BENEMÉRITA Y CENTENARIA ESCUELA NORMAL DEL ESTADO DE SAN LUIS POTOSÍ.

TITULO: El Uso de Material Didáctico para Favorecer el Aprendizaje de la Fracción en su Significado de Operador en un Grupo de Primer Grado de Secundaria

AUTOR: Julio Cesar Nieto Galarza

FECHA: 07/26/2023

PALABRAS CLAVE: Algoritmos, Aprendizaje, Fracción, Operador, Material Didáctico

SECRETARÍA DE EDUCACIÓN DE GOBIERNO DEL ESTADO

SISTEMA EDUCATIVO ESTATAL REGULAR

DIRECCIÓN DE EDUCACIÓN

INSPECCIÓN DE EDUCACIÓN NORMAL

BENEMÉRITA Y CENTENARIA

ESCUELA NORMAL DEL ESTADO DE SAN LUIS POTOSÍ

GENERACIÓN

2019 **2023**

"EL USO DE MATERIAL DIDÁCTICO PARA FAVORECER EL APRENDIZAJE DE LA FRACCIÓN EN SU SIGNIFICADO DE OPERADOR EN UN GRUPO DE PRIMER GRADO DE SECUNDARIA"

INFORME DE PRÁCTICAS PROFESIONALES

QUE PARA OBTENER EL TÍTULO DE LICENCIADO EN ENSEÑANZA Y APRENDIZAJE DE LAS MATEMÁTICAS EN EDUCACIÓN SECUNDARIA

PRESENTA:

JULIO CESAR NIETO GALARZA

ASESOR:

DR. JAIME ÁVALOS PARDO

SAN LUIS POTOSÍ, S.L.P. **JULIO DEL 2023**

BENEMÉRITA Y CENTENARIA ESCUELA NORMAL DEL ESTADO DE SAN LUIS POTOSÍ
CENTRO DE INFORMACIÓN CIENTÍFICA Y TECNOLÓGICA

Benemérita y Centenaria Escuela Normal del Estado de San Luis Potosí

ACUERDO DE AUTORIZACIÓN PARA USO DE INFORMACIÓN DEL DOCUMENTO RECEPCIONAL EN EL REPOSITORIO INSTITUCIONAL DE LA BECENE DE ACUERDO A LA POLÍTICA DE PROPIEDAD INTELECTUAL

A quien corresponda.
PRESENTE. –

Por medio del presente escrito JULIO CESAR NIETO GALARZA autorizo a la Benemérita y Centenaria Escuela Normal del Estado de San Luis Potosí, (BECENE) la utilización de la obra Titulada:

EL USO DE MATERIAL DIDÁCTICO PARA FAVORECER EL APRENDIZAJE DE LA FRACCIÓN EN SU SIGNIFICADO DE OPERADOR EN UN GRUPO DE PRIMER GRADO DE SECUNDARIA

en la modalidad de: Informe de prácticas profesionales para obtener el

Elige Licenciatura en Enseñanza y Aprendizaje de las Matemáticas en Educación Secundaria

en la generación 2019-2023 para su divulgación, y preservación en cualquier medio, incluido el electrónico y como parte del Repositorio Institucional de Acceso Abierto de la BECENE con fines educativos y Académicos, así como la difusión entre sus usuarios, profesores, estudiantes o terceras personas, sin que pueda percibir ninguna retribución económica.

Por medio de este acuerdo deseo expresar que es una autorización voluntaria y gratuita y en atención a lo señalado en los artículos 21 y 27 de Ley Federal del Derecho de Autor, la BECENE cuenta con mi autorización para la utilización de la información antes señalada estableciendo que se utilizará única y exclusivamente para los fines antes señalados.

La utilización de la información será durante el tiempo que sea pertinente bajo los términos de los párrafos anteriores, finalmente manifiesto que cuento con las facultades y los derechos correspondientes para otorgar la presente autorización, por ser de mi autoría la obra.

Por lo anterior deslindo a la BECENE de cualquier responsabilidad concerniente a lo establecido en la presente autorización.

Para que así conste por mi libre voluntad firmo el presente.

En la Ciudad de San Luis Potosí. S.L.P. a los 11 días del mes de julio de 2023.

ATENTAMENTE.

JULIO CESAR NIETO GALARZA
Nombre y Firma
AUTOR DUEÑO DE LOS DERECHOS PATRIMONIALES

Nicolás Zapata No. 200
Zona Centro, C.P. 78000
Tel y Fax: 01444 812-11-55
e-mail: cicyt@beceneslp.edu.mx
www.beceneslp.edu.mx

San Luis Potosí, S.L.P.; a 30 de Junio del 2023

Los que suscriben, tienen a bien

DICTAMINAR

que el(la) alumno(a): C. NIETO GALARZA JULIO CESAR
De la Generación: 2019 - 2023

concluyó en forma satisfactoria y conforme a las indicaciones señaladas en el Documento Recepcional en la modalidad de: Informe de Prácticas Profesionales.

Titulado:
EL USO DE MATERIAL DIDÁCTICO PARA FAVORECER EL APRENDIZAJE DE LA FRACCIÓN EN SU SIGNIFICADO DE OPERADOR EN UN GRUPO DE PRIMER GRADO DE SECUNDARIA

Por lo anterior, se determina que reúne los requisitos para proceder a sustentar el Examen Profesional que establecen las normas correspondientes, con el propósito de obtener el Titulo de Licenciado(a) en ENSEÑANZA Y APRENDIZAJE DE LAS MATEMÁTICAS EN EDUCACIÓN SECUNDARIA

ATENTAMENTE
COMISIÓN DE TITULACIÓN

DIRECTORA ACADÉMICA	**DIRECTOR DE SERVICIOS ADMINISTRATIVOS**
MTRA. MARCELA DE LA CONCEPCIÓN MIRELES MEDINA	**DR. JESÚS ALBERTO LEYVA ORTIZ**
RESPONSABLE DE TITULACIÓN	**ASESOR DEL DOCUMENTO RECEPCIONAL**
MTRA. LETICIA CAMACHO ZAVALA	**DR. JAIME ÁVALOS PARDO**

ESTADOS UNIDOS MEXICANOS
SECRETARÍA DE EDUCACIÓN
SISTEMA EDUCATIVO ESTATAL REGULAR
BENEMÉRITA Y CENTENARIA
ESCUELA NORMAL DEL ESTADO
SAN LUIS POTOSÍ, S.L.P

Agradecimientos

Te agradezco primeramente a ti, Dios, por ser luz, esperanza y acompañar mi camino, por dejar depositar mi fe en ti, en cada noche que escuchas mis plegarias y en cada respiro de alivio que me das, por aceptarme, amarme, dotarme de fuerza, salud y resistencia, gracias.

Gracias a mis padres Adela y Nicolás, por entregar su amor incondicional a un niño que los necesitaba, por guiarme y procurar que me convirtiera en un buen hombre, espero siempre llenarlos de orgullo, siempre serán mis padres. Gracias mamá Adela, que sin importar nada me sigues apoyando, por cada alimento y por cada peso, pero sobre todo gracias por el amor de madre, te amo. Papá Nicolás, gracias por criarme, aunque fue poco el tiempo, nunca terminaré de agradecerte por ser el más grande ejemplo, esta es mi forma de decirte que lo he logrado, donde quiera que te encuentres, te amo.

Gracias a mis papás, Beatriz y Reyes, llegaron justo a tiempo a mi vida, por llenar mi alma, por procurarme, por ser mi sustento económico, moral y emocional, espero ser siempre su orgullo; por cada consejo, por cada regaño, por mostrarme lo difícil que es la vida, por demostrarme que la familia es primero, ante cualquier adversidad. Los amo.

A mis hermanas, América y Alondra, aunque no pudimos disfrutar de una infancia juntos, les agradezco compartir su juventud conmigo, gracias por enseñarme que la familia es donde nuestros corazones están, por aceptarme incluso cuando diferimos, por amarme, yo también las amo.

A mi familia, la familia Galarza, porque finalmente nuestro apellido tiene a un profesionista, porque hemos luchado por esto juntos, por ser el primero de muchos, por su apoyo, comprensión y amor.

Angelica, Dulce, Michelle, mis mejores amigas, ustedes fueron las primeras amigas de verdad que tuve en mi vida, me apoyaron siempre que lo necesité y me brindaron su cariño, mientras que se ganaron un espacio en mi corazón. Angelica, siempre fuiste mi alma gemela de la amistad. Dulce, siempre serás la única que me puede juzgar sin lastimarme. Michelle, siempre serás como mi hermana menor. Las llevo conmigo, gracias.

A mis amigos y compañeros, América, Alondra y Martín, por la paciencia, el respeto y el lugar que me brindaron en su grupo, por las comodidades que me hicieron sentir con su cariño, por la empatía y resiliencia, por el apoyo, y por hacerme sentir que no estoy solo. Los quiero.

A mi amigo Víctor, gracias por estar ahí cuando más te necesité, por no dejar que mis emociones me consumieran, por enseñarme otro significado de amistad, por apreciar y valorar a mi persona, te prometo que siempre fue recíproco, por hacer más divertido el proceso, te quiero.

Gracias a mi escuela, BECENE, que me brindó la oportunidad que estuve esperando, dándole sentido a mi propósito de vida y me dejaste las mejores experiencias. Gracias a mis catedráticos, las maestras Irma Hernández y Catalina García, y el profesor Fernando Grimaldo, por siempre dar más de lo necesario, por desarrollar mis capacidades, por depositar en mí confianza y esperanza y ser el ejemplo del buen profesor.

Dr. Jaime Ávalos, no tengo palabras para expresarle el inmenso agradecimiento, y el reconocimiento que le doy. Gracias por no dejarme solo, por acompañar y retroalimentar mi proceso, he crecido mucho como profesional desde su tutela, pero gracias aún más por el crecimiento personal que me ha dejado, porque para mí usted se volvió un amigo, le tengo mucho aprecio y por usted, sé el maestro que tengo que ser.

Ariadna, estuviste conmigo desde el inicio, me has acompañado por cada suceso de esta etapa y me has brindado un espacio en tu vida, no puedo en estas líneas expresarte todo el agradecimiento que tengo, gracias por ser tan incondicional a mí, por defenderme y procurarme, por permanecer siempre a mi costado, apoyándome, aconsejándome, alentándome a crecer, por hacerme confiar en mí, por reiterarme que puedo lograr cualquier cosa, por enseñarme lo más lindo que hay en mí, por esto y más, gracias, te amo.

Índice

I.- INTRODUCCIÓN

"Solo la propia y personal experiencia hace al hombre sabio"

Sigmund Freud

La labor del docente implica poner en juego un cúmulo de habilidades, actitudes y valores que se han de adquirir por medio de las vivencias que precisen un cambio significativo del quehacer, conlleva entonces, a la realización de un acto maduro de retrospectiva que evalúa y reflexiona sobre las prácticas en pro de la mejora y busca crear propuestas y sugerencias sobre las estrategias mismas, dado que el profesor deberá generar los ambientes propicios en los que se genere conocimiento, en conformidad a lo predispuesto en los Planes y Programas de Estudios vigentes para lograr el desarrollo óptimo de los aprendizajes esperados de su alumnado.

Bajo este escenario, el presente trabajo investigativo surgió de las reflexiones derivadas del trabajo docente realizado en las prácticas profesionales con un grupo de primer grado de la Escuela Secundaria General Graciano Sánchez Romo, con el cual se llevó a cabo el estudio para favorecer el aprendizaje del significado de operador de la fracción, dado que representa una complejidad en este nivel educativo en el que se detectaron incidencias respecto de los resultados de pruebas estandarizadas y además, producto de las experiencias y observaciones en las que se detectó la problemática de interés de este documento.

1.1 Describe el lugar en que se desarrolló la práctica profesional y las características de los participantes.

En la puerta principal del centro del municipio de Soledad de Graciano Sánchez, a escasos metros de la cabecera municipal en la zona urbanizada de la entidad, entre las calles C. Blas Escontria y Miguel Hidalgo, frente a la Lateral Carretera San Luis-Matehuala se encuentra ubicada la Escuela Secundaria General Graciano Sánchez Romo, de la zona escolar 02, perteneciente a la Secretaría de

Educación del Gobierno del Estado (en adelante SEGE), con dirección oficial C Blas Escontria S/N, 78430, Soledad de Graciano Sánchez.

La institución es catalogada como una de las mejores no solo del municipio sino en general del estado, cuenta con una infraestructura en buenas condiciones para el desarrollo de las estrategias de enseñanza aprendizaje, sus aulas están equipadas con tecnología y cuentan con el mobiliario suficiente para la población estudiantil, además de contar con protocolos de seguridad y salud que se siguen estrictamente en conjunto con la sociedad de padres de familia.

La escuela cuenta con dos turnos, matutino y vespertino, siendo el primero en el que se efectuó la investigación, cumpliendo con un horario de 7:30 horas a las 13:40 horas, en que se lleva a cabo la jornada escolar, atendiendo a una población de 893 alumnos en su primera tanda. La secundaria cuenta con 2 edificios principales en los que se distribuyen 18 espacios como aulas para todos sus grados donde cada uno cuenta con grupos A, B, C, D, E y F.

Para la atención del alumnado, se cuenta con una plantilla de 57 personas entre personal administrativo y de apoyo, distribuidos en ambos turnos, así como, 30 docentes para el turno matutino que ofrecen su servicio en las diferentes academias de enseñanza, además de cumplir con algunas otras tareas y actividades de apoyo a la gestión escolar.

Para su efecto, la indagación se llevó a cabo con el grupo de 1°C, una clase de 52 alumnos, con una media de edad de 12 años, procedentes de diversos puntos del municipio y colonias colindantes a la ubicación escolar, también algunos otros provienen de la capital del estado de San Luis Potosí o, incluso, de la localidad El Huizache del municipio de Guadalcázar.

Además, de una muestra de 40 alumnos de este sector, se sabe que los alumnos usan diferentes medios para transportarse desde su hogar hasta la institución, como lo es el automóvil, el transporte urbano colectivo, en bicicleta o caminando. La mayoría vive en un núcleo familiar de base estable, es decir, con padre y madre y cuentan con los servicios básicos en el hogar.

1.2 Justifica la relevancia del tema.

En el sistema educativo mexicano, los fraccionarios se incluyen en el plan de estudios a partir del tercer grado de primaria. Los estándares del plan de estudios establecen que, al finalizar el sexto grado, los estudiantes deben poder resolver problemas que involucran decimales o decimales en lectura, escritura, comparación, suma, multiplicación y división, y deben poder calcular porcentajes e identificar diferentes representaciones de las fracciones (SEP, 2011, p. 64).

En términos de importancia, los significados abordados se expresan como parte-todo, medida, cociente y razón. Sin embargo, cuando miramos los libros de texto oficiales usados en las escuelas primarias y varios textos usados en las escuelas secundarias, encontramos que las situaciones involucradas eran principalmente situaciones distributivas que producían principalmente significados parte-todo y secundariamente otros significados, incluido el significado de la fracción como operador.

La enseñanza y aprendizaje de las fracciones resulta una tarea por demás difícil, se transforma en un proceso largo y agotador, pues tiene sus inicios desde la primaria y termina en la educación secundaria, aunque su uso y aplicación continua a lo largo de la preparación académica de cualquier alumno al que le resulta tedioso, confuso e inoperante, según la SEP (1994) afirma:

> "El estudio de las fracciones es importante por sí mismo y porque permite el desarrollo de nociones útiles para el conocimiento de temas más avanzados, como son el razonamiento proporcional y el estudio de las expresiones racionales en el álgebra." (pág. 81).

La adquisición de estos conocimientos es compleja, por lo que los programas proponen que el alumno estudie las fracciones y sus operaciones durante la secundaria, sobre todo en primero y segundo grado, y empleé algoritmos que faciliten el aprendizaje logrando que este sea significativo y permanente, por ello, será necesario que el joven conozca y comprenda las nociones que subyacen de la fracción y sus operaciones.

> "…los alumnos necesitan conocer y acostumbrarse a los distintos significados de las fracciones, como son sus usos para expresar parte o partes de una cantidad o número, para comparar o expresar la razón entre dos cantidades y para expresar una división o cociente." (SEP,1994, pág. 81).

De acuerdo al Plan y Programa de Estudios 2017, uno de los propósitos de la educación secundaria es que el alumno de manera consciente haga uso de la estimación, cálculo mental y escrito en operaciones con los números naturales, fraccionarios y decimales, tanto positivos como los negativos, lo que reafirma la importancia de que los jóvenes adquieran estos saberes y los desarrollen para resolver problemas multiplicativos.

Con lo anterior, en la educación básica, específicamente la primaria, se forman cinco significados de la fracción según el Plan y Programa de Estudios 2011, por esta razón, la investigación se acotó a solo uno de estos, la fracción como operador. Es por eso que, en primer año de secundaria, esta noción se reafirma, pues el estudiante ya ha tenido una formación sólida, por lo que se espera que sea capaz de resolver y expresar la parte de un conjunto, entendido como la cantidad a la que se aplica dos operadores sucesivos (multiplicación y división) de la expresión $\frac{a}{b}$ de una cantidad n, donde a y b son números enteros, y b es diferente de cero, de tal forma que $\frac{a}{b} \times n$ donde el numerador a se multiplica por la cantidad n $(a \times n = an)$ y el producto es dividido entre el denominador b $(an \div b = \frac{an}{b})$.

Las situaciones expresadas anteriormente justifican la realización de la investigación, con el fin de mejorar las prácticas docentes en el aula de primer grado de secundaria sobre los procesos de enseñanza y aprendizaje de la fracción, además de que, no se identifica una amplitud de estudios sobre el significado de operador de la fracción por lo que supone como un hecho que los alumnos de secundaria no presentan dificultades en esta área del conocimiento.

1.3 Interés personal sobre el tema y responsabilidad asumida como profesional de la educación.

Los quebrados, como se les conoció en la primaria, desde que recuerdo han presentado un dolor de cabeza, existe un rechazo profundo hacia las fracciones, sus representaciones y sus operaciones, incluso, se creó una perspectiva negativa a raíz de las creencias familiares, escuchar a los allegados dar quejas y llanto al hablar de la fracción, facilitaban el entorno no solo de esta área como algo malo sino de la matemática misma.

Desde la experiencia, se tuvo una enseñanza metódica, instruccional, se trataba de seguir un proceso, pero no era efectivo, era complejo, no se comprendía, a la fecha resulta difícil emplear algoritmos para operar fraccionarios, hasta hace poco el alumno confundía los procesos, pero se ha logrado dar significado a las soluciones, comprendiendo la importancia de, por ejemplo, obtener el concepto del entero y el entero como un todo, abogando a la noción básica de parte-todo para obtener y desarrollar sus nociones subyacentes.

Hoy en día, en la experiencia formada en el aula, se pueden apreciar las mismas inquietudes y preocupaciones reflejadas en los alumnos, sus emociones se ponen en juego y presentan frustración y desinterés al resolver o tratar de resolver los problemas que implican los fraccionarios y, en automático se convierte en una preocupación, en un problema, puesto que, como docente, según la SEP (2011): “La responsabilidad como profesional de la educación recae en buscar estrategias para que los alumnos desarrollen su competencia matemática y logren un aprendizaje significativo de “conocimientos y habilidades con sentido y significado” (p. 68).

En didáctica de las matemáticas, las investigaciones sobre los números racionales, en específico de las fracciones han aumentado, comenzando desde hace décadas (Freudenthal, 1983, Llinares y Sánchez, 1997, Block & Solares, 2001), en el aula siguen representando un reto no solo para el alumno sino para el docente, por lo que, nace la interrogante sobre los resultados de estos estudios son relevantes o tienen impacto en la clase o bien, el docente no se actualiza, no consulta estas indagaciones.

Por lo que será necesario indagar sobre los procesos de enseñanza y aprendizaje de los alumnos y crear pautas para los colegas, docentes en formación y en servicio, para tomar algunas consideraciones sobre estos procedimientos en la adquisición del significado como operador de la fracción, por ende, lograr abatir este sentido amplio y obtener resultados positivos para disminuir el rezago en esta área del conocimiento y lograr la comprensión, asimilación y significado del sentido brindado a la fracción.

1.4 Contextualiza la problemática planteada.

En la educación primaria, se conduce al aprendizaje de la aritmética profundizando en los números y sus operaciones, pues esta es la base del conocimiento futuro que el alumno construirá, de lo contrario presentará barreras en tanto el saber se vuelva más avanzado. El proceso de enseñanza-aprendizaje de las fracciones en la educación básica es largo y complejo no solo para quien aprende sino también para quien lo enseña. En una serie de supuestos, se podría definir de donde nacen las dificultades, malas experiencias, malos comentarios, malas enseñanzas, sin importar la razón, el tema de fracciones sigue causando estragos en la educación no solo a nivel nacional sino también internacional.

A lo largo de la reciente historia de la educación, diversas organizaciones y entidades han implementado pruebas diagnósticas para evaluar a la población escolar donde se refleja la importancia de la fracción dentro de las competencias del alumnado, puesto que, dependiendo de la unidad de análisis, los reactivos en los que interfieren directamente las fracciones y sus aplicaciones abarcan un buen número de preguntas, en ocasiones la mitad de estas al menos.

Desde la perspectiva de los estudiantes de educación primaria sucede lo mismo, dado que, en pruebas como el Plan Nacional para la Evaluación de los Aprendizajes (PLANEA) los resultados muestran que su aprovechamiento en matemáticas es bajo, pues el 60.5% de los estudiantes se ubican en el nivel más bajo (insuficiente), lo cual significa que solo escriben y comparan números naturales. Sólo el 6.8% de estudiantes “compara números decimales y fraccionarios y usa las fracciones para expresar el resultado de un reparto (INEE, 2016).

Mientras que en secundaria el panorama no es más alentador, pues tras la aplicación de la prueba PLANEA 2017, los resultados definen que el 86.2% de la muestra evaluada se ubican entre los niveles insuficiente y básico, donde a este último le corresponde apenas el 21.7%, por lo que es un llamado de atención inminente, pues los porcentajes reflejan el bajo nivel que existe en matemáticas en el país.

Por otra parte, pruebas como la aplicada por La Comisión Nacional para la Mejora Continua de la Educación (MEJOREDU), realizada en la Escuela Secundaria General Graciano Sánchez Romo durante el ciclo escolar 2022-2023, para el primer grado de esa institución y específicamente al grupo de estudio designado para esta investigación, tras obtener los resultado indica que dentro de las operaciones básicas con fracciones, la multiplicación de fracciones es el contenido en el que se registran la menor cantidad de respuestas acertadas.

Se define entonces que, el alumno presenta áreas de oportunidad para operar fracciones, es decir, multiplicar una fracción por un número sea natural o decimal, por ello se crea la pregunta central de la indagación. **¿Cómo favorecer el aprendizaje de la fracción como operador mediante la implementación de material didáctico en un grupo de primer grado de secundaria?**

1.5 Plantea los objetivos de elaboración del documento.

En la búsqueda de la mejora de la práctica se plantea la propuesta de emplear el material didáctico como un recurso que favorezca el aprendizaje del factor multiplicativo de la fracción, por lo que se dispone del objetivo general que narra lo anterior y se proponen los objetivos específicos que permitirán propiciar las proposiciones de mejora, así como reflexionar con base en los resultados obtenidos tras la ejecución de un plan de acción sustentado en la investigación-acción y que apoyen futuras intervenciones. En consecuente, tras el objetivo general, se enlistan los objetivos específicos de la elaboración del documento:

Objetivo general

Mejorar las estrategias de aprendizaje para favorecer la adquisición del conocimiento de la fracción en su significado de operador a través del material didáctico en un grupo de primer grado de educación secundaria.

Objetivos específicos

Como objetivos específicos se resaltan:

1. Diseñar material didáctico adecuado para favorecer la adquisición y desarrollo del significado de operador de la fracción en un grupo de primer grado de educación secundaria.
2. Transformar la práctica mediante la implementación de actividades que hagan uso de material didáctico para favorecer la adquisición y desarrollo del significado de operador de la fracción en un grupo de primer grado de educación secundaria.
3. Identificar las dificultades que presentan los alumnos de un grupo de primer grado de educación secundaria en el aprendizaje de la fracción en su significado de operador a través del material didáctico.
4. Reflexionar sobre el uso de material didáctico como estrategia de aprendizaje para favorecer el aprendizaje de la fracción en su significado de operador en un grupo de primer grado de educación secundaria.
5. Replantear las situaciones en las que un grupo de primer grado emplea el operador de la fracción e implementar nuevas actividades y material didáctico con base en los resultados.

1.6 Identifica las competencias que se desarrollarán durante la práctica.

Las competencias que se desarrollaron durante las intervenciones docentes provienen del perfil de egreso de la educación normal, las cuales describen lo que el egresado es capaz de poner en práctica al término de su formación de acuerdo con el plan de estudios. De esta manera se da a conocer los conocimientos adquiridos, habilidades, actitudes y valores para un desempeño profesional. Las competencias seleccionadas a fortalecer durante el proceso de prácticas son las siguientes:

Competencias genéricas.

- Soluciona problemas y toma decisiones utilizando su pensamiento crítico y creativo.
- Aprende de manera autónoma y muestra iniciativa para autorregularse y fortalecer su desarrollo personal.

Competencias profesionales.

- Identifica marcos teóricos y epistemológicos de las Matemáticas, sus avances y enfoques didácticos para la enseñanza y el aprendizaje.
- Reflexiona sobre los procesos de enseñanza y aprendizaje, y los resultados de la evaluación, para hacer propuestas que mejoren su propia práctica.

Competencias disciplinares.

