los enfoques vigentes de las Matemáticas, considerando el contexto y las características de los estudiantes para lograr aprendizajes significativos.

- Reconoce los procesos cognitivos, intereses, motivaciones y necesidades formativas de los estudiantes para organizar las actividades de enseñanza y aprendizaje.
- Reflexiona sobre los procesos de enseñanza y aprendizaje, y los resultados de la evaluación, para hacer propuestas que mejoren su propia práctica.

1.6.3 Competencias Disciplinarias

- Resuelve problemas a partir del análisis de la información cuantitativa y cualitativa derivado del pensamiento matemático.
- Construye tablas y gráficas a partir de la información obtenida.

1.7. Descripción del contenido

En el presente trabajo describo mis experiencias durante mis prácticas profesionales como docente en formación, en dichas prácticas se buscó un proceso de mejora de la práctica educativa a partir de la reflexión de cada una de las actividades propuestas en el plan de acción, así como de la autorreflexión de los aprendizajes logrados durante mi formación docente y su relación con los contenidos de la educación básica en secundaria.

El motivo por el que elegí el informe de prácticas profesionales es, porque como se menciona en el libro *Orientaciones académicas para la elaboración del trabajo de titulación*:

El Informe de prácticas profesionales consiste en la elaboración de un documento analítico-reflexivo del proceso de intervención que realizó el estudiante en su periodo de práctica profesional. En él se describen las acciones, estrategias, los métodos y los procedimientos

llevados a cabo por el estudiante y tiene como finalidad mejorar y transformar uno o algunos aspectos de su práctica profesional. (Subsecretaría de Educación Pública, 2018, pág. 9).

Las prácticas profesionales se llevaron a cabo en la escuela secundaria general “Dionisio Zavala Almendarez” en la cual se trabajó con la metodología del Trabajo colaborativo con dos grupos de tercer año, uno de ellos elegido para la implementación del plan de acción “grupo experimental” y el otro “grupo de control”, el grupo experimental fue elegido por diversos aspectos que los caracterizan, como la disposición al trabajo en grupos en las diferentes disciplinas impartidas a lo largo de la jornada escolar y por el rendimiento escolar menor al “grupo de control”, para la conformación de los equipos de trabajo que se emplearían para trabajar durante el desarrollo de plan de acción se tomaron en cuenta las singularidades de cada alumno con la finalidad de conformar grupos heterogéneos en habilidades y conocimientos.

En el capítulo uno se describe el lugar de práctica y de los participantes con la finalidad de ofrecer un contexto al lector del ambiente social y escolar en el que se desarrolla el alumno, así como los elementos que tienen disponibles para su educación a lo largo de su estancia en la escuela, así como los talleres escolares y extraescolares que le permiten al alumno una recreación.

En la relevancia del tema se exponen las razones por las cuales se decidió el trabajo colaborativo como tema de estudio en el grupo experimental a través del aprendizaje del teorema de Pitágoras, puesto que este es un tema que se puede abordar muy fácilmente con materiales didácticos y principalmente mediante el trabajo colaborativo debido a las construcciones geométricas y la explicitación y formulación de la regla que cumple el teorema.

Posteriormente explicito las experiencias propias durante la educación secundaria en el abordaje del teorema de Pitágoras y en el desarrollo del trabajo en equipo, así como las conceptualizaciones que tenía sobre esta metodología durante mi estancia en la educación secundaria a comparación de lo que realmente significa en trabajo en equipo, específicamente el trabajo colaborativo citando a diversos autores.

Para concluir el primer capítulo del documento recepcional se expone el objetivo general y específicos para el desarrollo del documento así como del plan de acción en el que se plantea como primer momento la detección de los conocimientos previos que los sujetos poseen sobre el teorema de Pitágoras antes de la implementación del plan de acción estableciendo cuatro dimensiones a evaluar: características cuantitativas, características del triángulo sobre el teorema, teorema (problemas) e identificación de características (cuáles son los catetos, ángulo de noventa grados, hipotenusa). El segundo de los objetivos específicos refiere al diseño de la secuencia didáctica de actividades en las que el alumno desarrollará los aprendizajes de manera colaborativo sobre el teorema de Pitágoras para finalmente analizar los resultados obtenidos a partir de la implementación del plan de acción a través del trabajo colaborativo.

En el capítulo dos correspondiente al plan de acción se describen más ampliamente las dimensiones consideradas para la elaboración de la prueba diagnóstica, así como los resultados obtenidos, dichos resultados fueron utilizados para la elaboración del plan de acción, ya que a partir de las dimensiones con mayor deficiencia se propusieron actividades didácticas que favorecerían el aprendizaje y adquisición de conocimientos indispensables para el abordaje del

Teorema de Pitágoras. Buisán y Marín (2001, como se citó en Arriaga Hernández, 2015) afirma lo siguiente con respecto al diagnóstico:

Un proceso que trata de describir, clasificar, predecir y explicar el comportamiento de un sujeto dentro del marco escolar. Incluyen un conjunto de actividades de medición y evaluación de un sujeto (o grupo de sujetos) o de una institución con el fin de dar una orientación. (p. 65)

En la descripción y focalización del problema se detalla y concentra sobre los aspectos identificados mediante la observación que determinaron la metodología con la que se trabajó durante la implementación del plan de acción, en este mismo apartado se expresan los principales conocimientos y saberes de los que se detectaron carencias en su aprendizaje, ya que dichos conocimientos dieron pie a la elección del tema a desarrollar, en este caso, el teorema de Pitágoras. Con la descripción de las deficiencias del aprendizaje de estos conocimientos se focalizó el tema abordado para el desarrollo del documento recepcional, puesto que este, al utilizar los conceptos en los que se halló debilidad sería capaz de reforzarlos a través de las actividades y estrategias didácticas, tales como el trabajo colaborativo y el material didáctico.

En el referente teórico se citan a los principales referentes que han investigado sobre el trabajo colaborativo en diferentes ámbitos sociales como la formación docente, el aula universitaria, como estrategia didáctica para la programación, prácticas colaborativas entre docentes, entre otras. Aunque en todos los temas de estudio antes mencionados se aborda el trabajo colaborativo no hay muchos referentes que lo trabajen desde la enseñanza y aprendizaje de las matemáticas o simplemente en la educación básica, aún con esto, las aportaciones, definiciones e

investigaciones de cada uno de los documentos revisados se proponen en el referente teórico como sustento de la práctica educativa mediante las características del trabajo colaborativo.

Al final del plan de acción se desarrollan los temas del plan de acción y el planteamiento del mismo, así como la descripción de las interacciones en el aula derivadas de su aplicación, en el plan de acción se presenta la información en una tabla en la cual se puede observar la intención didáctica, el nombre de la actividad y una muy breve descripción de lo que se realizará, posteriormente en el planteamiento del plan de acción se describe con mayor amplitud lo que el alumno realizará en cada sesión así como los materiales que utilizará.

En la descripción de las interacciones en el aula se relatan los principales hallazgos y dificultades que hubo en la sesión de clase, con la finalidad de registrar los avances o retrocesos del grupo con relación a la temática abordada así como el cumplimiento total o parcial de la intención didáctica, al final de cada descripción se proporciona una tabla en donde de manera específica se habla sobre las dificultades del equipo mediante el trabajo colaborativo o los métodos y procedimientos que utilizaron para la resolución del problema así como la evaluación mediante la rúbrica del trabajo que presentaron.

II. PLAN DE ACCIÓN

2.1. Diagnóstico

El diagnóstico implementado atiende cuatro dimensiones sobre el teorema de Pitágoras que abordan saberes y aprendizajes que han sido identificados como débiles durante el periodo de observación de la jornada escolar, dicho diagnóstico se puede observar en el anexo A. La primera dimensión aborda las características cuantitativas sobre la figura geométrica que protagoniza el Teorema de Pitágoras, el triángulo rectángulo, esta dimensión aporta dos cuestionamientos sobre los ángulos de dicho triángulo, suma de los ángulos internos de un triángulo y ángulos rectos. Estas dimensiones se plantean en la evaluación diagnóstica al ser uno de los aprendizajes y conocimientos previos que el alumno utilizará durante todo el desarrollo del aprendizaje del Teorema de Pitágoras.

La segunda dimensión que propone la evaluación diagnóstica son las características cualitativas, aquellas que refieren al único triángulo con el que se aborda el Teorema de Pitágoras y los nombres que reciben los lados del triángulo rectángulo, así como las características que los diferencian de otros lados, es decir, ¿qué es la hipotenusa? ¿En dónde se ubica en el triángulo rectángulo? y ¿qué son los catetos?

En la tercera dimensión se pretende analizar cuántos alumnos tienen noción sobre el procedimiento que se efectúa para encontrar el valor de la hipotenusa en un ejercicio del teorema de Pitágoras, en caso de no tener conocimiento del tema este campo también permite observar los

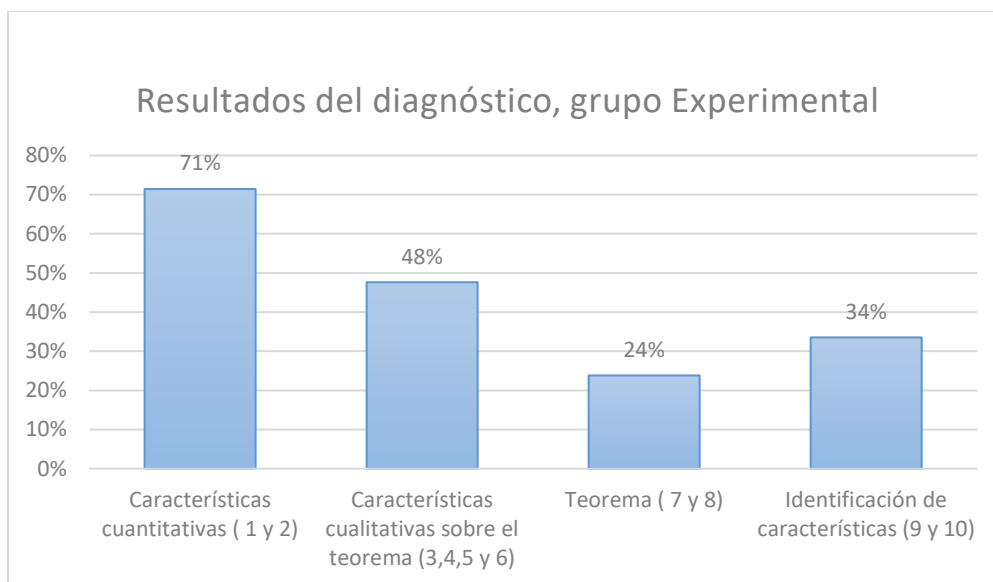
procedimientos y conjeturas iniciales que desarrolla cada alumno a partir de sus saberes previos. En dicho campo se plantean dos problemas sobre el valor de la hipotenusa dadas las medidas de los catetos.

Finalmente la última dimensión trata sobre la identificación de las características de los triángulos rectángulos, lados de menor y mayor longitud respecto a los otros y ángulo de noventa grados así como identificar a partir de estrategias propias de los alumnos triángulos rectángulos dentro de un conjunto de diferentes tipos de triángulo, lo anterior se plantea con el propósito de que los alumnos logren identificar un triángulo rectángulo observando su característica principal, el ángulo de noventa grados, ya que una vez que el alumno logre identificar un triángulo rectángulo dentro de un conjunto de diversos tipos de triángulo será más fácil para el sujeto identificar la hipotenusa y los catetos.

Los resultados arrojados después de la valoración del diagnóstico indican que la primera dimensión obtuvo un índice de aprobación del 71%, la dimensión sobre las características cualitativas sobre el teorema obtuvo un 48% de aprobación mientras que aquella que aborda los problemas sobre el teorema obtuvo el porcentaje más bajo de las cuatro dimensiones con un 24% de aprobación, por último, la dimensión que engloba las características de un triángulo rectángulo, como lo son sus lados y sus ángulos así como la identificación de este, en esta sección de preguntas el porcentaje de aprobación obtenido fue del 34%, tal y como se puede apreciar en la figura 2.

Figura 2

Resultados de la evaluación diagnóstica con el grupo experimental 3°B



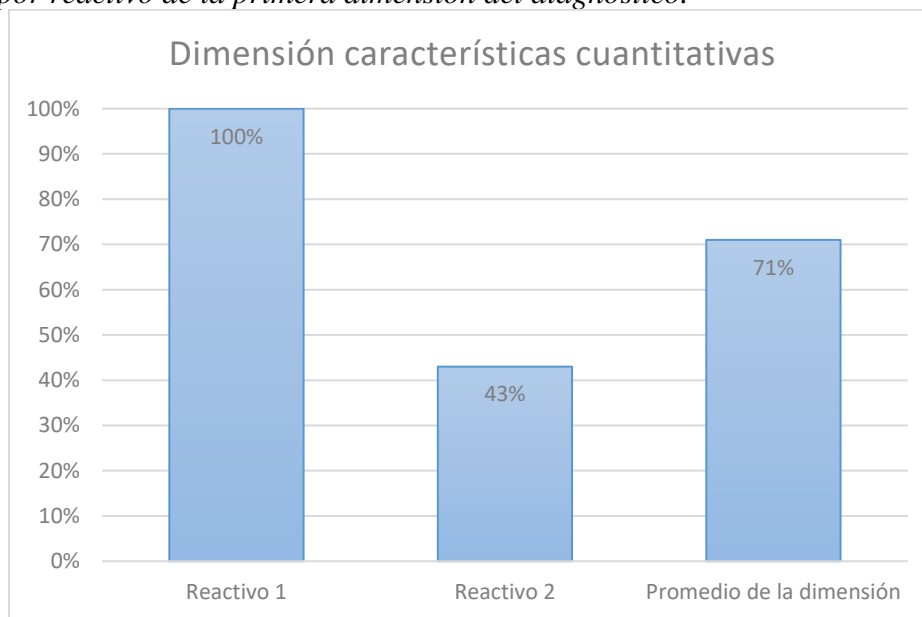
Nota. Los resultados presentados corresponden al porcentaje aprobatorio obtenido por cada dimensión considerada en el diagnóstico. Los números entre paréntesis corresponden al número de reactivo de cada dimensión.

De manera específica y como se puede ver en la figura 3 en la primera pregunta del diagnóstico en la cual se cuestiona a los alumnos sobre la veracidad de un ángulo de noventa grados en un triángulo rectángulo la totalidad de alumno respondió correctamente que esta afirmación es verídica, por otro lado, el segundo reactivo del diagnóstico en el que se trata la suma de los ángulos internos del triángulo obtuvo un 43% de aprobación, es por eso que la dimensión de las características cuantitativas obtuvo de manera global un 71% de aprovechamiento, esto indica que el porcentaje restante del reactivo dos desconoce totalmente cuánto es la suma de los ángulos internos de un triángulo, sin embargo, sí tienen presente que el triángulo rectángulo presenta un ángulo de noventa grados característicamente. Es necesario que los alumnos conozcan la suma de los ángulos internos del triángulo ya que les será útil al momento de construir triángulos rectángulos con regla y transportador ya que al trazar el ángulo de noventa grados el alumno puede

conjeturar acerca de los posibles ángulos que puede trazar para construir el triángulo teniendo presente la suma de sus ángulos internos.

Figura 3

Resultados por reactivo de la primera dimensión del diagnóstico.



Nota. El porcentaje de cada gráfica corresponde a las respuestas correctas por cada reactivo. El porcentaje global corresponde al promedio del resultado por reactivo.

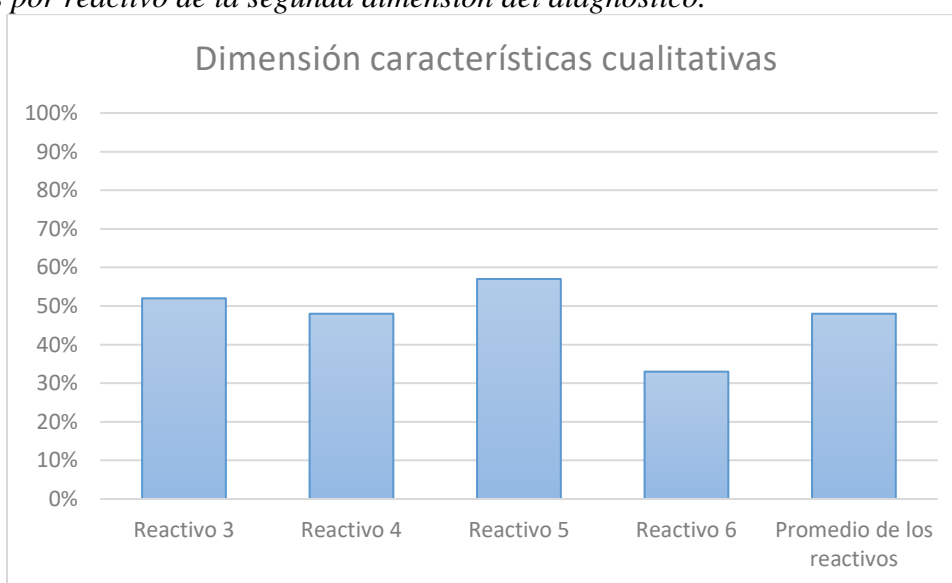
La dimensión número dos que abarca de las preguntas 3, 4, 5 y 6 de manera específica indica que el 52% del grupo tiene el conocimiento de que el teorema de Pitágoras solo aplica para los triángulos del tipo rectángulo y el 48% identifica correctamente las partes que componen al triángulo rectángulo tales como cateto, hipotenusa y ángulo de noventa grados, en este reactivo hubo algunos alumnos que únicamente consideraron dos catetos como las partes del triángulo rectángulo.

Los resultados del reactivo número tres comparten que alrededor del 57% de los estudiantes respondieron correctamente que la hipotenusa es el lado del triángulo ubicado enfrente del ángulo de noventa grados y que tiene mayor longitud con respecto a los otros lados del triángulo. Por

último, la pregunta número seis, la cual cuestiona a los alumnos sobre los catetos obteniendo un bajo porcentaje del 33%. Estos resultados son mayormente favorables para la aplicación del plan de acción, ya que indican que alrededor del 48% de los estudiantes tienen conocimientos previos del tema, ya sea porque han realizado investigaciones propias o han tenido acercamientos relativos a lo que establece el teorema o las bases de conocimientos en las que se desarrolla. Lo anterior se puede observar en la figura 4.

Figura 4

Resultados por reactivo de la segunda dimensión del diagnóstico.

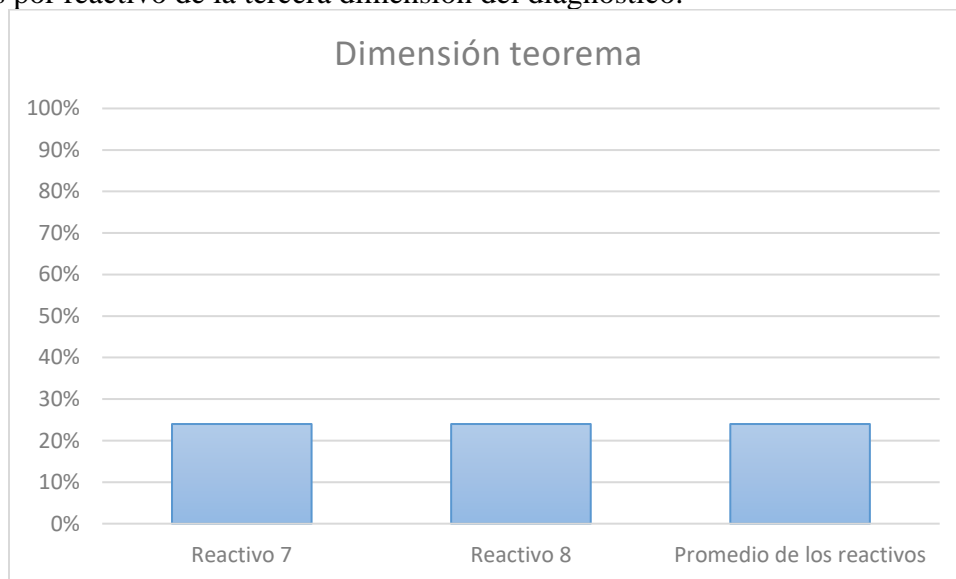


Nota. El porcentaje de cada gráfica corresponde a las respuestas correctas por cada reactivo. El porcentaje global corresponde al promedio de los porcentajes de los reactivos.

Una de las dimensiones más significativas es aquella que aborda problemas propios del teorema de Pitágoras como la denominada “dimensión teorema” en esta se aborda el reactivo número siete y ocho en donde el alumno debía tratar de calcular el valor de la hipotenusa dadas dos medidas de los catetos. En ambas el resultado porcentual resultó de un veinticuatro en ambos reactivos generando así una evaluación global de un veinticuatro por ciento de aprobación es esta dimensión.

Aunque aparentemente el resultado obtenido no es favorable el diagnóstico da una apertura para conocer los aspectos o tópicos en los que el alumno tiene dificultad antes de desarrollar el tema y de manera específica este veinticuatro por ciento ayudará a los demás estudiantes en el proceso de aprendizaje del Teorema, pues tiene un saber sobre el tema que será fortalecido durante la aplicación del plan de acción, Mientras el alumno refuerza el conocimiento que le ayudó a resolver el problema ayuda a sus pares a generar el conocimiento que este ya poseía, los resultados anteriores se reflejan en la gráfica de la figura 5.

Figura 5
Resultados por reactivo de la tercera dimensión del diagnóstico.



Nota. El porcentaje de cada gráfica corresponde a las respuestas correctas por cada reactivo. El porcentaje global corresponde al promedio de los porcentajes de los reactivos.

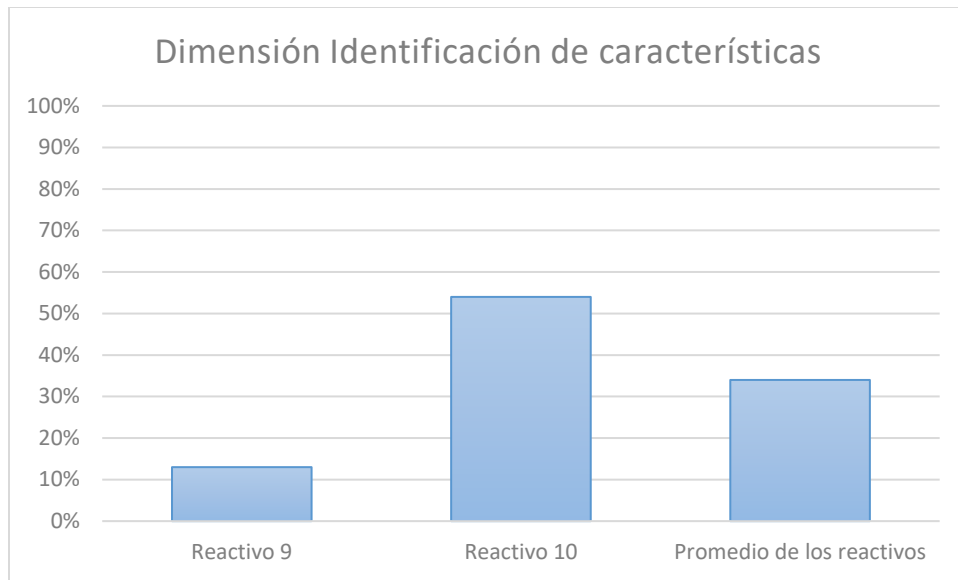
Finalmente, la dimensión sobre la identificación de características, como se menciona al inicio de la descripción del diagnóstico esta dimensión exige que los alumnos identifiquen las partes de cierta cantidad de triángulos rectángulos tal como lo son los catetos e hipotenusa añadiendo el ángulo de noventa grados, este último se plantea con la finalidad de que posteriormente en el desarrollo del plan de acción el alumno utilice como herramienta la ubicación

del ángulo recto para detectar la hipotenusa del triángulo rectángulo, como se observa en la figura 6, de dicho reactivo se obtuvo un trece por ciento de respuestas correctas, se esperaría que los alumnos supieran identificar principalmente el ángulo recto, pues es un saber que han utilizado desde su formación primaria, durante la observación en la aplicación del diagnóstico observé que esto no es así, pues algunos alumnos comentaban no recordar qué es un ángulo recto y cómo se visualiza en un triángulo rectángulo, por lo tanto les fue difícil y en algunos casos imposible identificar el ángulo recto en el triángulo rectángulo.

En el reactivo diez un poco más de la mitad de los alumnos supo identificar algunos de los triángulos rectángulos dentro de un conjunto de otros tipos de triángulos, en total, los alumnos debían haber coloreado o encerrado cuatro triángulos, los resultados variaron dependiendo del examen diagnóstico de cada alumno ya que hubo exámenes en donde ninguna de las respuestas coincidía con los triángulos que se debían haber elegido, la descripción anterior se ejemplifica en la figura 6.

Figura 6

Resultados por reactivo de la cuarta dimensión del diagnóstico.



Nota. El porcentaje de cada gráfica corresponde a las respuestas correctas por cada reactivo. El porcentaje global corresponde al promedio de los porcentajes de los reactivos.

2.2. Descripción y focalización del problema

La falta de conocimientos y saberes básicos fue un aspecto que se observó durante la jornada de observación y que se afianzó en los resultados del examen diagnóstico, pues los alumnos carecían desfavorablemente de conocimientos principalmente sobre las características del triángulo rectángulo, por ejemplo, la suma de sus ángulos internos e identificar cuál es el ángulo de noventa grados, la clasificación de triángulos de acuerdo a sus lados y ángulos y el nombre que recibe un triángulo a partir de sus características, de igual manera, los alumnos no son capaces de nombrar a un triángulo aunque sus características estén descritas explícitamente, lo que quiere decir que no recuerdan o conocen los nombres que reciben los triángulos, tampoco logran establecer diferencias descritas personalmente entre un triángulo rectángulo y cualquier otro tipo de triángulo indicando que realmente no logran identificar las características que diferencian a un triángulo a uno de otro tipo.