- Analiza distintas situaciones que lleven a diseñar una conjetura.
- Diseña estrategias para validar conjeturas a partir del análisis de información cuantitativa y cualitativa.

Estas competencias son la base para el desenvolvimiento dentro del ámbito de la docencia. Así mismo, se pretende dar a conocer cuáles de las competencias se desarrollaron durante el proceso de elaboración de este documento y que brindaron evolución a la formación docente, pero también exponer lo que no se consiguió en este lapso.

1.7 Describe de forma concisa el contenido del documento

El presente informe es la culminación de la investigación-acción llevada a cabo y, por tanto, representa el proceso desde la detección de una problemática hasta las recomendaciones de solución de la misma y generar propuestas de los hallazgos que definen el rumbo de la indagación. El informe de prácticas está organizado sistemáticamente dados por su propia estructura que requiere seis apartados de los cuales, dos fueron destinados a las referencias y anexos, uno más a la introducción y el resto constituye el cuerpo del texto, incluyendo las conclusiones.

El primer apartado, que se lee hasta este punto, es la introducción que proporciona al lector un preámbulo y resumen del contenido del documento, además sirve para orientarse y conozca lo acontecido, logrado o desarrollado durante la elaboración del mismo; sugiere además las competencias que se pretendía demostrar, adquirir o bien evolucionar durante la intervención en la que se implementó el diseño del plan de acción propuesto en el capítulo segundo, así como también, se han trazado los objetivos generales para la gestión de este informe.

Del segundo apartado, se conforma por el diagnóstico contextual del grupo de estudio así como de la generalidades de la institución Escuela Secundaria General Graciano Sánchez Romo que permiten al lector conocer las situaciones en las que se encuentra la inmediación y a las que posiblemente se enfrentó el sustentante, además se detecta el problema central de esta investigación, focalizando la importancia que tiene en referencia a la didáctica de las matemática o demás estudios similares, que y a pesar de su existencia, manifiestan una barrera de aprendizaje en el alumno y de enseñanza para el docente.

Se incluye, además, la fundamentación teórica de las variables que influyen directamente en el foco de atención, así como de los referentes teóricos y metodológicos que explican situaciones de aprendizaje, para expresar lo que ya se ha realizado en relación con el tema y sea considerado ampliamente en el diseño de una secuencia didáctica que se encuentra en este capítulo y se describe en el mismo su estructura, así como el planteamiento de los propósitos de su elaboración. Es aquí donde nace la interrogante ¿cómo favorecer el aprendizaje de la fracción como operador mediante la implementación de material didáctico en un grupo de primer grado de secundaria?

Del apartado tercero, sobre la reflexión y evaluación de la propuesta trazada en el capítulo anterior, como se indica comienza el proceso de considerar la pertinencia del plan de acción con base a las evidencias recabadas durante el constructo e implementación de la misma y, por lo tanto, desde los resultados obtenidos, por ello, se incluye una descripción detallada de cada plan de clase diseñado y la realización de un ciclo reflexivo para el replanteamiento de las actividades abordadas.

El apartado cuarto, finaliza este producto, en él se incluyen las conclusiones y recomendaciones que se han generado con base al análisis de los anteriores capítulos y se puntualiza el alcance de la propuesta. Dentro de este se menciona los logros y hallazgos que se tuvieron dando también espacio a recomendaciones que pueden ser base para posteriores investigaciones, donde se busca dar respuesta a la cuestión que se generó durante el diseño del plan de acción y se mide el nivel de logro de los sujetos de estudio en la obtención del saber que aquí se espera que obtengan dado por el propósito general que se ha planteado. También se incluyen los apartados de Referencias, donde se puede ubicar toda la bibliografía citada y empleada para dar sustento teórico a la propuesta de mejora; se incorpora el apartado de Anexos, en el que se pueden encontrar las herramientas e instrumentos de evaluación, las pruebas empleadas durante el diagnóstico e imágenes evidénciales de la intervención en la práctica.

II. PLAN DE ACCIÓN

“La educación no cambia al mundo, cambia a las personas que van a cambiar el mundo”

Paulo Freire

2.1 Diagnostica y analiza la situación educativa describiendo características contextuales.

Contexto.

La presente investigación tuvo lugar en la Escuela Secundaria General Graciano Sánchez Romo perteneciente al sistema educativo federal que, a su vez, forma parte de la Secretaría de Educación del Gobierno del Estado (SEGE) localizada en la zona escolar 02, en su turno matutino con Clave de Centro de Trabajo (CCT) 24DES0020N, en su modalidad de tiempo completo, atendiendo a un horario de apertura a partir de las 7:30 horas a las 13:40 horas en un sistema absoluto de ingresos y salidas del alumnado.

La institución está ubicada al oeste de la zona centro del municipio de Soledad de Graciano Sánchez en el estado de San Luis Potosí, con dirección en calle C. Blas Escontria, sin número exterior, con código postal 78430, entre la calle Cruz Verde al oriente y la Lateral Carretera San Luis-Matehuala al occidente, al norte se encuentra la calle Miguel Hidalgo y la institución como referencia se encuentra ubicada a un costado de la Plaza Citadina, en la zona urbanizada del municipio colindante a la capital del estado.

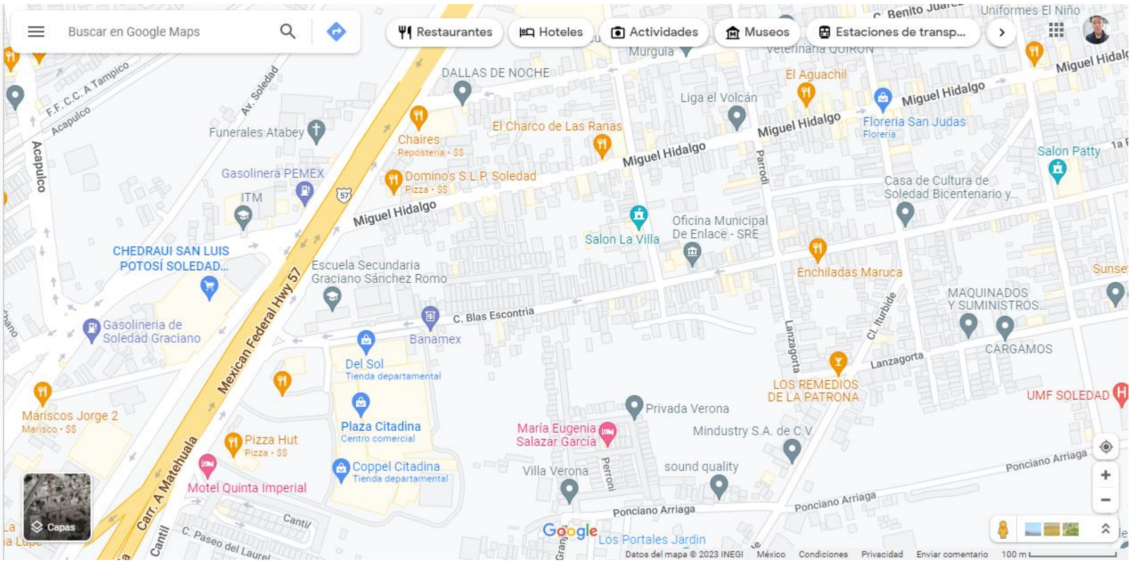


Ilustración 1. Ubicación geográfica de la escuela, Fuente: Google Maps (2022).

Características del Entorno Escolar.

La primera percepción que se tiene del espacio geográfico en que se encuentra establecida la secundaria es que es una de las principales rutas de acceso para llegar a la zona centro del municipio, por la calle Miguel Hidalgo y su cruce con la Av. Soledad, que cuenta con un flujo vial considerable para los soledenses, como se le conoce a los habitantes del municipio, y algunos de los vecinos del mismo, provenientes de zonas como Milpillas, Potrero, Rinconada y colonias vecinas del sector, que emplean esta ruta para llegar a la plaza principal de Soledad en donde realizan algunos trámites en las oficinas municipales o llevan a cabo compras en los diversos comercios de la localidad.

Sin importar el horario escolar, la Carretera San Luis-Matehuala, siempre cuenta con tráfico vial, pues conecta directamente con otras rutas de acceso al centro histórico del estado, como lo son el Boulevard Río Santiago, Avenida Acceso Norte, y el Distribuidor Juárez que conecta con otros sectores de la ciudad y son vías de afluencia vehicular considerable, además de ser famosamente conocida como la carretera 57 en el país.

Sobre las vías de acceso al inmueble, las calles aledañas se encuentran en muy buen estado, incluso con pavimentación reciente, y que es constantemente reparada, aunque algunas de estas si se notan deterioradas por el uso constante y con algunos baches. El servicio de transporte público colectivo urbano que algunos alumnos emplean son las rutas 2, 3, 16 y 18 que se dirigen a la capital del país y en su mayoría al centro y a su vez se dirigen a las localidades soledenses.

La escuela se encuentra rodeada por conjuntos de casa habitación, algunas de estas con antigüedad y de extensiones considerables, mientras otras son pertenecientes al INFONAVIT y se encuentran en fraccionamientos y privadas con vigilancia, a la vez que se considera que la zona es ampliamente vigilada puesto que hay patrullaje municipal durante todo el día. También se pueden encontrar algunos comercios pertenecientes a las familias de la comunidad, como tiendas de abarrotes, pequeñas papelerías con computadoras que funcionan como cibercafé, negocios de comestibles y botanas, barberías, estéticas o salones de belleza unisex, boutiques, acuarios, tiendas de artículos varios, entre otros.

Asimismo se pueden ubicar algunas otras instituciones del nivel básico, del bachillerato e incluso del nivel superior, entre las que destacan Instituto de Formación para el Trabajo Mexicano (ITM) que ofrece bachillerato con especialidad y una ingeniería en mecánica automotriz, la Universidad José Vasconcelos, y su filial el colegio José Vasconcelos que ofrece el bachillerato, a escasas cuadras se encuentra la Escuela Preparatoria Librado Rivera perteneciente al Sistema Educativo Estatal Regular (SEER), además de diversas escuelas primarias públicas como la Escuela Primaria José María Morelos y Pavón, y escuelas privadas como el Colegio Español San Luis, y algunos jardines de niños como el Jardín de Niños José Clemente Orozco, siendo los más cercanos a la secundaria Graciano Sánchez Romo.

Además, tan solo a un costado de la institución, sobre la Lateral Carretera San Luis-Matehuala y esquina con la calle C. Blas Escontria, se encuentra la Plaza Citadina, el centro comercial más grande del municipio, que cuenta con diversos establecimientos de marcas comerciales internacionales accesibles a las familias y en donde se reúnen los alumnos durante la salida escolar de esta y otras instituciones, frente a la secundaria se ubica Chedraui, un supermercado, y al norte se encuentra la pizzería Domino´s y algunos pequeños comercios locales, lugares con clientes recurrentes; a escasas cuadras se localiza el Jardín Hidalgo que conforma la plaza más popular de Soledad y en donde se establece el Palacio Municipal y la Iglesia de la Soledad, donde en las fechas de la denominada Semana Santa se festeja la Feria Nacional de la Enchilada (FENAE).

Características del Edificio Institucional.

El espacio escolar en el que se encuentra la institución, con respecto de otras, es una superficie más amplia y extensa, y abarca poco menos de un tercio de la cuadra como se puede apreciar en la ilustración 2; esta delimita por un bardeado de 2.30 metros de altura aproximadamente en la mayor parte de su perímetro, a excepción de la barda del este de la institución o sur de la misma con respecto de su entrada principal, que cuenta con una altura que ronda los 4 metros de altura que impide la vista desde dentro de la escuela hacia las casas vecinas y viceversa. Todo el bardeado de la escuela cuenta con mosaico y/o pintura en su fachada sin rastros de graffiti o pintas.

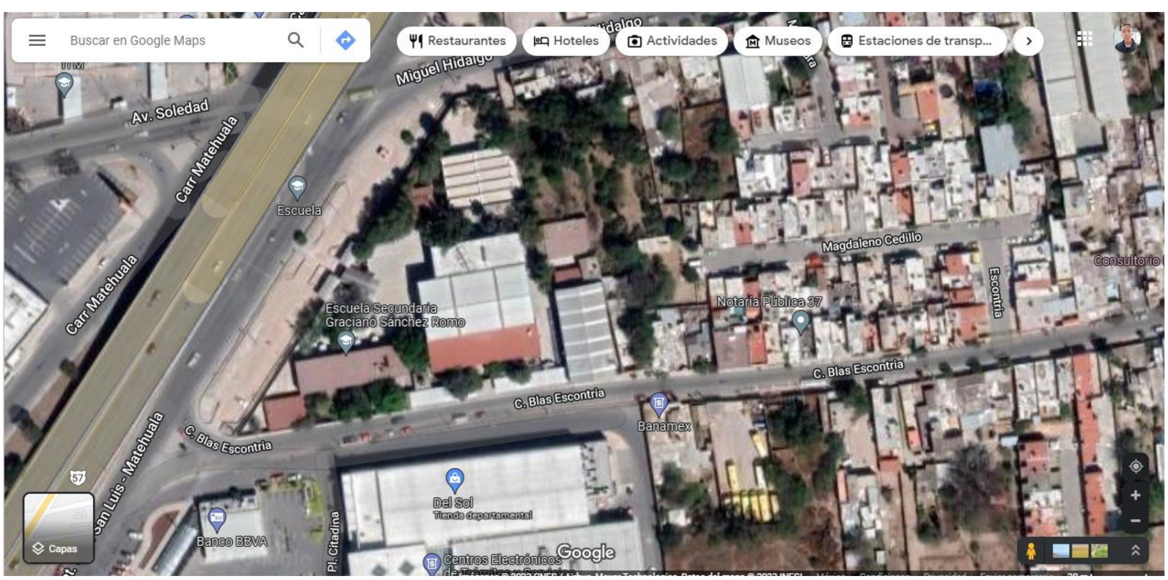


Ilustración 2. Imagen satelital de la Escuela Secundaria Graciano Sánchez Romo, Fuente: Google Maps (2022).

Para ofrecer sus servicios la escuela cuenta con 4 puertas que fungen como entrada y salida de la población estudiantil, de la cuales 1 de ellas es de acceso exclusivo para los alumnos, al ser la entrada principal ubicada el Lateral Carretera San Luis-Matehuala, 2 más se encuentran sobre la calle C. Blas Escontria, la primera es de acceso para alumnado y docentes, plantilla administrativa y de apoyo, e incluso padres de familia; la otra puerta permanece cerrada y solo se abre cuando se introducen a la institución elementos o vehículos de gran tamaño o en casos muy específicos cuando la puerta principal se encuentra en mantenimiento. La última puerta, con acceso sobre la calle Miguel Hidalgo es de uso exclusivo para docentes, pues cuenta con un estacionamiento, aunque de tamaño reducido, con capacidad para 6 coches. En Blas Escontria también hay un estacionamiento de uso docente y administrativo con capacidad mayor a 12 vehículos.

Los accesos para alumnos en ambas puertas que tienen esta función cuentan en sus respectivas calles con las debidas señales de tránsito, así como sus respectivos cruces peatonales, y cuenta con la vigilancia de por lo menos dos patrullas de policía municipal y 2 policías de tránsito para brindar apoyo a los alumnos en los cruces dando indicaciones viales, tanto para transeúntes como para los automovilistas que son padres de familia y detienen sus coches para dejar a los jóvenes en el inmueble. La vigilancia que ofrece el municipio da su ayuda tanto en el turno matutino como en el vespertino, en la entrada y salida de cada uno, además de mantener comunicación constante con la dirección de la escuela.

Las puertas de la institución para brindar su servicio, para el turno matutino, dan acceso al estudiantado a partir de las 7:10 horas para un ingreso total de la población estudiantil, es decir, los tres grados con los que cuenta la escuela. Durante la entrada, en cada puerta, al ingresar el estudiantado, el personal administrativo, tanto director, subdirector, prefectos, trabajo social e incluso personal de apoyo colaboran para dar la bienvenida a los alumnos y colocar el filtro sanitario de la prevención contra el COVID-19, y se aseguran del cumplimiento de higiene, portación de uniforme y otras medidas disciplinares, así como auxiliar a padres de familia que llegan a la institución para resolver dudas y/o conflictos académicos relacionados a sus hijos o de importancia.

La hora de entrada del turno matutino culmina a las 7:30 horas, horario en el que inicia la jornada de aprendizaje, sin embargo, se dan 10 minutos de tolerancia para aquellos alumnos que por causas o circunstancias personales o ajenas llegan con atraso a la secundaria. Por su parte, los alumnos culminan su jornada en las 13:40 horas, y en ese momento se abren las puertas para el desalojo de estos alumnos con un límite aproximado hasta la 13:55 horas, con un despliegue similar a la rutina de entrada, pues algunos de los alumnos del siguiente turno llegan con antelación a su casa de estudios, por lo que se deben seguir los protocolos de sanidad y medidas disciplinarias propias del acceso.

El instituto cuenta con 18 aulas en las que se distribuyen 6 grupos de cada grado, con formados por A, B, C, D, E y F para primero, segundo y tercer año, distribuidas en los dos edificios principales, además, de estas, todas las aulas cuentan con el mobiliario suficiente, que consta de aproximadamente 52 mesabancos por salón, que reciben mantenimiento constante, y hay por lo menos 3 aulas que cuentan con bancas nuevas para el presente ciclo escolar.

Cada aula sin excepción está equipada con una pizarra blanca, una pizarra electrónica, un cañón o proyector electrónico con puertos USB y HDMI equipados en el aula, un anaquel en el que los alumnos o docentes pueden guardar material y también cuentan con aire acondicionado. Los salones no cuentan con equipo de PC para hacer uso del proyector, ni con internet, el docente en turno debe responsabilizarse de llevar lo propio para emplear el equipo, sin embargo, la escuela puede proporcionar equipo de audio como apoyo si se solicita con anticipación.

Existe una biblioteca escolar, ubicada en el edificio principal, el mobiliario ronda entre por lo menos 60 mesas individuales, 65 sillas para dichas mesas y 2 sillas más grandes, una para el docente titular y otra para la bibliotecaria, se tiene dos pizarras blancas y una pizarra electrónica, un proyector electrónico, y una bocina de audio amplificado, hay una PC de uso exclusivo del bibliotecario en el que se contiene el registro del acervo bibliográfico, así como registros del archivo histórico de la institución. Se cuenta también con 20 estanterías donde se ubica la bibliografía y el archivo histórico; el acervo bibliográfico consta de poco más de 600 ejemplares aproximadamente, distribuidos en diferentes géneros literarios y de indagación.

Existen dos laboratorios para las academias de ciencias y/o aquellas que hagan uso de estos para realizar experimentos, al igual que todas las aulas de aprendizaje, están equipados con pizarra electrónica y proyector, bocina de audio amplificado y aire acondicionado. Los laboratorios tienen 6 mesas de laboratorio con dos duchas y lava ojos de seguridad, además de contar con mangueras y extractores y campanas de gas, cada una. Cada uno dispone de un área restringida donde solo los encargados de laboratorio o maestros titulares pueden acceder, y es donde resguardan el equipo de laboratorio que incluye todos los artefactos y sustancias que se pueden manipular y son prestados a los alumnos.

La escuela tiene una sala audiovisual y/o de usos múltiples, cuenta con un proyector y pizarra electrónicos, aire acondicionado, dos bocinas inalámbricas y dos más de audio amplificado, hay 7 sillas para ponentes y 128 butacas para los oyentes, distribuidas en 10 filas, además hay 2 cámaras de seguridad, 16 lámparas led, decorativos y un escenario. Por otra parte, en la academia hay un aula temática, con 30 computadoras tipo PC y una más para el docente, 1 proyector y 1 pizarra electrónica, con bocina de audio amplificado y aire acondicionado.

La institución también cuenta con 6 talleres donde los alumnos están distribuidos. El taller de corte y confección cuenta con un vestidor de pruebas equipados con maniquíes y ganchos, racks, espejos e instrumentos de costura, se cuenta también con 12 máquinas industriales de costura, 10 portátiles, 28 máquinas estáticas aunque del total de las 50 máquinas solo el 50% es funcional del otro resto, la mayoría necesitan reparación y el sobrante no funciona; hay 3 planchas, 3 burros, 3 ventiladores, una máquina profesional para la docente y una variedad de reglas donadas por ex alumnas y padres de familia.

El taller de informática, posee 46 máquinas PC, 4 sin acceso a internet y 2 más sin sistema operativo, mientras que por su parte el taller de computación contiene 51 computadoras PC y 4 de estas se encuentran en mantenimiento actualmente; en el taller de dibujo se incluyen 40 mesas o tablas de dibujo individuales, material de dibujo, entre algunos lienzos y pinceles, así como reglas y material específico. Todas estas aulas están habilitadas con el equipamiento de proyector y pizarra electrónicos, bocina de audio amplificado y aire acondicionado y todas las aulas que tienen computadoras disponen de conexión a internet con red protegida para el uso de los alumnos.

Asimismo, el inmueble cuenta con dos talleres más de extensión mayor, uno de carpintería y otro de electricidad, estos están ampliamente equipados con herramientas y maquinaria de trabajo, así como un área específica de práctica para cada uno, mesas de trabajo práctico, y existe un reglamento interno específico donde al inicio del ciclo escolar se brinda capacitación de seguridad de trabajo dentro de estos talleres.

La escuela preside de dos baños para los alumnos, uno por género, que se comparten en los dos turnos, de la misma manera se incluyen dos baños para docentes, plantilla administrativa y de servicios, uno por cada género, en los que se mantiene una limpieza constante, además se cuenta con una máquina expendedora de papel higiénico por solo un peso ($1.00 MXN.). La academia de educación física cuenta con 3 bodegas, una por cada edificio, donde se resguarda el material como balones, aros, cuerdas, redes, etcétera. La academia de artes cuenta con una bodega donde se resguardan instrumentos y vestuarios de los grupos artísticos que conforman la institución.

Existe una cooperativa que funciona y está a disposición de los estudiantes durante el receso en la venta de comida y refrigerios de alimentos saludables establecidos por la mesa directiva de padres de familia en conjunto con la dirección, y disponen de costos razonables. Tiene un comedor equipado con algunas mesas y bancas para uso de los jóvenes. De estos hay 10 comedores de metal con sombrilla, 6 comedores de concreto pequeños con tablero de ajedrez, 1 comedor de concreto extenso, 8 bancas de concreto, áreas comunes y áreas verdes y en esta zona, se dispone de un rack porta bicicletas con 18 espacios disponibles para el alumnado.

Se cuenta con tres canchas, todas equipadas con portería de basquetbol y dos de ellas con porterías para deportes como fútbol o handball. Dos de estas canchas están techadas, una funge como patio cívico o plaza principal y es donde se llevan a cabo los honores a la bandera y demás eventos cívicos o culturales que se presentan en la secundaria. La otra cancha techada cuenta con gradas para los alumnos que asisten a ver juegos deportivos en temporadas de competiciones. También se tiene dentro de la escuela una enfermería, en la que se brinda servicio básico a los alumnos como vacunación en campañas nacionales según lo solicite la Secretaría de Salud.

Para la plantilla docente y personal administrativo se ubican los siguientes espacios, la dirección, la subdirección, contabilidad, administración, sala de maestros, 3 prefecturas y el almacén de intendencia. También se ubica la oficina de trabajo social y un aula para las maestras de Unidad de Servicio Apoyo de Educación Regular (en adelante USAER); es una institución inclusiva, ya que se encuentran rampas al finalizar los pasillos, también existe un equipo especializado de USAER para tratar con alumnos con necesidades educativas especiales de aprendizaje y lenguaje.

Plantilla administrativa.

La distribución de la organización escolar está encabezada por la directora quien funge como líder, planea, dirige y organiza las actividades académicas y determina y establece los acuerdos para la convivencia y operación del plantel durante ambos turnos. En colaboración con las actividades de la dirección se encuentran los subdirectores, uno en cada turno, quienes de la misma manera auxilian a la dirección administrativa compuesta por la secretaria asistente de la dirección y 3 secretarías más, encargadas una por grado de los temas que competen a la asistencias y registros de calificaciones y/o algunos otros datos que se anexen a los expedientes de los alumnos.

En apoyo a la seguridad, respeto por la escuela y sus lineamientos, y que se aseguren del cumplimiento de estos están los tres prefectos encargados de los 18 grupos distribuidos para cada uno por grado escolar, por otra parte, se encuentra el personal de USAER, quien brinda apoyo de atención psicológica y problemas de aprendizaje en el alumnado e incluso, en esta institución ofrecen apoyo menor al personal, también está el departamento de trabajo social y apoyo tecnológico que da mantenimiento a los equipos de las aulas, y por último el personal de intendencia que se encarga de mantener salubre y limpia la escuela. La plantilla del personal administrativo y de apoyo en su totalidad está conformada por 57 personas distribuidas en los turnos matutino y vespertino.

Plantilla docente.

Por otro lado, la plantilla docente está conformada por 30 maestros para el turno matutino, que se distribuyen entre las diferentes academias que componen los colectivos docentes, como los son español, matemáticas y ciencias, que son las más numerosas de entre 5 y 4 profesores cada una, seguido de las academias de historia, cívica, inglés, tecnologías, educación física y artes; entre el colectivo se distribuyen las tutorías y se asignan algunas otras actividades y roles para gestionar y apoyar las labores administrativas.

Población estudiantil.