Es con la clasificación de triángulos que el alumno empieza a desarrollar algunos conocimientos que le ayudarán en la construcción de triángulos rectángulos, pues será de su conocimiento que los triángulos rectángulos también pueden ser isósceles y escaleno, sin embargo, un triángulo rectángulo nunca podrá ser escaleno, pues el triángulo no existiría, conocimiento que le será útil al momento de proponer medidas que al trazarlas creen un triángulo rectángulo.

Dichos saberes y conocimientos son fundamentales para abordar el Teorema de Pitágoras, principalmente aquel que se le relaciona con identificar el ángulo de noventa grados, puesto que, a partir de la identificación de este, el alumno puede ubicar correctamente los catetos y la hipotenusa, además de reconocer si el triángulo que se le presenta es o no un triángulo rectángulo. Con base en lo observado, en el examen diagnóstico se aplicaron cuestionamientos que evidenciaron cuáles conocimientos y saberes estaban presentes en los alumnos, obteniendo los resultados ya expuestos.

Es por lo anterior que el plan de acción se centra en un primero momento en el repaso de la clasificación de triángulos de acuerdo con sus lados y ángulos con la finalidad de que el alumno recuerde principalmente los tipos de ángulos y cómo se ven representados en los triángulos, ya que a partir de estas características los triángulos reciben un nombre en la clasificación de acuerdo con sus ángulos al igual que en el trazo de triángulos rectángulos con regla y compas haciendo uso del transportador para verificar que el ángulo que se formó sea de noventa grados principalmente, y que la suma de los demás triángulo no exceda los noventa grados.

El plan de acción continúa con la exploración del Teorema de Pitágoras a partir del cálculo de áreas de los cuadrados formados sobre los lados del triángulo y finaliza en la demostración

geométrica y algebraica del Teorema de Pitágoras. Dentro de las actividades del plan de acción se espera afianzar el aprendizaje del Teorema de Pitágoras bajo el trabajo colaborativo, ya que el grupo con el que se implementará el plan de acción carece de tolerancia, respeto y trabajo colaborativo con los integrantes que conforman el salón de clases, esto genera un ambiente de aprendizaje hostil que impide el correcto proceso de enseñanza y aprendizaje de los contenidos matemáticos. Todo lo anterior fundamentado en el resultado del examen diagnóstico.

En cada una de las actividades del plan de acción los alumnos tendrán la oportunidad de cumplir un rol asignado por los integrantes de sus equipos, garantizando que el ambiente en donde se desarrolla el conocimiento se vea beneficiado por la participación activa de todos los integrantes, así como el intercambio de saberes, conocimientos y procesos propios de cada alumno, los cuales se comparten cuando el alumno reconoce que todos los integrantes del equipo valoran y reconocen la importancia de dichos conocimientos.

2.3. Propósitos para el plan de acción

Propósito General

Emplear el trabajo colaborativo como estrategia para favorecer el aprendizaje del Teorema de Pitágoras en estudiantes de Tercer grado de la Secundaria Dionisio Zavala Almendarez.

Propósitos específicos

- Definir actividades de aprendizaje para que sean trabajadas de manera colaborativa, que favorezcan la comprensión del Teorema de Pitágoras.

- Analizar la funcionalidad del Trabajo colaborativo como estrategia para favorecer la comprensión del Teorema de Pitágoras.

2.4. Referente teórico

En la sociedad actual, trabajar de manera colaborativa es indispensable para la convivencia con las personas que nos rodean, el trabajo colaborativo es un proceso que llevan a cabo un conjunto de personas en donde aportan ideas, conocimientos, experiencias y saberes para un objetivo en común, el cual es la ejecución y entrega de un producto. Aprender de manera colaborativa conlleva trabajar en conjunto con los miembros de un equipo para solucionar problemas o desarrollar una tarea, fortaleciendo que el aprendizaje sea concretado a partir del intercambio de conocimientos y saberes que se obtengan durante la socialización.

La educación es un ámbito cotidiano que los jóvenes atraviesan diariamente en donde se forman relaciones sociales que son vitales para aprender, en estas relaciones se dialoga, discute, reflexiona, se comparten puntos de vista y sobre todo se toman decisiones para ejecutar una tarea, durante el desarrollo de estas acciones los alumnos forman nuevos aprendizajes y desarrollan habilidades sociales que utilizarán en diferentes aspectos de su trayecto educativo y social.

Para vivir en sociedad uno de los aspectos más importantes es que los jóvenes aprendan a respetar las opiniones de otros así como las percepciones y formas de pensar diferentes a las suyas tanto en la vida cotidiana como en el aula de clases en donde se necesita llevar a cabo una comunicación asertiva, respetuosa y pacífica para desarrollar el trabajo colaborativo, lo anterior se relaciona con lo que afirma Delors (1996) en el Informe a la UNESCO de la comisión internacional

sobre la Educación para el Siglo XXI “La educación a lo largo de la vida se basa en cuatro pilares: aprender a conocer, aprender a hacer, aprender a vivir juntos, aprender a ser”(p.34) en donde relata que el aprender a hacer no solo conlleva la calificación profesional, esta se puede observar en la evaluación sumativa que el alumno recibe durante su trayecto de formación educativa, sino que el aprender a hacer permite que el individuo desarrolle una competencia que lo guíe en el enfrentamiento de situaciones y a trabajar en equipo.

Por otro lado, en el aprender a vivir juntos el alumno hace frente a los conflictos que se le presenten respetando siempre los valores de pluralismo, lo que genera un ambiente de comprensión entre pares y la comunidad, así como la paz. El aprender a vivir juntos se relaciona estrechamente con el trabajo colaborativo, ya que en este se espera que los alumnos aprendan de los saberes que otros individuos ofrecen para enriquecer sus conocimientos a partir del intercambio de estos en un ambiente de respeto, tolerancia y paz.

Para empezar a hablar del trabajo colaborativo debemos definir este concepto de acuerdo con los siguientes autores:

Tabla 1.

Conceptualización del trabajo colaborativo por diversos autores. Fuente: autores.

Autor	Concepto
Damián et al. (2021)	El trabajo colaborativo es un proceso en el que un individuo aprende más de lo que aprendería por sí solo, fruto de la interacción de los integrantes de un equipo, quienes saben

diferenciar y contrastar sus puntos de vista, de tal manera, que llegan a generar un proceso de construcción de conocimiento.

Iborra e Izquierdo (2010)

El aprendizaje colaborativo es un tipo de metodología docente activa, que se incluye dentro del enfoque del constructivismo del aprendizaje, en la que cada alumno construye su propio conocimiento y elabora sus contenidos desde la interacción que se produce en el aula. En un grupo colaborativo existe, pues, una autoridad compartida y una aceptación por parte de los miembros del grupo de la responsabilidad de las acciones y decisiones del grupo. Cada miembro del equipo es responsable total de su propio aprendizaje y, a la vez, de los restantes miembros del grupo.

Avitia et al (2018)

Suma de estrategias en pequeños grupos que brindan a los estudiantes, la oportunidad de ampliar sus saberes mediante actividades que conlleven a una socialización de conocimientos, basadas en la comunicación con sus compañeros donde en conjunto se

	busque alcanzar una meta en común que es el aprendizaje.
Freire (2022)	Experiencia mutua, donde el estudiante aprende de las experiencias e ideas de los demás, es decir, que gracias a la interacción con los miembros del equipo se obtienen conocimientos más profundos y sólidos.
Ramírez y Rojas (2014)	Es una estrategia didáctica que ofrece respuestas para mejorar los ambientes de aprendizaje y la capacidad para interactuar entre los estudiantes y entre ellos su profesor.

Nota. Esta tabla muestra el concepto manejado por diferentes autores para el Trabajo Colaborativo.

Trabajar de manera colaborativa permite que el alumno recolecte la información que sus pares comparten durante el planteamiento del procedimiento para resolver un problema matemático generando un aprendizaje para el alumno y los demás individuos con los que se compartió la información, aunque el proceso que se lleva durante el trabajo colaborativo es mediante el intercambio de conocimiento entre los equipos de trabajo el aprendizaje se consuma de manera individual. De acuerdo con Zúñiga (2012):

El resultado de esta experiencia grupal genera un aprendizaje individual, sin embargo, la construcción del conocimiento a través de esta forma de interacción genera mejores y mayores resultados que si el proceso se realizara de manera individual o que si se sumaran

las partes generadas por separado, permitiendo un aprendizaje más heterogéneo para los miembros del grupo de trabajo. (p.112)

El intercambio de conocimientos generan que el alumnado tenga un aprendizaje más global, pues funde sus aprendizajes con los que adquirió durante la socialización con los miembros de su equipo, como menciona Zúñiga (2012) esta forma de interacción genera mejores resultados en el aprendizaje del alumno a comparación del método individualista o en el que se comparten los resultados y procedimientos llevados a cabo para resolver un problema matemático de manera individual, además de que en el trabajo colaborativo el alumno tiene la oportunidad de establecer discusiones con los integrantes de su equipo acerca de diferentes puntos de vista sobre un determinado problema para así desarrollar conjeturas y conclusiones personales sobre determinado tema que al final de la clase producirá un aprendizaje para el discente.

Johnson, Johnson y Holubec (1999, como se citó en Cuéllar y Alonso, 2010) las condiciones que favorecen la colaboración grupal y que son las bases para este método de aprendizaje es: la interdependencia positiva asistida del planteamiento de objetivos grupales que serán compartidos durante el desarrollo o ejecución de un proyecto, a su vez se debe establecer una identidad y reconocimiento grupal por parte de todos los integrantes que conforman al equipo en donde estos motiven y reconozcan el trabajo de los demás colaboradores, podríamos decir que el aprendizaje de un individuo depende en cierta medida de los conocimientos que otros le proporcionen.

Otra de las características que propician la colaboración es la interacción cara a cara en la que los alumnos tienen la oportunidad de interactuar con sus pares para recibir apoyo y motivación,

encontrando de esta manera un soporte en sus compañeros de equipo. El autor también reconoce la responsabilidad individual en la que se espera que el alumno o participante no evite las responsabilidades que conllevan el trabajo colaborativo, pues su aprendizaje depende de los demás integrantes del equipo, pero también de él mismo, el alumno debe reconocer que él es un proveedor de conocimientos y saberes que coadyuvarán en el aprendizaje de sus pares.

Finalmente el autor presenta la autorreflexión del grupo en el que los alumnos dialogan sobre los procedimientos y actividades efectuadas desarrolladas durante la tarea con la finalidad reconocer en lo que han fallado y establecer rutas de mejora para la elaboración de actividades próximas dentro del aula de clase, para que la autorreflexión exista el alumno debe llevar a cabo una reflexión individual en la que razone lo que ha desarrollado de manera conjunta para que así pueda realizar aportes significativos al momento de la autorreflexión grupal.

El profesor durante la metodología del trabajo colaborativo mantiene un papel de guía en el proceso de aprendizaje de los alumnos, pues son ellos mismos quienes generarán la mayor parte del conocimiento que se pretende alcanzar a partir de la intención didáctica y la actividad que se está desarrollando, Cuéllar y Alonso (2010) afirman que “el rol del profesor sea el de un mediador del aprendizaje, alejado de una función tradicional típicamente representada por la clase magistral” (p. 227), esto indica que el docente no es quien proporcionará el aprendizaje al alumno ni explicitará los procedimientos que se deben seguir para resolver un determinado problema matemático, si no que este es un moderador que solucionará las dudas que se generen entre la interacción de los alumnos.

A partir de las consideraciones de diversos autores sobre el trabajo colaborativo es posible afirmar que es indispensable que el discente mantenga una actitud de responsabilidad individual, ya que esta fomenta que el alumno reconozca la importancia de su participación dentro del trabajo colaborativo, reconociéndose como un individuo importante que aporta conocimientos valiosos y que colabora con el equipo para el logro del aprendizaje por medio del problema matemático. Según Rosario (2008) una de las ventajas del trabajo colaborativo es que favorece en el alumnado la generación de conocimientos debido a que estos se involucran en su proceso de aprendizaje durante el desarrollo de investigaciones o búsqueda de información para resolver dudas o incrementar sus conocimientos acerca de un tema y esto a su vez propicia que sus aportaciones sean valiosas al no permanecer como un individuo pasivo que solamente recibe información (p. 134).

La actividad pasiva en la clase de matemáticas puede ser observada e identificada en las sesiones y actividades de metodología tradicionalista, en el proceso que llevan los estudiantes con este tipo de prácticas a-didácticas el docente es la principal fuente de conocimiento y saberes que los alumnos pueden obtener, dejando de lado las aportaciones de los compañeros de clases que suelen ser muy valiosas en el proceso de aprendizaje del alumno, ya que generan que éste se desarrolle de manera más significativa y se consolide en la institucionalización.

Resultado de las diversas jornadas de observación durante la formación docente en donde la metodología de trabajo es tradicionalista, es posible afirmar que, al actuar como un individuo pasivo en el proceso de aprendizaje, el alumno en la mayoría de las ocasiones, no tiene la oportunidad de esclarecer dudas con sus compañeros de clase, pues no hay un momento de la

sesión para la discusión y reflexión de los resultados y procedimientos obtenidos en la resolución de un problema.

Esto ocasiona en la mayoría de las veces que las dudas que pudieran ser resueltas por los mismos compañeros de clase durante el desarrollo de la actividad pasen a ser expuestas hacia el profesor al final de la clase provocando que la mayor parte de la sesión se consuma en responder dudas. Es de los mismos compañeros de clase de quien los alumnos entienden de mejor manera los conceptos o procedimientos que se utilizarán para resolver un problema matemático, es tarea del docente reafirmar el aprendizaje que han obtenido los estudiantes a partir de la discusión y reflexión con otros compañeros de clase.

Compartir experiencias y saberes entre los compañeros de clase genera una auto revalorización del alumno pues reconoce que sus aportaciones son importantes para el desarrollo de una actividad, aprenderá que los errores que cometa no entorpecerán al equipo, sino que lo ayudará a entender que procesos no debe seguir y porqué pues de acuerdo a Escarbajal (2010), con el trabajo colaborativo “se afianza la idea de que es posible alcanzar objetivos difíciles con la ayuda de todos, se reparte responsabilidad y esfuerzo, se motiva y se eleva la autoestima” (p. 175).

Para hablar sobre el trabajo colaborativo en el aula de alumnos de secundaria y por qué es importante y necesario emplearlo en los procesos de aprendizaje de los alumnos, así como sus principales objetivos y características es importante rescatar y analizar las conceptualizaciones que esta metodología tiene desde los planes y programas de estudio 2011, 2017 y 2022.

La Secretaría de Educación Pública (SEP 2011) en el apartado 1.4 del Plan de estudios 2011 establece que “El Trabajo colaborativo alude a estudiantes y maestros, y orienta las acciones

para el descubrimiento, la búsqueda de soluciones, coincidencias y diferencias, con el propósito de construir aprendizajes en colectivo” (SEP, 2011, p. 28), de igual manera afirma que la escuela debe promover el trabajo colaborativo para favorecer las prácticas educativas a través de la inclusión, metas comunes, liderazgo compartido, intercambio de recursos así como el sentido de responsabilidad y corresponsabilidad.

Bajo el mismo tenor en el documento Programas de estudio 2011 guía para el maestro, educación básica, matemáticas, (SEP, 2011) en el apartado de los propósitos del estudio de las matemáticas para la educación básica establece que mediante el estudio de las matemáticas específicamente para la educación básica se pretenden tres aspectos imprescindibles para los niños y adolescentes, el último de ellos es mostrar disposición tanto para el estudio de las matemáticas como para el trabajo autónomo y colaborativo (p. 13).

Lo que da una concepción de la importancia de trabajar colaborativamente en el desarrollo de las matemáticas, a través de los elementos antes mencionados como la inclusión, liderazgo compartido y el intercambio de recursos, la existencia de un propósito de estudio de las matemáticas para toda la educación básica en donde se habla sobre la disposición de los alumnos para el trabajo colaborativo permite que los docentes de los diferentes niveles y grados escolares familiaricen a los discentes con el trabajo colaborativo desde la educación inicial para que esta se convierta en una práctica no ajena a sus costumbres sociales y escolares.

Con la llegada del Plan y programas de estudio para la educación básica (SEP, 2017) Aprendizajes clave para la educación integral se propone el trabajo colaborativo como medio para el fortalecimiento de las escuelas públicas ya que se favorece la cultura del aprendizaje (p. 37). En

los principios pedagógicos para que el docente transforme su práctica y cumpla su papel en el proceso educativo se plantean un conjunto de principios pedagógicos entre los cuales se encuentra el reconocimiento de la naturaleza social del conocimiento, pues "el trabajo colaborativo permite que los estudiantes debatan e intercambien ideas, y que los más aventajados contribuyan a la formación de sus compañeros. Así, se fomenta el desarrollo emocional necesario para aprender a colaborar y a vivir en comunidad" (SEP, 2017, p. 116).

Para trabajar de manera colaborativa efectivamente existen muchos factores que deben presentarse en el aula de clases, como la disposición para el trabajo conjuntos y valores sociales que permitirán la comunicación respetuosa entre los pares, así como la planificación de la clase por parte del docente, para abordar esta metodología es necesario que los alumnos conozcan sus finalidades, así como lo que se espera de ellos, sus participaciones y relaciones con los integrantes del aula. SEP (2017) afirma lo siguiente:

Lograr que los estudiantes trabajen de un modo colaborativo, y de esta manera vayan apropiándose de esta habilidad, requiere de una cuidadosa planificación por parte del docente, quien debe cuidar que en su grupo se construyan relaciones positivas y respetuosas entre los compañeros. Implica un aprendizaje en el tiempo, por lo cual el docente deberá aprovechar todas las oportunidades disponibles para enseñar a los estudiantes a colaborar entre sí. (p.560)

De manera general, el plan y programa de estudios 2017 de la secretaría de educación pública aprendizajes clave para la educación integral en la educación básica maneja el concepto de trabajo colaborativo como una metodología en donde los alumnos manejan una

interdependencia, son conscientes de que su propio aprendizaje depende de ellos al igual que de los miembros que conforman su aula de clases pues no basta con lo que ellos pueden aprender por sí mismos, es necesario realizar un trabajo conjunto en donde se compartan conocimientos.

De acuerdo con Echazarreta et al. (2009) el trabajo colaborativo contiene características que lo diferencian de otras modalidades de organización grupal, algunas de estas características se enlistan de manera breve a continuación:

- Basado en la interdependencia de los miembros que lo conforman para alcanzar las metas que interesan a todos los miembros.
- Responsabilidad individual para el logro de las metas.
- En la formación de los grupos hay una heterogeneidad en las características de los miembros.
- Todos los integrantes tienen una responsabilidad para el desarrollo de la actividad.
- La responsabilidad individual es compartida.
- Logro de objetivos a través de la realización individual y conjunta de tareas.
- Las habilidades comunicativas, relaciones simétricas y el deseo compartido para la resolución de las tareas son aspectos exigidos por el trabajo colaborativo a cada uno de los integrantes.

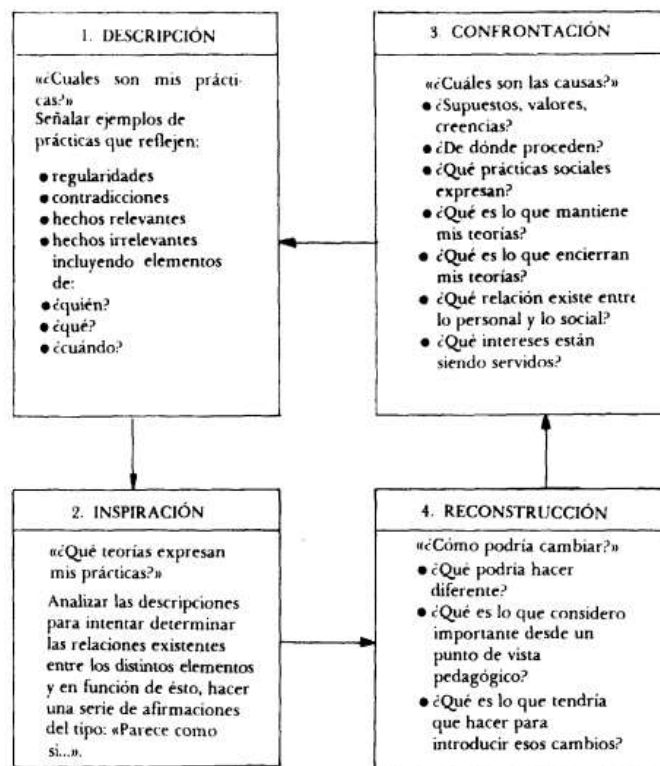
A diferencia del trabajo en equipo tradicional el trabajo colaborativo pretende un sistema de responsabilidades compartidas en donde la conformación de equipos se realice a partir de la observación de las distintas características y habilidades de los alumnos, pues los grupos de trabajo

deben tener habilidades heterogéneas, a diferencia del trabajo en equipo tradicional, en donde es más homogénea.

2.5. Ciclo reflexivo

Parte del proceso de la práctica docente conlleva la reflexión de lo que hace en el aula, a partir de la reflexión podemos mejorar aspectos negativos o deficientes del quehacer en la práctica docente, es por esto que se eligió al ciclo de Smith (1991) el cual está compuesto de cuatro etapas: descripción, inspiración, confrontación y reformulación, este ciclo se puede apreciar en la figura 7 a continuación:

Figura 7
Ciclo reflexivo de Smith 1999.



Nota. Adaptado de “Una pedagogía crítica de la práctica en el aula” (p. 280), por J. Smith, 1991, *Revista de educación*, (294).

En la *descripción* se desarrollan las problemáticas de las práctica docente, en esta etapa se identificó el problema al cual se busca dar solución a partir de la implementación del plan de acción no sin antes describir al grupo con el que se desarrollará, así como las condiciones escolares y sociales en las que se desarrolla el alumno, lo anterior se realizó a partir de la indagación y recolección de información con los diferentes agentes educativos que elaboración en las escuela de prácticas profesionales, dichos datos nos ofrecen un panorama de las condiciones y materiales educativos que el alumno tiene a su disposición durante su formación académica.

El problema identificado fue que los alumnos no trabajan efectivamente en grupos y de manera colaborativa, en todas las disciplinas que proponen esta forma de trabajo los alumnos se mostraron hostiles y con actitudes hacia un trabajo individualista, esto desfavorecía su proceso de aprendizaje principalmente en la disciplina de matemáticas. Para abordar el problema se propusieron objetivos generales y específicos para el desarrollo e implantación del plan de acción.

La *Inspiración* es una etapa del ciclo reflexivo en la que se llevó a cabo la indagación de diferentes referentes teóricos que sustentaran y apoyaran las prácticas propuestas a lo largo del documento, principalmente en el plan de acción, esta revisión sistemática conjunta investigaciones y publicaciones referentes al trabajo colaborativo, los marcos expuestos en el apartado de referentes teóricos también dan origen a la problemática planteada.

En la inspiración se busca que el docente se apoye de la pregunta que se expone en esta fase, ¿Qué teorías expresan mis prácticas?, con la finalidad de analizar la relación entre las

diferentes prácticas y experiencias establecidas en los documentos de los diversos autores del referente teórico. En esta fase del ciclo reflexivo se buscó indagar sobre los resultados, experiencias y recomendaciones que ofrecen la variedad de autores que han abordado la educación desde el trabajo colaborativo para establecer estrategias propias de enseñanza para el correcto aprendizaje de los alumnos.

Las últimas dos fases o etapas del ciclo reflexivo proponen la *confrontación* y *reconstrucción*, ante esto, MEJOREDU (2022) afirma que:

Durante la confrontación se propone comparar y dialogar con otros colegas acerca de las prácticas descritas y analizadas. Con la reconstrucción es posible cuestionarse cómo transformar la práctica para definir acciones concretas que permitan introducir cambios que orienten a la mejora.

Compartir experiencias a partir del diálogo entre pares y docentes titulares permite obtener un panorama de otras estrategias que se pueden aplicar en el aula a partir de las experiencias de otros docentes, en esta etapa y con el diálogo con otros docentes de la institución se logró hacer un comparativo entre las prácticas realizadas en cada aula de clases, esto sirvió para la mejora de la práctica educativa durante la aplicación del plan de acción.

Finalmente, la *reconstrucción* y las preguntas que lo conforman, ¿cómo podría cambiar?, ¿qué podría hacer diferente?, ¿qué es lo que tendría que hacer para introducir esos cambios? Guiaron el proceso de reflexión de cada una de las intervenciones realizadas en el aula cada día de la práctica docente, permitiendo realizar reformulaciones de los planes del plan de acción que no

funcionaron por determinados factores propios de su planificación o aplicación en el grupo, a partir de los resultados obtenidos permite considerar la metodología trabajada como una estrategia útil y eficiente para la práctica profesional docente.

Brubacher (200, como se citó en Piñeiro y Flores. 2018) afirma que “se entiende a la reflexión como una imbricada vinculación entre técnicas y experiencias, que hacen emerger posibles herramientas que permitirán una toma de decisiones justificada” (p. 239), a partir de la reflexión de lo que se realizó en la práctica educativa podemos tomar decisiones justificadas para el actuar de futuras intervenciones en el aula de clases.

2.6. Plan de acción

A continuación, se presenta el plan de acción con el que se pretende lograr los objetivos anteriormente establecidos, en esta tabla se informa la cantidad de actividades para desarrollar a lo largo de la aplicación del plan de acción, así como la intención didáctica y el nombre que recibe la actividad de acuerdo con la temática de esta, en la cuarta columna se describe de manera general lo que realizará el alumno en la sesión basado en la intención didáctica.

Parte del plan de acción está inspirado en la secuencia que propone “El libro para el maestro” matemáticas tercer grado de la secretaría de educación pública (SEP, 2021) en el que se busca que los alumnos repesen la manera de trazar un triángulo y exploren medidas que al trazarlas resulten triángulos rectángulos, exploren el teorema de Pitágoras a partir de casos particulares y del cálculo de áreas y prueben geoméricamente el teorema de Pitágoras, aunque entre los pasos

que propone el libro se encuentra la demostración algebraica del teorema, esta no se aplicó dentro del plan de acción, pero sí fuera de este (p. 59).