La población que atiende la institución es de 893 alumnos en su turno matutino, de entre los 12 y 16 años de edad con diversas características y necesidades físicas e intelectuales. Cada grupo consta de entre 46 a 52 alumnos, son grupos numerosos y las aulas son pequeñas, por lo que el aprovechamiento del espacio es casi nulo. Entre los estudiantes prevalece una cultura de barrio bien reflejan la cultura pop, a pesar del uso del uniforme institucional, los jóvenes, indistintamente del sexo, adecuan su vestimenta con artefactos característicos de las pandillas, sus saludos suelen ser totalmente informales pero el vínculo alumno-alumno es respetuoso incluso en la mezcla entre estudiantes de distintos grado o grupos.

Los alumnos que presentan un nivel de rezago importante o tiene problemas conductuales son canalizados al departamento de apoyo psicológico para su recuperación, se destaca la presencia y preocupación de la plantilla docente por los adolescentes que están a su cargo o forman parte de sus grupos, y se mantiene un canal abierto entre tutores, docentes, departamento psicológico y prefectas para estar informados sobre las situaciones que enfrentan estos chicos.

Asimismo, se promueve la detección temprana de estudiantes en riesgo para su ayuda inmediata. Como parte de los acuerdos tomados durante la semana intensiva del Consejo Técnico Nacional (CTE) se tomaron diversos acuerdos para que todos los integrantes del plantel gocen y ejerzan sus derechos a la equidad, igualdad y participación, promoviendo recuperar estos tres aspectos que se perdieron en algunos ámbitos a causa de la contingencia por SARs-Cov-2. También se prioriza la recuperación de la participación de las familias, tras los acontecimientos recientes, los padres se acercan a la institución estrictamente sólo cuando se les requiere por un llamado específico o para recoger boletas.

La institución, establece y promueve en sus alumnos un sentido de identidad y pertenencia arraigado, con los valores que permean en la escuela como el orgullo y el respeto por la diversidad, por lo que se dan a la tarea de ayudar al estudiante a forjar y desarrollar su propia identidad por medio de la conformación de grupos deportivos y culturales, de interés para el alumno en los que comparten y crean vínculos, en su defecto aquel alumno que no se identifica con alguno de estos no es discriminado sino que se alienta a formar parte de la competitividad y despertar su espíritu escolar.

Contexto Áulico y Características Sociales Relevantes.

El grupo de estudio de este informe es el grupo de 1°C, conformado por 52 estudiantes, de los cuales 25 son mujeres y el resto son hombres. Las edades van de los 11 a los 13 años, teniendo como promedio de edad los 12 años y, la mediana y la moda comparten este número. El espacio en el que se desarrolla el grupo se encuentra en la segunda planta del edificio principal y es reducido para la cantidad de alumnos, el docente logra caminar entre las filas, pero le cuesta trabajo.

En tanto el mobiliario es solo el suficiente para los alumnos, pero se encuentra en buen estado; el salón está equipado con un pizarrón blanco, proyector y pantalla electrónica, aire acondicionado y una mesa como área del docente. La infraestructura del aula se encuentra en buenas condiciones, las paredes están pintadas con pintura lavable, lo que facilita la limpieza y labor del departamento de intendencia, y el salón se barre todos los días con el cambio de turno, aunque, los jóvenes tienen que mantener limpia el aula; la iluminación es la adecuada, cuenta con lámparas led, sin embargo, la luz natural del sol permite trabajar sin complicaciones en días soleados.

El grupo es, de primera impresión, muy tranquilo y apenas algunos hablan entre ellos durante la clase y en presencia de los docentes titulares, sin embargo, esto no cambia mucho con la ausencia del docente, son pocos los jóvenes que se paran de su lugar a conversar con los demás. No hay subgrupos perceptibles, apenas amistades de 2 o 3 estudiantes, por lo que no es perceptible un líder positivo o negativo, aunque el jefe de grupo aparenta podría ser uno de los líderes positivos del grupo, pero, es de carácter reservado.

En referencia al cumplimiento de horas clase, las asignaturas cuentan con sesiones de aproximadamente 50 minutos, en donde se cumple con un horario de 7:30 am. a la 1:40 pm., tomando 5 clases semanales de la asignatura de matemáticas, una por día. Cabe destacar que en esta institución los grupos permanecen durante toda la jornada en su aula a excepción de llevar materias que impliquen salir de ella, como en educación física o los talleres, son los docentes quienes se trasladan de salón a salón.

Según una encuesta socioeconómica (anexo 1) aplicada a 40 de los 52 integrantes del grupo (el resto no respondió por motivos ajenos como inasistencias o suspensiones), los estudiantes viven en las zonas aledañas a la escuela, proviniendo de colonias muy cercanas como lo son Los Fresnos, Rancho Pavón, Col. Pavón, Valle de la Palma, Fracción Rivera, Hacienda Residencial, Col. San José, Valle de San Isidro, Santo Tomás, Real Providencia, Fracc. San Francisco de Asís y Soledad de Graciano Sánchez Zona Centro, mientras que algunos vienen de la capital de zonas como Barrio de Tlaxcala y La Tercera Grande, y por último el lugar más lejano es El Huizache.

De los 40 alumnos el 53% llega a la institución en automóvil, un 28% llega caminando, en camión llega un 16%, mientras solo el 3% llega en bicicleta. Además, en promedio los alumnos tardan 15 minutos en llegar, con un tiempo mínimo de entre 1 y 2 minutos y una máxima de 120 minutos, lo que se debe tomar a consideración, puesto que dos veces a la semana, la asignatura de matemáticas es la primera clase de su jornada.

En casa, de los 40 encuestados el 100% cuenta con luz en casa, solo 33 de ellos cuenta con agua y red de drenaje, 35 de los alumnos dispone de una red de internet, y se sabe que 35 estudiantes tienen un celular propio y 13 cuentan con una PC o laptop propia o compartida; también cuentan con servicios de entretenimiento como TV de paga a la que solo 24 jóvenes tienen acceso y a su vez 30 contratan un servicio de plataformas de streaming.

El núcleo familiar de los alumnos está definido en su mayoría por vivir con ambos padres, en este rubro entran 35 alumnos, 5 más viven solo con un padre, por ello los integrantes de las familias en números incluyendo a los estudiantes son los siguientes: dos alumnos cuya familia está conformada por 2 integrantes, seis estudiantes cuya familia está conformada por 3 integrantes, dieciséis alumnos cuya familia está conformada por 4 integrantes, ocho alumnos cuya familia está conformada por 5 integrantes y ocho alumnos cuya familia está conformada por 6 o más integrantes.

Hay 4 jóvenes que trabajan en los negocios familiares apoyando a sus padres y perciben un salario. En tanto a las necesidades educativas especiales o enfermedades personales, dos alumnos mencionan una condición en su piel, un con vitíligo y el otro con dermatografía, también, un alumno padece rinitis alérgica, uno más con un caso detectado de autismo, se detecta a uno que necesita anteojos y dos más demandan tener ya apoyo psicológico.

Además, se implementó un test de estilos de aprendizaje, Castro y Guzmán de Castro (2005) refieren que “…, los estilos de aprendizaje señalan la manera en que el estudiante percibe y procesa la información para construir su propio aprendizaje, éstos ofrecen indicadores que guían la forma de interactuar con la realidad.” (pág. 87). Desde esta perspectiva, los estilos de aprendizaje son las distintas formas, métodos o conjuntos de estrategias que emplean las personas cuando enfrentan una situación de aprendizaje.

Por ello, el test elegido fue sobre el modelo PNL (anexo 2), aplicado a 48 de los 52 jóvenes que conforman el grupo, ya que existen preferencias sensoriales que son canales físicos y perceptivos por los cuales se recibe la información, por medio de los ojos, los oídos y el cuerpo, a estos canales también se les clasifican en áreas llamadas visual, auditiva y kinestésica (Valdivia, 2011).

Según la SEP (2004), los jóvenes que tienen un estilo de aprendizaje preferentemente visual, aprenden y reciben información en forma de gráficas, imágenes, diagramas, tablas, etcétera. Los alumnos auditivos requieren escuchar la información, discutir el material y hablar consigo mismo y con otros. Y, por otro lado, los kinestésicos, necesitan experiencias físicas en las que realicen actividades en movimiento o manipular el material. Planteado lo anterior, después de realizada la evaluación de este test se obtuvo la siguiente información:

ESTILOS DE APRENDIZAJE

	Visual	Auditivo	Kinestésico	Visual-Auditivo	Visual-Kinestésico	Auditivo-Kinestésico	TOTAL
Número de Alumnos	12	15	10	6	3	2	48
Porcentajes	25%	31.25%	20.83%	12.5%	6.25%	4.17%	100%

Tabla 1. Resultados del test de estilos de aprendizaje. (Elaboración propia).

A partir de los resultados arrojados por la prueba y al analizar la información, se puede describir que en el grupo predominan los estilos visuales y auditivos, aunque no existe una diferencia amplia con respecto de los alumnos que prefieren aprender a través del movimiento, por lo que esta información debe ser aprovechada para implementar actividades y estrategias que contemplen los estilos de aprendizaje.

Por otra parte, los alumnos realizaron un test de inteligencia emocional (anexo 3), Goleman (1995) sugiere que la inteligencia emocional es uno de los factores más importantes para el desarrollo de las relaciones personales y su éxito también considerando el rendimiento del trabajo, configurando una competencia social entre el yo y la relación con las otras personas, planteando cinco dimensiones que propician el desarrollo de la inteligencia emocional, que son: la conciencia emocional, el autocontrol, la motivación, la empatía y la habilidad social.

De los resultados se obtiene que, 44 de 48 alumnos que atendieron a la encuesta, se encuentran en un nivel medio alto, lo que indica que se descubre así mismo, se conoce y sabe cómo se emociona, controla la forma llevar a cabo sus relaciones con los demás. Se detectan a 4 alumnos que requieren de atención inmediata, 3 de ellos están clasificados en un nivel de inteligencia emocional medio bajo, que apenas y tienen un nivel aceptable pero que pueden trabajar para desarrollar sus áreas para relacionarse y conocerse. Por último, un estudiante se ubica en el nivel bajo, necesita experimentar qué cosas lo hacen sentir bien y cómo desarrollar toda su personalidad.

2.2 Describe y focaliza el problema.

Una sesión de matemáticas puede significar, para quien le observa, un mar de inquietudes y respuestas, pues en las interacciones en el aula entre los diferentes agentes que interfieren, así como entre los materiales y recursos que se emplean, arrojan una serie de problemas y posibles soluciones al investigador que genuinamente le despierten el interés por querer profundizar. “La observación dentro del aula constituye una técnica de indagación e investigación docente cuyo propósito es recoger evidencia acerca de los aspectos involucrados en el contexto del proceso de enseñanza y aprendizaje" (González Dávila, Alejandra, 2021). En ese sentido será el docente aquel ser indagador, que durante la práctica observa y reflexiona sobre su quehacer, lo que al mismo tiempo le implica tener la mente abierta para afrontar nuevos retos y generar nuevo conocimiento a partir de la praxis.

Bajo este escenario, en una primera jornada intensiva de observación, el docente en formación logró percatarse de algunas problemáticas durante la sesión de matemáticas impartida por el titular, en la que el alumno aprendía los diferentes algoritmos (métodos) que se emplean para solucionar problemas que implican el uso de fraccionarios, es decir, suma, resta, multiplicación y división de fracciones, sin embargo, el proceso de enseñanza se reducía a la resolución de ejercicios usando dichas herramientas con base a la memorización de estas por su manejo constante o repetitivo.

Es subjetivo decir que, el tema de fracciones resulta por demás complejo para el alumno por varios factores, como lo pueden ser, las creencias propias o externas, es decir, el miedo y/o rechazó que existe hacía la fracción, en particular por las malas experiencias de su enseñanza en el contexto escolar, o bien, el escaso dominio de los algoritmos aplicados a contextos reales.

Además, es importante señalar que es un foco de atención que el estudiante no obtenga aprendizajes significativos en el tema y por consiguiente no consiga dar una aplicación útil a los mismos, puesto que los contenidos inherentes de la fracción, según el Plan y Programa Vigente (2011 o 2017), comienzan a formar parte de la vida académica del niño en desarrollo a partir del tercer grado de educación primaria, lo que señala una falla en los procesos de enseñanza-aprendizaje, dejando la incógnita sobre cuál es la forma más eficiente en que el alumno desarrolle el saber y qué propuestas debe seguir el docente para acompañarle.

Es sabido que los estudios en didáctica de las matemáticas aumentan cada vez más y sus resultados son de gran utilidad, dejando grandes beneficios y apertura a nuevas corrientes de investigación, en particular, la indagación sobre las fracciones ha aumentado considerablemente, pero, las dificultades permean en los procesos de enseñanza y aprendizaje, y en el cómo se abordan los contenidos que integran los Planes y Programas de Estudios vigentes. Por ello, a pesar de la cantidad de información sobre el tema, en las aulas sigue representando una barrera, tanto para docentes como para los discentes.

En consecuencia, nace la interrogante ¿qué impacto generan en el aula las investigaciones sobre fracciones?; es un supuesto mencionar que a pesar de los numerosos estudios los problemas persisten, pues el docente no recurre a la literatura, como si la indagación y la docencia estuviesen separadas o no compartieran ideología, situación que se cataloga como desafortunada, pues el estudiante no logra desarrollar su conocimiento matemático y aplicarlo en diferentes contextos.

Para constatar que se ha detectado un problema de atención prioritaria se considerarán resultados emitidos por las evaluaciones dictaminadas por el Programa para la Evaluación Internacional de Alumnos (PISA), que es un estudio promovido por la Organización para la Cooperación y el Desarrollo Económico (OCDE) y la prueba del Plan Nacional para la Evaluación de los Aprendizajes (PLANEA), en su modalidad de Evaluación del Logro referida al Sistema Educativo Nacional (ELSEN) realizada por la Secretaría de Educación Pública (SEP) en coordinación con la Comisión Nacional para la Mejora Continua de la Educación (MEJOREDU).

La prueba PISA se caracteriza por evaluar, entre los países miembros y no miembros de la OCDE, de manera comparativa y paulatina, en qué medida los jóvenes de 15 años, que están por concluir la educación básica, han logrado desarrollar sus conocimientos, habilidades y actitudes para enfrentar la sociedad actual con participación activa y con plenitud (INEE, 2016), aunque, PISA se centra en observar qué utilidad les dan los estudiantes a estas competencias y no precisamente cuanto es que dominan el saber.

PISA, se encarga de realizar la evaluación de los alumnos de tercer grado de secundaria, donde verifica la dimensión de logro y provecho que genere el alumno en su aprendizaje y, por lo tanto, conceptualiza la competencia matemática como es la capacidad de un individuo para identificar y entender el papel que las matemáticas tienen en el mundo, hacer juicios fundados y usar e implicarse con las matemáticas en aquellos momentos que presenten necesidades para su vida individual como ciudadano es decir, cómo el sujeto emplea el conocimiento matemático en diversos contextos para solucionar problemas reales

> El concepto general de competencia matemática se refiere a la capacidad del alumno para razonar, analizar y comunicar operaciones matemáticas. Es, por lo tanto, un concepto que excede al mero conocimiento de la terminología y las operaciones matemáticas, e implica la capacidad de utilizar el razonamiento matemático en la solución de problemas de la vida cotidiana. (OCDE, 2006, pág. 12).

Según el INEE (2016) los resultados de PISA 2015, realizada por alumnos de educación básica, efectuada en 69 de los países participantes en la OCDE, siendo esta misma quien estableció un promedio para la media de desempeño con 490 puntos, donde México obtuvo un puntaje de 408, quedando por debajo del parámetro y ubicándolo en el lugar 58 de entre las naciones partícipes, pero por encima de sus similares de América Latina, entre ellos e Costa Rica (400), Colombia (390), Perú (387), Brasil (377) y República Dominicana (328) e incluso encima del promedio general de Latinoamérica (391).

Además, la prueba decreta seis niveles de desempeño, del nivel I (siendo el más sencillo) al nivel VI (este, el más complejo), donde especifica el tipo de tareas que el alumno debería ser capaz de solucionar en relación al nivel en que se sitúa, aunque existe la posibilidad de que el estudiante se emplace por debajo del nivel I. “Muchos de estos estudiantes probablemente tendrán serias dificultades para usar las Matemáticas como una herramienta para beneficiarse de nuevas oportunidades educativas y de aprendizaje a lo largo de la vida, …” (INEE, 2016, pág. 64).

Dentro de los niveles de desempeño, en tanto a fracciones se refiere, la competencia que se relaciona al tema menciona que los estudiantes “muestran cierta habilidad para el manejo de porcentajes, fracciones, números decimales y proporciones” (INEE, 2016) y se ubica en el tercer nivel de desempeño, sin embargo, en México, los resultados no son los más alentadores pues agrupa sólo a 4% de sus estudiantes en los niveles altos, porcentaje distribuido de los niveles cuarto al sexto; al tercer nivel apenas le corresponde 13%, el 27% se localiza en el segundo nivel y el resto se queda entre el primer nivel o por debajo de este (31% y 26% respectivamente).

Lo anterior reitera que el alumno no demuestra un uso hábil de los fraccionarios, por tanto, no existirá un dominio evidente de estos, pues los datos arrojan que el 84% de la población que atendió a la prueba no alcanza el tercer nivel de desempeño donde se habla del manejo de fracciones por lo que se infiere que, en el país, los jóvenes no desarrollan las competencias en las que intervienen las fracciones.

A nivel nacional, a lo largo de la historia de la educación, han existido diversas evaluaciones que pretenden determinar el nivel de logro de los aprendizajes obtenidos durante la educación básica, y valoran los conocimientos y habilidades adquiridas en lenguaje y comunicación, matemáticas y actualmente formación cívica. Por ello, para esta investigación también se toma como referente la prueba PLANEA-ELSEN quién SEP (2018) define como:

> “… una herramienta cuya finalidad es complementar las actividades de evaluación que el Docente realiza en el aula para obtener un diagnóstico de los aprendizajes alcanzados por los estudiantes en ciclos escolares anteriores, con el propósito de planificar su trabajo y mejorar su práctica pedagógica a nivel grupal y con cada estudiante durante el ciclo.” (pág. 07).

De ahí la importancia de atender la aplicación, pues los resultados dictan a docentes y directivos las áreas de oportunidad tanto para la reflexión de diversos temas como para determinar los contenidos prioritarios que necesitan fortalecerse o reaplicarse en pro de la mejora de los procesos de enseñanza-aprendizaje, asimismo, considerar aquellas opciones de intervención pedagógica para apoyar las necesidades educativas, todo trazado en la Ruta de Mejora Escolar (SEP, 2018). En la evaluación Diagnóstica PLANEA se establecen cuatro diferentes niveles de logro de los aprendizajes de los alumnos de tercero de secundaria, dichos niveles son:

- Nivel I: Resolver problemas que implican comparar o realizar cálculos con números naturales.
- Nivel II: Resolver problemas que implican sumar, restar, multiplicar y dividir con números decimales. Expresar con letras una relación numérica sencilla que implica un valor desconocido.
- Nivel III: Resolver problemas con fracciones, números enteros o potencias de números naturales. Describir en lenguaje coloquial una expresión algebraica.
- Nivel IV: Resolver problemas que implican combinar números fraccionarios y decimales. Emplear ecuaciones para encontrar valores desconocidos en problemas verbales.

A partir de los porcentajes de estudiantes de 3° de secundaria que obtienen el nivel I del logro educativo (insuficiente) y el nivel II de logro educativo (básico), que refieren a la rama de las matemáticas (aritmética), arrojan como resultado tras la aplicación de la prueba 2017 en el dominio de Matemáticas 64.5% de los alumnos de ese mismo nivel y grado educativo alcanzó el grado insuficiente, mientras que un 21.7% obtuvo el nivel básico.

En el caso del estado de San Luis Potosí, los resultados de la prueba PLANEA-ELSEN, en cuanto al porcentaje de estudiantes en los niveles I y II, del logro de dominio de las matemáticas, refleja un 60.7% de alumnos que se encuentran en el nivel insuficiente y por su parte, en el nivel básico, un 23.9%. En ambos casos los datos arrojan que el porcentaje que se queda en los niveles menores es mayoritario y por ende no acceden a ser catalogados en el tercer nivel donde el alumno resuelve problemas en los que interfieren las fracciones.

El panorama no es más alentador cuando para 2018 según el INEE (2018), los resultados de PLANEA aplicado a grupos de sexto grado en educación primaria indican que el 77% de la población que realizó el diagnóstico, a nivel nacional, obtuvieron el nivel de logro insuficiente y básico (59% y 18% respectivamente), mientras que el 15% obtiene el tercer nivel (satisfactorio) y apenas el 8% el nivel sobresaliente, resaltando que es en el nivel satisfactorio que el alumno resuelve problemas que requieren operaciones básicas con números decimales; y multiplicar una fracción por un número natural (Véase la **Tabla 2**).

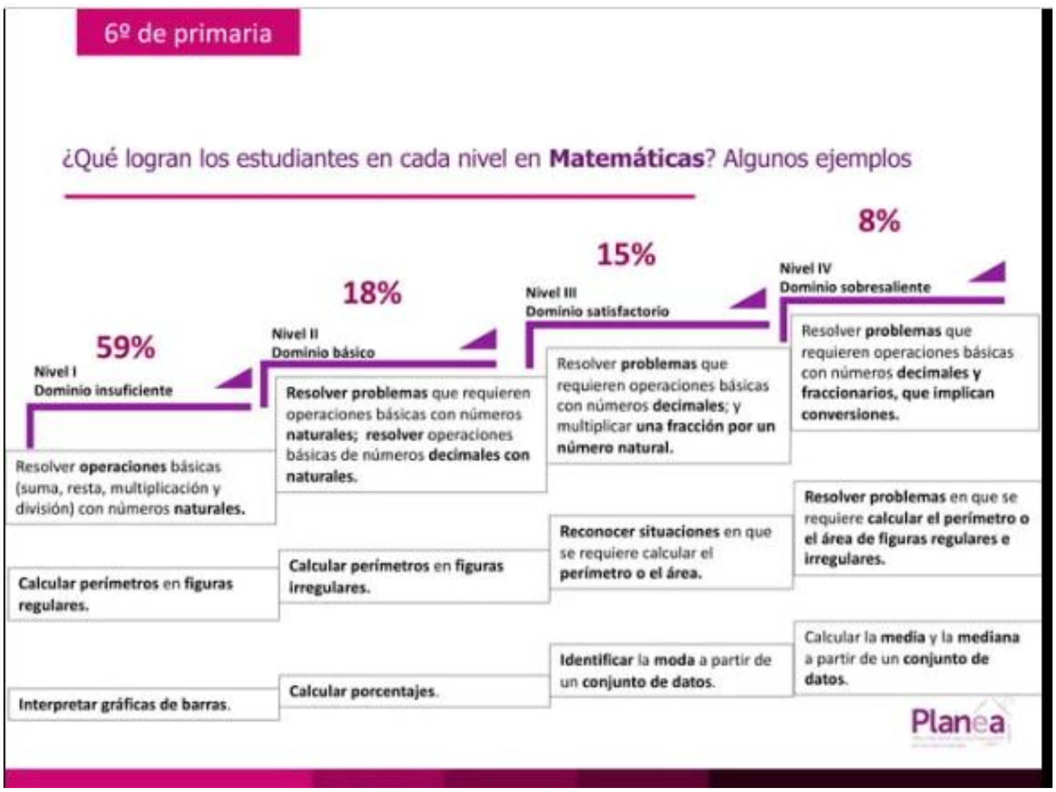


Tabla 2. PLANEA | Resultados nacionales 2018 del INEE.

Según el portal de Gobierno de México (2019) en su reporte sobre los resultados de aplicación de la herramienta de evaluación PLANEA, concretamente los dato por escuela, para la Escuela Secundaria General Graciano Sánchez Romo con CCT 24DES0020N, durante el ciclo escolar 2018-2019, el diagnóstico realizado, de una muestra (80 alumnos de la matrícula del grado) de la población de tercer grado (287 alumnos conformaban la matrícula de tercer grado), solo 79 alumnos fueron evaluados dejando los datos más recientes.

En la unidad de análisis de Sentido numérico y pensamiento algebraico, se detectaron siete reactivos en los que las fracciones y sus algoritmos se ven implicados para solucionar las situaciones presentadas. En tres de las cuestiones, se emplea el algoritmo de suma o resta (preguntas 17 y 42), o ambos (reactivo 50). Mientras que en los reactivos 16 y 45, el alumno debe emplear el algoritmo de la multiplicación de fracciones y, en las preguntas 15 y 19, se solucionan usando el algoritmo de la división de fracciones. Por lo tanto, la efectividad que tiene el alumno en los tópicos evaluados se enumera a continuación, del menos acertado al más acertado según el saber aplicado.

1. El estudiante establece adecuadamente la relación entre los datos del problema y aplica la suma y resta de fracciones (**Ilustración 3**). (43.33% de alumnos respondieron correctamente).

Reactivo No. 017

17. Un hombre puso a la venta un rancho. Tres personas le compraron $\frac{1}{2}$, $\frac{1}{8}$ y $\frac{1}{3}$ del total del terreno, respectivamente. Si desea venderlo todo, ¿qué parte le queda por vender?

A) $\frac{10}{13}$

B) $\frac{23}{24}$

C) $\frac{3}{13}$

D) $\frac{1}{24}$

Ilustración 3. Ejemplo de reactivo de la prueba PLANEA 2019, donde el alumno emplea el algoritmo de suma y/o resta de fracciones.

2. El estudiante establece adecuadamente la relación entre los datos del problema y utiliza el algoritmo de la multiplicación de fracciones (**Ilustración 4**). (53% de alumnos respondieron correctamente).

Reactivo No. 016

16. Rocío compró para vender un queso que pesa $4\frac{2}{3}$ kg. Su prima quiere $\frac{3}{4}$ del total de lo que compró Rocío. ¿Qué parte del queso debe darle?

A) $\frac{42}{12}$ kg

B) $\frac{56}{9}$ kg

C) $\frac{65}{12}$ kg

D) $\frac{32}{12}$ kg

Ilustración 4. Ejemplo de reactivo de la prueba PLANEA 2019, donde el alumno emplea el algoritmo de la multiplicación de fracciones.

3. El estudiante establece adecuadamente la relación entre los datos del problema y utiliza el algoritmo de la división de fracciones (**Ilustración 5**). (54.5% de alumnos respondieron correctamente).

Reactivo No. 015

15. Jaime tiene $13\frac{7}{8}$ kg de azúcar. Desea llenar bolsas de $\frac{3}{4}$ kg. ¿Cuántas bolsas de azúcar llenará?

A) 10

B) 14

C) 17

D) 18

Ilustración 5. Ejemplo de reactivo de la prueba PLANEA 2019, donde el alumno emplea el algoritmo de la división de fracciones.

Por su parte, en años más recientes el Gobierno de México a través de La Comisión Nacional para la Mejora Continua de la Educación (MEJOREDU) (2019) que "…, es un organismo público descentralizado, no sectorizado, con autonomía técnica, operativa, presupuestaria, de decisión y de gestión, con personalidad jurídica y patrimonio propio, desde el 15 de mayo de 2019" (pág. 1), ha gestionado la prueba diagnóstica MEJOREDU, llevada a cabo en todos los grados que conforman la educación básica, realizándose tres veces durante el ciclo escolar. MEJOREDU (2019) estable que tiene como propósito: "impulsar la mejora continua de la educación básica, media superior, inclusiva y de adultos para contribuir al desarrollo integral de las niñas, niños, adolescentes, jóvenes y adultos en sus diversos contextos sociales con un enfoque de inclusión, equidad y excelencia." (pág. 3).

Al igual que sus antecesores, se trata de una herramienta de evaluación que concilia las necesidades del alumno, en tanto a aprendizaje se refiere, con las estrategias pedagógicas del docente y la gestión escolar de los directivos trazados en la Ruta Escolar de Mejora Continua, para subsanar los saberes en los que el estudiante se ha visto afectado por su poca comprensión, que le obliga a no emplear procedimientos de forma concreta.

Por lo tanto, para el ciclo escolar 2022-2023, en el lapso de septiembre-octubre 2022, en la Escuela Secundaria General Graciano Sánchez Romo, se llevó a cabo la primera aplicación de MEJOREDU. Para el grupo de 1°C, se obtuvieron la cantidad y porcentaje de aciertos por estudiante en el área de matemáticas, donde el diagnóstico se conforma por 40 reactivos, de los cuales a la unidad de análisis Sentido Numérico y Pensamiento Algebraico le corresponden 18 de estos, además, se señala la importancia de las fracciones en los contenidos abordados pues el 50% de las preguntas de esta unidad contaban con el uso y/o aplicación de la fracción para resolver las situaciones abordadas.

A esta primera realización, atendieron los 52 alumnos que conforman el grupo de 1°C y tras analizar cada uno de los reactivos y la totalidad de sus aciertos, y se detalla que en los incisos 10 y 11 se resuelven aplicando el algoritmo de suma y/o resta de la fracción, solo a la pregunta 13 le corresponde la resolución aplicando el algoritmo de la multiplicación y, por último, a los reactivos 15, 17 y 18 la respuesta se obtiene al usar el algoritmo de la división.

Además, se obtuvo que, de aquellos tópicos evaluados en los que se emplea alguno de los algoritmos de las operaciones básicas de la fracción, el menos acertado fue en el que el alumno emplea el algoritmo de la multiplicación y el más resuelto en el que se utilizan los algoritmos de suma o resta de fracciones. Se enumera a continuación el número de alumnos que respondieron correctamente la cuestión, de menor a mayor número de aciertos.

13. Un carnicero tiene 24 paquetes de carne de $\frac{3}{4}$ de kilogramo cada uno. ¿Qué cantidad de carne tiene en total?

A) 18 kilogramos

B) 32 kilogramos

C) $\frac{27}{4}$ de kilogramos

D) $\frac{99}{4}$ de kilogramos

Ilustración 6. Ejemplo de reactivo de la prueba MEJOREDU 2022-2023, donde el alumno emplea el algoritmo de multiplicación de fracciones.

a) 15 de los 52 estudiantes establecen adecuadamente la relación entre los datos del problema y utiliza el algoritmo de la multiplicación de fracciones en su único ejercicio (**Ilustración 6**). (28.85% del total respondió correctamente).

17. Dora repartió 4 cartulinas entre sus compañeras y a cada una le entregó $\frac{4}{5}$ de cartulina, ¿entre cuántas niñas repartió las cartulinas?

A) 20

B) 16

C) 9

D) 5

Ilustración 7. Ejemplo de reactivo de la prueba MEJOREDU 2022-2023, donde el alumno emplea el algoritmo de división de fracciones.

b) En promedio, 20 estudiantes establecen adecuadamente la relación entre los datos del problema y utiliza el algoritmo de la división de fracciones, de acuerdo a los resultados de los tres reactivos correspondientes (**Ilustración 7**). (39.09% del total respondió correctamente).

Matemáticas

11. Guadalupe toma $\frac{3}{4}$ de litro de agua en la mañana después de hacer ejercicio. Laura toma $\frac{1}{5}$ de litro de agua más que Guadalupe. ¿Cuánta agua toma Laura?

A) $\frac{4}{5}$ de litro

B) $\frac{4}{9}$ de litro

C) $\frac{8}{5}$ de litro

D) $\frac{19}{20}$ de litro

Ilustración 8. Ejemplo de reactivo de la prueba MEJOREDU 2022-2023, donde el alumno emplea el algoritmo de suma y/o resta de fracciones.

c) En promedio, 27 estudiantes establecen adecuadamente la relación entre los datos del problema y aplica la suma y resta de fracciones, de acuerdo a los resultados de las dos preguntas correspondientes (**Ilustración 8**). (51.9% del total respondió correctamente).

Con base en los hallazgos brindados tras analizar cada resultado emitido en los últimos ciclos por las diferentes evaluaciones nacionales e internacionales, se puede conciliar que un problema recurrente en los estudiantes es el uso correcto de los algoritmos de operaciones básicas de la fracción, en la prueba PLANEA 2019 realizada en la Escuela Secundaria General Graciano Sánchez Romo concluye indicando que el saber que mayor dificultad genera en el alumnado es el empleo acertado del algoritmo de suma y/o resta de fracciones, seguido de utilizar efectivamente el algoritmo de la multiplicación de la fracción; para MEJOREDU 2022-2023, las posiciones de menor número de aciertos las ocupan el algoritmo de la multiplicación seguido de la aplicación del algoritmo de la división, en primer y segundo lugar respectivamente.

Es notorio que una barrera para el estudiante y, una constante, es el bajo porcentaje de jóvenes que responde correctamente a aquellas situaciones en las que debe recurrir al algoritmo de la multiplicación de la fracción, por lo que se demanda una prioridad en resarcir el poco dominio del saber para que posteriormente pueda ser aplicado en diferentes contextos, puesto que, es a partir del quinto grado de educación primaria que en el eje de Número, Álgebra y Variación, en el tema de Multiplicación y División, el alumno comienza a resolver problemas de multiplicación con fracciones y decimales, con multiplicador en número natural (SEP, 2017).

> Identificado el problema, es preciso hacer un reconocimiento o diagnóstico de este. La finalidad es hacer una descripción y explicación comprensiva de la situación actual; obtener evidencias que sirvan de punto de partida y comparación de los cambios o efectos (Latorre,2005, p.43).

Por lo anterior, se propone la implementación de un diagnóstico disciplinar, en donde se logre detectar la dolencia dentro del bagaje de conocimientos del alumno, considerando aquellos aprendizajes esperados que debieron ser concretados durante los grados antecedentes al actual (primer grado de educación secundaria) y de esta manera trazar el punto de partida para la propuesta de intervención durante el plan de acción. Ricard Marí Mollá, (2001) afirma:

> El Diagnóstico en Educación constituye un proceso de investigación que comparte las mismas garantías científicas y aquellas características que le permiten mantener una correspondencia con las propias de la investigación general educativa. Ello permite conceptuar el proceso diagnóstico como un método de investigación que pretende llegar al conocimiento de una situación dinámica y compleja con el fin de actuar sobre la misma. (pág. 613).

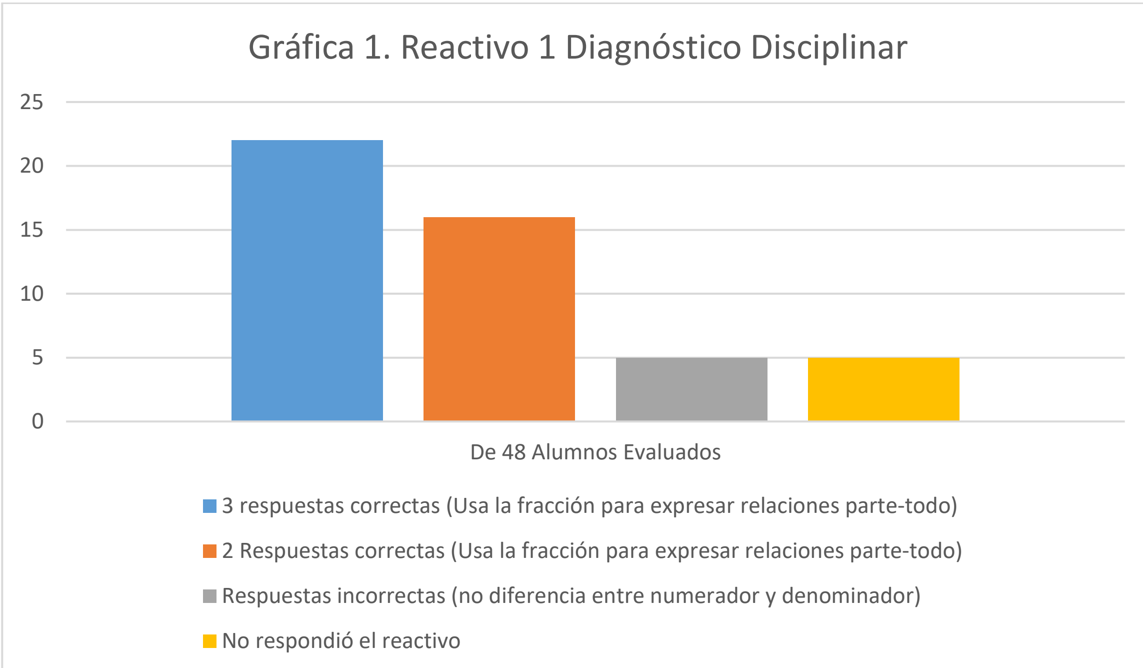
Para conseguir vislumbrar la gravedad del problema y tener un panorama amplio de la situación, se diseñó una herramienta de evaluación diagnóstica en la que se han incluido los aprendizajes esperados que tienen o conllevan una estrecha relación con la multiplicación de la fracción, para conseguir que en primer grado de educación secundaria el alumno obtenga el saber y resuelva problemas de multiplicación con fracciones y decimales y de división con decimales (SEP, 2017). Por lo tanto, se consideró al menos uno de los aprendizajes esperados desde el tercer grado de educación primaria hasta el aprendizaje esperado del primer grado de educación secundaria.

La prueba contenía ejercicios y problemas de suma y resta de fracciones como antecedente, iniciando por el contenido de tercer grado de primaria, hasta llegar al sexto grado, además, dentro de los problemas se proponen tres en los que la fracción se opera por un número natural, la fracción se opera por un número natural no divisible entre esa fracción y donde la fracción se multiplica por un decimal, pero se profundizará más adelante en esto; en algunos de los reactivos se le presentaban representaciones al alumno o bien él tenía que realizar las representaciones necesarias para resolver las situaciones presentadas.

A la aplicación, 48 de los 52 alumnos atendieron a la misma, y se dispuso de dos sesiones de 35 minutos cada una para responder en su totalidad el diagnóstico a realizarse individualmente y, se indicó que no se podía usar calculadora pues era necesario corroborar los procedimientos escritos que siguen por lo tanto debían incluirlos en su hoja de resolución. Además, es importante señalar que todas las preguntas eran abiertas, de ahí la libertad de desarrollar los procedimientos de los jóvenes.

> La evaluación diagnóstica se realiza de manera previa al desarrollo de un proceso educativo, cualquiera que sea, con la intención de explorar los conocimientos que ya poseen los alumnos. Este tipo de evaluación tiene como objetivo establecer una línea base de aprendizajes comunes para diseñar las estrategias de intervención docente; (García Medina, Aguilera García, Pérez Martínez y Muñoz Abundez, 2011, pág. 25).

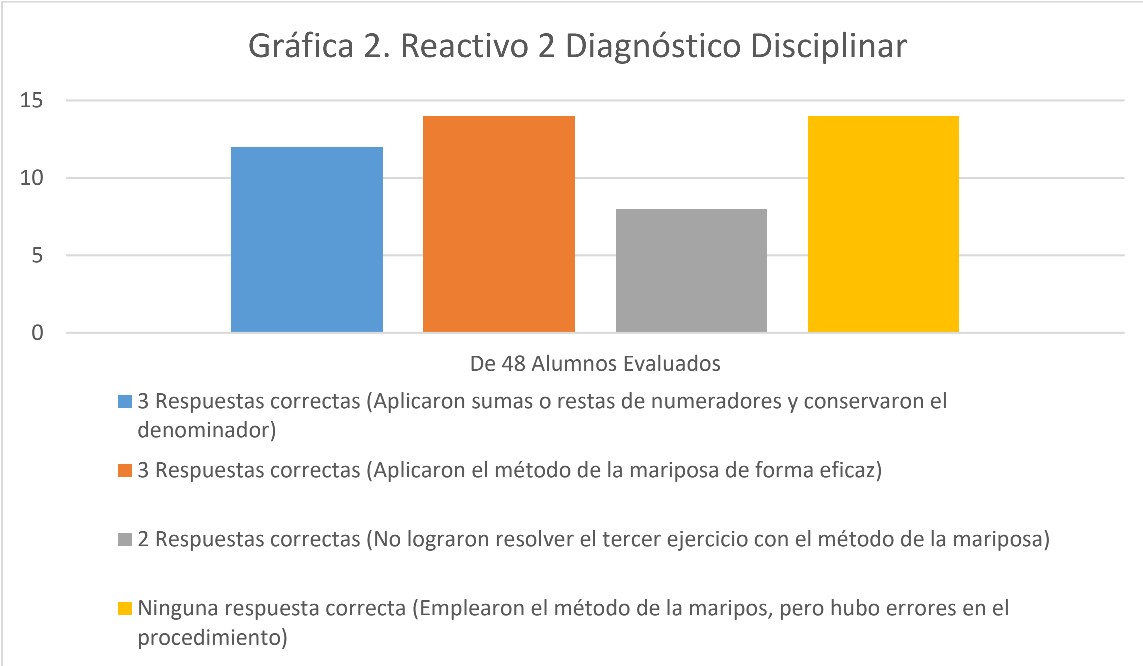
El primer reactivo es correspondiente al aprendizaje esperado “Usa fracciones con denominadores dos, cuatro y ocho para expresar relaciones parte-todo, medida y resultados de repartos.” (SEP, 2017, pág. 318), del tema Número de tercer grado de primaria que, como se mencionó anteriormente, fue seleccionado por ser un antecedente directo del conocimiento que se busca desarrollar. Por ello, se propusieron tres ejercicios en este mismo reactivo en el que se brindó al alumno la representación de una repartición, donde se tenía que responder con la fracción que estaba iluminada en la figura (Véase la **Gráfica 1**).



Gráfica 1. Resultados obtenidos. Reactivo 1 Diagnóstico disciplinar.

De los resultados, se obtuvo que 22 de los alumnos (respondieron los tres ejercicios) si usaron la fracción para representar la relación parte-todo e incluso usan fracciones equivalentes para expresar resultados, 16 alumnos solo respondieron 2 de los ejercicios correctamente, pero, demuestran que si emplean la fracción para expresar relaciones parte-todo, 5 alumnos más, respondieron dos de los ejercicios, sin embargo, no distingue entre numerador y denominador por lo que su respuesta fue incorrecta, y los 5 alumnos restantes no respondieron.

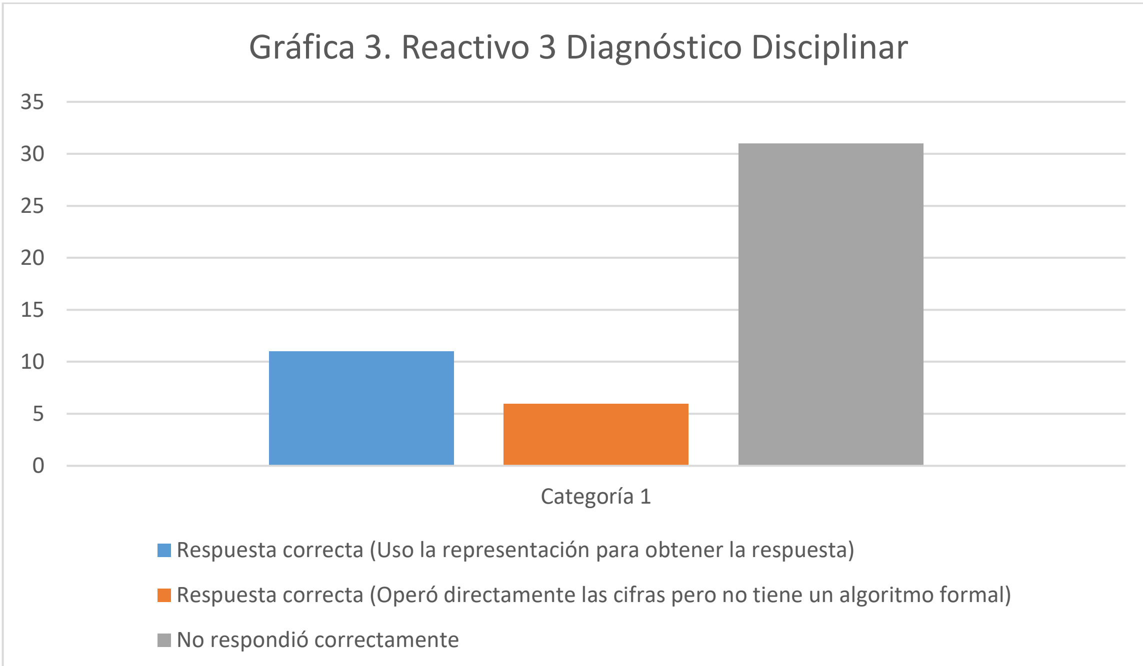
Del cuarto grado de educación primaria, en el tema Adición y Sustracción, se consideró el aprendizaje esperado “Resuelve problemas de suma y resta de fracciones con el mismo denominador (hasta doceavos).” (SEP, 2017, pág. 319), para crear el segundo reactivo de la prueba, donde se implementaron tres ejercicios, uno que responde a la suma, uno a la resta y uno más que combina las operaciones, mientras que los denominadores empleados fueron medios, cuartos y octavos. (Véase la **Gráfica 2**).



Gráfica 2. Resultados obtenidos. Reactivo 2 Diagnóstico disciplinar.

Se consigue que 26 de los alumnos respondieron correctamente a los tres ejercicios propuestos, sin embargo, de estos 12 emplearon un algoritmo de suma y resta directa, donde se consideró que la fracción, al tener el mismo denominador, solo el numerador se operaba, mientras que el resto empleó el algoritmo o método conocido como la mariposa para obtener las respuestas. 8 alumnos más, respondieron correctamente dos ejercicios empleando el método de la mariposa, pero no lograron usarlo correctamente para resolver el ejercicio donde se combinaba la suma y resta de fracciones; 14 alumnos no respondieron correctamente a ninguno de los ejercicios, además emplearon el método de la mariposa de forma errada, puesto que no multiplicaron los denominadores.

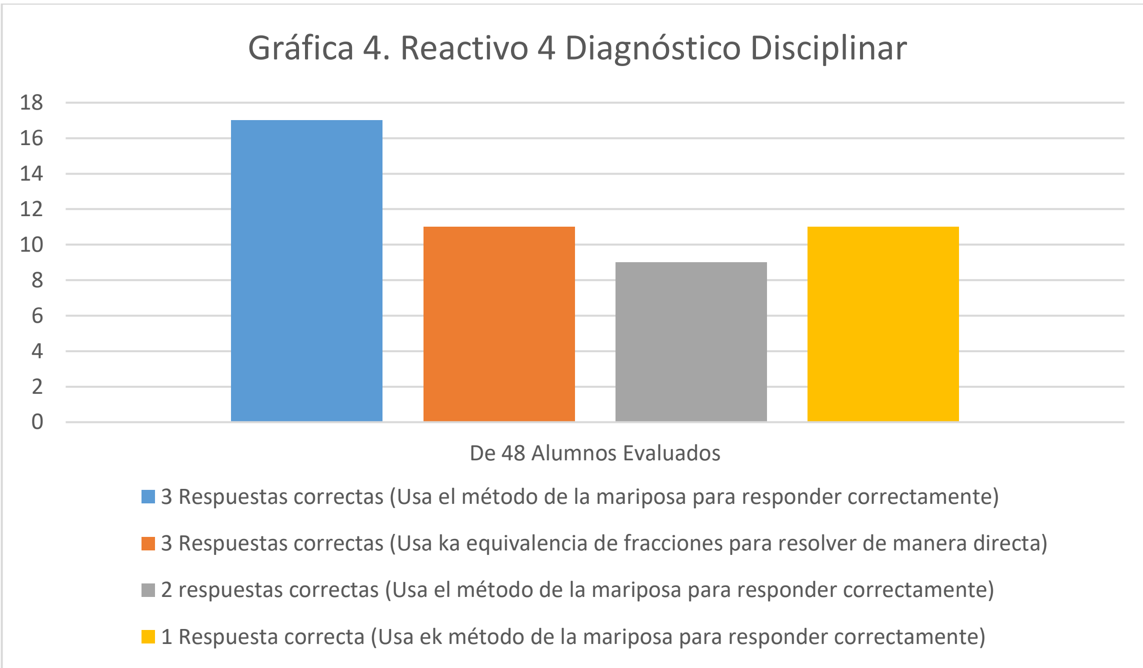
Del quinto grado de educación primaria, se consideró el aprendizaje esperado “Resuelve problemas de multiplicación con fracciones y decimales, con multiplicador en número natural.” (SEP, 2017, pág. 320), del tema Multiplicación y División, pues es en este saber que se comienzan a emplear algoritmos para multiplicar fracciones por otra cantidad, en este caso números naturales, por lo que, para demostrar este conocimiento, se optó por implementar el tercer reactivo en el que se presentó un problema al alumno, en el cual debía representar su respuesta. (Véase la **Gráfica 3**).



Gráfica 3. Resultados obtenidos. Reactivo 3 Diagnóstico disciplinar.

Los resultados arrojaron que 11 de los alumnos obtuvieron la respuesta mediante la representación solicitada, que era lo que se esperaba en este inciso, aunque por su parte no realizaron una operación para corroborar su respuesta. 6 alumnos también respondieron correctamente, empleando incluso la multiplicación de la fracción, sin embargo, no realizaron la expresión gráfica; por último, 31 alumnos no correctamente respondieron al reactivo, pero, existieron 5 casos en los que el alumno representó pizzas en reparticiones de ocho piezas, es decir, como en la vida cotidiana, y demostró que de esta forma se necesitan 3 pizzas y a cada una de las seis personas les corresponde cuatro octavos de pizza.

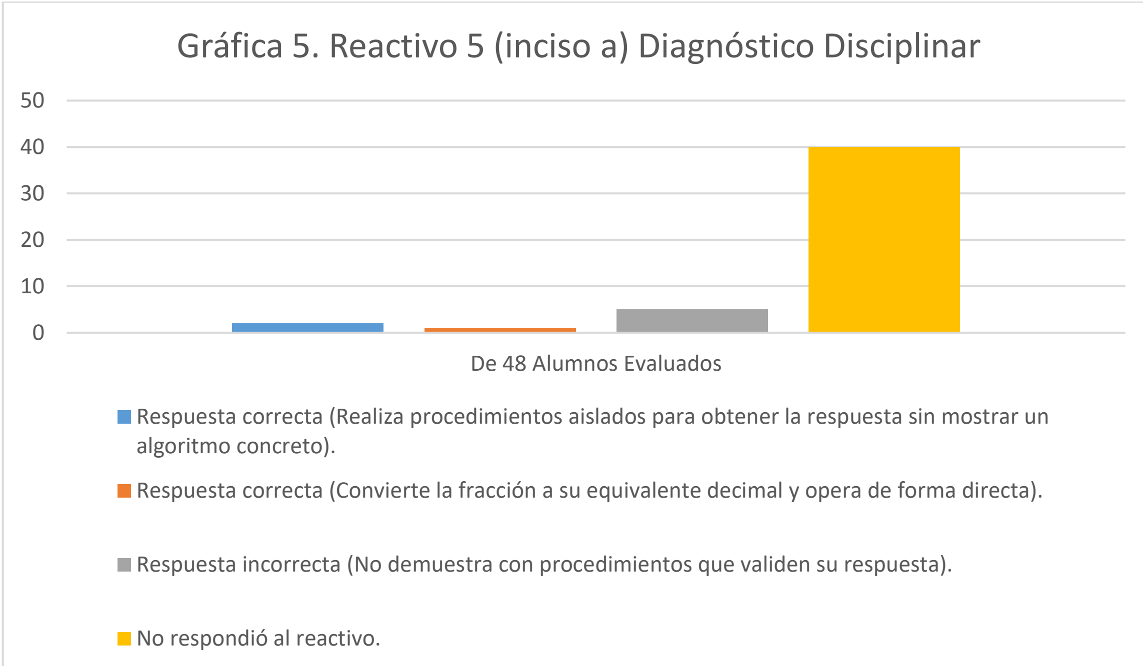
Para elaborar el cuarto reactivo se optó por recurrir al aprendizaje esperado “Resuelve problemas de suma y resta con números naturales, decimales y fracciones.” (SEP, 2017, pág. 321), que le pertenece al sexto grado de primaria, en el tema de Adición y Sustracción, y se consideró porqué aquí se esperaba que el alumno demostrará cómo emplea los algoritmos o bien que procedimientos seguía para obtener su respuesta, y a su vez, permitía emplear fracciones de diferente denominador, por ello se incluyeron tres ejercicios en los que se representaron las fracciones a operar. (Véase la **Gráfica 4**).