Se consideró el primer momento que propone el libro, pues los conocimientos que se necesitan para realizar lo que explicita se encontraron deficientes en los alumnos, a partir del plan de acción se busca reforzarlos.

Tabla 2.

Actividades para la jornada escolar en el marco del Plan de acción

Actividad	Intención didáctica	Nombre	Actividad	Fecha
1	Que los alumnos recuerden y clasifiquen triángulos según sus lados y ángulos.	Recordando los tipos de triángulos y sus características.	Clasificación de triángulos según sus lados y ángulos.	14/02/2024
2	Que los alumnos exploren las medidas con las que se obtienen triángulos rectángulos (Ternas pitagóricas)	Trazando triángulos rectángulos.	Trazo de triángulos dadas las medidas de sus lados. Exploración de ternas con las	15/02/2024

			que se obtengan triángulos rectángulos.	
3	Que los alumnos se introduzcan al teorema a partir del cálculo de áreas	Explorando el teorema.	Exploración a partir de un caso particular.	20/02/2024
4	Que los alumnos identifiquen las partes de un triángulo rectángulo dentro del teorema de Pitágoras.	Reconociendo las partes de un triángulo rectángulo en el teorema de Pitágoras.	Reconocimiento de triángulos rectángulos. Identificación de las partes del triángulo rectángulo de acuerdo con el teorema de Pitágoras	21/02/2024
5	Que los alumnos construyan la fórmula del teorema a partir del cálculo de áreas de los cuadrados formados en los catetos.	Explorando el teorema a partir del cálculo de áreas.	Formulación de la regla del teorema.	22/02/2024

6	Que los alumnos identifiquen los tipos de triángulos que cumplen el teorema a partir de la construcción de cuadrados.	¿El teorema sirve para cualquier triángulo?	Construcción de cuadrados sobre diferentes triángulos.	27/02/2024
7	Que los alumnos demuestren geoméricamente el teorema de Pitágoras.	Demostrando geoméricamente	Rompecabezas	28/02/2024
8	Que los alumnos indaguen diferentes demostraciones del teorema de Pitágoras y elaboren una exposición.	¿Solo existe una demostración?	Investigación y presentación frente a grupo.	29/02/2024
9	Que los alumnos presenten una demostración y justifiquen porqué se cumple el teorema.	Demostrando lo aprendido.	Exposición.	01/03/2024

2.7. Planteamiento del plan de acción

De manera específica se describen las actividades que el alumno realizará en cada momento del plan de acción, así como los materiales que ocuparán para su desarrollo de acuerdo con las intenciones didácticas propuestas en el punto anterior. En la última columna de la tabla se menciona el lugar en donde se encontrará la actividad en la lista de anexos al final del documento.

Tabla 3.

Explicitación del plan de acción.

Plan	Nombre	Descripción	Materiales	Anexo
1	Recordando los tipos de triángulos y sus características.	Los alumnos deberán recordar la clasificación de los triángulos y completarán dos tablas correspondientes a la clasificación según lados y ángulos, proporcionando un ejemplo de cada triángulo.	Juego de geometría	B
2	Trazando triángulos rectángulos.	Los alumnos trazarán triángulos a partir de medidas dadas en una tabla. Responderán preguntas sobre los ángulos que se forman y proporcionarán ternas que al	Juego de geometría Papel bond/pizarrón mágico	C

		trazarlas formen triángulos rectángulos.		
3	Explorando el teorema.	A partir de la simulación pasto, en un problema del teorema de Pitágoras, los alumnos justificarán si las piezas simuladas son suficientes para rellenar el cuadrado formado en la hipotenusa.	Tijeras Hojas de reúso/ iris Pegamento Regla	D
4	Reconociendo las partes de un triángulo rectángulo en el teorema de Pitágoras.	Los alumnos deberán identificar los catetos, hipotenusa y ángulo de noventa grados en diversos triángulos y proponer una manera propia de identificarlos.	Juego de geometría Colores	E
5	Explorando el teorema a partir del cálculo de áreas.	A través de la heurística, los alumnos encontrarán la regla del teorema.		F
6	¿El teorema sirve para cualquier triángulo?	A partir del cálculo de las áreas de los cuadrados formados en cada uno de los	Juego de geometría	G

		lados de los triángulos, los alumnos justificarán en qué tipos de triángulo se cumple el Teorema de Pitágoras.		
7	Demostrando geoméricamente	Los alumnos deberán armar rompecabezas para demostrar geoméricamente el Teorema de Pitágoras.	Tijeras Pegamento	H
8	¿Solo existe una demostración?	A través de una investigación, los alumnos indagarán diferentes demostraciones del teorema de Pitágoras y realizarán una breve exposición.	Material elaborado por los alumnos	I
9	Demostrando lo aprendido.	Retomando la investigación de la demostración del teorema. Los alumnos deberán presentar y justificar por qué el teorema se cumple. Presentarán una maqueta, proyección, video o	Material reciclado, papel cascarón, cartón, juegos de geometría, imágenes.	J

		exposición elaborado por ellos mismos.		
--	--	-------------------------------------------	--	--

III. DESARROLLO, REFLEXIÓN Y EVALUACIÓN DE LA PROPUESTA DE MEJORA

3.1. Descripción de las prácticas de interacción en el aula

A continuación, se describen las sesiones del plan de acción, en estas se mencionan los obstáculos que los alumnos encontraron para el desarrollo y solución de la actividad, así como los procedimientos que propusieron y que llevaron a cabo para la resolución del problema. Indicaciones generales mencionadas antes del desarrollo de la actividad, recomendaciones ante problemáticas presentadas durante el desarrollo como también las soluciones que los alumnos presentaron ante diferentes problemas.

Al final de cada descripción se coloca en una tabla la calificación del equipo mediante la rúbrica que evalúa el trabajo colaborativo, en los anexos del documento se podrán encontrar los instrumentos de evaluación del trabajo colaborativo individual (anexo J) y grupal (anexo K) así como la matriz en la que se encuentran las calificaciones por sesión de cada alumno de manera grupal e individual (anexo L), la rúbrica y la lista de cotejo fueron elaboradas a partir de las características del trabajo colaborativo expuestas en el referente teórico.

3.2. Actividad 1. Recordando los tipos de triángulos y sus características.

El desarrollo de la actividad se llevó a cabo en el salón de clases durante la última hora de la jornada escolar, la cual tiene una duración menor al resto de las sesiones del día. Al iniciar la clase los alumnos se reunieron en equipos (previamente conformados) y se les entregó dos carteles en los que debían completar las tablas sobre la clasificación de triángulos por sus lados y por sus ángulos, con la finalidad de que recapitularon sobre los tipos de triángulos que hay y sus características, específicamente.

Los principales retos que presentaron los estudiantes fue el de relacionar correctamente los nombres de los triángulos con sus características, ya que recordaban características del triángulo, pero no su nombre, o bien, recordaban el nombre del triángulo, pero no sabían si ponerlo en la tabla de clasificación según sus lados o ángulos. También hubo el caso de equipos que no sabían ni siquiera el nombre, características y ejemplo del triángulo que se les proporcionaba en la tabla.

En estos casos, se les daba la recomendación de observar el ejemplo que les proporcionaba la tabla e identificar características de él, por ejemplo, en el triángulo equilátero que se les proporcionaba la tabla, todos sus lados eran iguales. Lo mismo se les pidió cuando debían trazar un triángulo con las medidas de sus lados diferentes. Al observar que la mayoría de los equipos ya habían completado la tabla de clasificación según sus lados en el caso del triángulo escaleno y triángulo equilátero, pero no para el triángulo isósceles, les pedí que pensaran que si ya tenemos un triángulo que tiene todos sus lados con la misma longitud y uno que tiene todos sus lados con diferente longitud, ¿Cuál nos falta?, inmediatamente la mayoría de los alumnos respondió que faltaría uno que tuviera dos lados con la misma longitud y uno diferente, les pedí que lo

socializaran con su equipo y aterrizaran en la respuesta correcta al igual que la información que pondrían en la tabla.

En el caso de la tabla de la clasificación de triángulos según sus ángulos los principales errores o problemas que tuvieron los alumnos fue meramente en recordar y escribir bien los nombres, en especial el del triángulo acutángulo y obtusángulo. Todos los equipos lograron culminar la actividad en el tiempo establecido y con los roles que asignaron para cada uno de los integrantes del equipo, para terminar, presenté una tabla de relación entre la clasificación de triángulos según sus lados y ángulos para que los alumnos observaran cuáles triángulos según sus clasificaciones se relacionan y pueden existir compartiendo su clasificación y cuáles simplemente pertenecen a una clasificación.

En cuanto a las rúbricas y listas de cotejo del trabajo colaborativo la evaluación se realizó durante la clase. Previamente, en jornadas anteriores, los alumnos ya habían trabajado de manera colaborativa, en esta ocasión ellos observaban que, en el tiempo para el desarrollo de la actividad, yo pasaba por sus lugares y evaluaba de forma grupal e individual los indicadores de cada uno de los instrumentos de evaluación.

Fue difícil para los alumnos trabajar colaborativamente y con roles, ya que estaban acostumbrados a trabajar de manera individual, y si surgía alguna duda, era el docente quien la resolvía, noté que había integrantes del equipo que realizaban aportes para el llenado de las tablas y los demás integrantes no tomaban en cuenta su aportación ni discutían si dicho aporte era correcto o no. También, equipos en donde cada integrante se ocupaba de llenar un espacio de la tabla sin

socializar y/o contrastar ideas y conocimientos. De acuerdo con la evaluación mediante la rúbrica para el trabajo colaborativo, los puntajes obtenidos por cada equipo se presentan en la tabla 4.

Tabla 4.

Descripción de la participación de los estudiantes e interacciones del equipo.

Numero de equipo	Calificación obtenida	Observaciones
1	10	A pesar de que dos integrantes del equipo no asistieron a la escuela, los participantes restantes del equipo lograron concluir la actividad, trabajando conforme el tiempo establecido y presentando un trabajo final de excelente calidad. Al ser únicamente dos participantes tomaron la decisión de desarrollar cada una de ellas un cartel, intercambiaron información y conocimientos para poder completar las tablas de clasificación de triángulos y lo realizaron ordenadamente. La información que proporcionaron era correcta y utilizaron juego de geometría para presentar los ejemplos de los tipos de triángulo de manera ordenada y limpia.
2	10	Al igual que el equipo uno, en esta actividad faltaron dos integrantes del equipo, durante el desarrollo de la actividad los integrantes presentes participaron activamente en el desarrollo de la actividad, manteniendo una conducta responsable por la entrega de los carteles, la información que presentaron fue correcta y pertinente, concluyeron

		<p>la actividad, aunque solamente eran dos personas. Para el trazo de los triángulos de acuerdo con su clasificación utilizaron regla y escuadra para representar correctamente lo ejemplo, durante la elaboración del producto discutían sobre los conceptos y afirmaciones que pondrían en cada una de las tablas, haciéndose responsables de su propio aprendizaje y del de el otro participante.</p>
3	9.1	<p>Aunque trabaron durante el tiempo establecido y todos los miembros del equipo mantuvieron la mayor parte del tiempo una actividad de responsabilidad por la entrega de la actividad, hubo momentos de la sesión en donde el desarrollo de los carteles recaía sobre algunos miembros del equipo, discutían sobre los datos e información que pondrían pero no respetaban en la mayoría de los casos las aportaciones que proporcionaban algunos integrantes generando que estos mismo ya no quisieran dar opiniones o vías para desarrollar la actividad. Aún con lo anterior presentaron una actividad de excelente calidad en cuanto a la construcción de los triángulos e información.</p>
4	7	<p>Trabajaron en el tiempo establecido manteniendo una buena organización del trabajo, la mayoría de los integrantes participaron de manera activa en el llenado de las tablas, manteniendo una actitud favorable para el trabajo colaborativo, ninguno de los miembros trabajó de maneta individualista. Solamente un integrante del equipo valoraba y respetaba las aportaciones y conocimientos que los demás</p>

		alumnos aportaban, mientras que los demás integrantes les hacían ver los errores a sus demás compañeros de manera grosera e irrespetuosa.
5	9.5	Todos los miembros del equipo compartieron saberes y conocimientos para el desarrollo de la actividad, trabajaron conforme al tiempo establecido y mantuvieron una excelente organización, mantuvieron una actitud de responsabilidad por la actividad y trabajaron de manera colaborativa, sin embargo, algunos miembros no respetaban y valoraban las aportaciones de sus demás compañeros y hacían comentarios ofensivos en cuanto a la inteligencia de la persona que realizaba la aportación.

Además de evaluar el trabajo colaborativo bajo los criterios e indicadores de la rúbrica y lista de cotejo también se evaluó los conocimientos y saberes que los alumnos plasmaron en cada uno de los carteles, si el trabajo se hubiera llevado a cabo de manera individual ningún alumnos habría podido finalizar el llenado de los carteles, el trabajo colaborativo fue beneficioso para esta actividad en donde el tiempo fue exactamente el necesario para que los alumnos recordaran y dialogaran entre los integrantes de sus equipos los datos que proporcionarían para satisfacer los datos faltantes de la tabla.

Después de que cada equipo expusiera con los demás alumnos los datos que proporcionaron en las tablas se institucionalizó con dos tablas en donde venía la información que se esperaba que ellos colocaran o conceptos y oraciones similares, a continuación se presentan algunos de los carteles desarrollados por cada equipo, como se podrá observar, algunos datos son erróneos o no están dentro del tipo de triángulo que corresponde, sin embargo, al final de la clase

los alumnos contrastaron ideas y entre ellos discutieron sobre los datos que estaban colocados erróneamente.

Cada equipo completó la información con datos diferentes, unos más completos que otros, por ejemplo, en la figura 8, los integrantes del equipo afirman que las características del triángulo equilátero es que todos sus lados son iguales y que en el isósceles se encuentran dos lados con la misma longitud y uno de diferente longitud, o textualmente; “Dos lados son iguales y uno más grande”, mientras que en la última columna en donde deberían haber “escaleno” únicamente proporcionan un ejemplo, ya que no recordaban el nombre que recibe dicho triángulo.

Figura 8.

Actividad durante clases del equipo 3, clasificación de triángulo según sus lados.



Otro ejemplo del tipo de información que colocaron los alumnos se muestra en la figura 9, en este ejemplo el equipo complementó más la información que proporcionan en cada una de las filas y columnas, aunque no recordaron que el triángulo que de acuerdo con la clasificación según sus lados que tiene longitudes diferentes se llama triángulo escaleno. Aún con esta laguna de conocimiento aportaron información muy valiosa con lenguaje más formal y propio de las matemáticas, por ejemplo; “Todos sus lados son iguales y miden lo mismo, al igual que sus

ángulos”, “Cuentan con dos lados iguales y otro lado desigual”. A diferencia del cartel anterior este equipo si utilizó regla para hacer el trazo de los triángulos, proporcionando un trabajo de mayor calidad.

Figura 9.

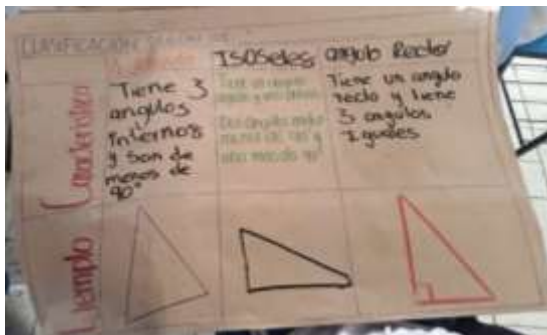
Actividad durante clases del equipo 4, clasificación de triángulo según sus lados.



En cuanto a la clasificación de triángulos según sus ángulos el equipo dos logró recordar la mayoría de características de cada uno de los triángulos, aciertan en la afirmación de que el triángulo acutángulo posee tres ángulos de menos de noventa grados, recuerdan el nombre del triángulo con las características de la columna número dos, pero no realizan un trazo correcto de la descripción que se coloca, esta información se observa en la figura 10. Con ayuda del ejemplo del triángulo rectángulo logran establecer como nombre “Ángulo recto”, aunque este no es correcto al cien por ciento es importante destacar que recuerdan que dicho ángulo es una de sus principales características, debido a que no hubo un acuerdo sobre la información que pondrían en las características del triángulo rectángulo hay información que no es muy congruente entre sí, por ejemplo, “Tiene un ángulo recto” y “Tiene tres ángulos iguales.

Figura 10.

Actividad durante clases del equipo 2, clasificación de triángulo según sus ángulos.



3.3. Actividad 2. Trazando triángulos rectángulos.

La actividad consistía en que los alumnos conformados en equipos trazaran con compás triángulos que resultaran triángulos rectángulos, al iniciar la clase, les demostré un ejemplo de cómo trazar un triángulo con medidas dadas, decidí realizarlo de esta manera porque esto es un conocimiento que los alumnos ya habían abordado en la educación primaria, y solo necesitaba que lo recordaran para que pudieran realizar la actividad, los materiales que los alumnos ocuparon para la actividad fue principalmente el compás para trazar las medidas de los triángulos y transportador para verificar que al obtener el triángulo éste tuviera un ángulo de noventa grados. La finalidad de la actividad, era que los alumnos se fueran relacionando con las características de los triángulos rectángulos en cuanto a sus lados y sus ángulos.

Durante el desarrollo de la actividad los alumnos dialogaban entre ellos sobre la construcción de los triángulos y los pasos a seguir para trazarlo, las principales discusiones entre

los grupos trataron sobre el ángulo de noventa grados, ya que a algunos integrantes del equipo les resultaba un ángulo mayor o menos a noventa grados, pero con una diferencia muy pequeña de un grado más o un grado menos a noventa.

El trabajo colaborativo se observó durante el trazo de triángulos por que los integrantes de cada equipo conversaban entre ellos los aciertos o errores que habían tenido al trazar cada uno de los triángulos. Cuáles habían sido los ángulos que obtuvieron al trazar los triángulos rectángulos e incluso el uso correcto del compás o consejos para su uso de manera más efectiva.

Al final de la actividad, los alumnos debían proponer medidas que al trazarlas se obtuvieran triángulos rectángulos, les pedí que cada integrante del equipo trazara un triángulo rectángulo de las medidas que cada uno quisiera, posteriormente debían recortar el triángulo y pegarlo en el pizarrón mágico que se les asignó al comienzo de la clase, posterior a eso, midieron los lados de los triángulos y los anotaron en la tabla ubicada al final de la actividad.

La actividad se dividió en dos partes, pues en la primera sesión se trazaron los triángulos con el juego de geometría, debido a que los alumnos no sabían la manera correcta de utilizar esta herramienta fue necesario que al inicio de la clase se les diera una pequeña muestra del uso del compás y transportador específicamente. La segunda parte de la sesión se ocupó para que los alumnos trazaran con las mismas herramientas los triángulos rectángulos a partir de las medidas que ellos propusieron, las calificaciones y observaciones de las dos partes de la actividad se muestran en la tabla 5.

Tabla 5.

Descripción de la participación de los estudiantes e interacciones del equipo.

Número de equipo	Calificación obtenida	Observaciones Primera parte	Observaciones Segunda parte
1	10	Trabajaron con una organización excelente, cada miembro del equipo participó y desarrolló la actividad que se le asignó de acuerdo con el rol que le fue asignado. Durante la observación de la clase identifiqué que todos se hicieron responsable de su aprendizaje y del de sus compañeros, realizando comentarios y generando aportes que ayudarían a la generación de una actividad final de calidad.	De igual manera, los integrantes del equipo lograron trabajar con una excelente organización, cada uno de los participantes se encargó de desarrollar lo que le fue asignado en tiempo y forma. Presentaron un trabajo de calidad, respetando y valorando todos los comentarios realizados por sus compañeros para expresar comentarios o aportaciones.
2	9	Mantuvieron una buena organización para el desarrollo de la actividad y la mayoría de los miembros trabajaron y participaron activamente ya que un integrante del equipo no estaba en la mejor disposición para llevar a cabo	En la segunda parte de la actividad los alumnos lograron mantener una buena organización y realizaron un grato intercambio de conocimientos para desarrollar el trazo de

óptimamente el trabajo triángulos. Presentando un colaborativo. Durante un momento producto con una calidad de la clase se observó que solo la excelente. mitad de los integrantes se hacía responsable de la actividad, pero los demás integrantes le hicieron saber a estos compañeros que su actitud no favorecía al desarrollo de la actividad, lo que generó que dichos alumnos volvieran a tener una actitud participativa.

3	8.3	Trabajaron de acuerdo al tiempo establecido y lograron una buena, aunque no excelente organización, la mayoría de los miembros del equipo trabajaron y participaron activamente manteniendo una postura de responsabilidad ante el desarrollo del trabajo valorando y respetando las aportaciones de los demás integrantes. Un integrante del equipo aún está en una disposición de trabajar individualmente, ya que	En la segunda parte lograron mejorar la organización de su trabajo obteniendo una excelente organización. En esta ocasión, el integrante que se mencionó antes tenía mayor disposición para trabajar con sus compañeras generando un ambiente de respeto dentro del equipo, así como la valoración y uso de los conocimientos y
---	-----	----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------	---------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------

menciona que no mantiene una cercanía con las demás integrantes del equipo, dicho participante es quien aporta la mayor cantidad de conocimientos, pero aún no acepta trabajar colaborativamente con sus compañeras. saberes que aportaron todos los integrantes.

4	5.1	<p>El equipo logró trabajar conforme al tiempo establecido para la actividad, la mayoría de los alumnos participaron de manera activa y compartieron conocimientos importantes para la conclusión de la actividad, así mismo, solamente un alumno mantuvo una actitud de trabajo individualista, ya que avanzaba sin tomar en cuenta las aportaciones de los demás compañeros únicamente en las actividades específicas del rol que se le asignó para esta actividad. Aun así, el</p>	<p>En la segunda parte de la actividad los integrantes del equipo, al no tener presente al líder, quien es el que aporta la mayor cantidad de procedimientos y saberes no trabajaron como se esperaba, ya que durante todo el tiempo de la sesión no lograron ni siquiera empezar con el trazo de triángulos. Por lo que su puntuación de trabajo colaborativo se vio afectada. Al no estar el líder que se asignó en la sesión pasada se les dio la opción a los</p>
---	-----	---------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------	-----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------

		equipo presentó un trabajo de muy buena calidad.	estudiantes de asignar a uno nuevo que fuera quien guiara la actividad, aun con esta opción, el equipo no trabajó.
--	--	--------------------------------------------------	--------------------------------------------------------------------------------------------------------------------

5	7	En la primera parte de la actividad el equipo tuvo ciertas dificultades en el desarrollo de la actividad ya que no todos los integrantes participaron activamente en el intercambio de conocimientos, y únicamente la mitad del equipo mantuvo una actitud de responsabilidad para el desarrollo de su actividad, mientras que los demás integrantes se mantenían platicando o distraídos. Al no contar con el apoyo de dos de los integrantes el equipo presentó un trabajo con una calidad regular.	Al día siguiente con la segunda parte de la actividad, los alumnos estaban con mayor disposición, la mayoría participaba en la elaboración de los triángulos rectángulos y su presentación en los pizarrones mágicos. Presentando finalmente una actividad de calidad en comparación con el día anterior.
---	---	-------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------	-----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------

3.4. Actividad 3. Explorando el teorema.

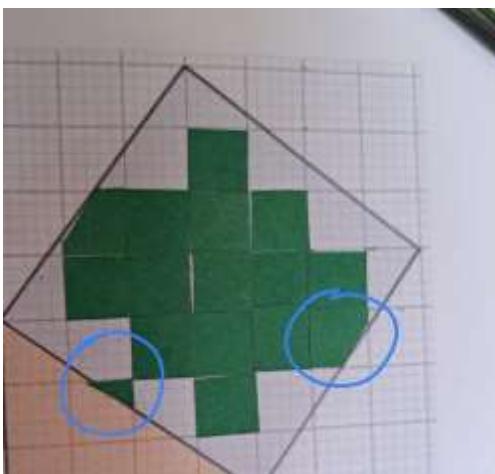
Al inicio de la sesión se les entregó a cada equipo dos sobres que contenían los cuadrados que utilizarían en las dos actividades de esta sesión, se les explicó cuál de los sobres que les fueron

entregados se utilizaría primero y a partir de la lectura de la actividad se explicitó cómo se usarían dichos cuadrados, como primer momento, los alumno debían realizar la actividad que quedaría como evidencia en su libreta, en donde debían transportar pedazos de “pasto” del área de dos partes de una figura hacia un área más grande., Una vez que los alumnos terminaron esta actividad se les hizo entrega de los papeles craft o “pizarrones mágicos” en estos papeles ya se encontraba dibujado el triángulo en el que cada uno de sus lados se formaba un cuadrado de las mismas dimensiones del lado en el que se ubicaba.

Durante la primera actividad el primer debate que se presentó en la mayoría de los equipos era sobre el acomodo de las piezas de “pasto”, ya que en la actividad el cuadrado de la hipotenusa estaba cuadriculado en diferente orientación comparado con la cuadrícula de los cuadrados de los catetos, esto con la intención de que algunos alumnos decidirán seguir dicha cuadrícula y otros elegir el camino más fácil de pegar el “pasto” uno detrás de otro de manera que se formaran filas y columnas de cinco piezas de pasto. Los alumnos de los equipos que eligieron la primera opción, debían recortar los pedazos que sobresalían de la cuadrícula que limitaba el área del cuadrado para transportarlos a los espacios de la misma forma hasta completar toda el área del cuadrado como se observa en la figura 11.

Figura 11.

Acomodo de piezas en función de la cuadrícula establecida.



Nota. Los círculos demuestran los recortes que los alumnos realizaron a las “piezas de pasto” para utilizar el sobrante en otra área del cuadrado.