Gráfica 4. Resultados obtenidos. Reactivo 4 Diagnóstico disciplinar.

Con las respuestas obtenidas se logró concluir que 28 alumnos respondieron correctamente, de estos, 17 emplearon correctamente el método de la mariposa, mientras que 11 usaron equivalencia de fracciones para operarlas de forma directa; del resto, 9 alumnos respondieron correctamente dos de los tres ejercicios, usando el método de la mariposa y 11 solo respondieron uno de los ejercicios, también por medio del método de la mariposa.

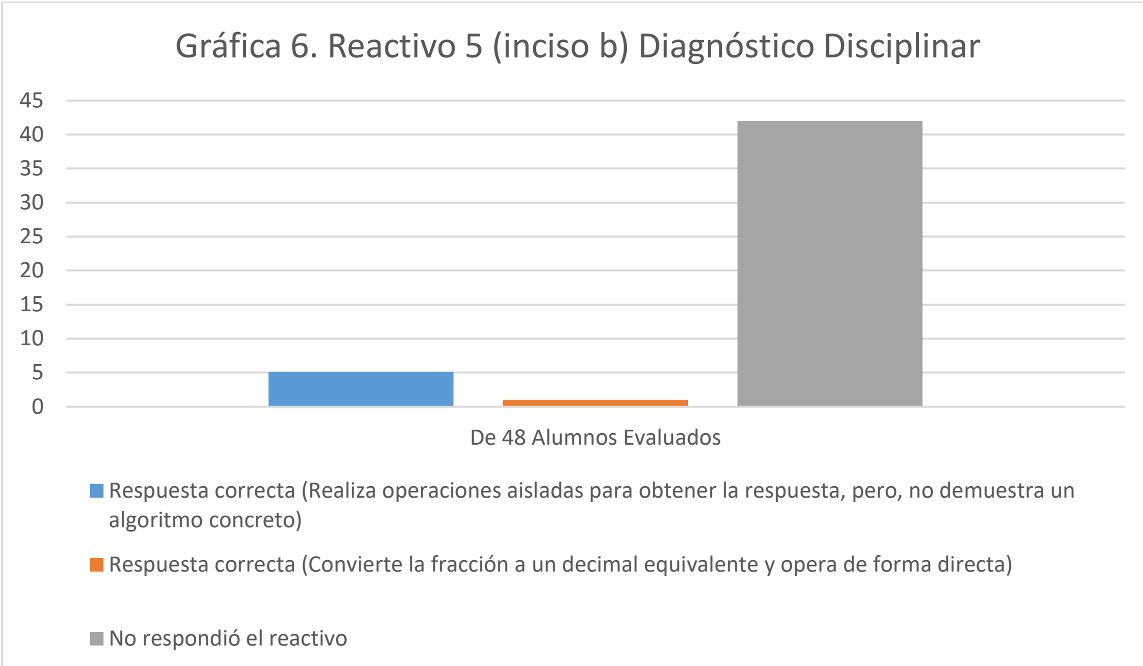
En el caso del reactivo 5, se propusieron tres problemas, en cada uno de estos se abordó el aprendizaje esperado del tema de Multiplicación y División, a partir de quinto grado de primaria hasta primer grado de secundaria respectivamente. Para el inciso **a)**, se planteó una situación en la que el alumno debía multiplicar una fracción por un número natural, pero, el natural era divisible por el denominador, por lo que no se exige mayor dificultad, y por la naturalidad del problema había que indicar varias respuestas, al menos tres. (Véase la **Gráfica 5**).



Gráfica 5. Resultados obtenidos. Reactivo 5 (inciso a) Diagnóstico Disciplinar

De este inciso se obtuvo que 3 alumnos respondieron correctamente, donde ninguno de los alumnos empleó un algoritmo concreto, ya que 2 de los alumnos resolvieron dividiendo el valor total de cada material y después multiplicaron por el número de trozos que necesitaban, mientras que el tercero convirtió la fracción a decimal y multiplicó de manera directa para obtener la respuesta; aunque 5 alumnos respondieron correctamente por cuál de los materiales se pagó más, no demostraron un procedimiento que valide su respuesta ni emplearon operaciones que pudiesen explicitar, por lo que se consideró como incorrecto y, por último, 40 alumnos no respondieron el reactivo.

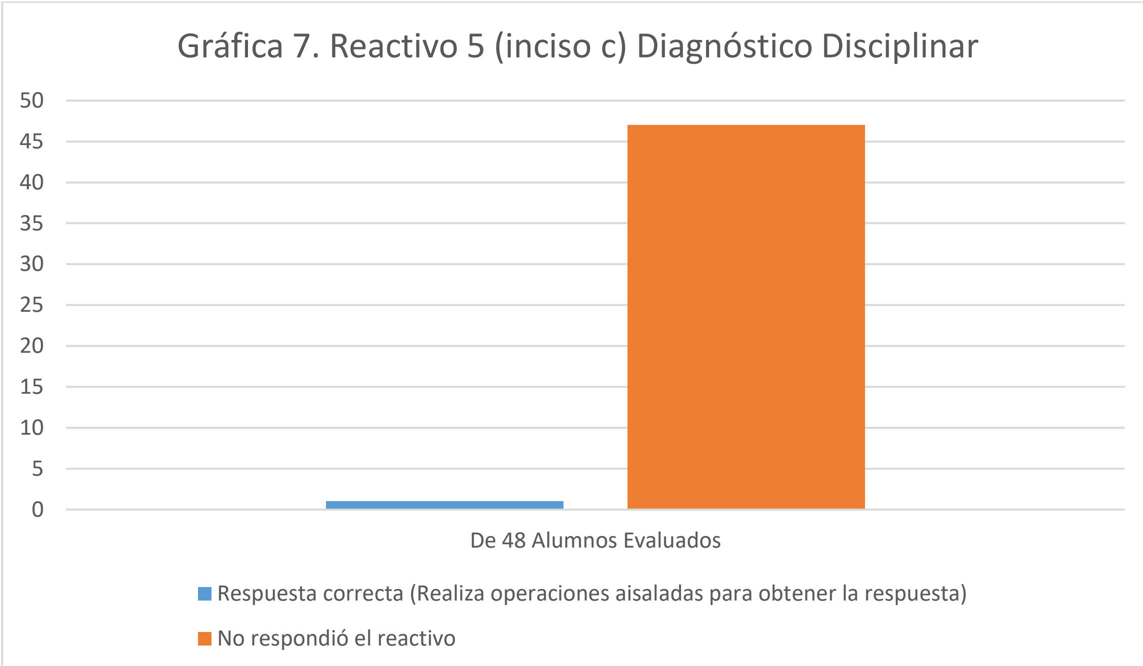
Para el inciso b) del reactivo 5, fue implementado el aprendizaje esperado "Resuelve problemas de multiplicación con fracciones y decimales, con multiplicador número natural, y de división con cociente o divisores naturales." (SEP, 2017, pág. 321) de sexto grado de educación primaria, donde al igual que en el inciso anterior, el alumno debía multiplicar una fracción por un número natural, pero, en esta ocasión el natural no es divisible entre el denominador y el resultado es un número decimal. (Véase la **Gráfica 6**).



Gráfica 6. Resultados obtenidos. Reactivo 5 (inciso b) Diagnóstico Disciplinar

De este inciso, los resultados muestran que solo 6 alumnos obtuvieron la respuesta correcta, de los cuáles 5 de ellos emplearon operaciones aisladas sin mostrar un algoritmo concreto, y en el que dividieron el natural entre el denominador de la fracción para posteriormente multiplicarlo por el numerador, a pesar de que, en este caso, era factible realizar cualquiera de estas operaciones sin importar el orden; el otro estudiante que obtuvo respuesta correcta, optó por convertir la fracción a decimal y operar de forma directa. 42 alumnos no respondieron el reactivo.

La prueba finaliza con el inciso c) del reactivo 5, donde el aprendizaje esperado “Resuelve problemas de multiplicación con fracciones y decimales y de división con decimales.” (SEP, 2017, pág. 322) corresponde al primer grado de educación secundaria, que representa a dónde se quiere llegar y será, entonces, el techo de esta investigación. El problema presentado debería ser solucionado al multiplicar la fracción por un número decimal que, no es divisible entre el denominador de la fracción. (Véase la **Gráfica 7**).



Gráfica 7. Resultados obtenidos. Reactivo 5 (inciso c) Diagnóstico Disciplinar

En los resultados se puede concluir que los alumnos no tienen este saber en su bagaje, a pesar de la secuencia y similitud de los aprendizajes antecedentes, puesto que solo 1 alumno de los 48 posibles ha conseguido responder correctamente el inciso, realizando operaciones aisladas, pero sin emplear un algoritmo concreto para la resolución del problema, muestras que el resto del grupo no respondió a la situación, por lo que se reafirma que esta es la meta a obtener, los 47 alumnos restantes, no respondieron el inciso.

El análisis de las respuestas de los alumnos permite colegir que a partir del reactivo 3, las respuestas no acertadas aumentaron y este evento se mantiene en todos los incisos en los que el tema corresponde a Multiplicación y División, donde el panorama luce complejo, por lo que se define a partir de lo anterior que, es necesario recuperar en el alumno el saber a partir del aprendizaje esperado correspondiente al quinto grado de educación primaria y lo primordial es resarcir las áreas de oportunidad que ha dejado el bajo dominio del conocimiento. Como menciona Ausubel: “El factor más importante que influye en el aprendizaje es lo que el alumno ya sabe. Averígüese esto y enséñese en consecuencia”. (Ausubel, 1995).

Es importante señalar y considerar que, aunque subjetivo, recordar que estos alumnos cursaron el quinto grado (ciclo 2020-2021) en la contingencia derivada de la pandemia provocada por el SARS-COV-2, por lo que han desarrollado estos conocimientos durante la modalidad On-Line, y que actualmente se reconoce que en México se ha dejado un rezago significativo, por lo que es una posibilidad que este saber puede considerarse dentro del rezago, pero, no es el propósito de esta indagación demostrarlo.

Se considera indispensable que el alumno obtenga un aprendizaje significativo que para Ausubel (2002) el aprendizaje significativo no es más que un equilibrio entre el saber y la estructura cognitiva del sujeto que, a partir del nuevo conocimiento, modifica o transforma dicha estructura; autores como SEP (2011) explícitamente hablan de los significados de la fracción, (que se detallarán más adelante) por lo que se relaciona y define que el aprendizaje esperado a desarrollarse está dado por el significado de operador de la fracción, además, durante el desarrollo de este apartado se habló de emplear un algoritmo concreto para multiplicar una fracción por un número natural y/o decimal, Fandiño (2005) en su obra destaca la importancia de generar un esquema comprensible para el alumno en el que aplique el significado de operador.

Dado lo anterior, queda definida la problemática del documento, pero, se ha elegido el material didáctico como un recurso de apoyo para obtener el conocimiento y se propone dejar de manifiesto los procedimientos de los alumnos a través de estos materiales, concluyendo el apartado con la pregunta de investigación, **¿cómo favorecer el aprendizaje de la fracción como operador mediante la implementación de material didáctico en un grupo de primer grado de secundaria?**

2.3 Plantea los propósitos considerados para el plan de acción.

Conseguir un hallazgo, demostrar una teoría, alcanzar una meta, todas estas no son más que la cúspide de un proceso sistemático que se ha seguido para llegar a ellas. Para este documento, resulta vital elaborar un plan de acción, en él quedará plasmada la ruta para conseguir los propósitos del mismo y, por lo tanto, lograr en el alumno el propósito general de dicho plan. En esta estructura se proponen las acciones a poner en marcha, donde siempre se busca responder a las interrogantes "qué, quién y cuándo", y a su vez, poner de manifiesto el porqué, pero, se resalta que este designio es totalmente flexible y puede ser modificado según las necesidades de la investigación.

El plan de acción del informe es una estrategia organizacional, por lo que, para definir los propósitos de este, se mantendrá como acuciante el objetivo general dictado en principios de este documento, **"Favorecer el aprendizaje de la fracción en su significado de operador a través del material didáctico en un grupo de primer grado de educación secundaria"**. Los propósitos planteados se enumeran a continuación:

1. Diagnosticar la problemática encontrada a través de la focalización de la misma y un instrumento de evaluación (elaboración propia) para definir el punto de partida de la secuencia didáctica.
2. Identificar las características de los alumnos y los insumos que interfieran en los procesos de enseñanza-aprendizaje del alumno a través de diversos test para la recolección de datos, como lo son las encuestas socioeconómicas, test de estilos de aprendizaje y test de inteligencia emocional.
3. Recabar fundamentación teórica antecedente a este documento para evidenciar qué se ha realizado en la misma unidad de análisis y asimilar el alcance de la investigación.
4. Planear una propuesta didáctica para favorecer la obtención del significado de operador de la fracción en un grupo de primer año de educación secundaria.
5. Diseñar e implementar material didáctico acorde a las necesidades del grupo, atendiendo a los estilos de aprendizaje de los jóvenes y, además, favorezca el aprendizaje del significado de operador de la fracción.

6. Reflexionar y evaluar los resultados obtenidos acorde a los procesos de enseñanza-aprendizaje del alumnado en medida del nivel de obtención del significado de operador de la fracción.
7. Analizar la pertinencia de la propuesta didáctica y el material didáctico implementado, así como realizar recomendaciones tras la ejecución.

Una vez priorizadas las actividades del plan de acción en forma de propósitos, se puede identificar un propósito general, dictado en este apartado para "**Que el alumno concrete el significado de operador de la fracción y lo exprese como una estructura formal (algoritmo) que le apoye a resolver problemas en los que se multiplique la fracción por un número natural, decimal o fraccionario mediante la implementación de material didáctico**".

2.4 Incluye la revisión teórica que argumenta el plan de acción (presupuestos psicopedagógicos, metodológicos y técnicos).

Como bien se mencionó en apartados anteriores, las fracciones al ser un contenido con alto grado de dificultad para los estudiantes, ha sido objeto de estudio en innumerables investigaciones. Bajo este escenario, en el presente apartado se hace una revisión a la literatura a fin de identificar de qué manera se ha abordado este objeto de estudio y qué hallazgos se han encontrado, de tal manera que permita favorecer los procesos de enseñanza y aprendizaje en las aulas de Educación Básica.

Butto (2013) en su investigación denominada "El aprendizaje de fracciones en educación primaria: una propuesta de enseñanza en dos ambientes" describió los problemas que tienen los alumnos con respecto al aprendizaje de las fracciones. Para ello diseñó y aplicó una secuencia didáctica para recuperar los aspectos matemáticos y cognitivos, a su vez para verificar la evolución de las nociones matemáticas. El tipo de estudio que realizó fue cualitativo ya que asume los fenómenos que suceden durante la enseñanza y aprendizaje como un conjunto de variables a reflexionar desde la visión dinámica.

Todo con el objetivo de describir las dificultades que presenta el alumno en el aprendizaje de las fracciones asociadas al modelo matemático, a partir de obtener esta información se diseñó una secuencia didáctica que incluía aspectos matemáticos y cognitivos que recuperó de la primera secuencia para aplicarla con los estudiantes y obtener los resultados deseados. Los hallazgos que obtuvo fue que los estudiantes no presentan dificultades con la idea de mitad y con la ubicación del número racional propia en la recta no numérica, sin embargo, presentaron problemas en la fracción en cantidad discreta, equivalencia de fracciones, ubicación de fracciones propias en la recta numérica.

El aprendizaje de las fracciones en la escuela.

Las fracciones representan un contenido matemático difícil de enseñar para los docentes de educación primaria y, a su vez, complicado de aprender para estudiantes de este nivel educativo, mismo que sienta las bases aritméticas de los números y sus operaciones. Si nos planteamos la pregunta ¿Qué aprendimos sobre las fracciones a lo largo de la educación básica?, seguramente vendrán a nuestra mente recuerdos no muy gratos. Pareciera que el producto final del aprendizaje de las fracciones es el dominio de los algoritmos.

En el libro para el maestro de Educación Primaria (SEP, 1992) se plantea que las fracciones son una herramienta que permite resolver diversas situaciones en el ámbito científico, técnico, artístico y en la vida cotidiana. A pesar de que las fracciones se relacionan con las situaciones descritas anteriormente, se utilizan menos en la vida cotidiana a diferencia de los números enteros como lo refieren Wilson y Dalrympe (citados por Llinares y Sánchez, 1997) “la necesidad de manejar con soltura las fracciones en la vida ordinaria se limita a las mitades, tercios, cuartos, doceavos… la resta de fracciones se presenta raramente… la división no aparece casi nunca” (p. 25). Entonces, ¿cuál es la relevancia de la enseñanza de las fracciones?

Las fracciones como objeto matemático son una herramienta aritmética que permite desarrollar el pensamiento lógico matemático de los estudiantes, dado que son un referente para la comprensión de otros contenidos (inclusive de otras disciplinas), por ejemplo, la proporcionalidad. También son el antecedente para que los estudiantes comprendan las operaciones como la multiplicación y división con números decimales.

Así mismo resultan esenciales como factores de comparación (Llinares y Sánchez, 1997), al ampliar el vocabulario de los estudiantes para realizar afirmaciones inversas de situaciones como “he tardado 3 veces más que tú en dar una vuelta a la manzana”. Por las consideraciones anteriores, la presencia de las fracciones como conocimiento matemático en la escuela primaria resulta indispensable. Además de que forman parte de los conocimientos de cultura general de cualquier individuo.

Las fracciones en los Programas de Estudios.

La enseñanza de las fracciones, en sus inicios, se centraba en el “cómo se usan” en lugar del “qué son”, por ello el papel de la investigación en educación matemática resultó ser un parteaguas para mejorar paulatinamente en los procesos de enseñanza y aprendizaje de las fracciones. Las fracciones, como parte de los contenidos matemáticos escolares, han estado presentes en los diversos Programas de Estudios de la Educación Primaria Mexicana establecidos por la Secretaría de Educación Pública (SEP). Bajo este escenario, en el presente apartado se realiza un recorrido a fin de identificar las características de cada una de las propuestas didácticas en torno a la enseñanza de las fracciones.

Programa de estudios 1960.

En el programa de estudios de 1960 se denomina a las fracciones como “quebrados”, se trataba a la fracción bajo la idea de fracturador. La interpretación de la fracción como parte-todo era la única que se abordaba. En este periodo aún no se contaban con investigaciones en educación matemática sobre los procesos de enseñanza y aprendizaje de las fracciones (Ávila y Cedillo, 2017). La enseñanza era de forma directa, se proporcionaban definiciones a los estudiantes a partir de ejemplos basados en representaciones gráficas (círculos, cuadrados y rectángulos).

Los ejercicios en la mayoría de las actividades de fracciones eran descontextualizados, y se hacía énfasis en la memorización y mecanización.

Programa de estudios 1972.

Este periodo se conoció como el de las matemáticas modernas. Además del significado de la fracción como parte todo, se incorporó a la fracción como medida, como cociente (introducida como resultado de reparto), como razón (escalas), considerados conocimientos necesarios para introducir la idea de equivalencia. El proceso de enseñanza y aprendizaje se caracterizó bajo el precepto del descubrimiento. Las lecciones presentaban en un primer momento ejemplos de resolución de ejercicios para que posteriormente los estudiantes de manera inductiva y con base en la información proporcionada realizarán el procedimiento o la definición que se interesaba subrayar.

Existió un avance en cuanto a las representaciones gráficas que se utilizaban en la enseñanza de las fracciones, dado que iban desde dibujos de objetos como frutas, collares, flores (contextos discretos) hasta el uso de figuras geométricas diversas (se amplió a rombos, cruces, pentágonos, triángulos, etc.). Un recurso que se consideró fue el uso de la recta numérica para la ubicación de números fraccionarios (Ávila y Cedillo, 2017).

El estudio de las fracciones se iniciaba en segundo grado recuperando experiencias de estudiantes con medios, cuartos, terceras partes de frutas o juguetes, incluso se logra asimilar desde las conceptualizaciones no escolares como las que Ávila (2006) describe en personas de baja y nula escolaridad, por ejemplo, cuando se habla de “medios cuartos” que se en realidad son octavos. Las situaciones de reparto en los libros de texto no contemplaban uso de representaciones gráficas (Ávila, 2019).

Programa de estudios 1993.

El constructivismo fue un parteaguas para los programas de estudios de todas las asignaturas, pues se consideraron sus principios para los procesos de enseñanza y aprendizaje. La participación de los estudiantes debía ser activa para la construcción de los conocimientos matemáticos (Ávila y Cedillo, 2017). Así mismo se implementó la resolución de problemas como dispositivo pedagógico fundamental para la enseñanza y aprendizaje de las matemáticas a través del enfoque didáctico. El estudio de las fracciones inicia en tercer grado de primaria con el medio y cuarto. Los significados de las fracciones abordados a lo largo de la educación primaria fueron: parte todo (en contextos discretos y continuos), como cociente de dos números, como razones y como operadores.

Las representaciones gráficas utilizadas seguían siendo dibujos de objetos y diversas figuras geométricas, ya no se usaba el contexto de las frutas, sino más bien de situaciones como la partición de cartulinas, repartos de pizzas, medición con listones, entre otras. Se abordan además contextos continuos (peso, longitud y volumen) y discretos como dulces o semillas (Ávila, 2019).

Las formalizaciones en los libros de texto son limitadas. Las situaciones de reparto ya incluían el uso de representaciones. El significado de razón se incluye en el quinto grado de primaria. Para este periodo ya se contaban con diversas investigaciones en educación matemática sobre los procesos de enseñanza y aprendizaje de las fracciones, lo cual permitió la generación de materiales variados para el abordaje didáctico de las fracciones, así como aportes teóricos que fomentarán la construcción del objeto de enseñanza en cuestión.

Programa de estudios 2011.

En los libros de texto gratuito se identifica el tratamiento de la fracción en sus diversas interpretaciones a lo largo de la educación primaria: parte todo, medida, razón, cociente y operador. La construcción de conocimientos sigue siendo a través de la resolución de problemas. Dentro de las representaciones gráficas utilizadas para el aprendizaje de las fracciones se encuentran las figuras geométricas de manera mínima, dibujos de objetos, fracciones como puntos en segmentos de recta y en conjuntos discretos (Cedillo, 2016). Refiriéndose a las fracciones con definiciones y procedimientos de manera general.

Cedillo (2016) señala que en cuarto año aparecen secuencias con mayor estructura y su principal objetivo es favorecer el conocimiento de fracciones, utilizando significados y representaciones, así como la recta numérica, longitudes y relación parte todo. En 5° año se ejercita el algoritmo al momento de resolver operaciones con fracciones de distinto denominador, retomando de esta manera que su aplicación solo es un repaso de los conocimientos adquiridos en los grados 3° y 4° de la educación básica.

Las actividades planteadas de fracciones no muestran un uso y aplicación en contextos que siembren la construcción del conocimiento, provocando una confusión en el estudiante respecto a las definiciones, conceptos y procedimientos, sumándole a que manejan pocas representaciones concretas de las fracciones, apoyándose en su mayoría con gráficos, dibujos de objetos, tales como; botes, juguetes y, figuras planas. Cedillo (2016) señala que el significado de la fracción como parte-todo se prioriza en el Programa de Estudios 2011 dejando a un lado las otras interpretaciones que ayudan a la comprensión de las fracciones.

Programa de estudios 2017.

En el actual plan y programa de estudios 2017, las fracciones en el nivel básico, comienzan a verse en el segundo ciclo, es decir, a partir del tercer grado de educación primaria con el significado parte todo en situaciones de medición y de reparto. Dentro de las orientaciones didácticas se plantea a los docentes que utilicen figuras en las que una fracción está sombreada, figuras con fondo blanco y figuras con subdivisiones, donde el número de subdivisiones no coincida siempre con el denominador. En cuarto grado se avanza con la idea de equivalencia de fracciones y, con la suma y resta. En quinto grado se inicia con las operaciones de multiplicación de fracciones. En sexto grado se propone que los estudiantes utilicen la recta numérica para ubicar números fraccionarios.

En el tercer ciclo (5° y 6° grados) se identifica una modificación respecto al trabajo de las fracciones. “La variación en el contexto de las relaciones de proporcionalidad, ahora de manera explícita y de manera integrada con el estudio de las fracciones y los decimales” (SEP, 2017), destacando una continuidad en el trabajo de proporcionalidad, considerando un tema importante para el uso de fracciones en los distintos contextos a los que se enfrenten los estudiantes, y a su vez puedan adaptarse de los significados de las operaciones, identificar con facilidad las situaciones y a su misma vez las complicaciones en los que son útiles.