Caso contrario a los alumnos que decidieron ponerlo tal y como lo describo en el segundo procedimiento, el cual formaría columnas y filas de cinco cuadros de pasto cada uno, después de que los alumnos desarrollaran la evidencia que quedaría en su libreta pasaron al trabajo en los pizarrones mágicos, como se mencionó anteriormente la actividad en la cual trabajarían en el papel craft era exactamente la misma que la de su libreta, con la diferencia de que ahora los alumnos debían elegir el procedimiento de los dos posibles para culminar el triángulo del pizarrón mágico.

Todos los equipos decidieron el camino más fácil, ya que conversando entre ellos comentaban que seguir la cuadrícula del cuadrado de la hipotenusa no había sido tan rápido y fácil a comparación del otro procedimiento, que debían estar recortando los pedazos de “pasto” que sobresalían del cuadrado. Al finalizar la actividad, lo alumnos presentaron el producto de sus trabajos con los demás compañeros del grupo.

Llegaron a la conclusión de que la suma de las áreas de los cuadrados formados en los lados más pequeños del triángulo era igual al área del cuadrado formado en el lado más largo del triángulo, aunque en esta sesión todavía no formularían la expresión de $c^2 = a^2 + b^2$ ya había algunos equipos que expresaban frases como; las áreas de los cuadrados más pequeños son iguales al cuadrado más grande” “la suma de los resultados de las áreas de los cuadrados más pequeños son iguales al área del cuadrado más grande”. Comprendieron que el resultado hubiera sido el mismo si originalmente el “pasto” estuviera en el cuadrado de la hipotenusa, ya que esta área alcanzaría a cubrir perfectamente las áreas de los catetos.

El trabajo colaborativo se vio reflejado en mayor medida durante la segunda parte de la actividad, ya que es ahí en donde los alumnos debían discutir sobre lo que realizaron anteriormente para poder completar la actividad en los pizarrones mágicos. Cada equipo decidió la manera en la que pegaría los cuadrados, por ejemplo, algunos equipos llenaron el área del cuadrado con pegamento y fueron pegando uno a uno los cuadrados, mientras que otros “ferraron” con cinta estos cuadros a medida que los iban colocando, tal y como se muestra en la figura 12.

Figura 12.

Estrategia de pegado por el equipo 4.



En la figura 13 se puede observar la manera de trabajar del equipo 5, una vez que establecieron el orden de los cuadrados que simularían el pasto, un integrante se dio a la tarea de pegarlos en el pizarrón mágico mientras sus demás compañeros terminaban de pegar en la hoja de la actividad los cuadrados pequeños que también simularían el pasto, ya él ya había terminado de realizar la actividad en la hoja. El propósito de que cada alumno tuviera la misma actividad en una hoja de máquina fue para que tuvieran una evidencia de lo realizado en clase y se les facilitara recordar lo que aprendieron.

Figura 13.

Organización de trabajo equipo 5.



En las figuras 14 y 15 se muestran algunos de los resultados finales del trabajo realizado en el pizarrón mágico, como se mencionó anteriormente cada equipo utilizó su propio método para mantener los cuadrados que simulaban el pasto en su lugar, siendo el uso del pegamento en barra el más común entre los equipos, en el cartel que tiene por nombre “equipo 2” utilizaron Resistol blanco lo que les permitió que el acabado de los cuadrados se viera más prolijo, mientras que en el de “equipo 4” emplearon cinta transparente para ubicar las piezas de pasto por lo que no se aprecia muy bien la separación entre las filas y columnas pero finalmente ambos equipos ocuparon

la misma cantidad de piezas de pasto. Las calificaciones grupales del trabajo colaborativo realizado en la clase se observan en la tabla 6.

Figura 14.

Trabajo final equipo 2 de la actividad “Explorando el Teorema de Pitágoras”

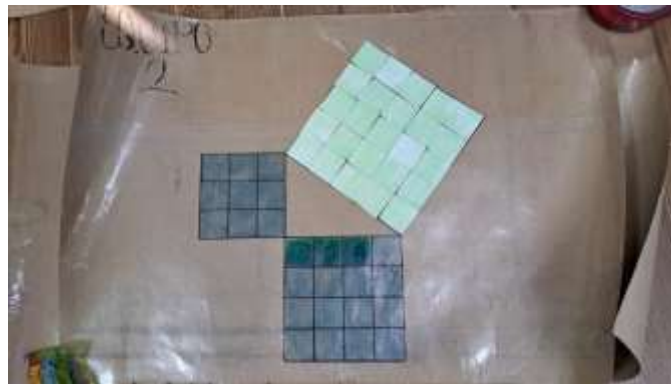


Figura 15.

Trabajo final equipo 4 de la actividad “Explorando el Teorema de Pitágoras”



Tabla 6.

Descripción de la participación de los estudiantes e interacciones del equipo.

Número de equipo	Calificación obtenida
1	10
2	9.5
3	8.7
4	9.5
5	8.7

3.5. Actividad 4. Reconociendo las partes de un triángulo en el teorema de Pitágoras.

Encontrar los triángulos rectángulos entre un conjunto de otros tipos de triángulos y remarcar los catetos, hipotenusa y el ángulo de noventa grados era la tarea que los alumnos debían realizar de manera colaborativa. En la actividad anterior ya se había institucionalizado lo que era la hipotenusa y los catetos, así como el ángulo de noventa grados que es algo fundamental para identificar y comprobar que un triángulo es rectángulo.

Durante el trabajo que realizaron los alumnos, bajo la observación y llenado de las rúbricas y listas de cotejo con las que se evaluaría el trabajo colaborativo identifiqué el trabajo colaborativo porque los alumnos discutían en primera instancia por identificar los triángulos rectángulos entre

los demás triángulos, algunos equipos recurrían a preguntarme porque no llegaban a un acuerdo con los demás integrantes del equipo sobre si un triángulo era o no rectángulo.

Al observar a esto les di la indicación a todos los equipos que entre ellos justificaran por qué el triángulo si era o no un triángulo rectángulo, igualmente les comenté que en ocasiones la vista no es suficiente para identificar lo que creemos que es un triángulo rectángulo y menos cuando en este no está indicado el ángulo que se está considerando como un ángulo recto, por lo que deberían usar una estrategia que les permitiera identificar aquellos que sí son triángulos rectángulos.

Después de lo anterior algunos integrantes de los diferentes equipos sacaron reglas y escuadras para verificar cuáles si eran triángulos rectángulos, incluso algunos me solicitaron transportador para medir los ángulos de los triángulos que anteriormente habían causado una discusión entre los integrantes. Posteriormente siguieron con la actividad identificando los catetos y la hipotenusa, en algunos equipos se escuchaba entre los diálogos que mantenían que algunos integrantes consideraban que solo había un cateto y una hipotenusa, mientras que otros mantenían la postura de que en un triángulo rectángulo existen dos catetos y una hipotenusa ya que, si la primera afirmación fuera cierta, un lado del triángulo rectángulo se quedaría sin nombre.

La actividad que consolidó el trabajo colaborativo en esta sesión fue en la que los alumnos debían trazar un triángulo rectángulo de medidas cualquiera e intercambiarlo con algún otro miembro de su equipo y trazar en ese mismo triángulo rectángulo los catetos, hipotenusa y el ángulo de noventa grados, cuando finalizaron el remarcado debían discutir entre ellos lo que

realizaron, justificar por qué habían trazado de cierto color la hipotenusa, catetos y ángulo de noventa grados así como explicitar a sus compañeros porqué es que lo que realizaron era correcto.

A partir de lo anterior cada alumno escribió una manera personal de identificar rápidamente los catetos y la hipotenusa en un triángulo rectángulo, algunas de las respuestas que escribieron fueron: “el ángulo de 90° lo podemos identificar porque está compuesto de dos catetos”, “los catetos de un triángulo rectángulo son los lados más pequeños del triángulo en relación con la hipotenusa”, “la hipotenusa es aquella que une con una diagonal los extremos de los catetos”, “la hipotenusa se encuentra fácilmente identificando el ángulo de 90° ya que esta se encuentra justo enfrente de dicho ángulo” algunas respuestas fueron más empíricas, por ejemplo, “el ángulo de 90° está en medio de la letra “L” que se forma con los lados del triángulo” “el ángulo de 90° se ubica en el ángulo del triángulo en donde cabe un cuadrado pequeño, si este se corta o queda como un triángulo entonces no es el ángulo de noventa. En la tabla 7 se presentan las calificaciones y observaciones durante la actividad.

Tabla 7.

Descripción de la participación de los estudiantes e interacciones del equipo.

Número de equipo	Calificación	Observaciones
1	9.5	Uno de los integrantes fue quien propuso utilizar escuadra para encontrar más rápido los triángulos rectángulos de la actividad, mientras él se encargaba de identificar estos triángulos los demás integrantes del equipo se ocupaban de ir identificando cuáles

		serían los catetos y la hipotenusa en cada uno de los triángulos rectángulos detectados por el integrante antes mencionado.
2	8.7	<p>El equipo presentó varias estrategias a la hora de identificar los triángulos rectángulos, pues uno de sus integrantes los identificó utilizando el lado recto de su regla, identificando así el ángulo de noventa grados, mientras que otra de las integrantes utilizó una tarjeta rectangular de cartulina para descartar aquellos triángulos que tuvieran un ángulo menor o mayor a noventa grados.</p> <p>Los últimos dos integrantes utilizaban únicamente la vista para identificar los triángulos rectángulos. Una vez que todos encontraran lo triángulos rectángulos analizaron la actividad de sus demás compañeros para identificar si alguno había encontrado un triángulo rectángulo que ellos no, al ver que todos contaban con la misma cantidad de triángulos rectángulos prosiguieron con el remarque de los catetos y la hipotenusa.</p>
3	9.1	<p>Equipo que en su totalidad utilizó escuadras para identificar los ángulos de noventa grados que caracterizan al triángulo rectángulo, la discusión entre este equipo se generó al verificar que todos consideraran los mismos triángulos para la actividad, pues hubo quien solo consideró como triángulo rectángulo aquellos que tuvieran la misma orientación que su escuadra, dejando de lado aquellos que estuvieran en sentido contrario.</p>

Uno de los integrantes hizo notar que la escuadra no tiene un “lado correcto” de usarse, pues en más de una orientación se puede hallar el ángulo de noventa grados. Esta equivocación se dio debido al tipo de escuadra de la alumna, ya que ella consideraba que solo se utilizaba del lado en donde están los números y no del reverso en donde estos no son visibles.

4	9.1	La organización de este equipo se centró en que dos de los integrantes identificaran los triángulos rectángulos mientras los participantes restantes identificaban sus partes, catetos, ángulo de noventa grado e hipotenusa. Sin mayor problema el equipo culminó la actividad con la identificación correcta de los triángulos y sus partes.
---	-----	------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------

5	9.1	La mayor dificultad que presentó el equipo fue no prestar atención al momento de la lectura de la actividad y no leer las indicaciones que también se presentaban en esta, pues al momento de hacer el monitoreo en el grupo observé que estaban remarcando en todos los triángulos los partes que ellos creían que eran los catetos, hipotenusa y ángulo de noventa grados. Al observar esto, les pedí que leyeran las indicaciones nuevamente, al hacerlo se percataron que primero debían identificar los triángulos rectángulos, y a partir de ahí, remarcar lo que demandaba la actividad. Después del error y de leer las instrucciones, lograron culminar la actividad. Entre los cinco
---	-----	------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------

integrantes se dividieron los triángulos por secciones para que cada integrante ubicara los triángulos rectángulos de la sección que les fue asignada, posteriormente identificaron las partes del triángulo.

3.6. Actividad 5. Explorando el teorema a partir del cálculo de áreas.

Antes de iniciar la actividad solicité a los alumnos que reunidos en equipos recordaran la actividad del pasto sintético, qué peculiaridades se habían presentado en el problema y si el pasto ubicado en los cuadrados de los lados más pequeños del triángulo había sido suficiente para trasladarlos y colocarlos en el cuadrado del lado más grande de triángulo. Los alumnos empezaron a dialogar sobre dicha actividad, algunos incluso recordaban la cantidad de piezas de pasto de cada cuadrado de los lados del triángulo.

En otros equipos se observó que dialogaban sobre el acomodo que habían realizado para cubrir por completo el cuadrado más grande, ya que algunos equipos siguieron la cuadrícula que el cuadrado tenía, mientras que otros eligieron un acomodo más sencillo, ir colocando las piezas una después de otra. Hacer que los alumnos recordaran esto e intercambiaran lo que habían aprendido en la sesión de dicha actividad fue importante para el desarrollo del cálculo de áreas sobre los cuadrados formados en cada uno de los lados del triángulo rectángulo.

Organizados en equipos y de manera colaborativa los alumnos empezaron a desarrollar el problema de la actividad, rápidamente empezaron a surgir ciertos obstáculos en algunas de las preguntas, por ejemplo, ¿Cuántos cuadros hay sobre el lado b del triángulo?, entre los equipos

empezaron a debatir si la pregunta solamente se refería a la primera fila de cuadros ubicada literalmente sobre el lado b del triángulo o todos los cuadrados contenidos sobre ese lado, ese fue un error muy grave de mi parte, ya que con esta actividad los alumnos entenderían por qué después de obtener la suma de los cuadrados de los catetos se saca la raíz cuadrada de dicho resultado.

Antes de iniciar la puesta en común me pude percatar de este error, ya que los alumnos ponían la misma respuesta en dos de las preguntas planteadas ya que, por ejemplo, la pregunta enunciaba lo siguiente; ¿cuántos cuadrados hay sobre el lado a del triángulo? y ¿Cuál es el área del lado a del triángulo? las preguntas, aunque son diferentes, podrían tener la misma respuesta, ya que sobre el lado a del triángulo hay nueve cuadrados y su área sería de nueve unidades cuadradas, lo ideal hubiera sido que la pregunta dijera lo siguiente; ¿cuál es la longitud del lado a del triángulo? y ¿cuál es el área del cuadrado formado en el lado a del triángulo?, si las preguntas hubieran estado formuladas de esta manera los alumnos habrían comprendido que para obtener la longitud de un lado partiendo del área del cuadrado formado en ese lado se debe sacar la raíz cuadrada, aunque pudieron reforzar el concepto de área y de las unidades cuadradas la intención de la consigna no se pudo lograr debido a la mala formulación de las preguntas. Aún con los errores, el trabajo colaborativo fue evaluado obteniendo los resultados de la tabla 8.

Tabla 8.

Calificación del trabajo colaborativo por equipo de acuerdo con la rúbrica.

Número de	Calificación	Observaciones
equipo		

1	10	<p>El equipo logró culminar la actividad en el tiempo establecido pese a los errores de la actividad los cuales derivaban en dudas ente los integrantes del equipo. El trabajo colaborativo se mostró entre los estudiantes al discutir sobre la intención de las preguntas planteadas, al generarse una discusión sobre la opinión de los integrantes con respecto a las preguntas mal planteadas se derivó la participación activa de los miembros del equipo.</p> <p>Aunque la discusión en un momento de la puesta en común se tornó algo conflictiva debido a la diferencia de opiniones el líder de equipo evidenció los puntos buenos y malos de ambas partes con respecto a sus saberes y opiniones sobre las posibles respuestas de la pregunta y el debate volvió a tomar una postura de respeto.</p>
2	9.1	<p>La calificación obtenida por el equipo corresponde al trabajo organizado de la mayoría de sus integrantes, pues uno de ellos ha mantenido una actitud hostil al trabajo colaborativo, aunque es motivada por el resto de los integrantes para que colabore y de esta manera el equipo obtenga el puntaje máximo el sujeto responde a estas motivaciones de manera negativa</p>

negando su participación e interés para el logro de la actividad. La falta de interés por parte del participante se presenta mayormente cuando el trabajo no involucra la manipulación de recursos y aún de este modo se presentan complicaciones para la participación.

Los estudiantes de este equipo entendieron de dos maneras las preguntas mal planteadas, dos de los integrantes creían que la pregunta relacionada con la cantidad de cuadrados sobre el lado del triángulo hacía referencia a su área y que la respuesta en ambas preguntas sería la misma, aunque el resultado se repitiera en ambos cuestionamientos. Mientras que los demás integrantes consideraban que en una pregunta se hacía referencia sobre la longitud de ese lado del triángulo y la pregunta: ¿cuál es el área del cuadrado formado en el lado a del triángulo? debía contener la respuesta de la cantidad de cuadrados contenidos en el cuadrado formado en dicho lado del triángulo, estos representarían las unidades cuadradas de la figura formada sobre el lado del triángulo.

Al final, por cuestión de tiempo eligieron la opinión de los compañeros que consideraban que en ambas

preguntas se colocaba la misma respuesta, aunque los resultados no serían correctos lograron desempeñar un buen papel en función de las características valoradas en la rúbrica.

3	8.3	<p>Las preguntas sobre la longitud y área del cuadrado fueron un obstáculo para la organización del equipo, pues no lograban ponerse de acuerdo en el sentido que le darían a cada pregunta mal planteada, por un lado, dos integrantes comentaban que en ambos cuestionamientos se colocaba la misma respuesta, mientras que el resto de los integrantes consideraban que debían ser respuestas diferentes, en palabras de uno de los alumnos se comentó “La pregunta del área es para que pongamos la cantidad de cuadritos que hay dentro del cuadrado, la pregunta de la cantidad de cuadrados sobre el lado del cuadrado es para que sepamos su longitud”, ante este comentario los integrantes empezaron una negociación sobre las respuestas que colocarían y finalmente decidieron hacer caso a la opción del compañero que realizó la conjetura antes mencionada, el motivo por el cual fueron el equipo con menor calificación se debe al aspecto de la rúbrica que evalúa la actitud y el respeto,</p>
---	-----	-------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------

		<p>pues en un momento del debate se perdía el respeto por parte de algunos integrantes y esto generaba que la actitud del equipo se empezara a inclinar por trabajar de manera individual.</p>
4	9.1	<p>No presentaron mucha discusión sobre las preguntas ya que realizaron los cálculos correspondientes basados en las opiniones del miembro que consideran más “inteligente” para evitar discutir como lo hacían los otros equipos para llegar a un acuerdo sobre los procedimientos y rutas para la resolución de la actividad. Terminaron en el tiempo establecido y el respeto se presenció durante todo el trabajo que realizaron de manera colaborativa, no obtuvieron la calificación más alta debido a que eligieron trabajar bajo las opiniones y procedimientos de un solo miembro del equipo.</p>
5	9.1	<p>Se observó buena actitud por parte de los miembros del equipo, sin embargo no obtuvieron el mayor puntaje en el aspecto de la rúbrica que evalúa la responsabilidad en el desarrollo de la actividad pues en la parte de la actividad en donde debían escribir aritméticamente la relación que el área del cuadrado de la hipotenusa tenía con los cuadrados de los catetos,</p>

tres de los cinco integrantes no aportaron conocimientos o saberes para la formulación de esta expresión dejando la responsabilidad a dos de los compañeros del equipo, incumpliendo de esta manera una de las características del trabajo colaborativo que es la responsabilidad compartida.

3.7. Actividad 6. Explorando el teorema a partir del cálculo de áreas replanteamiento

La reformulación de la actividad anterior les permitió a los alumnos entender por qué al final del procedimiento del teorema de Pitágoras para obtener la longitud de alguno de los catetos o de la hipotenusa se saca la raíz cuadrada, puesto que las preguntas tenían una mejor formulación y expresaban claramente el cuestionamiento planteado. Los alumnos debían trazar un triángulo de las medidas que fueran, posteriormente, debían crear cuadrados sobre cada uno de los lados del triángulo y responder las interrogantes que les ayudarían a comprender la relación entre el área de los cuadrados y la longitud de uno de sus lados con la raíz cuadrada del final del procedimiento.

Organizados en equipos comenzaron con el trazo de los triángulos, algunos de los errores más frecuentes entre los equipos fue que trazaban el triángulo muy lejos del centro del pizarrón mágico y esto ocasionaba que el área del pizarrón no fuera suficiente para trazar los cuadrados de cada uno de los lados. Cuando se dieron cuenta de lo anterior optaron por trazar el triángulo cada

vez más al centro del pizarrón mágico, lo que les permitió obtener la modelación que les ayudaría a responder las interrogantes.

La indicación fue que el triángulo que trazaran podía ser de las medidas que ellos quisieran mientras indicaran cuántos centímetros utilizarían para cada unidad del triángulo, esto ayudó a que los triángulos que cada equipo trazó tuvieran un buen tamaño para la construcción de los cuadrados sobre cada uno de sus lados y que no surgiera el problema de una de las actividades anteriores, en donde no calculaban la dimensión de área que ocuparía el triángulo y el espacio del pizarrón mágico no bastara para contener la figura.

La mayoría de equipos utilizó las medidas de los triángulos de actividades anteriores, e incluso las que propusieron cuando construyeron triángulos rectángulos con regla y compás, por lo que había triángulos de diferentes dimensiones que permitieron la diversificación de la actividad, pues en cada uno de los cuadrados formados en los lados del triángulo el área cambiaría dependiendo las dimensiones que consideró cada equipo, el uso de diferentes medidas les permitiría a los alumnos observar la relación entre la longitud de un lado del triángulo con la cantidad de cuadrados representando su área que hay sobre ese mismo lado.

También, al momento del trazo, la mayoría de los equipos no recurrió al uso de la escuadra para que los cuadrados quedaran entre sus lados con la misma longitud, lo que ocasionaba que la cuadrícula del área de cada uno de los cuadrados estuviese con diferentes medidas y en algunos casos no se obtuvieran la cantidad exacta de cuadrados los cuales representaban el área. Esto también afectaría en las preguntas en donde se les cuestionaba sobre el área del cuadrado formado sobre un lado del triángulo y la longitud de uno de los lados que el cuadrado tendría.

Tal es el caso de los primeros trazos del equipo que se muestra en la siguiente imagen, el equipo que se menciona solo utilizó regla para el trazo del triángulo y posteriormente para el trazo de los cuadrados formados en cada uno de sus lados, como se puede apreciar en el cuadrado del cateto menor en la figura 16, los cuadrados que representan su área tienen diferentes dimensiones, lo que ocasionó una discordancia entre la longitud de dicho lado con el área del cuadrado.

Figura 16.

Trazo del triángulo rectángulo y los cuadrados formados en los catetos equipo 1.

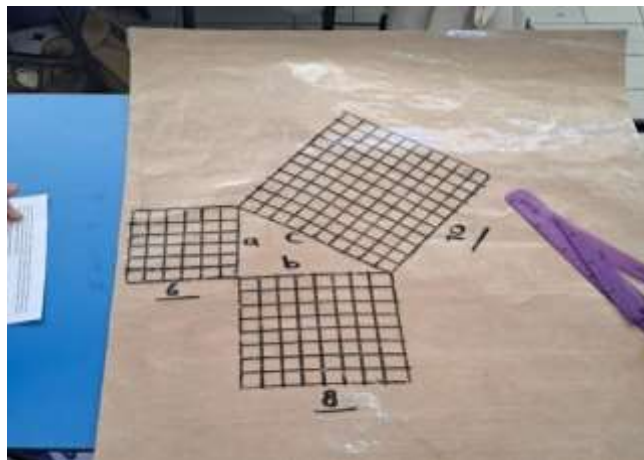


Replantear la actividad con la formulación de preguntas pertinentes que generaran en el alumno el análisis para la relación entre el área del cuadrado formado en un cateto y la longitud de ese mismo cuadrado permitió que el alumno dedujera que al obtener la suma de los cuadrados de los catetos es necesario efectuar una raíz cuadrada en dicha suma para que proporcione la longitud de la hipotenusa, de esta manera los alumnos reflexionaron que en cualquiera de los casos en donde se quisiera obtener la longitud de uno de los lados del triángulo rectángulo como catetos o hipotenusa al realizar la suma o resta de los cuadrados de cuales sean los lados se debe efectuar la raíz cuadrada.

Uno de los carteles obtenidos al final de la sesión se presenta en la figura 17 en este se observa la habilidad que los alumnos han adquirido para el trazo de figuras relacionada con el teorema de Pitágoras, dichas habilidades se han visto favorecidas por las actividades antecesoras a esta, ya que el alumno encuentra en el trazo de estas figuras un apoyo visual muy grande que le ayuda a resolver las problemáticas planteadas en la actividad.

Figura 17.

Trazo final del triángulo rectángulo y los cuadrados formados en cada uno de los lados.



En la imagen anterior se observa la manera en la que uno de los equipos desarrolló el trazo del triángulo rectángulo y los cuadrados que en él se forman, por simple que parezca el colocar la longitud en unidades debajo de cada uno de los cuadrados le permitió a los alumnos responder más fácilmente las preguntas relacionadas con el área de los cuadrados y la longitud de los lados del triángulo rectángulo para posteriormente comprender lo que se plantearía en la institucionalización sobre la obtención de la raíz cuadrada.

Al final de la sesión los alumnos entendieron que el resultado obtenido al final del procedimiento para obtener un cateto o la hipotenusa de un triángulo rectángulo es en realidad el área del cuadrado formado en este lado, y que para conocer la longitud de ese lado necesitamos encontrar un número que multiplicado por sí mismo sea igual al área que es exactamente lo mismo que obtener la raíz cuadrada de un número cualquiera, en la tabla 9 se describen las observaciones realizadas durante el desarrollo de la actividad, así como las calificaciones del trabajo colaborativo por grupo.

Tabla 9.

Descripción de la participación de los estudiantes e interacciones del equipo.

Número de equipo	Calificación	Observaciones
1	10	Equipo que realizó un excelente trabajo colaborativo, uno de los integrantes propuso las medidas para trazar el triángulo rectángulo, una vez trazado el triángulo los demás integrantes se encargaron de construir los cuadrados sobre cada uno de los lados del triángulo con la cuadrícula que les permitiría ver el área del cuadrado.
2	9.1	Dicho equipo empezó con la construcción de los cuadrados de los catetos para tener la seguridad de que la figura completa cabría en el pizarrón mágico, delimitaron espacio y cada uno de

los integrantes trazó uno de los cuadrados mientras otro integrante generaba la “cuadrícula” de dichos cuadrados.