Al revisar los aprendizajes esperados que involucran a las fracciones se visualizan sus diversos significados de manera incipiente, sin embargo, el único en el que se profundiza fuertemente en las orientaciones didácticas es parte todo. No es posible identificar la profundidad de las representaciones gráficas que se utilizan para el aprendizaje de las fracciones dado que los libros de texto no han sido publicados hasta la fecha.

Cabe mencionar que la resolución de problemas es tanto el medio como el fin en la enseñanza de las matemáticas. Un aspecto importante que influye en el fracaso del aprendizaje de la fracción es la pobreza conceptual que se lleva a cabo dentro del salón de clases. Se debe de tener en cuenta que la enseñanza de este tema abarca distintos saberes que ayudan en la construcción del conocimiento, esto ha dejado a un lado las diversas situaciones que están vinculadas con el significado de fracción, por lo tanto, tenemos situaciones que no son aprovechadas; problemas de medición, de reparto y transformación de medidas.

Un acercamiento al concepto de fracción.

Las fracciones generalmente las utilizamos en situaciones diversas, tales como la medida al solicitar un cuarto de queso, tres cuartos de kilo de jamón o medio litro de leche. En la albañilería se emplean medidas fraccionarias para calcular, por ejemplo, la medida de la superficie que cubrirán con mosaico o el costo de una obra que realizará un albañil.

En la música se emplean al componer melodías y leer partituras. En fin, el uso de las fracciones en nuestro entorno es común, sin embargo, en ocasiones no somos conscientes de ello. Bajo este escenario, resulta necesario reconocer cuál es el concepto del término fracción. Dienes, uno de los pioneros en abordar como objeto de estudio el concepto de fracción dentro de la investigación en educación matemática, respondió a esta pregunta de la siguiente manera.

> Básicamente existen dos formas de considerar una fracción. Una fracción puede ser, o bien la descripción de un estado de cosas o bien una orden, es decir, el resultado de la orden de una operación. Dos tercios pueden significar que describimos las dos terceras partes de una cosa cualquiera y con ello indicamos un estado de las cosas. Por otra parte, podemos decir tómese dos tercios de la cosa, sea cual sea ésta, y con ello indicamos una orden. La orden de tomar dos tercios nos indica la ejecución de dos operaciones sucesivas, la primera de ellas es una división y la segunda una multiplicación (Dienes, 1972, p. 8).

La respuesta proporcionada por Dienes subyace en ver a las fracciones como un lenguaje cotidiano que utilizamos normalmente al realizar diversas acciones. Sobre esta misma línea de pensamiento Freudenthal (1983) expone que: Las fracciones: Son el recurso fenomenológico del número racional -una fuente que nunca se seca-. Fracción o lo que corresponda en otras lenguas, es la palabra con la que entra el número racional, y en todas las lenguas que conozco está relacionado con ruptura, fractura. 'Número Racional' evoca asociaciones mucho menos violentas, racional está relacionado con 'razón', no en el sentido estricto de razón sino de proporción, de medida, en un contexto de aprendizaje es mucho más que fracción (p. 134). En este sentido, las fracciones para Freudenthal se conceptualizan de acuerdo a las formas en que se presentan en la diversidad de situaciones de la cotidianidad. Entonces pareciera que el término fracción guarda diversas acepciones en función del contexto en el que se utilicen.

Ahora bien, una fracción, como saber matemático escolar hace referencia a un par ordenado de números naturales escritos de la forma a/b. La condición es que el segundo número sea distinto de cero. La expresión que se utiliza mayoritariamente para representar la fracción es donde a ≠ 0, y se denomina a numerador y a denominador de una fracción.

El símbolo aparece para recordar la fracturación o separación. Etimológicamente la palabra fracción se deriva del término latín fractio, es decir, romper, dando nombre a un proceso basado en romper algo en partes, pero para Fandiño (2009) es erróneo pensar en el significado etimológico de fracción, ya que no se comprende que las partes obtenidas con la acción de romper son iguales.

Kieren (1983) señala que el manejo del proceso de enseñanza de fracciones es importante para que el estudiante pueda obtener una comprensión alta y operativa de las ideas relacionadas al concepto de fracción, de igual forma hace hincapié en que se deben planear las secuencias de enseñanza de tal manera que propicien a los estudiantes una conveniente experiencia con la mayoría de las interpretaciones, parte-todo, medida, razón, cociente y como operador, mismas que se describen más adelante.

Linares y Sánchez (2000) toman a la fracción como un mega concepto que requiere de subconstructos para su entendimiento. Estos dependen en gran medida del uso con el que se trabaje la fracción. De tal modo que se emplean en diversas tareas. Los significados que se desglosan a continuación son apoyados por las investigaciones de Kieren (1980):

- La relación parte – todo y la medida. (Representaciones en contextos continuos y discretos, Decimales, Recta numérica).
- Las fracciones como cociente. (División indicada, Como elemento de un cuerpo cociente).
- La fracción como razón. (Probabilidad, Porcentajes)
- La fracción como operador (con frecuencia usada como operador multiplicativo)

Fandiño (2009) además agrega:

- La fracción como relación (donde se hace explícita la relación entre dos magnitudes o números naturales)

- La fracción en probabilidad (donde se representa el número de casos favorables en un evento)
- La fracción en los puntajes (objeto matemático que tiene características propias pero que poco se acercan a la definición convencional)
- La fracción en función de un número racional (se tiene que ver con la operatividad en su equivalencia, en la suma de fracciones y otras tantas)
- La fracción como punto de una recta orientada (la fracción es vista como un valor más cercano a ser racional a ser fraccionario)
- La fracción como indicador de cantidad de elección (en esta se relaciona el lenguaje de cada pues indica una relación de elección)
- La fracción como porcentaje (en relación cercana con números decimales este significado trata de relacionar una cantidad con el lugar que ocupa)
- La fracción en lenguaje cotidiano (el lenguaje fraccionario se utiliza para difundir y generalizar información de manera cotidiana).
- La conceptualización de las fracciones desde la teoría de Vergnaud.
- La conceptualización de las fracciones como signo-objeto de Duval. (pp. 101- 129).

Esta diferenciación en el significado de fracción permite aludir a la complejidad del pensamiento matemático. Por ello si no se usa de manera pertinente el conocimiento surgirá confusión y la dificultad en la comprensión será palpable en el proceso de aprendizaje.

Hasta este momento se ha mencionado que dentro de los aspectos esenciales para favorecer la enseñanza y el aprendizaje de las fracciones es importante considerar los tres mecanismos constructivos (equivalencia, partición y unidades divisibles), los contextos (continuos y discretos) en las representaciones, y el carácter relativo de la fracción. Estos aspectos se deben trabajar de forma paralela a las diversas interpretaciones o significados de la fracción.

Abordar las diversas interpretaciones permite que los estudiantes cristalicen una comprensión amplia y operativa de todas las ideas relacionadas con el concepto de fracción. Estas relaciones se visualizan en el esquema de la ilustración 9, donde las flechas continuas indican las relaciones establecidas y, las flechas discontinuas las relaciones que se conjeturan.

Ilustración 9. Red semántica sobre las interpretaciones de la fracción recuperada de Linares y Sánchez (1997).

Llinares y Sánchez (1997) señalan que en la medida en que los estudiantes se hacen hábiles en dichas interpretaciones desarrollan diferentes estructuras cognitivas, es decir, "esquemas de pensamientos subyacente a las acciones necesarias para desarrollar tareas que implican la idea de número racional en cualquiera de sus interpretaciones" (p. 75). Bajo este escenario, a continuación, se describen los significados de la fracción.

Parte-todo.

La interpretación parte todo se manifiesta cuando un todo o varios (continuos o discretos) son divididos en partes y la fracción describe la relación entre las partes consideradas y el número de partes en que se ha dividido el todo (Llinares y Sánchez, 1997). Mochón (s.f.) puntualiza que al subdividir el todo, las partes resultantes deben ser equivalentes. Es aquí donde aparece la fracción como fracturador, donde un todo se subdivide. Para interpretar la fracción como parte todo es necesario:

1) Que la región o superficie sea divisible.

2) Que el todo pueda dividirse en el número de partes solicitadas.

3) Que las partes han de agotarse o cubrir el todo.

4) Que las partes sean del mismo tamaño.

5) Que, a su vez, las partes puedan dividirse como todos.

6) Que el todo se conserve.

Por ejemplo, cuando decimos que una parte es del total, queremos decir que el total se ha dividido en cuatro partes iguales y que se ha tomado una de esas partes. En un contexto continuo se representaría tal y como lo muestra la figura. Abordar la interpretación bajo un contexto continuo como el anterior, requiere que los estudiantes dispongan del conocimiento sobre la conservación del área (Dávila, 1992), pues las partes en que se divida el todo tienen que ser congruentes, pero no necesariamente deben ser de la misma forma.

Ilustración 10. Representación de un contexto continuo (elaboración propia).

Ahora bien, en un contexto discreto, si el todo está compuesto por cierto número de elementos iguales, la partición consiste en formar subconjuntos del mismo número de elementos y tomar algunos de ellos. Por ejemplo, en una caja hay 8 esferas, 2 de ellas blancas y 6 son negras. Entonces decimos que $\frac{1}{4}$ de las esferas son blancas.

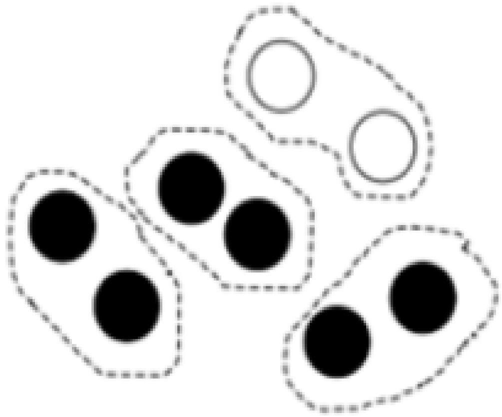


Ilustración 11. Representación de un contexto discreto (elaboración propia).

El significado de la fracción como parte-todo es el más intuitivo y más cercano a los niveles escolares en que se introduce, es decir, en el segundo ciclo de educación básica (tercer y cuarto grados de primaria). Streefland (1982, cit. Por Mochón, s/f) señala que la fracción como parte-todo era la única manera en que se introducían las fracciones, lo cual se refleja en los Programas de Estudios de 1960 y 1972.

Medida.

En este significado como medida, la fracción se sitúa como un segmento de unidad, la cual se ha fragmentado en cierto número de partes, si bien Llinares y Sánchez (1997) sugieren que una unidad de medida aprueba subdivisiones congruentes, tomando en cuenta la división de las partes del segmento, de esta manera para llegar al resultado de la medida del objeto, se pueda referir con el proceso de contar el número de partes que se han usado para medir y así llegar al resultado.

Las fracciones al ser usadas en la recta numérica ayudan al estudiante a "conceptualizar" la interpretación parte-todo en una situación e identificar contextos equivalentes que derivan de nuevas divisiones de un segmento.

Mochón (s. f.) por su parte señala que la fracción en su significado de medida resulta cuando "se tiene una cantidad medible y una unidad y se requiere determinar cuántas veces cabe una unidad en la cantidad que se va a medir” significando que la idea de medida se basa en la pregunta simple de, “¿Cuántas veces cabe algo en algo?”. Es claro que este es el tipo de comparación más sencillo de hacer entre dos cantidades, como se muestra en la figura.

Ilustración 12. Interpretación de la medida según Mochón (s.f.).

En esta situación se puede mostrar cómo se toma una unidad de referencia para medir la otra, en este caso determinar qué cantidad de veces cubre la unidad en el área que se requiere medir. Entonces el concepto de medida subyace sobre el significado de parte todo, pues la formación de subunidades requiere de su relación con la unidad.

Las fracciones en situaciones de medida son una herramienta que permiten resolver situaciones, “Los procesos de medición de longitudes, superficie, volumen, capacidad, peso o tiempo con frecuencia, dan lugar al fraccionamiento de la unidad con la que se mide, para obtener mediciones más precisas” (SEP, 1992).

Cociente.

La fracción en su significado como cociente se vincula con la operación de dividir una cantidad entre un número de partes. “Asocia la fracción $\frac{a}{b}$ la operación de dividir un número natural por otro número natural b, es decir a÷b” (Llinares y Sánchez, 1997). El esqueleto de la fracción como tal es visto como una división de números, los cuales se les da una propiedad dependiendo del contexto del problema, puede ser la división de canicas, de paletas, de carros, entre otros.

La fracción como cociente se aborda a través de las situaciones de reparto. Es importante tener claridad en la diferencia entre la fracción obtenida en un contexto de parte todo y la fracción vista como cociente. En ésta última, un todo es subdividido en partes equivalentes, el número de las cuales está determinado por la cantidad de objetos a los cuales se les va a hacer la repartición (aquí aparece la fracción como fracturador, pues el todo no se toma como la unidad). Por ejemplo, ante una situación como “si tres pizzas son repartidas entre cuatro niños, ¿qué cantidad de pizza recibe cada uno?

Ilustración 13. Representación de cociente según Linares y Sánchez (1997).

En este caso la fracción $(\frac{n}{d})$ se interpreta como un cociente partitivo $(n \div d)$, el numerador representa la cantidad a repartir y el denominador el número de partes en las cuales se va a subdividir esta cantidad. Por tanto, el valor de la fracción representa la cantidad que cada una de las partes recibe. Llinares y Sánchez (1997) señalan que existe esta dificultad en este significado de la fracción dado que los estudiantes tienen muy arraigada la interpretación parte-todo. Por ello, debe existir claridad en el significado de cociente, dado que la fracción puede ser mayor que uno, a diferencia en el significado de parte todo, dado que la fracción solo tiene sentido si es menor o igual a uno, pues imaginemos ¿Cómo representar nueve cuartos en parte todo?

Concretizando, un octavo en parte-todo significa una de ocho partes equivalentes, mientras que, en cociente, “cada uno recibió un octavo de pizza”, aquí no implica que hubiese 8 personas, podrían haber sido 24 personas y repartido 3 pizzas (Mochón, s.f.). Es importante mencionar que al abordar situaciones de reparto se propicia la puesta en juego de conocimientos como la equitatividad y la exhaustividad (SEP, 1992).

Razón.

Al analizar las interpretaciones anteriores se observa que se caracterizan por desarrollarse en contextos de comparación apoyándose de la interpretación parte-todo, esta situación dejó a un lado las veces cuando la fracción era utilizada como “índice comparativo”, ósea como una comparación de escenarios. Sí bien Llinares y Sánchez (1997), menciona que las fracciones como parte de la interpretación como razón, aparecen cuando se representan comparaciones “parte-parte”, de esta forma se procura que los escolares logren identificar la equivalencia de situaciones y la relación del número que le corresponde a cada cosa, persona u objeto.

Este aspecto de la fracción como razón ha sido un punto de similitud entre los autores, Mochón (s/f), señala que la fracción es vista como una comparación numérica entre dos conjuntos, un ejemplo de lo antes mencionado es; “cuando Juan cumplió cuatro años su hermano cumplió ocho años”, por otro lado, indica que, “La fracción como razón necesita una condición sobre la variación de las dos cantidades para hacerlas proporcionales” (Mochón, s/f).

Es evidente que ejemplifica una relación entre cantidades volubles o constantes, para que los escolares puedan identificar algunas estrategias como; la suma de cantidades, tomar el doble o la mitad, así como Mochón menciona en el siguiente ejemplo:

Personas que sirve:	6	12	3	9	8	1
Manzanas necesarias:	4	¿A?	¿B?	¿C?	¿D?	¿E?

Ilustración 14. Ejemplo de situación que enfrenta la fracción como cociente. Recuperado de Mochón (s.f.).

Supongamos que una receta de comida sugiere utilizar cuatro manzanas para hacer un pastel que sirve seis partes. Si se quiere hacer un pastel para un número diferente de personas, la pregunta que habría que responder es; ¿cuántas manzanas necesitaremos?

Sí bien para encontrar el resultado A, como doce es el doble de personas que seis, se necesitará el doble de manzanas, o sea ocho. Por otro lado, la cantidad B, como el tres es la mitad de seis, se ocupará la mitad de cuatro, o sea dos. Para la cantidad C, nueve personas son una vez y media más que seis, por lo tanto, una y media veces el cuatro nos dará seis manzanas. En el caso C, se puede identificar la respuesta calculando que nueve personas son seis más tres personas, para seis personas se necesitan cuatro manzanas y para tres personas se necesitan dos, para nueve personas se necesitaran cuatro más dos lo que es igual a seis manzanas. Y por último D, ocho es una vez y un tercio de cuatro, o sea cuatro más cuatro tercios, o cinco y un tercio. Y por último la cantidad E, representa la cantidad de manzanas que cada persona se come en su porción. Tomando la sexta parte, se tiene como respuesta cuatro sextos o dos tercios de manzanas.

Por consecuencia un problema de razón se ve en la necesidad de ocupar condiciones sobre la diversificación de dos conjuntos para que, de esta forma se hagan proporcionales. Una característica de la fracción es la utilidad que se tiene en la vida cotidiana, o de escalas lucrativas en la elaboración de planos, tales como se ilustra en la figura. El inciso de A tiene los tres cuartos de las bolas de B, o B tiene los cuatro tercios de las bolas de A. Sin embargo, esta situación provocará en el estudiante un conflicto en la identificación de la diferencia del significado de cada una de las afirmaciones que se hicieron con respecto a la interpretación gráfica.

Ilustración 15. Ejemplo de situación que enfrenta la fracción como razón. Recuperado de Mochón (s.f.).

Operador.

En la última interpretación de la fracción como operador, va encaminada al conjunto de dos operaciones, la división y enseguida la multiplicación. La fracción funge el papel de transformador multiplicativo de un conjunto hacia otro “similar”. Se puede pensar esta transformación como una amplificación o una reducción de los valores de un conjunto. Opera sobre un conjunto. (Mochón, s. f.)

La fracción como operador puede manejarse en las situaciones problemáticas como en un contexto continúo y discreto. Por ejemplo, en el contexto continúo Llinares y Sánchez (1997) mencionan que actúa la fracción dos tercios considerada como operador sobre un fragmento de longitud dada, se obtiene otro segmento de longitud dos tercios del original, cabe destacar que el uso de la división y la multiplicación dentro del operador puede variar su aplicación dependiendo de la situación del problema, actuando primero la división y después la multiplicación, teniendo como vínculo la interpretación parte-todo, o puede quedar de otra forma la aplicación de las operaciones, primero la multiplicación y después la división.

Por lo tanto, el uso de las fracciones bajo esta interpretación Llinares Ciscar (1997) destaca que las fracciones se utilizan en un doble aspecto:

A) Describiendo una orden, una acción a realizar (operador)

B) Describiendo un estado de cosas, es decir, describiendo una situación.

Por ejemplo, en el caso del contexto discreto se toma como una situación de partida (unidad), el conjunto formado por 36 niños de una clase, el efecto de la aplicación del operador 2/3, dos tercios, se puede ilustrar como se presenta en la tabla.

ESTADO-UNIDAD (SITUACIÓN)	OPERADOR	ESTADO FINAL
36 niños	(Dividir por 3, multiplicar por 2)	24 niños

Ilustración 16. Ejemplo de la interpretación como operador en un contexto discreto. (Llinares y Sánchez, 1997).

En el apartado de “estado final”, 24 niños reciben el nombre de “estado”, dos tercios, como en la descripción de un estado de cosas. Si bien la fracción como operador, demanda tres momentos para la resolución de problemas, primero contextualizar al estudiante en la situación problemática y el número de sujetos participativos, enseguida identificar la forma de aplicar las operaciones, en este caso primero la división por tres y después la multiplicación por dos, y por último en el apartado de estado final, usualmente conocido como resultado, de las operaciones aplicadas.

Llinares y Sánchez (1997) refieren que este significado confirma que las fracciones tiene una mayor participación general y amplia de su manejo y conocimiento aplicándolo en situaciones problemáticas, si bien esto se verá confirmado cuando se visualice el estudio de la geometría, ya que dentro de esta se llevan a cabo las transformaciones de operadores y las diversas posiciones de las figuras.

Problemáticas en la enseñanza de fracciones.

Una vez clarificado el concepto de fracción y delimitado el significado de estudio es necesario hablar de las dificultades esperadas a lo largo de esta intervención. Estos fallos contemplados son las acciones o limitaciones que el alumnado presenta con regularidad y es posible que el grupo aquí descrito no sea el primero ni el último en presentar diversas barreras.

Freudenthal mencionó: Cuando llega el turno de las fracciones, se supone que los alumnos están lo suficientemente avanzados como para quedarse satisfechos con un único enfoque desde la realidad […] este supuesto es erróneo es la razón […] por lo que mucha gente nunca aprende las fracciones (1983, pp. 2-3). El suponer que el alumnado posee el conocimiento necesario para trabajar con fracciones es algo aceptable.

Sin embargo, suponer que trabajar las fracciones en uno solo de sus significados cubre las necesidades del aprendizaje de los alumnos es un pensamiento equivocado. Por este motivo que el primer trabajo con fracciones debe limitarse a los significados más sencillos para después articular los conocimientos e ir en aumento con la dificultad. Se trata de trabajar de manera progresiva. Por otro lado, Lamon (2001, pág. 149) expone cuatro realidades que considera como problemas dentro del proceso de enseñanza de las fracciones. Estas responden al porqué de las dificultades que se presentan al momento de investigar sobre este tema:

- Los maestros no están preparados para el trabajo con diversos subconstructos.
- El trabajo con números racionales debe ser constante y duradero. Pues este conocimiento se adquiere en un periodo largo.
- El desarrollo no lineal de contenidos no relaciona las necesidades de los alumnos con la secuenciación de los supuestos en los planes de estudio.
- La investigación de los números racionales supone una dificultad.

Estas realidades permiten observar que la dificultad en el trabajo con fracciones persiste a lo largo de los años. Es pertinente aclarar que el trabajo de los docentes no es cuestionado. Solo se resalta la importancia del trabajo en esta investigación y la necesidad que tuve de aprender a enseñar fracciones.

En otro pensamiento Gallardo, González y Quispe (2008) propusieron que la comprensión e interpretación del tema de fracciones debe involucrar la diversidad en la propuesta de situaciones. De tal modo que se genere en los alumnos una necesidad por el trabajo con fracciones. Además de la aplicación de fracciones que permitan su observación y manipulación para el entendimiento del concepto.

Del mismo modo Fandiño (2009, p. 149) mencionó la dificultad dentro del concepto. La igualdad puede ser relativa en ciertas situaciones. Por ejemplo, al solicitar tres cuartos de doce personas el sujeto puede preguntarse si debe tomar en cuenta características físicas o la cantidad de personas. En todo caso debería ser un grupo de personas idénticas para aplicar las partes iguales que solicita el concepto de fracción. Tales argumentos se tomaron en cuenta para guiar las intervenciones y acciones.

De los números racionales a la fracción.

Las fracciones tienen un origen como lo tiene todo el conocimiento humano. Su concepto está ligado con el de los números naturales. En este tenor Fandiño (2009) los define como un conjunto nombrado N que tiene por límite inferior al cero y números infinitos por límite superior. Refiere a que si se hace la adición más uno (+1) se encontrará el consecutivo del anterior sin poder encontrar un final. En relación con esta idea la autora menciona que dentro de la suma y la multiplicación los números naturales responden a los planteamientos. Pero si se considera a la resta o a la división, los resultados pueden o no estar dentro del conjunto N. Por ejemplo, en la sustracción diez menos cuatro el resultado es un número natural seis. En la división diez entre cinco el resultado es el número natural dos.

Pero al cambiar de lugar el sustraendo y el dividendo las respuestas no son números naturales. Esta característica resalta en el segundo ejemplo, es un caso en el que Fandiño ubica la división entre números naturales que transitan a números racionales. De los cuales existe un número infinito de parejas que tienen una equivalencia entre ellas. Por ejemplo (1; 2), (2; 4), (4; 8) … donde expresa por una coma la división efectuada por un par de números naturales: 0,5 o en su forma fraccionaria $\frac{1}{2}$. Lamon (2001) señala que los números racionales y los números fraccionarios no son sinónimos. Pero que los segundos son un subconjunto no negativo de los primeros. De este modo se señalan las siguientes afirmaciones:

- Todos los números racionales pueden ser escritos en forma de fracción ($\frac{2}{5}$ y $\frac{2\sqrt{3}}{5}$)
- No todos los números escritos en forma de fracción son racionales ($\frac{\mu}{5}$ y $\frac{\pi}{12}$)
- Un solo número racional inspira a todas las formas equivalentes de una fracción ($\frac{2}{5}$, $\frac{4}{10}$ y $\frac{6}{15}$).

Se toma en cuenta lo anterior para diferenciar los números racionales de las fracciones. Pues si bien los primeros son precursores de las fracciones (Block,

2007) (Block, 2007)en la actualidad existe una fuerte confusión sobre su uso y función. De ahí la importancia de reconocer a las fracciones como un número racional positivo y sus limitaciones en las matemáticas.

Aproximaciones teóricas para la enseñanza de las fracciones.

Freudenthal (1983) introduce dos grandes formas en las que puede aparecer la fracción. Por un lado, como fracturador, dado que se asocia con dividir un entero en partes iguales. Por otro lado, la fracción aparece como comparador, al darle un sentido diferente en situaciones como "esta hoja es la mitad de otra". Estas ideas resultaron amplias, pero permitieron establecer una línea base en la investigación sobre la enseñanza de las fracciones.