3 8.3 Como se menciona en evaluaciones anteriores, el equipo tres no ha logrado obtener la mayor calificación de trabajo colaborativo debido la participación individualista de uno de sus integrantes, quien en esta actividad empezó a trazar el triángulo sin tomar en cuenta los comentarios de sus compañeras, pues advirtieron que el trazo completo del triángulo rectángulo con los cuadrados en cada uno de sus lados quedaría fuera de los límites del pizarrón mágico, pues quien empezó a trazar el triángulo consideró medidas muy grandes considerando el área del pizarrón mágico. Después de una breve discusión entre los integrantes sobre la manera en la que se debía trabajar la actividad (colaborativamente) procedieron al trazo del triángulo rectángulo, pero esta vez cada uno propuso ternas para la construcción del triángulo y optaron por utilizar la que mejor conviniera para el trazo.

4 9.1 Como se puede apreciar, uno de los errores que también sufrió el equipo y así como los demás, fue que no dimensionaron bien el espacio que ocuparía el trazo del triángulo junto con los cuadrados formados en cada uno de sus



lados, lo que ocasionó que tuvieran que trazar nuevamente el triángulo en una nueva posición. El equipo 4, al igual que el equipo 1, cuadriculó el área del triángulo para saber la longitud de cada uno de sus lados, ya que la longitud de la base y altura no la obtuvieron a partir de ternas.

5	9.1	Equipo que más tardó en el trazo del triángulo, pues al momento de formar los cuadrados en cada uno de los lados del triángulo no hicieron uso de escuadra, únicamente de regla, por lo que los cuadrados sobre los lados no tenían lados rectos y por consiguiente no eran realmente cuadrados. Ninguno de los integrantes tenía escuadra, así que esperaron que alguno de sus compañeros, integrantes de otros equipos desocuparan su material para pedirlo prestado.
---	-----	-------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------

3.8. Actividad 7. ¿El teorema sirve para cualquier triángulo?

En dicha sesión los alumnos realizaron operaciones para analizar en qué tipos de triángulos se cumple el teorema de Pitágoras, puesto que este solo se cumple en los triángulos rectángulos, la manera de verificar en qué tipos de triángulos se cumple que la suma de los cuadrados de los catetos es igual al área de la hipotenusa efectuarían el cálculo del área de los cuadrados formados en cada uno de los lados de los triángulos que se les presentaron en la actividad.

Antes de empezar con el cálculo de las áreas de los cuadrados formados en cada uno de los lados de los triángulos rectángulos debían nombrar cada uno de los lados del triángulo con las letras que habían sido usadas en actividades anteriores para referir a dichos lados, es decir, a , b y c , pues dichas letras son las mismas que utilizaron cuando establecieron la regla o fórmula para el teorema de Pitágoras.

La mayoría de equipos recordó que la letra c corresponde al lado con mayor longitud del triángulo rectángulo, es decir, a la hipotenusa, mientras que las letras a y b indican los lados de menor longitud con respecto a la hipotenusa. El equipo uno y tres coincidieron en el uso de la letra a para señalar al lado con menor longitud, la b para el lado que es mayor al lado a pero menos que el lado c y finalmente la letra c para indicar la hipotenusa.

Los equipos dos y cuatro se enfocaron mayormente en aplicar la letra c para referir al lado con mayor longitud del triángulo y la letra a y b para el resto de los lados del triángulo. Mientras que el equipo cinco mantenía dificultades a la hora de establecer el nombre de cada uno de los lados del triángulo, pues no recordaban qué letra se empleaba para nombrar cada uno de los lados del triángulo rectángulo, aunque en esta ocasión se trabajaron con más tipos de triángulos.

Algunos equipos optaron por empezar a construir cuadrados sobre los lados del triángulos que se presentaban en la actividad, al notar que tardarían mucho en construir los triángulos optar por obtener únicamente el área de este, pues no era del todo necesario construir cada uno de los cuadrados formados en los lados del triángulo si la tabla solo requería el área de dicho cuadrado, aun así, los equipos tuvieron libertad de desarrollar la actividad de la manera en la que a ellos les pareciera más eficiente, por lo que al final del tiempo para la resolución de la actividad cuando los

alumnos presentaron sus tablas contestadas en el pizarrón mágico se observó algunas variantes en el proceso que desarrolló cada equipo.

Las variantes que se mencionan refieren a la construcción de los cuadrados que algunos equipos construyeron sobre los lados del triángulo, mientras que otros trazaron una línea vertical al lado del triángulo para visualizar el cuadrado que se formaría para posteriormente pasar a la operación que les daría como resultado el área del cuadrado formado en ese lado. Otro de los métodos o procesos que llevaron a cabo los equipos fue colocar sobre cada uno de los lados de los triángulos la operación que efectuaron para obtener el área del cuadrado, por ejemplo, si un lado del cuadrado tenía por longitud ocho unidades sobre ese lado los alumnos colocaban la operación 8×8 , si el otro lado del triángulo medía diez unidades sobre el mismo lado del triángulo colocaban 10×10 .

Al momento de presentar las tablas completadas por cada equipo surgieron algunas discusiones, cada triángulo estaba previamente enumerado para que los alumnos únicamente se preocuparan por llenar los datos de la tabla para que al momento de presentar sus carteles todos los demás alumnos supieran de cuál triángulo se estaba hablando, pero uno de los equipos no se dieron cuenta de esto y enumeraron ellos mismos a los triángulos lo que generó una discusión en donde los otros equipos le hacían ver sus compañeros que esos resultados no era correctos pues no representaban correctamente el área que tendría el cuadrado de determinado lado.

Cuando los alumnos del equipo que cometió el error indicaron que no habían seguido la numeración previamente establecida en la consigna los demás alumnos entendieron que los resultados que ese equipo había obtenido eran correctos, aunque a partir de ahí el equipo tuvo que

indicar a qué triángulo se referían cuando mencionaban el área del cuadrado formado en uno de los lados de dicho triángulo.

Al final de la sesión y una vez que los alumnos indicaron en cuáles triángulos se cumple la regla del teorema de Pitágoras y la relación o diferencia entre esos tipos de triángulo con los otros en donde no se cumple que la suma de los cuadrados de los catetos es igual al cuadrado de la hipotenusa mencioné que el teorema de Pitágoras únicamente lo podemos utilizar en los triángulos rectángulos pues sus propiedades y características son las únicas que logran que el teorema se cumpla.

Al decir lo anterior los alumnos empezaron a externar ciertas dudas, por ejemplo, si el teorema se podría usar en un triángulo que tiene un ángulo de 91° o 89° , al cabo de esta pregunta un alumno contestó que no, pues ya no se tratarían de un triángulo rectángulo, pues estos tienen la característica de tener un ángulo de noventa grados y si este ángulo que caracteriza al triángulo rectángulo fuera mayor o menor a noventa grados ya no estaríamos hablando de un triángulo rectángulo, por lo que el teorema no se cumpliría. En la tabla 10 se redactan las observaciones por equipo durante el desarrollo de la actividad didáctica, así como la evaluación del trabajo colaborativo por equipo.

Tabla 10.

Descripción de la participación de los estudiantes e interacciones del equipo.

Número de equipo	Calificación	Observaciones
1	9.5	Tuvieron un conflicto al momento de asignar las letras a cada uno de los lados del triángulo que tenía la misma longitud en cada uno de sus lados al igual que en aquellos triángulos que no fueran precisamente triángulos rectángulos ya que no estaban acostumbrados a nombrar con estas letras a otro tipo de triángulo.
2	8.7	Lograron nombrar sin dificultad cada uno de los lados de los triángulos, aunque algunos de estos no fueran triángulos rectángulos.
3	9.5	Nombraron sin dificultad a los lados de la mayoría de los triángulos, presentaron dificultad en nombrar aquellos triángulos que tuvieran dos lados con la misma longitud ya que no sabían a cuál lado asignar la letra a y b, en la hipotenusa no hubo mayor problema pues tenían claro que es el lado con mayor longitud del triángulo.
4	9.5	Al igual que en el equipo uno se presentó la duda de qué letra correspondería a cada uno de los lados de un triángulo que tenían la misma longitud. En algunos momentos de la sesión observé que utilizaban la letra <i>c</i> para nombrar a uno de los lados que no tenía mayor longitud que los demás, en otros triángulos si utilizaban la letra <i>c</i> para indicar la hipotenusa, después de realizar

la observación cambiaron la letra para colocarla en la hipotenusa del triángulo o el lado con mayor longitud.

5 9.5 A comparación de los demás equipos en donde uno por uno nombraban los lados del triángulo rectángulo con lo comentarios y saberes colegiados entre los compañeros, este equipo decidió que cada uno nombraría un lado de un triángulo, es decir, el sujeto 1 nombraría los lados de menor longitud con la letra a , el sujeto 2 identificaría los lados de longitud media con la letra b , y *el sujeto 3* se haría cargo de nombrar con c a la hipotenusa o lado de mayor longitud del triángulo, los alumnos restantes debían revisar si los compañeros anteriores habían nombrado de manera correcta los lados que les habían sido asignados y si cometieron algún error ellos serían quien reestablecerían el nombre de cada uno de los lados.

3.9. Actividad 8. Demostración geométrica

Reunidos en equipos y de manera colaborativa, los alumnos debían resolver un rompecabezas del teorema de Pitágoras el cual también representaba la demostración geométrica de dicho teorema. Cada equipo tenía un pizarrón mágico en el que estaba dibujado un triángulo rectángulo con cuadrados en cada uno de sus lados, en donde los catetos estaban coloreados y remarcados con las piezas que utilizarían para cubrir la hipotenusa, aunque cada equipo tenía

prácticamente la misma demostración las piezas que acomodarían estaban recortadas de diferente manera.

Durante el desarrollo de la actividad algunos comentarios que escuché dentro de los equipos eran que las piezas de los catetos eran muy grandes para caber exactamente en la hipotenusa, y que en este caso no se podría comprobar el teorema, por otro lado, otros equipos intercambiaban métodos para resolver el rompecabezas mencionando que lo primero que debían hacer es identificar cuales piezas son de cada uno de los catetos y después acomodarlas en orden.

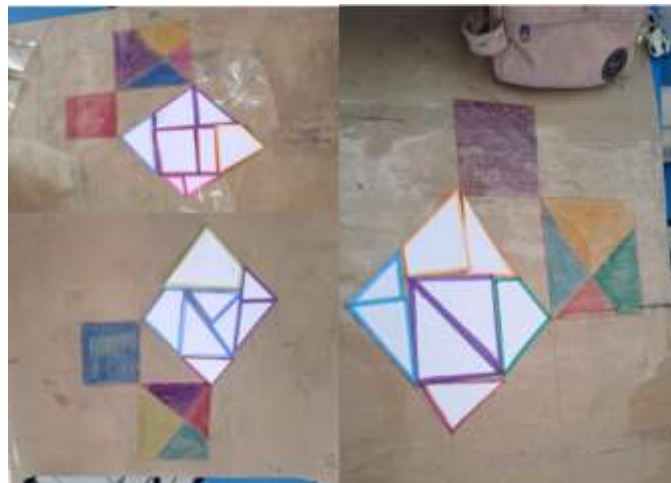
Uno de los equipos propuso recortar las piezas del rompecabezas tantas veces fueran necesarias hasta que cubriera completamente el cuadrado de la hipotenusa, aunque no era lo ideal, les comenté que podían hacerlo sin ningún problema, pero que primero siguieran intentando acomodar las piezas originales y si esto no les resultaba, evaluaran y tomaran en cuenta otros procesos para resolverlo.

La actividad tomaría alrededor de veinte minutos trabajada colaborativamente, por lo que, como mencioné antes, una vez elaboradas las piezas de los catetos las recorté múltiples veces para obtener una mayor cantidad de piezas, esto favoreció mucho la actividad, ya que permitió que la actividad se extendiera a treinta o treinta y cinco minutos en el caso de algunos equipos. Esta actividad fue una de las que más colaboración exigió a los estudiantes, ya que pasados los quince minutos aún no había equipo que lograra resolverlo, por lo que los integrantes del equipo se vieron más obligados a interactuar para lograr conseguir resolver el rompecabezas y ser uno de los primeros equipos en terminar la actividad.

Era de esperar que algunos integrantes de los equipos fueran a observar el progreso de otros compañeros, pero al tener piezas relativamente diferentes era muy difícil que tratan de recordar o replicar el acomodo. Aunque el “rompecabezas” de cada equipo contenía piezas diferentes el acomodo sería similar esto propició que cada equipo se enfocara en su propio rompecabezas, la figura 18 demuestra algunos de los acomodos y piezas de los rompecabezas.

Figura 18.

Tipos de acomodo de piezas empleados por tres equipos diferentes.



Una parte significativa de integrantes de diferentes equipos presentaron una inasistencia en la escuela, por lo que los alumno sabían que sería un poco más complicado de resolver la demostración geométrica del teorema con uno o dos integrantes menos de los que normalmente hay en sus equipos, incluso, hubo un equipo que solo tenía un integrante que desarrolló la actividad solo, cuando los demás equipos terminaron, algunos de sus integrantes se acercaron con este alumno para ayudar y guiarlo en el acomodo de las piezas y así éste lograra culminar la actividad.

En la figura 19, se refleja el proceso de trabajo colaborativo en cada uno de los equipos, como se puede apreciar, en algunos equipos se acomodaban las piezas en el cuadrado de la hipotenusa hasta ver de qué manera sería mejor el acomodo. Mientras que en otros equipos primero acomodaban las piezas afuera del cuadrado para no mover de lugar las piezas que ellos consideraban que estaban en el lugar correcto. Otro de los procesos o métodos comunes era acomodar las piezas en el perímetro del cuadrado de la hipotenusa y con las piezas restantes tratar de llenar el cuadrado que se formaba en el centro del cuadrado, en la mayoría de los casos.

Figura 19.

Trabajo colaborativo empleado por los equipos 1, 3 y 5 para resolver el rompecabezas.



Las imágenes evidencian uno de los momentos de trabajo colaborativo que desarrollaron los alumnos durante el desarrollo de la actividad, el intercambio de conocimientos y en este caso, procedimientos para el logro de un fin común, resolver la demostración geométrica del teorema de Pitágoras, una vez que los integrantes de los equipos expusieron sus demostraciones al resto de sus compañeros e integrantes de otros equipos les pedí que observaran que en las demostraciones

de otros equipos se cumplió lo que enuncia el teorema sin importar la diferencia de piezas y figuras dentro de las áreas de los catetos. En la tabla 11 se registran las observaciones realizadas durante el desarrollo de la actividad y las evaluaciones grupales del trabajo colaborativo por equipo.

Tabla 11.

Descripción de la participación de los estudiantes e interacciones del equipo.

Número de equipo	Calificación	Observaciones
1	/	No se asignó calificación al equipo debido a que solamente uno de los cuatro integrantes estuvo presente en la sesión debido a que los demás compañeros que integran dicho equipo no asistieron o tuvieron que salir por motivos ajenos a la asignatura, por lo que la actividad la realizó únicamente una alumna que posteriormente obtuvo ayuda de otros equipos al final de la sesión, debido a que no lograba armar el rompecabezas ella sola.
2	10	El equipo armó sin problemas el rompecabezas ya que optaron por unir las piezas que formaban figuras regular, como cuadrados o triángulos, y posteriormente los trasladaron hacia el cuadrado de la hipotenusa y finalmente ubicaron las piezas del rompecabezas en los espacios vacíos. Aunque uno de los

integrantes no asistió a clases no fue motivo para que el logro de la actividad se retrasara.

La integrante que ha presentado menos disposición para el trabajo colaborativo se mantuvo activa y participativa en el armado del rompecabezas.

3	10	En las observaciones anteriores se ha hablado de un integrante que presenta resistencia al trabajo colaborativo, pero en esta ocasión participó y colaboró con sus compañeras para discutir el acomodo de las piezas del rompecabezas. En primera instancia optaron por dividir las piezas del rompecabezas entre los integrantes del equipo, observaron que de esta manera sería muy difícil el acomodo pues realmente no había un intercambio de ideas en cuanto a la posición correcta de las figuras, después de esto cada uno de los integrantes tomó la pieza que creía que iba en cierto lugar y lo comentó con sus demás compañeros, logrando de este modo el rompecabezas formado.
---	----	---------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------

4	/	Equipo que presentó inasistencias muy significativas pues solamente uno de los integrantes se presentó a clases por lo que desarrolló la actividad mayormente solo, esto lo desanimó al principio pues me ofrecí a guiarlo en el proceso del armado el alumno se negó, al paso de un tiempo observé que decidió tomar las piezas para completar la actividad, durante el tiempo de la clase resolví algunas dudas que le fueron surgiendo. A diferencia
---	---	---------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------

		de la integrante del equipo uno este integrante no obtuvo ayuda de otros equipos y aun así logró concluir la actividad.
5	10	<p>Se presentaron muchas complicaciones en el acomodo de las piezas ya que es un equipo que frecuentemente no presta atención al momento de dar lectura a las indicaciones de la actividad generando que a la hora de desarrollar la actividad se presenten las mismas dudas que otros equipos aclararon en este momento. Los alumnos creyeron haber terminado la actividad, así que solicitaron la revisión del correcto acomodo de las piezas, erróneamente y por no leer nuevamente las indicaciones de la actividad acomodaron las piezas en los cuadrados de los catetos y no en el cuadrado de la hipotenusa pensando que únicamente tenían que ubicar dichas piezas en los espacios de donde se originaron ya que el los cuadrados formados en los catetos tenían remarcado y coloreado el origen de la pieza que transportarían hacia el cuadrado de la hipotenusa.</p> <p>Una vez que volví a repetir que la actividad consistía en que ellos observaran y construyeran a modo de rompecabezas la demostración del teorema de Pitágoras procedieron a acomodar las piezas del rompecabezas, pero ahora en el cuadrado de la hipotenusa.</p>

3.10. Actividad 9. ¿Solo existe una demostración?

Investigar sobre Pitágoras de Samos y las diversas demostraciones del teorema de Pitágoras fue la tarea de los alumnos para el tema de la sesión, al final de la actividad seis se les proporcionó a los integrantes de cada equipo las pautas esenciales para llevar a cabo la presentación elaborada a partir de la investigación, esta podía ser un cartel, videos elaborados por ellos mismos, historietas, entre otros productos. Todos los equipos eligieron presentar una exposición en cartulina o papel bond con los indicadores presentados al final de la clase de la actividad seis, estos indicadores son:

- Limpieza, imágenes, información clara, organización y presentación.
- Trabajo conjunto de los integrantes en la elaboración y exposición de la presentación.
- Pitágoras de Samos y la formulación del Teorema.
- Problemas que atendió la creación del teorema.
- Datos de interés sobre el Teorema.

Cada uno de los equipos tuvo alrededor de ocho minutos para compartir la información el cartel que elaboraron durante las clases de tutoría impartidas por el maestro titular de la disciplina de matemáticas quien proporcionó dos sesiones para que los alumnos elaboraran su exposición y se organizaran en la asignación de turnos para la exposición de lo que investigaron. Los carteles que los alumnos presentaron incluían imágenes de Pitágoras de Samos y la demostración más conocida por la mayoría de personas, aquella que contiene un triángulo rectángulo y cuadrados formados en cada uno de los lados del triángulo rectángulo, estos cuadrados a su vez estaban cuadrícula para denotar con unidades cuadradas que $c^2 = a^2 + b^2$.

Durante las presentaciones se llevó a cabo la evaluación grupal de acuerdo con la información que proporcionaron y si esta estaba relacionada con los indicadores de información que se proporcionó con anterioridad, además, se evalúa de manera individual con la explicitación de la participación de cada uno de los integrantes en la elaboración y exposición del cartel, pues no bastaba con que la organización estuviera basada en repartir tareas, al final de su presentación debían mencionar detalladamente la organización que emplearon y las tareas que cada uno de los integrantes aportó para la elaboración del producto.

La dinámica empleada durante las exposiciones para garantizar la atención de los alumnos consistió en una serie de preguntas realizadas a aquellas personas que se mostraran distraídas o empleando el tiempo de la sesión en otras actividades ajenas a la disciplina, aunque solo fue necesario en dos ocasiones por motivos de distracción, continué haciendo preguntas para esclarecer dudas que los espectadores hayan generado a partir de la presentación de sus compañeros, dichos cuestionamiento en algunas ocasiones giraban en torno a las opiniones de los alumnos en cuanto a la información presentada, por ejemplo, uno de los cuestionamientos fue: ¿Por qué crees que a pesar del paso de los años el Teorema de Pitágoras sigue siendo tan recordado?, ¿Crees que realmente la civilización en la que se desarrolló Pitágoras utilizó el Teorema en su vida diaria?, Si tu vivieras en ese año ¿de qué manera obtendrías la raíz cuadrada de la suma de los cuadrados?.

Derivado de la indagación en diversas fuentes, los equipos compartieron información de datos que consideraron de interés sobre el teorema o del mismo Pitágoras, estos se registran en la tabla 12.

Tabla 12.

Datos curiosos o de interés presentados por los equipos al final de la exposición.

Equipo	Calificación	Datos/Información
1	10	Entre la información que presentaron aquella que fue más enriquecedora para los alumnos de otros equipos fue que mencionaron que un teorema puede ser demostrado mediante operaciones matemáticas y argumentos lógicos, Pitágoras logró demostrar un supuesto a partir de la elaboración de una operación o fórmula matemática que comprobara lo que él establecía
2	10	Además de los indicadores requeridos para la elaboración del cartel el equipo dos presentó información sobre los usos del teorema de Pitágoras en las civilizaciones babilónicas, este teorema permitía calcular las diagonales de diferentes figuras, medir terrenos, alturas inalcanzables e incluso para obtener el volumen conos y pirámides.
3	10	Durante la investigación y recolección de la información que utilizarían encontraron que el Teorema de Pitágoras es muy conocido por que fue la primera demostración matemática de la historia y aunque había registros de que otras civilizaciones ya conocían aspectos del teorema fue Pitágoras de Samos quien proporcionó una demostración lógica matemática, logrando así que el Teorema llevara consigo su nombre.

4	10	<p>El teorema de Pitágoras es uno de los teoremas más conocidos y que más demostraciones tiene, entre ellas están la algebraica y la geométrica siendo la última el tipo de demostración que utilizó Pitágoras en su demostración. Aunque no recordaron el nombre de la persona, compartieron que hay una clasificación de 367 demostraciones catalogadas en el año de 1927. Esto lo hizo Loomis en su libro <i>The Pythagorean Proposition</i>. Pitágoras de Samos lideró un movimiento en el que sus seguidores se hacían llamar pitagóricos, estos eran astrólogos, músicos y matemáticos, juntos conformaban la escuela pitagórica. Compartir el último dato desató comentarios en los alumnos del tipo: “Entonces Pitágoras era seguido por ser muy inteligente”, “Era de las personas más inteligentes que tenía su propia secta” o “El teorema fue un descubrimiento importante para tener tantas demostraciones”.</p>
5	9	<p>Enunciaron algunas de las demostraciones de las que se tienen registro, como la demostración de Euclides en el libro de los elementos, Pappus, Bhaskara, Leonardo da Vinci y la prueba mediante un geoplano, aunque no compartieron imágenes ante el grupo fue importante la mención de estas demostraciones pues hicieron ver al grupo que personajes tan</p>

famosos como Leonardo Da Vinci e Euclides se interesaron en elaborar una demostración personal del teorema de Pitágoras.

Las presentaciones de cada uno de los equipos abrieron un panorama más amplio de lo que los alumnos creían saber sobre el Teorema de Pitágoras, pues lo procedimental no debe estar separado con la historia que le dio origen, ya que a partir de esta el alumno reconoce la importancia del Teorema y los problemas o sucesos que originaron que este matemático creara el teorema. Además, favorece que el alumno se convierta en un individuo investigador de información, pues a partir de la mención del equipo tres sobre el registro que hay de otras civilizaciones que quizá ya conocían aspectos que originarían el teorema se generaron dudas en los alumnos e interés por conocer quien fue la primera civilización en dar origen al teorema.

3.11. Actividad 10. Demostrando lo aprendido

Para el desarrollo de la última actividad del plan de acción fue necesario informar desde dos días antes a los padres de familia que realizaríamos una maqueta de la demostración geométrica del teorema de Pitágoras, por lo que ofrecí varias opciones de la demostración en el grupo de asesoría para que los alumnos las vieran y por equipos eligieran un modelo de la demostración que llevarían a cabo, ya que esta actividad se realizaría en el salón de clases y era necesario la discusión de los materiales que ocuparían y la organización de lo que cada integrante debía conseguir.

Una vez que los alumnos eligieron la demostración que elaborarían, en el salón de clases empezó la construcción de las maquetas, para esto fue necesario que los alumnos observaran los videos que se enviaron por el grupo de padres de familia para que tuvieran una idea de cómo se tendría que ver la maqueta que eligieran, para esta sesión no sería necesario volver a recordar cómo se construye un triángulo rectángulo o sus características ya que en las sesiones anteriores ya habían construido triángulos rectángulos y cuadrados sobre cada uno de sus lados.

Entre las opciones que ofrecí en el grupo confirmado por padres de familia estaban aquellas maquetas que utilizan materiales básicos, con la finalidad de que los alumnos trajeran los materiales directamente de sus casas sin la necesidad de adquirirlo en la tienda, por ejemplo; sopa de munición, popotes, palitos de madera, Resistol o silicón caliente. El único de los materiales que probablemente algunos equipos compraron fue el papel cascarón, aunque también di la opción de un pedazo de cartón de alguna caja, o bien, un papel cascarón que hubieran usado en otra asignatura.

Ante las opciones de material hubo equipos que si adquirieron este papel y otros que llevaron algunos reciclados de maquetas y/o trabajos realizados en trimestres anteriores. Otra de las maquetas se construía a partir de tapas de refresco, jugos o cualquier otro líquido, a partir de ellas se establecería la longitud de los lados y se observaría literalmente las áreas de los cuadrados de los catetos y de la hipotenusa, este modelo solo fue elegido por uno de los equipos y fue muy significativo al momento de que fue presentada por el equipo.

Antes de que empezaran con la construcción de la maqueta les pedí que se aseguraran que el área del papel cascarón bastara para que cupiera la demostración completa, es decir, el triángulo

rectángulo y los cuadrados formados en cada uno de sus lados, ya que, en sesiones pasadas, en donde también era necesario construir este modelo surgía el problema que ya tenían todo trazado y al momento de construir el cuadrado de la hipotenusa, el espacio ya no era suficiente.

Si el equipo lo requería, debía dirigirse al escritorio para el uso del silicón caliente, por seguridad de los alumnos se solicitó que utilizaran pegamento blanco o en barra, ya que además de las pocas conexiones a electricidad en el salón el uso de estos materiales calientes podría representar un riesgo para los alumnos. En cada uno de los equipos se indicó que el uso de navajas para cortar los palos de madera estaría prohibido por lo que también debían dirigirse con el docente en formación si deseaban recortar algo con estas herramientas.

El primer equipo desarrolló una maqueta empleando el uso de popotes, arroz y papel cascarón, su dinámica de trabajo consistió en el trazo del triángulo rectángulo y los cuadrados formados en cada uno de sus catetos, a la vez, los tres integrantes restantes recortaban los popotes considerando las medidas del triángulo ya trazado, en un inicio trabajaron con Resistol blanco, pero esto les impidió seguir trabajando en la actividad, pues el Resistol no secaba lo suficientemente rápido como para que pudieran proceder a la colocación del arroz para que la demostración se visualizara.

Cada uno de los integrantes se encargó de colocar el silicón caliente en las piezas que le fueron asignadas una vez que pasaban al escritorio para poder hacer uso de este material, ya que como se menciona anteriormente, solo el docente en formación podía tener manejo de este material. Una vez que terminaron la colocación de los popotes procedieron al uso del arroz, paso que significaría un obstáculo para el equipo al momento de efectuar la demostración, puesto que

olvidaron que después de poner el arroz en los cuadrados de los catetos debían transportarlo al cuadrado de la hipotenusa. Al olvidarse de esto, procedieron a pegar con Resistol blanco el arroz en los cuadrados de los catetos, lo que generó sin duda alguna que el arroz no pudiera ser transportado hacia la próxima área.

Una vez que reconocieron el error que habían cometido comenzaron a despegar el arroz de los cuadrados de los catetos para que no se pegara completamente, una vez que realizaron esto volvieron a colocar el arroz necesario y efectuaron la demostración transportando el arroz hacia el cuadrado de la hipotenusa. Al final de la sesión, este equipo presentó ante sus compañeros la maqueta junto con su demostración, tal como se observa en la figura 20.

Figura 20.

Demostración del teorema de Pitágoras, equipo 1.



Al mismo tiempo, el equipo dos al igual que los demás equipos, realizó un extraordinario trabajo con una demostración que implicó dulces de colores que tenían forma esférica, a comparación de otros equipos, quienes primero construyeron el triángulo rectángulo para poder pasar a la construcción de los cuadrados en cada uno de sus lados, este equipo decidió construir primero el cuadrado de la hipotenusa, ya que argumentaban que sería más fácil, porque si primero construían el triángulo rectángulo podría ser que los cuadrados de cada uno de los lados superaran el área del papel cascarón.

Sin duda, la abstracción en la construcción del triángulo rectángulo y los cuadrados en cada uno de sus lados fue mayor que la de los demás equipos, ya que esto les permitió asegurarse dos aspectos; que el espacio del papel cascarón sería suficiente para contener toda el área del triángulo y sus cuadrados y que los cuadrados de los catetos y la hipotenusa tuvieran todos sus lados iguales.

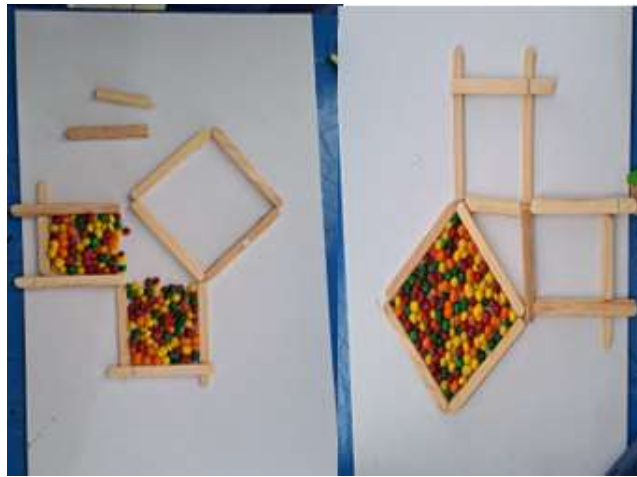
En la siguiente imagen se puede apreciar parte del proceso de construcción de la maqueta de dicho equipo, uno de los aspectos más enriquecedores de este equipo fue que absolutamente todos los integrantes se mantuvieron realizando alguna tarea, recortar los palos de madera, pegar, hacer el trazo con lápiz de los cuadrados que formarían en triángulo, etc.

Este equipo no ha logrado obtener en la mayoría de actividades la calificación más alta en lo que respecta al trabajo colaborativo, debido a que uno de sus integrantes no muestra mucho interés, ni comparte saberes o procesos de resolución para los problemas o actividades, sin embargo, en esta actividad se mostró comprometida y enérgica para trabajar colaborativamente con los integrantes de su equipo, incluso fue la líder en el proceso de la construcción.

La figura 21 representa el trabajo final del mismo equipo mencionado anteriormente, esta maqueta tenía la peculiaridad de que los lados del triángulo se podían mover para dejar pasar los dulces que querían acomodados en el cuadrado de la hipotenusa, lo que facilitaba la demostración, pues no era necesario que estuvieran transportando los dulces de los cuadrados de los catetos hacia el cuadrado de la hipotenusa. Colocaron una segunda capa de palos para evitar que los dulces desbordaran.

Figura 21.

Maqueta de la demostración del teorema de Pitágoras elaborada con dulces.

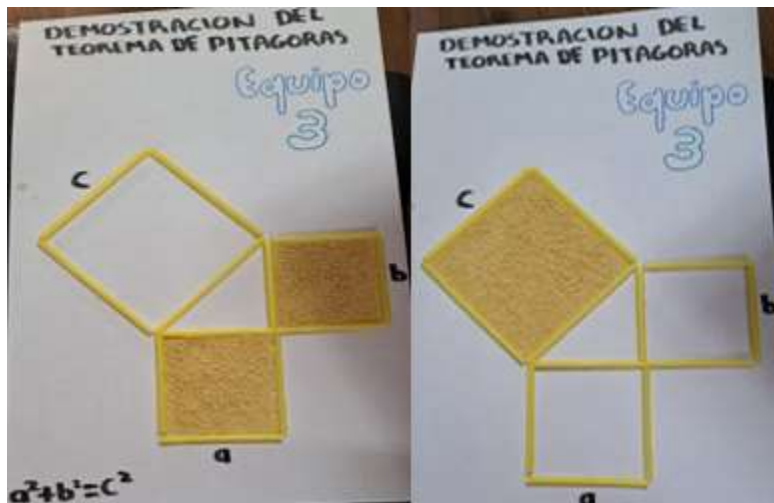


Otra de las maquetas realizadas con popotes fue la del equipo 3, quienes los ocuparon para los lados del triángulo rectángulo y los cuadrados de los catetos, lo primero que hizo este equipo fue el trazo del triángulo rectángulo y los cuadrados en cada uno de sus lados con lápiz para asegurarse que las medidas que habían elegido eran pertinentes para el área del papel cascarón. Posteriormente empezaron a recortar los popotes de las medidas necesarias para cada uno de los lados del triángulo, así como para la construcción de los cuadrados.

Cuando los integrantes del equipo terminaron de recortar los popotes se dirigieron conmigo para apoyarlos en el manejo del silicón caliente, ya que al principio intentaron pegarlos con pegamento blanco, pero tardaba mucho en secar y no mantenía los popotes firmes, por lo que decidieron pegarlos con silicón caliente. Una vez que obtuvieron la estructura de la maqueta procedieron a demostrar si las áreas de los cuadrados de los catetos cubrirían el área del cuadrado de la hipotenusa, para realizar esta demostración, el equipo decidió usar sopa de munición ya que tiene la particularidad de tener forma de bolitas pequeñas, obteniendo la maqueta de la figura 22.

Figura 22.

Maqueta equipo 3, demostración del teorema de Pitágoras con sopa y popotes.



De igual manera, una de las grandes satisfacciones de este equipo fue que todos los integrantes colaboraran para la construcción de la demostración del teorema de Pitágoras, ya que, en algunas clases, uno de los integrantes pedía ser cambiado de equipo porque era el único hombre dentro de sus compañeras de equipo. Durante el desarrollo cada uno de los participantes tenía una

tarea en específico, como recortar los popotes de las medidas necesarias, conseguir el silicón caliente para ir pegando los popotes, colocar la sopa en los catetos, escribir el título etc.

Al decidir utilizar un material de plástico como los popotes para la construcción de la maqueta, al equipo le resultó más fácil efectuar los cortes en estos que a aquellos que utilizaron piezas o palitos de madera, por lo que fue uno de los primeros equipos en culminar la actividad. Uno de los integrantes del equipo comentó que un día antes de la clase, se dio a la tarea de estimar cuántas bolsas de sopa utilizaría usando una tapa con forma cuadrada que tenía en su casa, este alumno consideró el área de dicha tapa y la multiplicó para obtener un estimado del área de la hipotenusa, dicho experimento resultó útil, pues las bolsas de sopa que llevaban fueron suficientes.

El equipo cuatro correspondiente a la figura 23, representó un trabajo sumamente significativo para la demostración del teorema, pues emplearon el uso de tapas de refresco y agua de diferentes colores para representar los cuadrados de los catetos y de la hipotenusa, este equipo fue el único que decidió realizarlo de esta manera, ya que en los demás equipos predominó el uso de arroz, popotes y palitos de madera para la construcción. Para iniciar el desarrollo de la maqueta empezaron por clasificar las tapas de plástico que utilizarían pues querían que fueran todas del mismo color para cada uno de los cuadrados.

Figura 23.

Elaboración de la maqueta con tapas de plástico.



Eligieron las ternas más comunes en la construcción del triángulo rectángulo 3, 4 y 5 unidades, en donde cada tapa representaba una unidad, al momento de realizar la clasificación de las tapas se dieron a la tarea de elegir aquellas que tuvieran una medida similar, es decir, que su circunferencia fuera similar en cada uno de los tres grupos de tapas que seleccionaron para asegurarse que el área o cantidad de tapas para representar los cuadrados fuera la correcta, por ejemplo; nueve tapas para el cuadrado del cateto a , dieciséis tapas para el cuadrado del cateto b y veinticinco tapas para el cuadrado de la hipotenusa, tal y como se muestra en la figura 24.

Figura 24.

Producto final equipo cuatro, demostración del teorema de Pitágoras.



Como se menciona antes, esta maqueta fue muy representativa para los alumnos, pues a comparación de las demás maquetas, en esta se podía visualizar la cantidad contable a la vista de tapas o unidades en cada uno de los lados, ya que con el uso del arroz, sopa o dulces es difícil contabilizar (sin el uso de herramientas como básculas) la cantidad que se utilizó en cada uno de los cuadrados de los catetos, mientras que en esta maqueta los alumnos podían observar fácilmente las medidas de cada uno de los lados y el área de estos.

Por último, el equipo cinco, quien tuvo mayor complicación en el desarrollo de la maqueta, ya que algunos de sus integrantes no cumplieron con el material que les fue asignado y esto atrasó enormemente el proceso de construcción puesto que debían estar consiguiendo los materiales que no presentaron con compañeros de otros equipos. Al cabo de un rato consiguieron obtener pintura, palos de madera y arroz.

Debido a que consumieron la mayor parte del tiempo en conseguir el material que les faltaba, la construcción de su maqueta inició cuando algunos equipos ya estaban por realizar la demostración antes de presentar su trabajo ante otros equipos. Al darse cuenta de esto los alumnos

iniciaron rápidamente en el trazo y construcción, por la misma premura no tomaron en cuenta que el papel cascarón que estaba utilizando era muy pequeño para los cuadrados de los catetos e hipotenusa que ellos habían trazado por lo que el cuadrado de la hipotenusa era más bien un rectángulo, ya que al ver que construyendo un cuadrado sobrepasaría el área del papel cascarón optaron por pegar los palos de madera de modo que obtuvieran un rectángulo.

Cuando se acercaron a revisar su maqueta comentaron que el arroz que utilizaron en los cuadrados de los catetos no había sido suficiente para cubrir el área del cuadrado de la hipotenusa, les comenté que porqué creían que esto había sucedido, después de varias respuestas erróneas les pedí que me dijeran lo que enuncia el Teorema de Pitágoras, antes de que me pudieran responder, uno de los integrantes dijo que el “experimento” no había resultado bien porque la figura formada en la hipotenusa no era un cuadrado, sino un rectángulo.

Rápidamente empezaron a quitar los palitos de madera que conformaban el rectángulo de la hipotenusa y los colocaron de manera que formaran un cuadrado, para esto fue necesario que realizaran un corte en uno de los lados del papel cascarón y adecuaran la medida de los palitos de madera, pues el área del cuadrado salía del área del papel cascarón, una vez que realizaron esto obtuvieron como resultado la siguiente maqueta de la figura 25.

Figura 25.

Maqueta equipo 5, demostración del teorema de Pitágoras con arroz y palos de madera.



Como se puede observar en la imagen, el cuadrado de la hipotenusa tiene diferentes medidas en cada uno de sus lados, por lo que el arroz no alcanzó a cubrir completamente el área de este. De igual manera, en la figura se ve claramente que tanto en los cuadrados de los catetos como en el cuadrado de la hipotenusa hay arroz, esto se debe a que los alumnos primero colocaron el arroz en los cuadrados formados en los catetos y después lo transportaron hacia el cuadrado de la hipotenusa, posteriormente volvieron a colocar arroz en los cuadrados de los catetos colocando pegamento blanco para asegurar que no se movieran debido a que por alguna razón pensaban que el trabajo se presentaría con arroz en los tres cuadrados formados en cada uno de los lados del triángulo rectángulo.

La aplicación de la actividad requirió de dos sesiones de cincuenta minutos, el primero módulo correspondía a la sesión de matemáticas y el segundo módulo a la sesión de tutoría que el docente titular destinó para que los alumnos pudieran continuar con la actividad, el desarrollo de la demostración se trabajó en dos módulos de clase debido al proceso que cada uno de las representaciones necesitaba, es decir, el trazo y cálculo de los triángulos rectángulos para que estos quedaran centrados en el papel y posteriormente la preparación de los materiales que ocuparon, palitos de madera, popotes, selección de tapas entre otras acciones.

En el primer módulo de la clase los equipos se dedicaron a trazar el bosquejo de lo que sería en triángulo rectángulo y los cuadrados formados en cada uno de sus lados, cortar los popotes o palitos de manera y en el caso del equipo de la maqueta con tapas su tarea durante este primer módulo fue seleccionar las tapaderas que utilizarían para la maqueta, pues querían que cada lado tuviera un color específico. El segundo espacio de clase lo utilizaron meramente para la construcción de la demostración con el material que previamente habían seleccionado y preparado.

Para quienes optaron por usar palitos de madera la organización la llevaron a cabo dividiendo el equipo de modo que la mitad estuviera de este se mantuviera esperando su turno para la ayuda con los cortes mientras la otra mitad realizaba el trazo, para quienes utilizaron popotes esto no fue necesario, ya que podían cortar los popotes de la medida que consideraran necesaria utilizando tijeras escolares. En la tabla 13 se muestran las calificaciones obtenidas por equipo durante la construcción de la maqueta, evaluados a partir de la rúbrica del trabajo colaborativo.

Tabla 13.

Evaluaciones por equipo, maqueta de la demostración del teorema de Pitágoras.

Número de equipo	Calificación	Observaciones
1	10	El equipo consiguió obtener la calificación mas alta debido a la buena organización y cumplimiento de los aspectos que se evalúan en la Rúbrica, cada uno de los integrantes aportaron en la construcción de la maqueta y mantuvieron una postura de responsabilidad en el

		cumplimiento de los materiales que les fueron asignados para el logro del producto, durante su construcción trabajaron conforme el tiempo establecido y compartían formas de acomodo y presentación para la maqueta.
2	10	A lo largo de la implementación del Plan de acción el equipo dos en la mayoría de las ocasiones no cumple con los aspectos que caracterizan al trabajo colaborativo debido a la poca, y en algunas ocasiones nula participación por parte de uno de sus integrantes, en esta ocasión dicho participante se mantuvo activo y respetuoso ante las contribuciones que aportaban sus compañeros para el desarrollo de la actividad, este participante propuso recrear la demostración del Teorema con dulces de colores en lugar de arroz. Culminaron la actividad en el tiempo establecido y presentaron frente al grupo un trabajo con excelente presentación y claridad visual.
3	10	Al inicio de la sesión presentaron problemas para la organización de la construcción de la maqueta, pues no habían planificado con anterioridad cómo la desarrollarían, únicamente asignaron los materiales que cada alumno presentaría para la sesión, debido a esto decidieron observar la organización de los equipos que

		<p>presentarían maquetas similares a la que eligieron y finalmente establecieron los pasos que seguirían consiguiendo terminar en el tiempo establecido.</p>
4	10	<p>La maqueta elaborada por este equipo fue una de las más impactantes para el resto del grupo, pues aunque ya habían visto los trabajos de los equipos anteriores presentados con materiales como arroz sopa y dulces que ejemplifican el enunciado: “La suma de los cuadrados de los catetos es igual al cuadrado de la hipotenusa” necesitaban algo más cuantitativo pues no podían contar la cantidad de granos de arroz, sopa o dulces, en cambio la demostración de este equipo permitió que cada estudiante del salón de clases verificara lo que establece el enunciado anterior. La organización en cuanto a los materiales fue muy sencilla par el equipo, pues uno de ellos solo debía conseguir el papel cascarón y el pegamento mientras que el resto se daría a la tarea de conseguir las tapas de colores, terminaron antes del tiempo establecido con un producto final impecable, cada integrante tomó un rol en el equipo y se responsabilizaron de la actividad pues ninguno de los miembros se mantenía sin hacer nada para el logro de la actividad,</p>

5	7.5	<p>Al no cumplir con los materiales que les fueron asignados para la elaboración de su exposición el equipo obtuvo una baja calificación pues no fueron responsables, durante los primeros momentos de la clase el equipo se mantuvo desinteresado en la actividad pues al no cumplir con los materiales consideraban que no podrían concretar lo solicitado, al ver que los demás equipos estaban por culminar sus maquetas decidieron pedir los materiales sobrantes de otros equipos para así poder presentar su maqueta, aunque su construcción se vio acelerada y con una presentación visual de poca calidad el equipo consiguió organizarse para presentar frente a sus compañeros de clase la demostración del Teorema de Pitágoras, ocuparon más del tiempo estimado y no fueron responsables como equipo.</p>
---	-----	-------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------

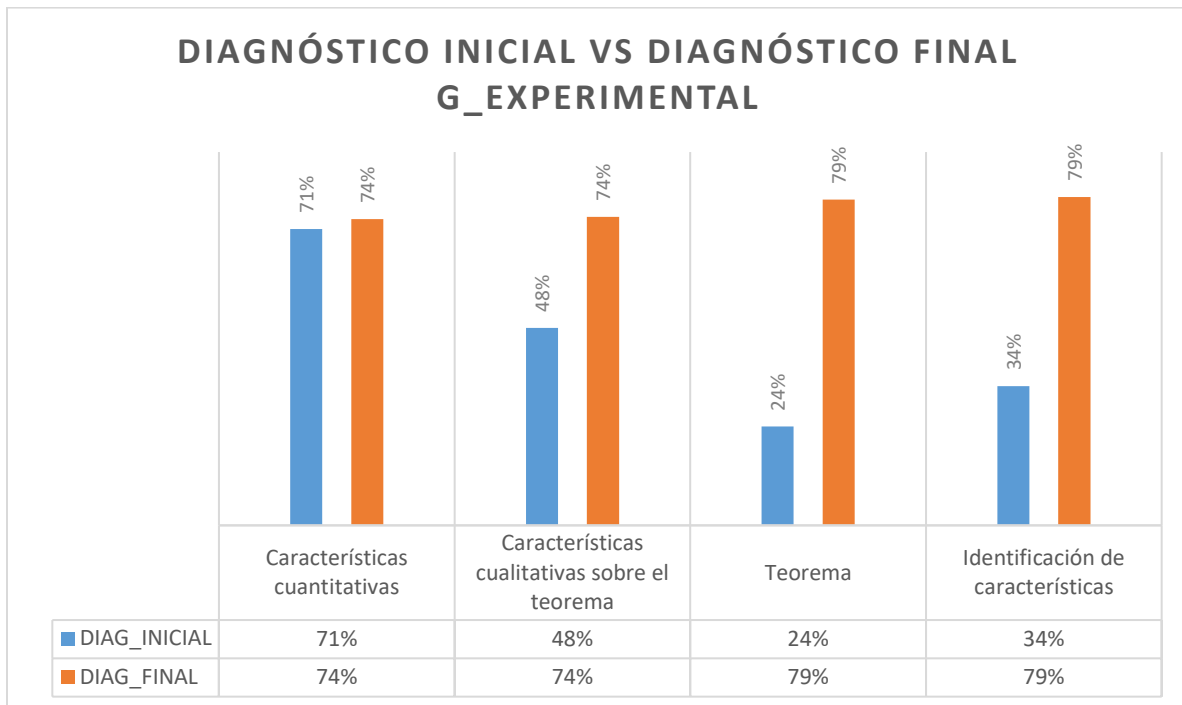
3.12. Resultados de la evaluación final

Al finalizar la secuencia didáctica de plan de acción se aplicó nuevamente la prueba diagnóstica con la finalidad de evaluar los aprendizajes que el alumno adquirió a través de la secuencia didáctica y principalmente del trabajo colaborativo, la evaluación se aplicó tanto al grupo de control como al experimenta, aunque los dos siguieron la misma secuencia de actividades

el grupo experimental fue quien la desarrolló trabajando colaborativamente. A continuación, se presenta la figura 26 en la que se demuestra un comparativo del primer diagnóstico que se aplicó contra el final, la prueba aplicada fue la misma antes como después del plan de acción.

Figura 26.

Gráfica de los resultados por dimensión en la aplicación del diagnóstico inicial y final.



Como se puede observar en la figura anterior, en la dimensión que los alumnos obtuvieron un desempeño evidentemente bueno corresponde a las características cualitativas sobre el teorema, en la primera aplicación del diagnóstico se analizaron las pruebas de cada uno de los sujetos y se concluyó que muchos de los alumnos no sabían el tipo de triángulo que se utiliza para resolver problemas del teorema de Pitágoras, tampoco conocían las partes que caracterizan al triángulo rectángulo como los catetos e hipotenusa, debido a que no conocían estas características para la

mayoría resultó más reconocer cuál de los tres lados del triángulo es la hipotenusa y cuáles los catetos así como la ubicación del ángulo recto.

En la resolución de problemas referentes al teorema de Pitágoras los alumnos pasaron de un veinticuatro a setenta y nueve por ciento de aprovechamiento, lo que indica un gran logro para los estudiantes pues más de la mayoría ya logra resolver problemas en donde se necesite encontrar un lado del triángulo o la hipotenusa del mismo, esto se logró gracias a las actividades desarrolladas durante el plan de acción, ya que en estas el alumno construyó, trazó y formuló la regla del teorema para comprender la relación entre las áreas de los cuadrados formados en los catetos y el área del cuadrado de la hipotenusa, más allá de entender lo anterior como una fórmula o enunciado que explica el teorema, el alumno comprendió el significado de la frase “la suma de los cuadrados de los catetos es igual al cuadrado de la hipotenusa”, para ellos, la suma de los cuadrados representan el valor de la longitud de la hipotenusa al obtener la raíz cuadrada.

Los resultados correspondientes a la última dimensión describen la mejoría en cuanto a la identificación de las características de un triángulo rectángulo, en la primera aplicación del diagnóstico los alumnos no eran capaces de identificar el lado del triángulo con mayor longitud, los lados con menor longitud a comparación del de mayor longitud y mucho menos detectar aquellos triángulos que fueran o no rectángulos pues no recordaban cómo se veía un ángulo de noventa grados en un triángulo.