Dentro de las investigaciones que han abordado los diversos aspectos de la fracción como objeto de estudio se encuentran autores como Kieren (1983), Mochón (s. f.), Llinares y Sánchez (1997) quienes se inspiraron en las ideas de Freudenthal. En este sentido a continuación se presentan los aportes teóricos que permiten dar sustento al presente trabajo investigativo.

Mecanismos constructivos de la fracción.

Mochón (s. f.) señala que para que los estudiantes comprendan el concepto de fracción deben tener, de entrada, bien cimentados los conocimientos sobre los números enteros y sus operaciones. Kieren (1983) argumenta que además es necesario desarrollar tres mecanismos fundamentales para la construcción de la fracción aunados a sus diferentes interpretaciones.

El primer mecanismo se denomina equivalencia, consiste en comprender los distintos criterios que implica una "igualdad" entre fracciones. Se requiere para comprender, por ejemplo, que "dos octavos" equivalen a "un cuarto" o que "tres cuartos equivalen a "un medio y un cuarto", es decir, no se refiere a la equivalencia clásica entre fracciones, si no a relacionar las partes que provienen de particiones distintas. La equivalencia está presente en diferentes formas en cada una de las interpretaciones de la fracción (parte-todo, medida, operador, razón, cociente).

El segundo mecanismo es la partición, es decir, la equi división de una cantidad continua o discreta en un número dado de partes. Un claro ejemplo de este mecanismo, es cuando se solicita al estudiante que divida una figura geométrica en partes iguales. El proceso más común para realizarlo es ir dividiendo en mitades, luego las mitades en mitades y así sucesivamente. Sin embargo, cuando los estudiantes se enfrentan con particiones que no son múltiplos de dos resultan complicadas.

Kieren (1983) señala que una etapa importante de la partición consiste en que los estudiantes reconozcan particiones inmersas (como la de 3 en la de 6) y poder generar particiones múltiples (como la de 6 a partir de la de 3). El último mecanismo es el de unidades divisibles, va más allá de la formación de unidades compuestas (requerido en la multiplicación) ya que implica aceptar a la unidad como divisible y ver a las partes obtenidas como nuevas unidades. Por ejemplo, “cinco octavos se conciben, primero dividiendo una unidad en ocho partes iguales y luego tomando una de estas partes, llamada un octavo, como nueva unidad para agrupar cinco de ellas” (Mochón, s/f).

Una situación de mayor complejidad es cuando se pide calcular “la mitad de tres cuartos de kilo”, aquí los tres cuartos de kilo tienen que pensarse como una nueva unidad. Este mecanismo exige que la unidad deba de ser fraccionada, su dificultad se debe a la identificación de una unidad y su proceso de división.

Como bien se mencionó en apartados anteriores, la mayoría de las actividades incorporadas en los libros de texto desde la reforma de 1960 recurren a modelos gráficos (figuras geométricas y dibujos de objetos), lo que permite en los estudiantes mayor entendimiento de las propiedades de las fracciones, siempre y cuando, dichos modelos sean una fiel representación de lo que la fracción significa y donde los tres mecanismos constructivos cobran relevancia para la formación del concepto de fracción.

Material didáctico para la enseñanza.

La manipulación está presente a lo largo de todo el desarrollo del niño, fruto de las numerosas experiencias que obtiene de la interacción con el medio en el cual se desenvuelve. Durante toda la etapa de la educación infantil se implementan numerosas aplicaciones metodológicas donde los materiales toman un papel relevante en el aprendizaje de los niños.

Los materiales a nivel manipulativo ejercen una importante influencia en el proceso de enseñanza-aprendizaje por la cantidad de procesos cognitivos que estimulan. El trabajo con material manipulable debe ser una parte importante para la enseñanza de ciertos contenidos, ya que de esta manera muchos alumnos aprenden de estilo kinestésico y visual lo cual fortalece su forma de aprendizaje. Moreno (2004) se refiere a los materiales educativos como todos aquellos instrumentos que servirán al docente para la construcción del conocimiento y están diseñados para ayudar en los procesos de aprendizaje. Los materiales didácticos o educativos son todos aquellos apoyos que ayudan al docente a que sus alumnos alcancen el aprendizaje, deben ser útiles y funcionales. En concreto se puede clasificar, lo que nos menciona González (2010).

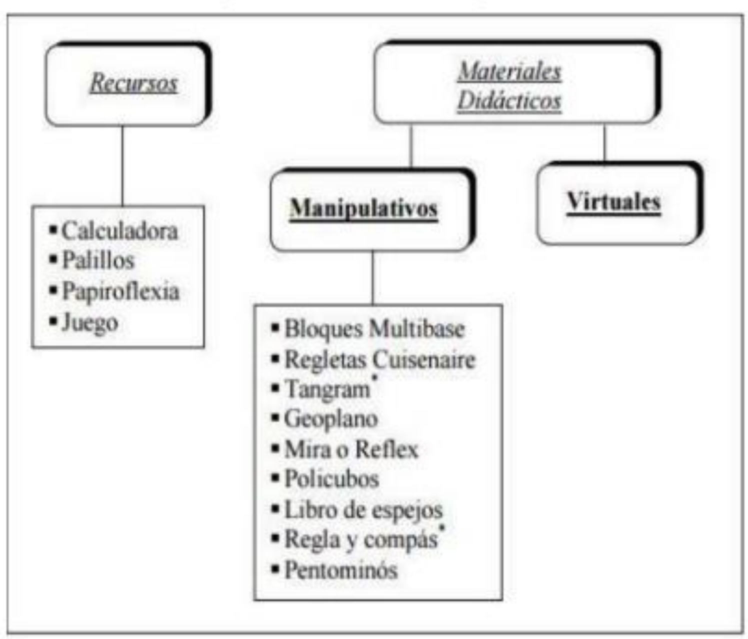


Ilustración 17. Tipos de material didáctico.

La utilización de una variada selección de materiales manipulativos ejercerá una gran influencia en la manera de aprender del alumno, tal y como apunta (Campos, 2011) “el tacto es otro medio perceptivo capaz de entregar conocimiento al niño y se aconseja que aprenda” (p.1) La utilización de material didáctico desarrolla en el niño el interés por conocer En el área de matemáticas es más factible el uso de este material ya que beneficia su aprendizaje y fortalece sus habilidades de manipulación y visualizan los objetos o recursos de tal manera que lo pueda relacionar con su vida cotidiana. Como nos menciona Montesori (citada en Alsina y Planas, 2008) “el niño tiene la inteligencia en la mano “(pág. 50) dándonos a entender que los niños aprenden nociones por medio de la manipulación y experimentación.

El niño al momento de introducirse a un contenido y hacer uso del material realiza doble aprendizaje ya que primero aprende a ver cómo se usa y cómo es que se relaciona con el tema. De esta manera el conocimiento es más grande y profundo y se va dando cuenta que existe una relación entre los dos, tanto en su conocimiento como en el material didáctico y así formar un aprendizaje significativo.

Clasificación del material didáctico.

Para entender mejor la clasificación Lima (2011) menciona “el material didáctico se clasifica en material impreso, material concreto, material permanente de trabajo, material audiovisual y material experimental”. (pág. 6-7)

- Material impreso: tenemos los libros, cuadernos, fichas de trabajo, revistas, folletos, etc.
- Material concreto: matemática manipulable con el cual el estudiante puede moldear, construir, agrupar, etc. Como la madera, la arcilla, el plástico, entre otros.
- Material permanente de trabajo: son las que el docente utiliza todos los días por ejemplo el pizarrón, cuadernos, juego geométrico, entre otros.

- Material audiovisual: aquel que está relacionado con las TIC (Tecnologías de información y comunicación) videos, proyectores, blogs, webquest, internet, etc.
- Material experimental: aparatos y materiales variados para la realización de experimentos en general.

Estrategias de Enseñanza.

El uso de estrategias en la educación debe ser primordial para la enseñanza y el aprendizaje de los estudiantes. Por ello, es importante que los docentes comprendan las estrategias para alcanzar las expectativas de aprendizaje y jueguen un papel facilitador en el proceso y aplicación de las actividades. En las estrategias de enseñanza, un docente es alguien que facilita el aprendizaje de los alumnos de forma incentivada y guiada. Acosta & Andrade (2014) señalan que las estrategias de enseñanza son todo medio que ofrece el docente para facilitar el procesamiento de la información, es decir, los procedimientos o recursos utilizados por el docente para asegurar un aprendizaje significativo. Las estrategias de enseñanza se enfocan en el contexto y las necesidades de los alumnos para motivarlos y hacerlos significativos para emprender actividades. Se tienen en cuenta los contenidos de aprendizaje previos para desarrollar nuevos conocimientos.

Estrategias de Aprendizaje.

Las estrategias de aprendizaje son importantes para permitir que los estudiantes desarrollen contenido que es fundamental para el desarrollo de problemas de descubrimiento. (Monereo, 2000) define una estrategia de aprendizaje como “un conjunto de acciones realizadas para alcanzar los objetivos de aprendizaje”. Corresponden a un proceso cognitivo en el que, según los autores, se identifican habilidades y destrezas cognitivas y se exploran técnicas y métodos. Como tal, es muy dependiente del entorno en el que se realizan, el contenido elegido permite un aprendizaje profundo al trabajar con el contenido que se está reforzando.

2.5 Plantea el plan de acción donde se describen el conjunto de acciones y estrategias que se definieron como alternativas de solución (Intención, planificación, acción, observación, evaluación y reflexión).

Tras la delimitación de los propósitos del plan de acción, se han de especificar las temporalidades y las acciones a seguir para realizar en tiempo y forma la implementación de cada uno de estos, por lo tanto, se creó un cronograma que especifique la duración de las acciones y cada fase del plan de acción, mismo que arrope la estructura organizacional y evidencie el cumplimiento o la postergación de las actividades dictaminadas para conseguir el objetivo general.

La primera fase marcada dentro del cronograma era la de diagnosticar la problemática detectada tras las observaciones realizadas por el docente en formación, en las que se pudo apreciar una de las barreras que han demandado el bajo aprovechamiento del alumno y que a su vez, se sustenta con los resultados de las diversas pruebas diagnósticas elaboradas en la educación básica y media superior, por lo que se optó por elaborar un diagnóstico disciplinar que justifique la elección del tema central, basado en los aprendizajes esperados de SEP (2017), para tener la base de arranque y apuntalar la meta de logro.

Para las acciones a seguir en el segundo propósito planteado, se marcó como fundamental, conocer las características específicas del grupo en aquellos aspectos que intervienen o tienen una importancia significativa en los procesos de enseñanza-aprendizaje de cada alumno y que, a su vez, tener un pleno conocimiento de estos permitiría objetivar las siguientes acciones a realizar como el diseño de la secuencia y el material didáctico.

Por lo anterior, fue indispensable buscar instrumentos para recolectar los datos necesarios, como lo son los test de estilos de aprendizaje y el test de inteligencia emocional, que ya han sido validados por sus autores y recomendados por incluso la misma escuela donde se abordó la indagación; asimismo, se realizó una encuesta socioeconómica de elaboración propia que fue previamente revisada por las autoridades competentes dentro de la institución de procedencia del investigador y la Escuela Secundaria Graciano Sánchez Romo. Todo lo anterior además funcionó para contextualizar a la inmediación y los apartados subyacentes del mismo.

Sobre la fundamentación teórica, para el tercer propósito, se dispuso de bibliografía antecedente al presente documento, para tener un panorama real y conocer los alcances y logros obtenidos por los autores en este referenciados, dado que como se menciona en apartados anteriores, en ocasiones pareciese que la literatura existente fuese ajena al docente y por lo tanto, no dispone de ella ni logra poner en práctica las recomendaciones que las experiencias generadas por medio de la investigación han dejado. También se tuvo acceso a bibliografía ya publicada en el Repositorio de la Benemérita y Centenaria Escuela Normal del Estado de San Luis Potosí, con los trabajos de titulación elaborados por egresados de la misma, aunque es importante mencionar que, si bien estos documentos tienen relación con los significados de la fracción, no se aborda en estos aquel que se pretende obtener en tras la ejecución del plan y, además, son en su mayoría abordados en educación primaria.

Tras la revisión bibliográfica, el cuarto propósito requiere estructura la planificación de una secuencia didáctica que abone a la obtención del propósito general y que demanda ser el rubro de mayor impacto, puesto que un buen plan acompañado de la correcta ejecución y con todas las acciones anteriores realizadas, determinará el rumbo de la investigación y que por ende resulte en metas logradas.

Se reitera que se considera como base el conocimiento del alumno, lo que ya conoce y a donde se pretende llegar, por ello el interés por diagnosticar la problemática detectada, de la misma manera, la necesidad de considerar las investigaciones previas y de referencia significativa para este documento y, por último, tomar a consideración todas la características del grupo, así como el menester detallado de cada alumno y prever aquellas inferencias o incidentes que tengan impacto directo en el proceso de enseñanza-aprendizaje.

A continuación, se presenta la tabla en la que se presenta el plan de acción para el logro del cuarto propósito, que corresponde al eje de Número, Álgebra y Variación, del tema de Multiplicación y División, con aprendizaje esperado “Resuelve problemas de multiplicación con fracciones y decimales y de división con decimales.” (SEP, 2017, pág. 178). La mencionada secuencia de consignas situada principalmente en el Enfoque Pedagógico de las Matemáticas en Educación Básica es la resolución de problemas como medio y meta de aprendizaje (SEP, 2017, p. 163).

Plan de Acción para el aprendizaje esperado “Resuelve problemas de multiplicación con fracciones y decimales y de división con decimales.” (SEP, 2017, pág. 178).					
Fecha	Plan de Clase	Contenido	Intención Didáctica	Aprendizaje Esperado	Estrategia Didáctica
13/02/23	1/3	Valor Posicional.	Que el alumno conozca y use las propiedades del sistema de numeración decimal para producir, leer, escribir, interpretar o comunicar números de hasta cuatro cifras después del punto	Lee, escribe y ordena números naturales hasta de cualquier cantidad de cifras, fracciones y números decimales.	Caja Registradora

			decimal (valor posicional).		
14/02/23	2/3	Multiplicación de un número natural por un decimal.	Que el alumno resuelva problemas que impliquen multiplicación de números naturales por números decimales usando el algoritmo convencional de la multiplicación para encontrar su producto.	Resuelve problemas de multiplicación con fracciones y decimales, con multiplicador natural y de división con cociente o divisor naturales.	El Súper

15/02/23	3/3	División de un número natural por un decimal.	Que el alumno resuelva problemas que impliquen la división de números decimales y naturales donde en ocasiones el decimal sea el divisor, el dividendo o el cociente, usando el algoritmo convencional de la división para hallar el cociente.		El Súper 2
16/02/23	1/5	Concepto del Entero.	Que el alumno construya el concepto de entero como un todo a partir de la relación parte-todo.	Usa fracciones con denominador hasta 12 para expresar relaciones parte-todo, medidas y resultados de repartos.	¿Cuántas partes me conforman?

17/02/23	2/5	Multiplicación de un número natural por una fracción.	Que el alumno se planteé una relación de proporcionalidad, con multiplicadores variables y donde la constante de proporcionalidad es un número natural.	Resuelve problemas de multiplicación con fracciones y decimales, con multiplicador en número natural.	La Vuelta del Tren
20/02/23	3/5	Multiplicación de un número fraccionario por una fracción.	Que el alumno compruebe y demuestre que n veces m, siempre se puede expresar como n x m, independientemente de si n y m son números naturales o fraccionarios.	Resuelve problemas de multiplicación con fracciones y decimales y de división con decimales.	La Vuelta del Tren 2
21/02/23	4/5	Fracción como constante de proporcionalidad.	Que el alumno encuentre la constante de proporcionalidad como una fracción en un		El Rompecabezas

			contexto de escala.		
23/02/23	5/5	Multiplicación de un número decimal por una fracción.	Que el alumno empleé el significado de fracción como operador para resolver problemas en el que el multiplicador sea un decimal.		El Súper 3

Tabla 3. Plan de acción. Fracción como operador.

Para el quinto propósito, sobre diseñar el material didáctico, se han considerado los estilos de aprendizaje de los alumnos, sobre todo los predominantes para generalizar las herramientas, y se propone emplear por lo menos una de los materiales por clase, siendo este el recurso con el que se busca que el alumno desarrolle su conocimiento y adquiera el nuevo, además, se pretende tener diversidad en estos y por lo tanto, se use material impreso, tecnológico, concreto, manipulable, literario, permanente, etcétera, en pro de optimizar su valor y tenga entonces un mayor significado dentro del aula para los estudiantes.

Posterior a la aplicación de la secuencia didáctica, se llevará a cabo una etapa de reflexión y análisis de resultados en el que se valorará el nivel de logro obtenido por parte de los alumnos y se tomarán las decisiones necesarias para considerar un replanteamiento de la propuesta o bien concluir el informe con lo obtenido hasta ese momento, sin embargo, debe considerarse que se debe realizar una confrontación de los hechos que arroje esta valoración, puesto que el ciclo reflexivo realizar demandará una reestructuración y la indagación sería subjetiva si se indica que tras el primer ciclo de aplicación de estrategias el alumno ha desarrollado el aprendizaje o bien que los resultados son en un 100% positivos. El docente que se inicia en el ejercicio profesional pedagógico se ve abocado a deconstruir su práctica inicial, en busca de un saber hacer más acorde con la realidad de las escuelas y colegios, y con las expectativas y problemáticas que los estudiantes experimentan. (Restrepo, 2004).

Para finalizar, el séptimo propósito exige que el autor objetivamente indique cuál es la pertinencia de su propuesta y en qué medida recomienda se ejecute la misma en futuras intervenciones y que por lo tanto demuestra la mejora de la práctica docente, o bien que limitaciones a encontrado y que puedan considerarse para un próximo replanteamiento y puesta en marcha, por lo que deberá realizar sus recomendaciones tanto para la secuencia como para el material empleado y como entonces lograr "**que el alumno concrete el significado de operador de la fracción y lo exprese como una estructura formal (algoritmo) que le apoye a resolver problemas en los que se multiplique la fracción por un número natural, decimal o fraccionario mediante la implementación de material didáctico".**

2.6 Describe las prácticas de interacción en el aula (acciones, estrategias e instrumentos).

Con base en el anterior apartado, en este, se describe lo que se espera realizar en cada una de las sesiones, asimismo describir el material que se implementará, definir la metodología de trabajo y con ello, se brinda una amplitud de la planeación didáctica (**Anexo**) realizada para el plan de acción que incluye las actividades y el plan de evaluación para comprobar el aprendizaje del alumnado.

La intervención docente fue basada en la metodología de la Teoría de las Situaciones Didácticas (Brousseau, 1986), del enfoque constructivista en los cuales se favorece la construcción del conocimiento del alumno desde su autonomía, en donde se destacan cuatro momentos de la clase que deben suceder durante la sesión, los cuales son:

a. La verbalización, donde el alumno tiene el primer acercamiento con la actividad, dando lectura a esta y se verbalizan las indicaciones que se explicitan en la consigna, así como aclarar las inquietudes del alumno, especificar los tiempos de trabajo y la modalidad, es decir, trabajo individual o colaborativo.

b. La socialización, o bien, resolución del problema, momento en el que el alumno busca resolver con sus métodos propios la situación planteada en la consigna, además, discute y transforma su lenguaje a uno matemático en el que expresa sus procedimientos.
c. La puesta en común, donde el estudiante expone sus resultados e intenta convencer de la veracidad de los mismos por medio de argumentos que demuestren las respuestas, además, el grupo valida la propuesta, corrigen lo presentado o lo realizado por los escuchas.
d. La institucionalización, momento cúspide de la clase, donde el docente concreta el conocimiento del alumno, considerando las participaciones de los jóvenes durante la puesta en común o lo que se logró percatarse durante la resolución, por lo que se formaliza lo que el alumno ha elaborado.

A continuación, se hace una descripción detallada de lo esperado durante la aplicación de los planes de clases que el docente en formación diseñó con la finalidad de atender la problemática mencionada con anterioridad, asimismo se precian los materiales diseñados para cada sesión o bien se describe como se pretende sea el uso adecuado del mismo.

El plan de acción fue dividido en dos acciones, la primera se conforma de 3 secuencias y la segunda compuesta por 5 sesiones. La primera acción se planeó con el propósito de recuperar los conocimientos previos de los alumnos sobre los números decimales y su valor posicional, así como realizar multiplicación y división en las que intervienen los decimales, con el fin de prever dificultades que enfrentarán los alumnos al operar una fracción por un número natural no divisible (exacto) entre el denominador o al operar una fracción por un decimal. Mientras que la segunda acción, tiene la finalidad de propiciar en el alumno la obtención del significado de la fracción como operador, con planes de clase en los que se involucra este saber dentro de un contexto de proporcionalidad y, uno más en una situación real, de mercadeo.

De la primera acción, el plan 1 de 3, lleva por nombre “Caja Registradora”, se ha elegido este porque el material diseñado para esta sesión es precisamente una caja registradora de cartón, además, la consigna sugiere el empleo de esta en un contexto real, donde se registran los números en el tablero de numeración. Para esta clase, se le presentará al grupo los criterios de evaluación, así como los acuerdos de convivencia, y a su vez, se les informará como se conformarán los equipos con los que se trabajará en la jornada de práctica, por lo que para todo lo anterior se dispone del inicio de la sesión con un tiempo estimado de 10 minutos.

La importancia de que el alumno conozca la reglas y/o acuerdos para la sana convivencia recae en la propuesta del Enfoque Ecológico del Desarrollo Humano, tal como el psicólogo Urie Bronfenbrenner (1987) sugiere que el aula es el microsistema, a bien llamado entorno inmediato de los alumnos, donde se concreta un espacio para crear escenas físicas, emocionales y de interrelaciones que se dan entre los actores del espacio, profesores y alumnos, y las normas explícitas e implícitas y donde se establecen los patrones y roles de dichos actores. Sobre la metodología de trabajo se informará a los alumnos que las actividades se resuelven en equipos de 4 o binas. Vygotsky (1978, p.86) definió la Zona de Desarrollo Próximo como “la distancia entre el nivel de desarrollo real (determinado por la resolución independiente de problemas) y potencial (determinado por la resolución de problemas bajo la guía de un adulto o en colaboración con compañeros más expertos)”.

La intención didáctica de la clase es que el alumno conozca y use las propiedades del sistema de numeración decimal para producir, leer, escribir, interpretar o comunicar números de hasta cuatro cifras después del punto decimal (valor posicional), mientras que la actividad estará compuesta por un problema y tres incisos en los que en a) y b) el alumno deberá escribir números decimales tanto en su numeración como en su escritura en letra, y en el inciso c) el alumno debe indicar el valor posicional de un número en un cifra dada, para lo anterior el estudiante dispondrá de 20 minutos, posterior a este tiempo se tendrá entre 10 y 15 minutos para realizar la puesta en común y finalizar con la institucionalización donde se concretará que el valor posicional es el valor que toma un dígito de acuerdo a la posición que ocupa dentro del número, por lo que el dígito 5 en: 05, 50 y 0.5, tiene valores distintos.

La caja registradora será elaborada con cartón, en cajas de zapatos en las que se realizarán algunos cortes para dar la forma adecuada y simular la herramienta, esta contará con un cajón en el que se distribuirán tarjetillas que contienen números y además números escritos en letra. También se cuenta con un espacio en el que el alumno puede colocar la cantidad con número y otro en el que escribirá el número en letra, esto con el fin de facilitar la interacción con el material. Además, se hará uso de un cuento matemático sobre el valor del cero que deja una reflexión sobre la importancia de cada número y como se puede trasladar a la vida cotidiana de los alumnos.

En el plan 2 de 3, perteneciente a la primera acción, la intención didáctica es que el alumno resuelva problemas que impliquen multiplicación de números naturales por números decimales usando el algoritmo convencional de la multiplicación para encontrar su producto. La consigna consta de cuatro problemas en los que se operan números naturales por decimales de hasta cuatro cifras después del punto.

Durante el inicio se formarán los equipos, en binas, para realizar el trabajo de clase, y les proporcionaré el material diseñado para la actividad, que consta de un papel cascarón cuadriculado en el que se ha preestablecido la estructura del algoritmo convencional de la multiplicación y ha sido forrado con papel Contac para ser reutilizable y en él, el alumno puede escribir con plumón para pizarra blanca y pueda así, realizar los procedimientos necesarios para completar la actividad, además, la intención de que el recurso sea cuadriculado es porque con ello se facilitará al alumno colocar correctamente las cantidades según su posición.

Para la resolución el alumno dispondrá de un máximo de 15-20 minutos, puesto que el tiempo estimado para la solución de cada problema va de los 3 a los 5 minutos, además se espera que el estudiante sea cauteloso al operar decimales pues el comportamiento del punto decimal será factor para expresar correctamente el producto de la multiplicación. Posteriormente, en la puesta en común se elegirán a 3 o 4 equipos para participar y exponer sus resultados, mientras los demás apuntan o corrigen lo suyo y a sus propios compañeros, durante cada participación se cuestionará a los jóvenes sobre qué sucede con el punto decimal y se concretará que cuando se multiplican decimales, la operación se realiza como si no hubiera punto, después se cuenta el número de dígitos a la derecha del punto decimal en cada factor y por último, el punto se coloca el número total de dígitos a la derecha del producto.

El plan 3 de 3, correspondiente a la primera acción, buscaba que el alumno resuelva problemas que impliquen la división de números decimales y naturales donde en ocasiones el decimal sea el divisor, el dividendo o el cociente, usando el algoritmo convencional de la división para hallar el cociente, mientras que la actividad se compone por tres problemas en los que se implica lo que se menciona en la intención didáctica, el decimal se encuentra en el divisor, el dividendo o es el cociente.