De manera general, en la mayoría de las dimensiones se logró un avance muy significativo para el aprovechamiento del grupo trabajando de manera colaborativa, en la primera dimensión los resultados se mantuvieron relativamente iguales, pues únicamente aumentó un tres por ciento,

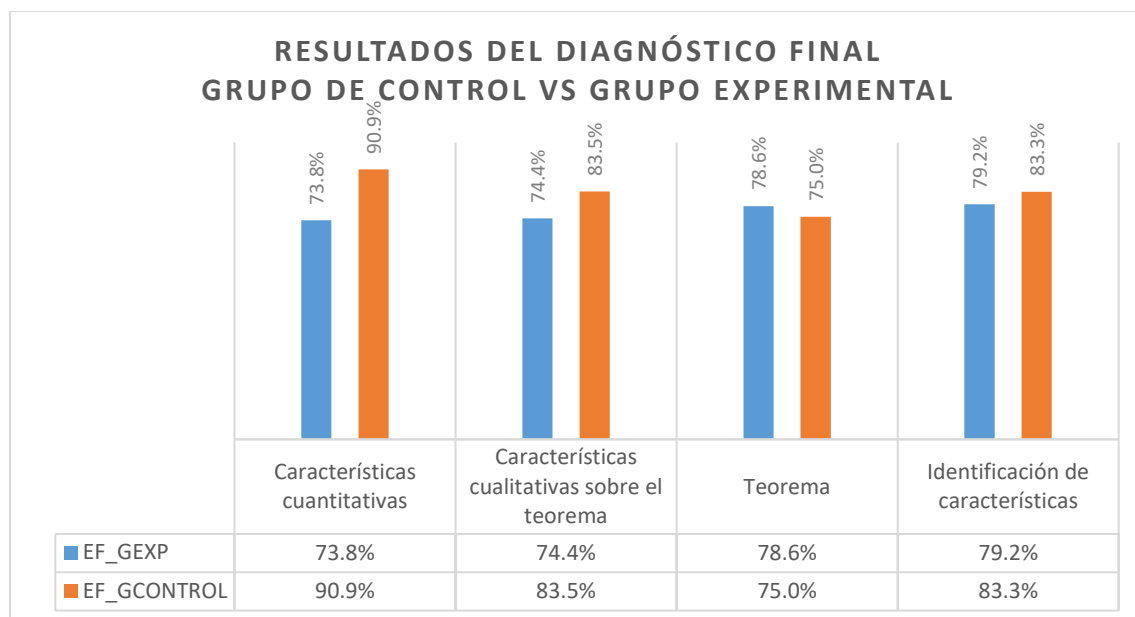
esto se puede deber a que durante el desarrollo de las actividades del plan de acción se realizaba el recordatorio diariamente sobre la presencia característica de un ángulo recto en el triángulo rectángulo pero no se trataron reactivos relacionados con la suma de los ángulos internos de un triángulo. Es posible que al no estimular este conocimiento el alumno gradualmente lo haya olvidado y esto generó que los resultados de la dimensión no tuvieran un resultado más elevado a comparación de la primera aplicación de la evaluación diagnóstica.

En apartados anteriores se explicitan las razones por las cuales se eligió al grupo experimental para el plan de acción trabajado de manera colaborativa, una de ellas es el promedio grupal en la disciplina de matemáticas correspondiente a la evaluación del primer trimestre, a comparación del grupo de control, el grupo experimental obtuvo un promedio más bajo, es por esto que se decidió aplicar el plan de acción con el grupo con menor promedio en la primera evaluación. En la figura # se muestra la comparación de resultados del diagnóstico final del grupo experimental con el que se trabajó de manera colaborativa y del grupo de control, aunque este grupo sigue siendo superior en tres de las cuatro dimensiones es importante mencionar que el grupo experimental obtuvo un mejor porcentaje al resolver problemas del teorema de Pitágoras.

En la figura 27 se observa el logro que obtuvieron los alumnos del grupo experimental a partir de la presentación de los resultados del diagnóstico inicial y final de ambos grupos, con la finalidad de ver con mayor claridad el avance obtenido trabajando de manera colaborativa.

Figura 27.

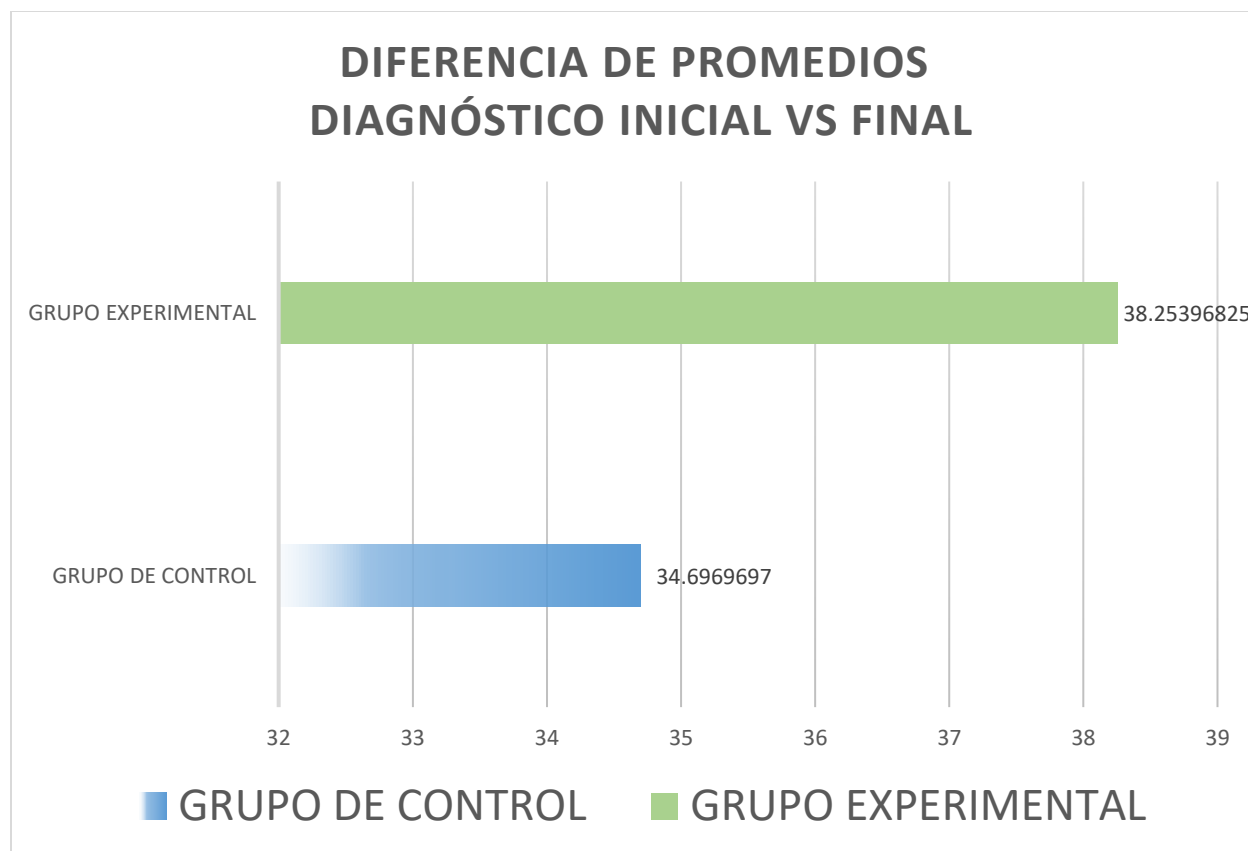
Comparación de resultados de la evaluación final entre el grupo experimental y de control.



Aunque evidentemente en la mayoría de las dimensiones el grupo de control sigue siendo superior al experimental este grupo obtuvo resultados sumamente significativos para su aprendizaje ya que logró aumentar el porcentaje en cada una de las dimensiones con respecto a la evaluación inicial, en grupo durante la aplicación de la secuencia didáctica se observó notablemente más unido y con mayor disposición al trabajo colaborativo, gracias a estos avances obtenidos en cada una de las sesiones se logró un incremento del treinta y ocho por ciento con respecto del diagnóstico inicial, mientras el grupo de control aumentó en un treinta y cuatro por ciento. Lo anterior demuestra la significancia del trabajo colaborativo en los alumnos del grupo experimental, pues a pesar de obtener resultados evidentemente menores que el grupo de control en cuanto a la evaluación inicial y final en la Figura 28 se demuestra que la diferencia de promedios del diagnóstico inicial en comparación con el final fue mayor para el grupo experimental.

Figura 28.

Diferencia de promedios del diagnóstico inicial en comparación con el final de los grupos experimental y de control.



IV. CONCLUSIONES Y RECOMENDACIONES

El trabajo colaborativo resultó favorable para el grupo experimental aumentando el porcentaje del diagnóstico final considerablemente con respecto al resultado del diagnóstico inicial. Las actividades propuestas en el plan de acción favorecieron el aprendizaje del teorema de Pitágoras y las interacciones entre los individuos del grupo durante el desarrollo de dichas actividades.

La detección de los conocimientos previos que tenían los estudiantes sobre el teorema de Pitágoras mostró resultados que desfavorecían al desarrollo del tema, pues un porcentaje significativo de ellos no identificaban los triángulos rectángulos dentro de un conjunto de otros triángulos. Teniendo en consideración que el Teorema de Tales es un contenido antecesor al

Teorema de Pitágoras se esperaba que en la evaluación diagnóstica los jóvenes reconocieran la hipotenusa del triángulo rectángulo y con base a eso nombrar los lados restantes como catetos, al no obtener los resultados esperados sobre esta dimensión se planteó su abordaje dentro del plan de acción de la presente investigación, de igual manera con la detección del ángulo de noventa grados como estrategia para reconocer aquellos triángulos con un ángulo recto.

El diseño e implementación de la secuencia de actividades en donde los alumnos debían trabajar de manera colaborativa para el aprendizaje del Teorema de Pitágoras permitió el desenvolvimiento y progresión del conocimiento de los alumnos hacia el tema, además que favoreció la sana convivencia entre los miembros de los equipos y la comprensión y aplicación del tema en diversas situaciones matemáticas contextualizadas, las sesiones en las que se manipulaba el material para la construcción y justificación del Teorema de Pitágoras fomentó la consolidación de un aprendizaje significativo para los alumnos, pues más allá de saber resolver problemas aplicados en distintos contextos investigaron la historia que dio origen a unos de los Teorema más importantes de las matemáticas y construyeron un modelo que demostrara lo que en este se postula.

Al evaluar y analizar el impacto de las actividades diseñadas para el aprendizaje del Teorema de Pitágoras a través del trabajo colaborativo, así como la evolución de las concepciones acerca del Teorema se obtuvo los beneficios que trajo consigo la aplicación del plan de acción desde el enfoque de la colaboración. Las listas de cotejo y rúbricas que evaluaron esta metodología de trabajo de manera individual y grupal motivaron a los alumnos para identificar los aspectos en los que necesitan mejorar para cumplir las características de esta manera de trabajo.

A lo largo del documento se ha evidenciado que el trabajo colaborativo además de incrementar la productividad de los alumnos y mejorar su proceso de aprendizaje mejora las relaciones interpersonales entre los sujetos con los que comparte información durante la resolución de un problema, además el alumno percibe a sus compañeros como fuentes importantes de información que le ayudarán a consolidar su aprendizaje.

Los resultados obtenidos demuestran la importancia de establecer estrategias de trabajo colaborativo entre los alumnos de secundaria, al trabajar con esta metodología de trabajo es posible que el alumno mejore las relaciones sociales que mantiene con los individuos de su comunidad, pues entiende a los demás sujetos y a sus contribuciones como algo importante para su desarrollo personal y educativo, fomenta los valores de convivencia social y favorece la cultura de paz.

Los hallazgos más significativos giran en torno a la mejora de la participación activa de alumnos que anteriormente no colaboraban con sus compañeros de clase, dichos sujetos mejoraron tanto su nivel académico como las relaciones sociales entre los integrantes del salón de clase, gracias a la implementación del trabajo colaborativo las actitudes para el trabajo conjunto de estos individuos mejoraron en relación a las aportaciones que realizaron durante la resolución del problema.

El trabajo colaborativo se mostró como una herramienta imprescindible para enfrentar los retos identificados en el grupo de prácticas, esta metodología permitió integrar diferentes perspectivas y opiniones expuestas durante las sesiones de clase y logró que estas fueran importantes para los alumnos que las recibían, reconocieron y respetaron las diferentes opiniones de sus compañeros a lo largo de la implementación del plan de acción, aunque en algunas

ocasiones se presentaron problemas provenientes de la motivación de los alumnos o de situaciones ajenas a ellos el trabajo colaborativo permitió que mantuvieran un compromiso personal y conjunto para el término de la actividad.

Para maximizar los beneficios del trabajo colaborativo se recomienda realizar un diagnóstico del grupo con el que se desea aplicar esta herramienta de trabajo, con la finalidad de conocer sus intereses, necesidades y deficiencias del conocimiento previo al contenido que se desarrollará. La organización de los equipos de trabajo debe estar pensada para la integración e inclusión de todos los integrantes del grupo. Factores como el horario en el que se desarrolle la clase, estado de ánimo e incluso el clima pueden ser factores que afecten a la organización de los alumnos durante el trabajo colaborativo.

Con base en los resultados obtenidos, es posible responder la pregunta de investigación propuesta al inicio del desarrollo del documento, ¿Cómo impacta el uso del trabajo colaborativo en el aprendizaje del teorema de Pitágoras?, impactó de manera favorable ya que las actividades propuestas para trabajar con esta metodología respondieron a las necesidades de los alumnos, ya que algunas de ellas implicaban la manipulación de materiales didácticos para la resolución de la actividad, los equipos conformados hicieron posible la consolidación del salón como un grupo que respeta y valora las contribuciones de todos los individuos. Además de mejorar académicamente los alumnos presentan disposición a trabajar y colaborar con cualquier persona que se le solicite ya que entendido lo que realmente implica trabajar de manera colaborativa.

Una propuesta de investigación que se derivó de este documento es la indagación de las formas diferentes en las que los alumnos asimilan las expresiones, en el caso del Teorema de

Pitágoras se utilizan las letras a , b , y c , siendo a y b los catetos y c la hipotenusa, asignando a cada lado del triángulo una literal de acuerdo con la longitud del lado. Qué sucede con esta relación cuando se asigna un conjunto de letras diferentes para los lados del triángulo rectángulo, qué procesos desarrolla el alumno para relacionar a , b y c (los cuales corresponden a las literales más usadas para nombrar los lados) con el nuevo conjunto de letras.

Se recomienda realizar una estrategia en el caso de presentar ausentismo por parte de los miembros de los equipos, ubicar temporalmente en otro equipo a los alumnos que se han quedado trabajando de manera individual por las inasistencias de sus compañeros, prever estas situaciones evitará que el alumno se sienta desanimado o incapaz de concretar la actividad al ver que los demás equipos presentan asistencia completa de sus integrantes. Lo anterior no quiere decir que a partir del trabajo colaborativo constante los discentes olviden trabajar individualmente a partir de sus propios conocimientos, sino que se sientan incluidos dentro de otros grupos pues a partir del desarrollo del plan de acción han adquirido herramientas, comportamientos y estrategias propias del trabajo colaborativo que les permitirán trabajar fuera y dentro de su grupo.

V. REFERENCIAS BIBLIOGRÁFICAS

- Arriaga Hernández, M., (2015). El diagnóstico educativo, una importante herramienta para elevar la calidad de la educación en manos de los docentes. *Atenas*, 3(31), 63-74.
- Ávila Moreno, M. Z. (2019). El teorema de Pitágoras en el marco del modelo de Van Hiele: propuesta didáctica para el desarrollo de competencias en razonamiento matemático en estudiantes de noveno grado de la Institución Educativa Anna Vitiello. *Revista Zona Próxima*, (30), 33-62. <http://dx.doi.org/10.14482/zp.30.373>
- Avitia Hernández, V. I., Burrola Herrera, J. I. y Uranga Alvidrez, M. S. (2018). El trabajo colaborativo, una herramienta de enseñanza para el aprendizaje. *Revista Electrónica Científica de Investigación Educativa*, 4(1), 637-646.
- Carrasco Licea, G. y Marván Garduño, L. M. (2019). *Matemáticas 3 serie espiral del saber*. Santillana. https://packgoogle-pro.s3.amazonaws.com/libromedia-santillana/santillanacontigo-conali/matematicas_3_es_alu/mobile.html
- Damián Ponte, I. F., Camizán García, H. y Benites Seguí, L. A. (2021). El aprendizaje colaborativo como estrategia didáctica en América Latina. *Revista científica Tecno Humanismo*, 1(1), 203-225. <https://doi.org/10.53673/th.v1i8.41>
- Delors, J. (1996). Informe a la UNESCO de la Comisión Internacional sobre la educación para el siglo XXI, presidida por Jacques Delors: *La educación encierra un tesoro*. Santilla Ediciones UNESCO. <https://repositorio.minedu.gob.pe/bitstream/handle/20.500.12799/1847/La%20educacion%20encierra%20un%20tesoro.pdf?sequence=1&isAllowed=y>
- Echazarreta, C., Prados, F., Poch, J. y Soler, J. (2009). La competencia «El trabajo colaborativo»: una oportunidad para incorporar las TIC en la didáctica universitaria. Descripción de la experiencia con la plataforma ACME (UdG). *Uocpapers Revista sobre la sociedad del conocimiento*, (8),1-11. <http://uocpapers.uoc.edu/>
- Escarbajal Frutos, A. (2010). La escuela inclusiva en una sociedad pluricultural y la importancia del trabajo colaborativo. *Enseñanza & Teaching: Revista Interuniversitaria de Didáctica*, 28(2), 161-179.
- Espinoza Freire, E. E. (2022). El trabajo colaborativo en la enseñanza-aprendizaje de la Geografía. *Revista Universidad y Sociedad*, 14(2), 101-109.

Google. (s.f.). [Escuela Secundaria Dionisio Zavala Almendarez]. Recuperado el 02 de mayo de 2024 de <https://maps.app.goo.gl/eboqWsq5SnuNFVCU9>

Guerrero, H., Polo, S., Martínez Royert, J y Araiza, P. (2018). Trabajo colaborativo como estrategia didáctica para el desarrollo del pensamiento crítico. *Opción. Revista de Antropología, Ciencia de la Comunicación y de la Información, Filosofía. Lingüística y Semiótica, Problemas del Desarrollo, la Ciencia y la Tecnología*, 34(86), 959-986.

Iborra Cuéllar, A., Izquierdo Alonso, M. (2010) ¿Cómo afrontar la evaluación del aprendizaje colaborativo? Una propuesta valorando el proceso, el contenido y el producto de la actividad grupal. *Revista General de Información y Documentación*, 20, 221-241.

León Quispe, K., Santos Sebrían, A. y Alonzo Yaranga, L. (2023). El trabajo colaborativo en la educación. *Horizontes. Revista de Investigación en Ciencias de la Educación*, 7(29), 1423-1437. <https://doi.org/10.33996/revistahorizontes.v7i29.602>

Lillo Zúñiga, F. G. (2013). Aprendizaje Colaborativo en la Formación Universitaria de Pregrado. *Revista de Psicología- Universidad Viña del Mar*, 2(4), 109-142.

MEJOREDU. (28 de septiembre de 2022). *El reflexionar sobre la práctica*. MEJOREDU blog entre docentes. <https://www.mejoredu.gob.mx/entre-docentes/seccion-reflexion-sobre-la-practica>

Piñeiro, J. L. y Flores, P. (2018). Reflexión sobre un problema profesional en el contexto de formación de profesores. *Revista Educación Matemática*, 30(1), 237-251. <https://doi.org/10.24844/EM3001.09>

Ramírez Ramírez, E. y Rojas Burbano, R. (2014). El trabajo colaborativo como estrategia para construir conocimientos. *Revista de Antropología y Sociología Virajes*, 16(1), 89-101.

Rivera Palacio y Santana, M. A. (2021). *Pensamiento Matemático matemáticas 3 espacios creativos*. Santillana. https://oficial.santillana.com.mx/secundaria/libromedia/mat/mt3_ec/mobile.html

Rosario, H. (2008). La web. Herramienta de trabajo colaborativo. "Experiencia en la Universidad de Carabobo". Pixel-Bit. *Revista de Medios y Educación*, (31), 131-139.

Secretaría de educación pública. (2011). *Plan de Estudios 2011 Educación Básica*. [https://www.gob.mx/cms/uploads/attachment/file/20177/Plan de Estudios 2011 f.pdf](https://www.gob.mx/cms/uploads/attachment/file/20177/Plan_de_Estudios_2011_f.pdf)

Secretaría de educación pública. (2011). *Programas de Estudio 2011 Guía para el Maestro, Educación Básica Secundaria Matemáticas*. https://www.gob.mx/cms/uploads/attachment/file/18394/Programa_Secundaria_tercer_grado_Matematicas_guia_para_maestros.pdf

Secretaría de educación pública. (2017). *Aprendizajes Clave para la Educación Integral*. https://www.sep.gob.mx/work/models/sep1/Resource/10933/1/images/Aprendizajes_clave_para_la_educacion_integral.pdf

Secretaría de Educación Pública. (2021) *Libro para el maestro Matemáticas tercer grado*. Solar, Servicios Editoriales. https://drive.google.com/file/d/1fCF_zDw61xKKZdln22HUIQTTmfY-acS7/view

Smith, J. (1991). Una pedagogía crítica de la práctica en el aula. *Revista e educación* (294), 275-300. <https://www.educacionfpydeportes.gob.es/revista-de-educacion/numeros-revista-educacion/numeros-anteriores/1991/re294/re294-14.html>

Subsecretaría de Educación Pública. (2018). *Orientaciones académicas para la elaboración del trabajo de titulación. Planes 2018*. México: SEP. Recuperado el 10 de agosto de 2022 de https://pagina.beceneslp.edu.mx/sites/default/files/2021-08/Orientaciones_Titulacion_2018.pdf

VI. ANEXOS

Anexo A.

EVALUACIÓN DIAGNÓSTICA

NOMBRE: _____:

Elige la opción correcta

- 1. Un triángulo rectángulo tiene un ángulo de 90°**
 - a) Verdadero
 - b) Falso
- 2. ¿Cuánto es la suma de los ángulos interiores de un triángulo?**
 - a) 180°
 - b) 360°
 - c) 270
 - d) 150
- 3. ¿Para qué tipo de triángulos se aplica el teorema de Pitágoras?**
 - a) Rectángulo

- b) Equilátero
- c) Isósceles
- d) Escaleno

4. ¿Cuáles son las partes de un triángulo rectángulo?

- a) 2 Catetos
- b) 1 cateto y dos hipotenusas
- c) tres hipotenusas
- d) dos catetos y una hipotenusa

5. En un triángulo rectángulo, ¿qué es la hipotenusa?

- a) Un lado del triángulo ubicado en frente del ángulo de noventa grados
- b) El lado con mayor longitud del triángulo
- c) El lado con menor longitud del triángulo
- d) Incisos a y b

6. En un triángulo rectángulo, ¿qué son los catetos?

- a) Los lados más grandes del triángulo
- b) Los lados más pequeños del triángulo
- c) Los ángulos de 90°
- d) Ninguna de las anteriores

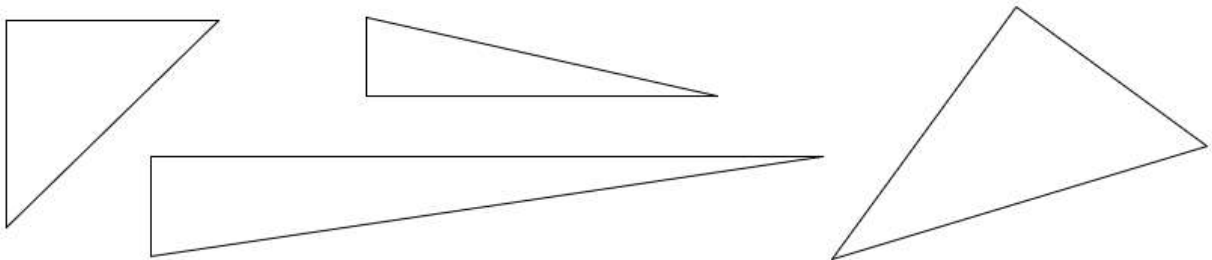
7. Si en un triángulo rectángulo, un cateto mide 3 cm y el otro 4 cm ¿Cuánto medirá la hipotenusa?

- a) 5
- b) 30
- c) 6

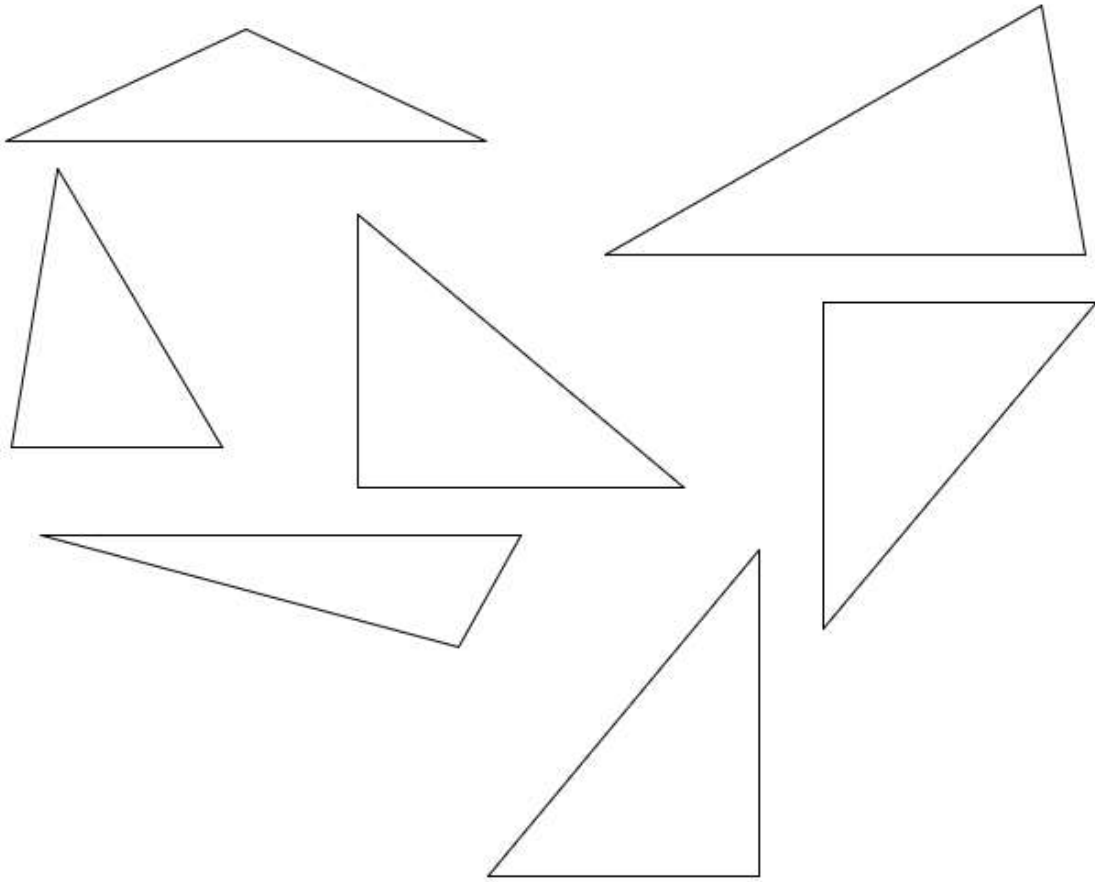
8. Si en un triángulo rectángulo, un cateto mide 5 cm y el otro 12 cm ¿Cuánto medirá la hipotenusa?

- a) 169
- b) 13
- c) 18

9. De los siguientes triángulos, remarca con rojo el ángulo de 90° , con azul el lado con mayor longitud y con verde los lados con menos longitud




10. De los siguientes triángulos, colorea los que SI son triángulos rectángulos



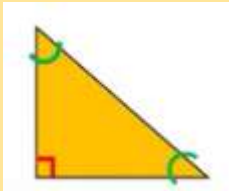
Anexo B.

RECORDANDO LOS TIPOS DE TRIÁNGULO Y SUS CARACTERÍSTICAS.

De manera colaborativa, recuerden las características de los diferentes tipos de triángulos y sus tipos de clasificaciones, después, completen las tablas. Cada miembro del equipo debe proporcionar por lo menos un dato faltante de la tabla.

Clasificación según sus:			
Nombre del triángulo		Isósceles	
Características			Todos sus lados son de diferente medida.
Ejemplo			

Clasificación según sus:			
Nombre del triángulo	Acutángulo		

Características		Tiene dos ángulos agudos y uno obtuso. Dos ángulos miden menos de 90° y uno mide más de 90°	
Ejemplo			

Anexo C.

TRAZANDO TRIÁNGULOS RECTÁNGULOS

En un papel bond, y de manera colaborativa, tracen con compás y regla, triángulos con las siguientes medidas:

	Medidas
Triángulo 1	3cm, 4cm y 5cm
Triángulo 2	5cm, 12cm y 13cm
Triángulo 3	8cm, 8cm y 11.3cm
Triángulo 4	11.2cm, 9cm y 14.4cm

Respondan las preguntas.

¿Qué tipo de triángulos se formaron?

¿Cuáles son las medidas de los ángulos que se presentan en todos los triángulos?

Si fuera el caso, ¿de qué manera argumentarías que los triángulos que construiste son triángulos rectángulos?

Exploren de manera colaborativa otras medidas que al trazarlas obtengan triángulos rectángulos y anoten por lo menos las medidas suficientes para construir cuatro triángulos rectángulos.

Deberán **trazarlos, recortarlos y pegarlos en el pizarrón mágico.**

	Medidas
Triángulo 1	
Triángulo 2	
Triángulo 3	
Triángulo 4	

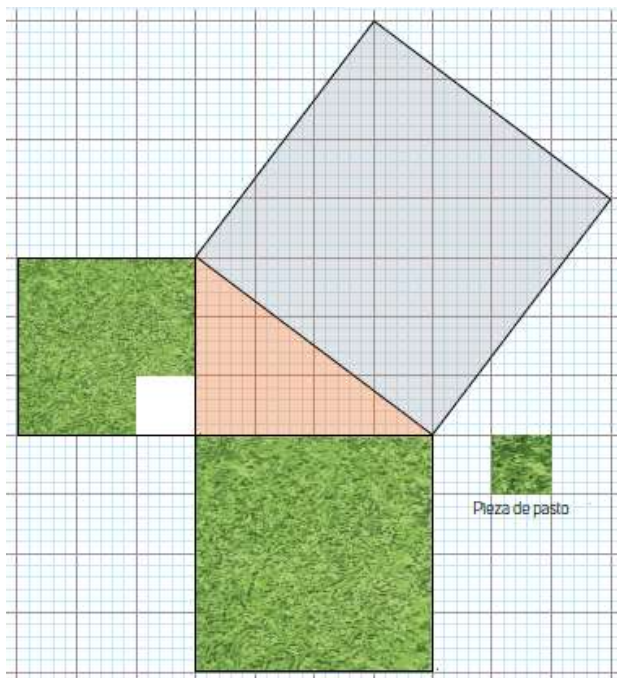
Describe una manera propia de construir un triángulo rectángulo con medidas cuales quiera.

Anexo D.

EXPLORANDO EL TEOREMA

En equipos, y de manera colaborativa, resuelvan el siguiente problema.

En un parque recreativo se tomó la decisión de trasladar el pasto sintético de dos regiones cuadradas hacia una zona sin pasto más grande. Las piezas de pasto que serán recortadas y colocadas serán cuadradas.



Nota. Adaptado *Teorema de Pitágoras* (p. 152), por M. A. Riva Palacio y Santana, 2021,

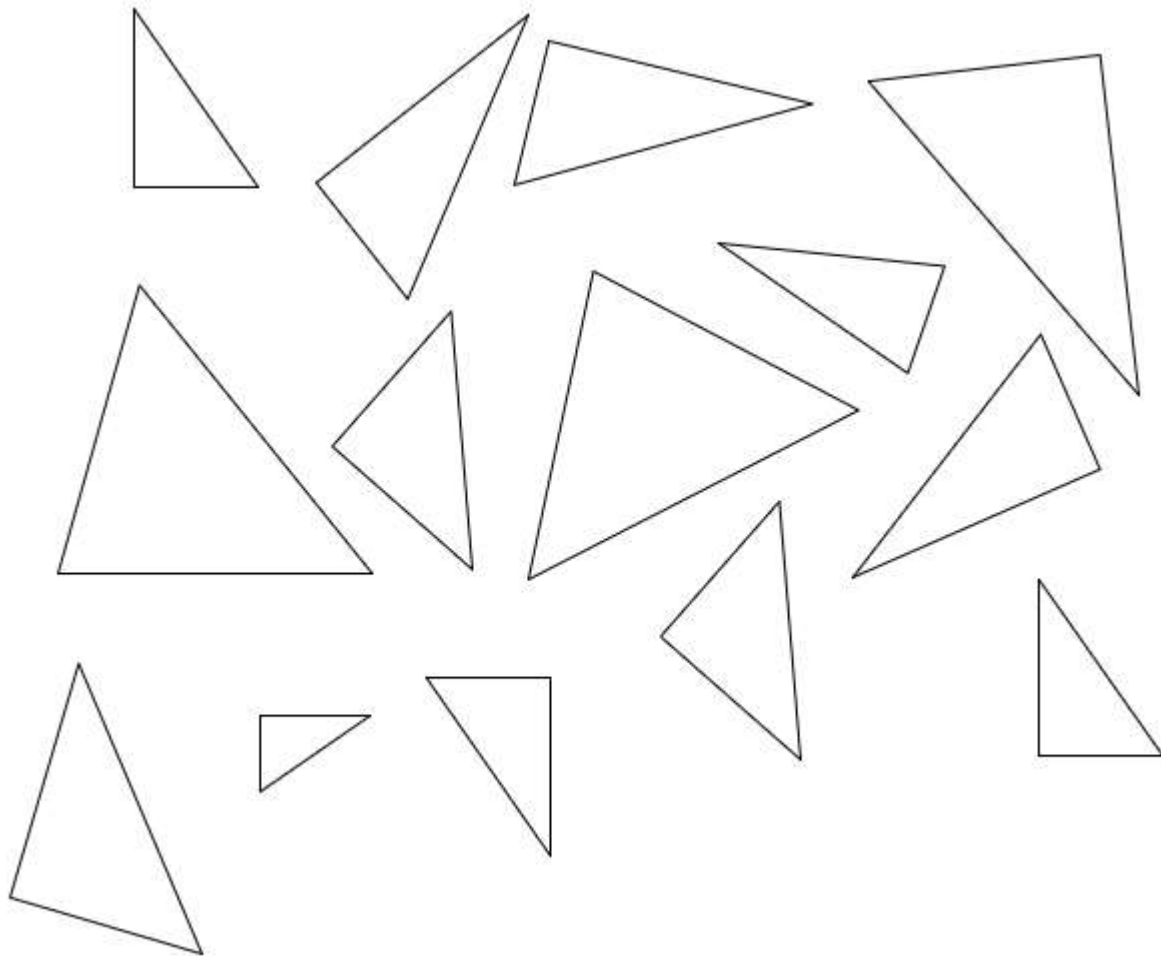
Pensamiento Matemático, matemáticas 3, espacios creativos.

1. Utiliza las piezas de pasto y cubre completamente el cuadrado que no tiene pasto (cuadrado c).
2. ¿Cuántas piezas de pasto hay en el cuadrado a? _____ ¿y en el b? _____
3. ¿Cuántas piezas más de pasto será necesario comprar para cubrir completamente la sección que no tiene pasto?
4. ¿Cuántas piezas de pasto **faltarían** o **sobrarían** si originalmente el pasto hubiera estado colocado en el cuadrado más grande y este quisieran colocarlo en los cuadrados más pequeños? _____
5. Realicen la misma actividad, pero en el papel Craft.

Anexo E.

RECONOCIENDO LAS PARTES DE UN TRIÁNGULO RECTÁNGULO EN EL TEOREMA
DE PITÁGORAS

- Identifica aquellos triángulos que son **triángulos rectángulos** y realiza los siguiente:
- Remarca los catetos del triángulo rectángulo con color rojo
- Remarca la hipotenusa del triángulo rectángulo con color azul
- Remarca el ángulo de 90° con el color que más te guste

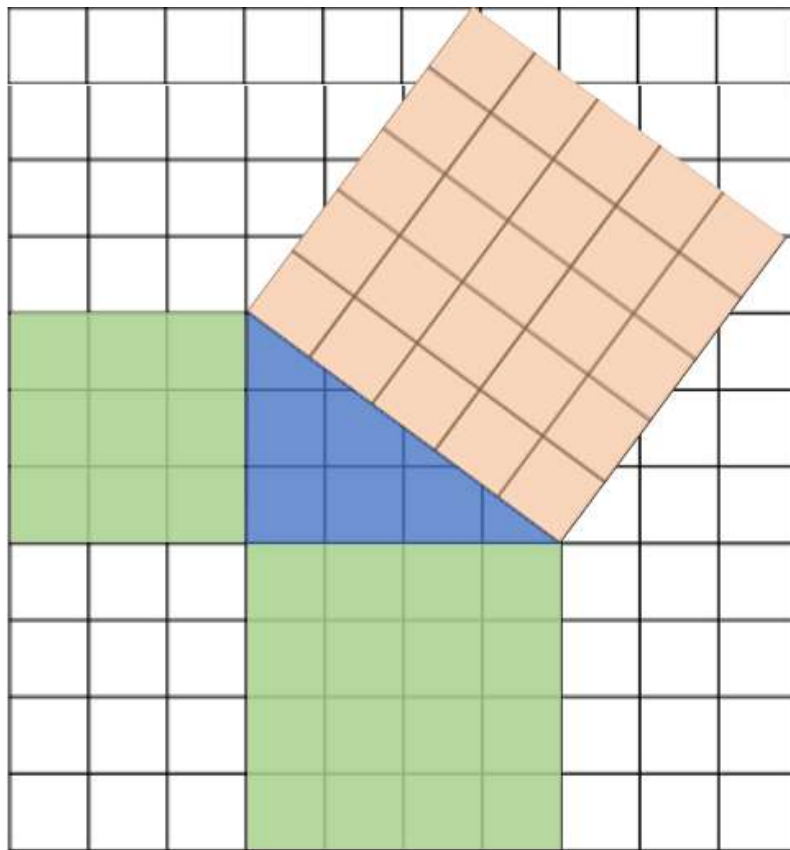


- Describe una manera en la que se puedan identificar los catetos de un triángulo rectángulo.
- Describe una manera en la que se pueda identificar fácilmente la hipotenusa en un triángulo rectángulo.
- Al terminar la actividad, tracen un triángulo rectángulo en el papel en craft e identifiquen sus partes.

Anexo F.

EXPLORANDO EL TEOREMA A PARTIR DEL CÁLCULO DE ÁREAS

En equipos, y de manera colaborativa, analicen la imagen y retomen la actividad del pasto sintético



1. Respondan las preguntas.

- a) ¿Cuántos cuadros hay sobre el lado **a** del triángulo?
- b) ¿Cuál es el área del cuadrado de lado **a**?
- c) ¿Cuántos cuadros hay sobre el lado **b** del triángulo?
- d) ¿Cuál es el área del cuadrado de lado **b**?
- e) ¿Cuántos cuadros hay sobre el lado **c** del triángulo?
- f) ¿Cuál es el área del cuadrado de lado **c**?

2. Escriban en el recuadro, aritméticamente, la relación que el área del cuadrado de la hipotenusa tiene con los cuadrados de los catetos.



- a) ¿Lo que está de un lado del signo igual equivale a lo que está del otro lado? Argumenten su respuesta

REPLANTEAMIENTO

En el pizarrón mágico, tracen un triángulo rectángulo que tenga como medida 6, 8 y 10 unidades. Una vez trazado construye sobre cada uno de sus lados un cuadrado de la misma longitud de dicho lado y tracen la cantidad de cuadrados que contendrá, recuerden la actividad del pasto. Asignen el nombre de cada lado del triángulo, por ejemplo; **a**, **b** y **c**.

Al terminar, contesten las siguientes preguntas.

¿Cuál es la longitud del lado **a** del triángulo?

¿Cuál es el área del cuadrado del cateto **a**?

¿Cuál es la longitud del lado **b** del triángulo?

¿Cuál es el área del cuadrado del cateto **b**?

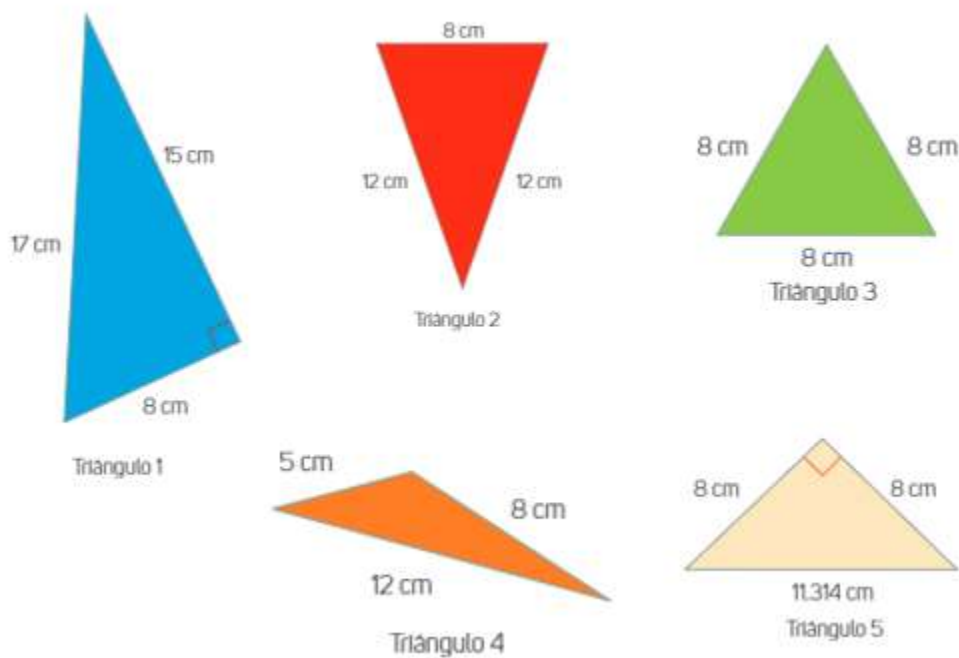
¿Cuál es la longitud del lado **c** del triángulo?

¿Cuál es el área del cuadrado de la hipotenusa?

Anexo G.

¿EL TEOREMA SIRVE PARA CUALQUIER TRIÁNGULO?

En equipos, y de manera colaborativa calculen los cuadrados de los lados de los siguientes triángulos y midan los ángulos del triángulo, Carrasco Licea y Marván Garduño (2019)



Nota. Adaptado (p. 91), por G. Carrasco Licea y L. M. Marván Garduño, 2019, Matemáticas 3 serie espiral del saber.

Completen la tabla.

Número de triángulo	Cuadrado de los lados			Tipo de triángulo de acuerdo con la medida de sus ángulos
	Lado 1	Lado 2	Lado 3	
1				
2				
3				
4				
5				

- a) ¿En cuáles triángulos se cumple que la suma de los cuadrados de dos lados es igual al cuadrado del otro lado?
- b) ¿Qué tipo de triángulo son aquellos en los que se cumple lo anterior?

Anexo H.

DEMOSTRANDO GEOMÉTRICAMENTE

De manera colaborativa, propongan ideas para resolver la siguiente actividad. ¡Hora de utilizar la imaginación!

Recuerda lo que establece el teorema de Pitágoras y las diferentes demostraciones que este tiene, en el sobre que se les ha entregado tienen piezas de un rompecabezas que deberán armar para demostrar lo que establece el teorema. Cada equipo tiene piezas diferentes, así que no será posible que intenten replicar los pazos y acomodados que realicen los otros equipos.

Exploren las piezas e identifiquen las formas que estas tienen, acomódenlas y péguenlas con cinta o pegamento, al terminar expongan los pasos que siguieron para descubrir el orden de las piezas

del rompecabezas y qué relación tienen las piezas de origen en los catetos con las piezas acomodadas en el cuadrado de la hipotenusa.

Anexo I.

¿SOLO EXISTE UNA DEMOSTRACIÓN?

Con la investigación que realizaron previamente en fuentes confiables sobre Pitágoras de Samos y las aportaciones que realizó al campo de las matemáticas, por qué este personaje ha sido recordado desde su época a nuestros tiempos y qué problemas resolvió el teorema que formuló realicen una presentación la cual siga las siguientes características:

- Limpieza, imágenes, información clara, organización y presentación.
- Trabajo conjunto de los integrantes en la elaboración y exposición de la presentación.
- Pitágoras de Samos y la formulación del Teorema.
- Problemas que atendió la creación del teorema.
- Datos de interés sobre el Teorema.

Cada equipo tiene la libertad de elegir sobre la imagen y formato de su presentación mientras cumpla con las características anteriormente enlistadas.

Anexo J.

DEMOSTRANDO LO APRENDIDO

Retomen la investigación que realizaron sobre la comprobación del teorema de Pitágoras. Elijan una comprobación diferente a la de los demás equipos. Una vez que hayan elegido la demostración que más les haya gustado, de manera colaborativa realicen una presentación en donde expliquen por qué lo que eligieron es una demostración. Pueden elaborar una maqueta, presentación de Power Point, Rompecabezas o lo que crean más conveniente.

Anexo K.

Lista de cotejo para evaluar el trabajo colaborativo individual.

LISTA DE COTEJO PARA EVALUAR EL TRABAJO COLABORATIVO POR SESIÓN INDIVIDUAL				
Aspecto	Si	Medianamente	No	
Participa activamente en la presentación del trabajo realizado				
Durante todo el proceso del desarrollo de la actividad mantiene una actitud positiva y abierta al trabajo colaborativo y no individualista				
Cumplimiento del rol que se le ha asignado (Acepta y lleva a cabo el rol que lo asignaron sus				

compañeros: moderador de tiempo, líder, relator, dinamizador)				
Calidad en el aporte de conocimientos (Los aportes, saberes y conocimientos que aporta para la resolución del problema son valiosos y significativos)				
Mantienen una buena comunicación con los integrantes de su equipo, respeta y valora las contribuciones de los demás. Expresa de manera asertiva ideas o propuestas para realizar el trabajo.				
			TOTAL	

Anexo L.

Rúbrica para evaluar el trabajo colaborativo

RÚBRICA PARA EVALUAR EL TRABAJO COLABORATIVO POR SESIÓN				
Aspecto	Excelente (2 pts)	Bueno (1.5 pts)	Regular (1.0 pts)	Malo (0.5 pts)

Desarrollo del trabajo	Trabajan conforme al tiempo establecido y mantienen excelente organización de este.	Trabajan conforme al tiempo establecido y mantienen una buena organización.	Trabajan con dificultades en el manejo del tiempo establecido y no tienen buena organización	No tienen ningún tipo de organización, exceden el tiempo estimado o no cumplen con la actividad.
Participación	Todos los miembros del equipo participan de manera activa y comparten saberes y conocimientos para el desarrollo de la actividad	La mayoría de los miembros del equipo participan de manera activa y comparten saberes y conocimientos para el desarrollo de la actividad.	La mitad de los miembros del equipo participan de manera efectiva. La mitad de los integrantes comparten saberes y conocimientos para el desarrollo de la actividad	Solo un integrante del equipo trabaja en el desarrollo de la actividad.

Responsabilidad en el desarrollo de la actividad	Todos los miembros del equipo mantienen la misma responsabilidad por el desarrollo de la actividad.	La mayoría de los miembros del equipo mantienen la misma responsabilidad por el desarrollo de la actividad.	Solo la mitad de los miembros del equipo se hacen responsables del desarrollo de la actividad	Solo un miembro del equipo se hace responsable de la actividad.
Actitud	Todos los miembros del equipo mantienen una actitud positiva ante el trabajo colaborativo.	La mayoría de los miembros del equipo mantienen una actitud positiva ante el trabajo colaborativo.	Solo la mitad de los miembros del equipo mantienen una actitud positiva ante el trabajo colaborativo.	Solo un miembro del equipo tiene disposición para trabajar.
Respeto	Todos los miembros del equipo respetan y valoran las contribuciones de los demás integrantes.	La mayoría de los miembros del equipo respetan y valoran las contribuciones de los demás integrantes	La mitad de los miembros del equipo respetan y valoran las contribuciones de los demás integrantes	Solo un miembro del equipo respeta y valora las aportaciones de los demás integrantes

Presentación del trabajo	La calidad del trabajo que presentan los integrantes del equipo es excelente	La calidad del trabajo que presentan los integrantes del equipo es buena	La calidad del trabajo que presentan los integrantes del equipo es regular	La calidad del trabajo que presentan los integrantes del equipo es mala o inexistente

Anexo M.

Tabla de congruencia (matriz) sobre los resultados obtenidos en cada una de las sesiones.

	1		2		3		4		5		6		7		8		9		10		
Sujeto 1	10	10	10	10	10	10	10	10	9.5	10	10	10	10	10	9.5	10	10	10	10	10	10
Sujeto 2	10	10	10	10	10	10	10	10	9.5	10	10	10	10	10	9.5	8	10	10	10	10	10
Sujeto 3	/	/	10	10	10	9	10	9	9.5	9	10	10	10	10	9.5	10	10	10	10	10	10
Sujeto 4	/	/	10	10	10	9	10	9	9.5	9	10	8	10	10	9.5	8.5	10	10	10	10	10
Sujeto 5	10	10	9	10	9.5	10	9.5	10	8.7	10	9	10	9.1	10	8.7	9	10	10	10	10	10
Sujeto 6	10	10	9	10	9.5	10	9.5	10	8.7	10	9	10	9.1	10	8.7	9	10	10	10	10	10
Sujeto 7	/	/	9	7	9.5	8	9.5	8	8.7	10	9	10	9.1	9	8.7	8	10	10	10	10	10
Sujeto 8	/	/	9	4	9.5	4	9.5	4	8.7	5	9	10	9.1	7	8.7	7	10	10	10	10	10
Sujeto 9	9.1	8	8.3	6	8.7	7	8.7	7	9.1	9	8.7	10	9.5	9	9.5	10	10	10	10	10	9
Sujeto 10	9.1	8	8.3	9	8.7	8	8.7	8	9.1	10	8.7	10	9.5	8	9.5	10	10	10	10	10	10
Sujeto 11	9.1	9	8.3	8.5	8.7	8	8.7	8	9.1	9	8.7	9	9.5	10	9.5	9	10	10	10	10	10
Sujeto 12	9.1	10	8.3	9.5	8.7	8	8.7	8	9.1	10	8.7	10	9.5	9	9.5	9	10	10	10	10	10
Sujeto 13	7	8	5.1	5.2	9.5	10	9.5	10	9.1	10	8.7	8	10	10	/	10	10	10	10	10	10
Sujeto 14	7	7	/	/	9.5	9	9.5	9	9.1	9	8.7	8	10	10	/	/	10	10	10	10	9
Sujeto 15	7	5.5	5.1	5.2	9.5	5	9.5	5	9.1	7	8.7	9	10	10	/	/	10	10	10	10	10
Sujeto 16	7	9	5.1	7*	9.5	10	9.5	10	9.1	10	8.7	10	10	10	/	/	10	10	10	10	10
Sujeto 17	9.5	8	7	9	8.7	10	8.7	10	9.1	10	9	9	10	10	8.3	8	9	9	7.5	7.5	7.5
Sujeto 18	9.5	7	7	9.5	8.7	5	8.7	5	9.1	7	9	9	10	10	8.3	8	9	9	7.5	6.5	6.5
Sujeto 19	9.5	8	7	8.5	8.7	9	8.7	9	9.1	10	9	8	10	10	8.3	9	9	8	7.5	7.5	7.5
Sujeto 20	9.5	7	7	9.5	8.7	5	8.7	5	9.1	5	9	8	10	10	8.3	8	9	9	/	/	/
Sujeto 21	9.5	/	7	8.5	8.7	5	8.7	5	9.1	6	9	7	10	10	8.3	7.5	9	9	7.5	6	6

--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--

Nota: En cada columna se presenta la calificación obtenida en cada una de las actividades del plan de acciones, al lado derecho de cada calificación grupal se encuentra la calificación obtenida de manera individual siguiendo los criterios e indicadores de la rúbrica y lista de cotejo que evalúan el trabajo colaborativo.

1. Recordando los tipos de triángulo y sus características.
2. Trazando triángulos rectángulos.
3. Explorando el teorema.
4. Reconociendo las partes de un triángulo en el teorema de Pitágoras.
5. Explorando el teorema a partir del cálculo de áreas
6. Explorando el teorema a partir del cálculo de áreas. Reformulación.
7. ¿El teorema sirve para cualquier triángulo?
8. Demostración geométrica.
9. ¿Solo existe una demostración?
10. Demostrando lo aprendido