El material diseñado para esta clase es un “pizarrón mágico” que a grandes rasgos solo se trata de un papel cascarón forrado por papel Contac en el que el alumno utiliza un plumón de pizarra blanca, y en el cual puede realizar las anotaciones necesarias, así como realizar la división o divisiones que se requieren para resolver el problema planteado. Se propuso que, en este material, al igual que en el anterior se incluyera el algoritmo convencional de la división, es decir, seccionar la tabla de tal forma que se incluyan espacios que correspondan a las partes de esta operación (divisor, dividendo, cociente y galera), pero se descartó puesto que en el pilotaje de esta propuesta se pudo observar que los procedimientos que seguían los individuos tenían notables diferencias.

El proceso de clase sigue la misma metodología, para el inicio se conformarán las binas y se verbalizará la consigna, realizando algunas preguntas sobre lo que menciona la misma para comprobar el entendimiento de esta. Para la resolución, el tiempo es de 15 minutos (3 a 5 minutos por problema), en los que el alumno deberá poner especial atención a la manipulación del punto decimal, según este se ubique en el divisor o dividendo, e incluso ser precavido al colocarlo en el cociente, siendo que estas características se discutirán durante la puesta en común, aquellos alumnos participantes, demostrarán estos casos. Es así como se llegará a la institucionalización que formalizará el proceso que se debe llevar a cabo para dar solución a divisiones donde el dividendo es un número decimal y el segundo caso, donde el divisor es decimal, quedando de la siguiente forma:

1. Dividendo como número decimal.

- Cuando se tiene un decimal entre un entero se resuelve como si ambas cantidades fueran enteras y se sube el punto decimal del dividendo en la misma posición en la que está.
- Cuando en una división se tiene residuo y se quiere encontrar una respuesta con mayor precisión se agrega un cero al residuo.

2. Divisor como número decimal.

- Para realizar la división se debe cuidar que el divisor sea un número entero. Por lo que se multiplica el dividendo y el divisor por 10, 100, 1000, etcétera. Lo que dependerá de los decimales con los que cuenta el divisor.

Con esta sesión se finaliza la primera acción que, aunque en apariencia es aislada del problema central del documento, como se especificó anteriormente, su propósito es prever aquellas falencias que pudieran incurrir en el desarrollo de las siguientes actividades incluidas en el plan de acción, que un momento dado, el alumno afrontará para resolver multiplicación de fracciones por número naturales (no divisibles exactos entre el denominador) o decimales.

Sobre la segunda acción, donde se comenzará a abordar el contenido de fracción como operador y a donde se destinaron cinco planes de clase en los que el alumno desarrollará el significado de operador, creando un concepto propio, por ello se diseñó el plan 1 de 5, qué pretendía que el alumno construya el concepto de entero como un todo a partir de la relación parte-todo, que prioriza ver el todo como un conjunto de uno o más componentes.

En la actividad llamada ¿cuántas partes me conforman?, se darán indicaciones para formar conjuntos (todo) y posteriormente realizar reparticiones (parte), por lo que el material empleado, serán frijoles con los que se realizarán estas acciones, llegando al último apartado donde se pide al alumno, formar un grupo y repartirlo en una sola parte, donde se espera que el alumno se conflictué y no darle el sentido adecuado a esa indicación, puesto que podría no expresar una respuesta concreta para representar la fracción, es decir, $\frac{7}{7}$ e indicar una respuesta erróneo como $\frac{7}{1}$, que no refleja lo que se solicitará al alumno.

Llegado el momento de la institucionalización, y tras recuperar las conclusiones de los alumnos brindadas durante la puesta en común, se concretará que la fracción es un número que expresa una cantidad determinada de porciones que se toman de un todo (entero) dividido en partes iguales, por ello, el entero es el elemento de las fracciones que representa lo que está completo y que no le falta ninguna de sus partes.

En el plan 2 de 5, que tiene como intención didáctica, que el alumno se planteé una relación de proporcionalidad directa, con multiplicadores variables y donde la constante de proporcionalidad es un número natural, por lo que la actividad pensada para esta sesión fue una en la que el problema se relacionará específicamente con la proporcionalidad directa que Block (2022) afirma "…, la noción de multiplicación por fracciones y decimales subyace a varias nociones importantes, relacionadas con la proporcionalidad, que se estudian en la primaria y sobre todo en la secundaria" (pág. 126). Por ello la actividad seleccionada para la sesión propuesta por el autor y trata ude n problema en el que se analiza la distancia que recorre un tren por cada vuelta a un circuito.

La consigna se divide en dos apartados, el primero considera el llenado de una tabla donde se opera quien en este caso es la constante de proporcionalidad es un número natural por las variables que son naturales y fraccionarios, incluso fracciones mixtas, pero se comienza a cimentar la idea de que cuando la fracción representa una única parte, es decir numerador uno y denominador cualquiera, entonces se cuestiona si la cantidad a operar solo se divide.

Mientras que en la segunda parte el estudiante debe, sin hacer cálculos escritos, realizar operaciones y verificar en cuáles casos el resultado será menor que el entero, en cuál el resultado es mayor que el entero pero menor que dos, y en cuál el resultado es mayor a dos enteros. En este apartado se ofrece una serie de multiplicaciones por números naturales, donde las fracciones son menores al entero y mixtas, además, se incluyen algunos decimales.

En esta actividad no se espera que el alumno empleé el algoritmo para multiplicar fracciones, por lo que se parte de la idea de que no lo conoce o domina aún por lo que se conflictúa operando una medida por un multiplicador fraccionario. Al concluir la sesión y después de analizar los argumentos de los alumnos durante la puesta en común, se institucionalizará que la constante de proporcionalidad es un número, siempre el mismo, tanto en relaciones de proporcionalidad directa como en relaciones de proporcionalidad inversa; en el primer caso es un cociente entre las variables y en el segundo caso un producto.

El material propuesto para llevar a cabo la actividad no será revelado sino hasta el final puesto que será de producción propia del alumno, ya que al finalizar la sesión también se generalizará un esquema que le permita al alumno comenzar a crear un algoritmo para operar las fracciones por un número natural y será de la forma $\frac{a}{b} \times c$, donde se obtiene que $\frac{a \times c}{b} = \frac{ac}{b}$ y defina así uno de los procedimientos a seguir en el factor multiplicativo de la fracción.

Se continua la secuencia con el plan 3 de 5, en el que pretende que el alumno compruebe y demuestre que n veces m, siempre se puede expresar como n × m, independientemente de si “n” y “m” son números naturales o fraccionarios. En esta sesión, también se plantea un problema de proporcionalidad que de la misma forma que el plan anterior, se divide en dos partes, en la primera, los alumnos analizarán una situación en la que también se revisa una relación entre la distancia que recorre un tren por cada vuelta que este da, donde el recorrido es dado por una fracción (constante de proporcionalidad).

En la consigna se propone un par de esquemas para que el alumno comprenda el proceso que sigue el operar una fracción por un número sea natural o fraccionario, en el entendimiento que el procedimiento dicta que este número se divide entre el denominador y el cociente se multiplica por el numerador, donde quizá el mayor problema que enfrenta el alumno es que la variable a multiplicar es una fracción, por lo que tendrá que poner en práctica otros saberes, sea equivalencia de fracciones o bien aplicar el significado de cociente de la fracción.

La segunda parte le demanda al alumno operar una fracción por otra fracción, después de analizar que esa era la idea principal de la resolución de la primera parte, por lo que se espera que el estudiante encuentre esta “técnica” y la relación entre n veces m podrá usar el algoritmo para multiplicar fracciones, siendo así que se llegue a institucionalizar que la fracción de una fracción se obtiene de multiplicar numeradores como los denominadores entre sí.

El plan 4 de 5, sugiere una actividad en la que el halle la constante de proporcionalidad como una fracción en un contexto de escala, en el cual tendrán que resolver la actividad “El Rompecabezas”, qué en equipos de 4 solucionarán la consigna en la cual se propone el rompecabezas de Guy Brousseau que forma parte de una secuencia de situaciones didácticas desarrolladas por él, que presentó para el estudio de la multiplicación por decimales, pero que en esta ocasión no se pretende estudiar la complejidad y distante propuesta del su estudio, aunque el interés de la misma no le prive para ser incluida en esta planeación. Cada alumno dispondrá del rompecabezas a escala real en lo que supone un reto de inicio y debe formar el rompecabezas y hallar la forma de este.

Para la resolución, el alumno deberá plantearse una problemática en la que se brindan las medidas de un cuadrado y una de ellas crecerá proporcionalmente en lo que sugiere realizar una operación (multiplicación) en este caso implícita y que podría poner en discusión al alumnado puesto que ellos podrían pensar en realizar la suma para encontrar las medidas restantes y por ende, logren armar el rompecabezas a escala; cada equipo deberá entregar su pieza final para su evaluación, brindando al docente en formación las medidas exactas resultado de sus procedimientos. Se espera que el alumno halle la constante de proporcionalidad siendo una fracción. Así se concluye la clase y se concreta que la medida original es el todo y la parte que se aumenta a esta es una fracción de la medida original.

Esta acción finaliza con el plan 5 de 5, con la consigna "El Súper 3", que lleva por intención didáctica que el alumno empleé el significado de fracción como operador para resolver problemas en el que el multiplicador sea un decimal. Al igual que en los anteriores planes, se proponen 3 problemas que el estudiante debe solucionar usando su nuevo conocimiento, además para este punto el alumno debió desarrollar un proceso, en el cuál puede operar dividiendo entre el divisor y el cociente se multiplica por el numerador o sigue la acción a la inversa, es decir, multiplicar primero por el numerador y el producto se divide entre el denominador.

En esta sesión no se empleará material didáctico puesto que aquí debe ser retirado para comprobar el nivel de logro del alumno. La institucionalización estará dada por la ejemplificación de los procedimientos antes mencionados y, además, agregar que en una multiplicación $n \times m$, donde n es fraccionario, entonces m es un número natural, decimal o fraccionario, concluyendo así la segunda acción y entonces se comprueba si el alumno ha adquirido el significado de operador de la fracción.

Técnicas de recolección de datos.

Para demostrar y corroborar que lo establecido en este informe, se requiere de datos que validen toda la información dando certeza de los hechos descritos en el siguiente capítulo sobre cada uno de los planteamientos propuestos en el plan de acción y mantengan la veracidad de los mismos, por ello posterior a analizar la clasificación de las técnicas de recolección de datos se han elegido las siguientes, que cumplen con los requerimientos de la investigación, sin restar importancia a las otras técnicas.

Observación Participante

Como mencionan Colás y Buendía (1998, p. 269), la observación participante parte de la idea de que la convivencia del investigador con los sujetos de investigación da acceso a la conducta de todo el grupo. Por lo tanto, ayuda a comprender el comportamiento de los sujetos, sus experiencias y procesos. Esta observación permite obtener datos directamente del contexto y situación objeto de estudio. Goetz & LeCompte (1988) apoyan esta idea diciendo que permite recoger definiciones de la realidad.

De esta manera, podemos asegurar que la observación participante sea un método interactivo de recopilación de datos. Esto requiere que el investigador-observador partícipe del proceso con su sujeto, permitiéndole experimentar de primera mano la realidad de la investigación en curso. Esta realidad no puede explorarse si el investigador no está involucrado emocionalmente (Rodríguez, Gil, & García, 1995).

Diario de Campo

A lo largo del período de intervención de aprendizaje, se deben describir los principales eventos de aprendizaje, los momentos importantes y las precauciones. Esta entrada se hizo en un diario de campo. Latorre (2005) la describió como una técnica con carácter narrativo que capta los sentimientos y creencias que surgen en una situación particular. Dicho relato permite apreciar el estado de ánimo del autor en ese momento y facilita la reflexión.

Fotografías y/o videograbaciones.

Latorre (2005) menciona que la fotografía puede ser vista como un examen del comportamiento humano, utilizado para captar, examinar y evaluar acciones. Además, se pueden comparar y observar los cambios que ocurren entre un período y otro, o se puede mostrar la participación de las personas en los hechos, así como el contexto en el que se desarrolla la acción. La fotografía comenzó a cambiar la forma en que se capturaban los momentos.

Además, las videograbaciones han llegado como parte de la nueva normalidad a la que estos alumnos se han enfrentado derivado de la pandemia provocada por el COVID-19, por lo que no será ajeno al ambiente del aula para los estudiantes, asimismo se procurará salvaguardar las identidades de los alumnos por lo que sólo se grabará los momentos de sus resoluciones durante la situación de formulación en las sesiones.

2.7 Utiliza referentes teóricos y metodológicos para explicar situaciones relacionadas con el aprendizaje.

La educación es la transmisión de conocimientos, en donde cada individuo busca u obtiene desarrollar dichos conocimientos y habilidades, además, se hace de una formación en donde las capacidades que ahora posee una persona, las convierte en sus ideales y procura preservarlos. Por su parte, la pedagogía son aquellas técnicas que se encargan de conducir la educación y se refiere en mayor grado a los niños, siendo un concepto más amplio que dice no solo se encarga de conducir, sino que también regula y estudia los procesos de educación, y su significado dependerá siempre de como sea entendido el concepto de Educación.

La investigación sobre el aprendizaje humano continúa creciendo y expandiéndose. Cuando los investigadores de diferentes tradiciones teóricas prueban sus ideas e hipótesis en entornos fundamentales y aplicados, sus hallazgos mejoran la enseñanza y el aprendizaje de estudiantes de todas las edades. De particular interés es el creciente esfuerzo de los investigadores y profesionales para explorar temas que antes no se consideraban estrechamente relacionados con el aprendizaje, como la motivación, la técnica y la autorregulación. Schunk (2012) afirma que:

> “Aprender implica construir y modificar nuestro conocimiento, así como nuestras habilidades, estrategias, creencias, actitudes y conductas. Las personas aprenden habilidades cognoscitivas, lingüísticas, motoras y sociales, las cuales pueden adoptar muchas formas. A un nivel sencillo, los

niños aprenden a resolver 2 + 2 = ?, a reconocer la letra p en la palabra papá, a amarrarse las agujetas y a jugar con otros niños. A un nivel más complejo, los estudiantes aprenden a resolver problemas con divisiones largas, a redactar trabajos escolares, a andar en bicicleta y a trabajar en cooperación para un proyecto de grupo." (pág. 2).

Shuell (1986) menciona que las personas en general, creen fehacientemente en la importancia del aprendizaje, pero, ante los teóricos, investigadores y los profesionales, este no puede ser definido o englobado en un concepto simple, puesto que la percepción de este no es igual para quien le define sea por qué lo causa, sus procesos o hasta las consecuencias que genera.

Por su parte, Schunk (2012) coincide con lo anterior, puesto que él indica que, aunque la gente no concilia un acuerdo sobre la naturaleza del aprendizaje, se pueden reunir criterios coincidentes que permitan brindar una definición propia del aprendizaje como él lo define: "El aprendizaje es un cambio perdurable en la conducta o en la capacidad de comportarse de cierta manera, el cual es resultado de la práctica o de otras formas de experiencia." (pág. 3), por lo que sus criterios sobre el aprendizaje refieren que el aprendizaje implica cambio, es permanente y ocurre desde las experiencias.

Temas fundamentales en el estudio del aprendizaje.

Para Schunk (2012), la definición de aprendizaje no es fácilmente aceptada, puesto que en tanto se profundiza en ella, se vuelve en menor apariencia coincidente según la teoría desde la que se aborda y por lo tanto debe responder a temas y fuentes de controversia entre las perspectivas teóricas, los cuáles expone como las siguientes interrogantes:

- ¿Cómo ocurre el aprendizaje?
- ¿Qué papel desempeña la memoria?
- ¿Cuál es el papel de la motivación?
- ¿Cómo ocurre la transferencia?
- ¿Qué procesos participan en la autorregulación?

- ¿Cuáles son las implicaciones para la instrucción?

Para poder responder a los cuestionamientos establecidos, Schunk propone hacerlo desde diferentes perspectivas teóricas, pero, es propio definir antes la teorías conductuales y cognoscitivas. Las teorías del comportamiento establecen que el aprendizaje es un cambio en el ritmo, la frecuencia o el patrón de comportamiento o respuesta que ocurre principalmente como una función de los factores ambientales. Estas teorías afirman que el aprendizaje consiste en la formación de asociaciones entre estímulos y respuestas. Según la perspectiva de Skinner (1953), una respuesta a un estímulo tiene más probabilidades de repetirse en el futuro en función de las consecuencias de las respuestas previas: el reforzamiento aumenta la probabilidad de que se repita la respuesta, mientras que el castigo reduce esa probabilidad.

En contraste, las teorías cognoscitivas destacan la adquisición del conocimiento y las habilidades, la formación de estructuras mentales y el procesamiento de la información y las creencias. Desde la perspectiva cognoscitiva, el aprendizaje es un fenómeno mental interno que se infiere a partir de lo que la gente dice y hace.

> Otra característica distintiva de la teoría cognoscitiva social es el papel central que asigna a las funciones de autorregulación. Las personas no actúan sólo para ajustarse a las preferencias de los demás; gran parte de su conducta es motivada y regulada por estándares internos y respuestas de autoevaluación de sus propias acciones. Una vez que se adoptan estándares personales, las discrepancias que existen entre una acción y los estándares con que se mide activan reacciones de autoevaluación que influyen en el comportamiento subsecuente. Por lo tanto, entre las cuestiones que determinan una acción se encuentran las influencias autoproducidas (Bandura, 1986, p. 20).

Estos dos conceptos de aprendizaje tienen implicaciones significativas para la práctica educativa. La teoría del comportamiento implica que los profesores deben organizar el entorno para que los estudiantes puedan responder adecuadamente a los estímulos. La teoría cognitiva se centra en hacer que el aprendizaje sea significativo y tiene en cuenta las percepciones que los estudiantes tienen de sí mismos y del entorno de aprendizaje. Los maestros deben considerar cómo la enseñanza afecta el pensamiento de los estudiantes durante el proceso de aprendizaje.

Temas fundamentales para el aprendizaje desde diferentes perspectivas teóricas.

Para analizar o profundizar que es el aprendizaje y conseguir generar un concepto, siguen uno único, por lo menos generalizable, por lo que entonces es un requisito abordar diversas teorías del aprendizaje, respondiendo a las interrogantes que Schunk (2012) formuló como requerimiento indispensable para definir el aprendizaje desde cada una de los enfoques, por ello, a continuación, se da contestación a las preguntas para las teorías: Neurociencia del aprendizaje, Conductismo, Teoría cognoscitiva social, y Constructivismo.

Neurociencia del Aprendizaje.

Desde la perspectiva de la neurociencia cognitiva, el aprendizaje implica la formación y el fortalecimiento de conexiones neuronales (sinapsis), lo que se denomina consolidación. Las experiencias repetidas ayudan a fortalecer las conexiones y permiten que los nervios se disparen más rápido y transmitan información. Otros factores que promueven la consolidación incluyen: organización, revisión, exhibición y participación emocional en el aprendizaje.

La memoria desempeña un papel en el que no es un fenómeno separado, ya que diferentes áreas del cerebro están involucradas en la memoria a corto (MCP) y largo plazo (MLP). La memoria consiste en información que debe crearse para que se formen conexiones neuronales y la transmisión neuronal se vuelva automática. Mientras que el papel de la motivación dicta que el cerebro está naturalmente predispuesto a resultados placenteros y produce opiáceos para lograrlos de forma natural. Esta tendencia también parece estar activada por la esperanza de recibir una recompensa. Los estados motivacionales son conexiones neuronales complejas que involucran emoción, cognición y comportamiento. También es posible que la actividad emocional en el cerebro sea diferente para emociones primarias y para emociones con bases culturales (Byrnes, 2001).

Conductismo.

Para esta corriente los factores que influyen en el desarrollo del aprendizaje son el reforzamiento y el estado de desarrollo. Su modelo básico se expresa mediante tres términos: el estímulo discriminativo (antecedente), las respuestas (conducta) y el estímulo de reforzamiento (consecuencia). Mientras que sus teóricos señalan, respecto al papel de la memoria, que no consideran relevantes los procesos internos. Es reforzamiento continuo lo que determina la respuesta ante el estímulo. El aprendizaje es “la reclasificación de las respuestas en una situación compleja”; condicionamiento se refiere “al fortalecimiento de la conducta que resulta del reforzamiento” (Skinner, 1953, pág. 65).

La motivación es un incremento en la cantidad o frecuencia de la conducta. No se utilizan procesos internos para explicar la motivación. El incremento en la cantidad o la frecuencia se puede explicar en términos del historial de reforzamientos. Ciertos programas de reforzamiento producen mayores tasas de respuesta que otros. La transferencia o generalización ocurre cuando el individuo responde de forma idéntica o similar a estímulos diferentes a los que se utilizaron en el condicionamiento. Para que ocurra la transferencia al menos algunos de los elementos en el entorno de transferencia deben ser similares a los del entorno del condicionamiento.

Teoría cognoscitiva social.

La teoría cognitiva social ofrece una visión liberal del comportamiento humano porque las personas pueden aprender a establecer objetivos y autorregular sus cogniciones, emociones, comportamiento y entorno para ayudar a alcanzar esos objetivos. Algunos procesos clave de autorregulación son el autocontrol, la autoevaluación y la respuesta personal. Estos procesos ocurren antes, durante y después de la participación en la tarea.

El aprendizaje se realiza por acción (participación activa) o vicario (ver, leer y escuchar). Gran parte del aprendizaje de la escuela requiere una combinación de experiencia laboral y alternativa. El aprendizaje por observación amplía enormemente el potencial de aprendizaje. El aprendizaje por observación implica cuatro procesos: atención, retención, generación y motivación. Una contribución importante de la teoría cognitiva social es su énfasis en el aprendizaje del entorno social. La autoeficacia es importante tanto para los profesores como para los alumnos (Pajares, 1996). Enseñanza de la autoeficacia se refiere a la creencia de una persona en su capacidad para ayudar a los estudiantes a aprender. La autoeficacia docente debe incidir en la actividad, el esfuerzo y la persistencia de los docentes hacia los alumnos.

Los investigadores cognoscitivos sociales no han estudiado a fondo el papel que desempeña la memoria humana. La teoría cognoscitiva social pronostica que la memoria incluye información almacenada en forma e imágenes o símbolos. Los procesos más importantes que afectan la motivación son las metas, los valores y las expectativas. Las personas establecen objetivos de aprendizaje y miden su progreso con respecto a esos objetivos.

Los valores reflejan lo que es satisfactorio e importante para las personas. Hay dos tipos de expectativas. Las expectativas de resultados se refieren a las consecuencias de las acciones. Las expectativas de eficacia o autoeficacia se refieren a la percepción de la propia capacidad para aprender o realizar una tarea en un determinado nivel. La creencia de un individuo de que está en camino de lograr sus objetivos aumenta su autoeficacia y lo motiva a continuar aprendiendo.

Constructivismo.

El constructivismo es la visión psicológica y filosófica de que las personas crean o construyen mucho de lo que aprenden y entienden (Bruning, Schraw, Norby y Ronning., 2004). La teoría y la investigación del desarrollo humano, especialmente las ideas de Piaget y Vygotsky, tuvieron una influencia significativa en el surgimiento del constructivismo. El constructivismo no propone que existan principios del aprendizaje que se deban descubrir y poner a prueba, sino que las personas crean su propio aprendizaje.

Los teóricos constructivistas rechazan la idea de que la verdad científica existe y espera ser descubierta y verificada; argumentan que ninguna de las afirmaciones puede tomarse como verdadera, pero debe verse con una duda razonable. El mundo se puede construir en la mente de muchas maneras, por lo que ninguna teoría es correcta. Esto es cierto incluso para el constructivismo: hay muchas variantes, y ninguna versión debe considerarse más correcta que otra (Simpson, 2002).

El constructivismo afirma que los estudiantes crean o construyen su propia comprensión del conocimiento y las habilidades. Los puntos de vista constructivistas difieren en la medida en que los factores sociales y ambientales influyen en la construcción de los estudiantes. La teoría de Piaget enfatiza el equilibrio, el proceso de lograr congruencia entre la estructura cognitiva interna y la realidad externa. La teoría de Vygotsky pone gran énfasis en el papel de los factores sociales en el aprendizaje.

El constructivismo no se refiere de manera explícita a la memoria. Sus principios básicos sugieren que los aprendices son más capaces de recordar información si las construcciones contienen un significado personal para ellos. El constructivismo se centra más en el aprendizaje que en la motivación, aunque algunos educadores han escrito sobre este tema. Los constructivistas creen que los estudiantes forman creencias motivacionales de la misma manera que forman creencias de aprendizaje. Los estudiantes también desarrollan teorías implícitas sobre sus fortalezas y debilidades, lo que deben aprender y lo que otros (como sus padres y maestros) piensan de sus habilidades.

Teoría sociocultural de Vygotsky y sus implicaciones para la enseñanza en la Zona de Desarrollo Próximo.

Una de sus principales contribuciones a la psicología fue su énfasis en la actividad socialmente significativa como una influencia importante en la conciencia humana. Vygotsky (1978) destacó la interacción social como fundamental para el desarrollo, pues la interacción del niño en discusiones promueve su estructura mental con base a su conocimiento y la experiencia. La autorregulación se desarrolla mediante una representación interna de las acciones y de las operaciones mentales que ocurren en las interacciones sociales. El desarrollo humano ocurre a través de la transmisión cultural de herramientas (lenguaje y símbolos). El lenguaje es la herramienta más importante; su desarrollo va desde el discurso social y el discurso privado, hasta el discurso cubierto (internos).

La zona de desarrollo próximo (ZDP) es la diferencia entre lo que los niños pueden hacer por sí mismos y lo que pueden hacer con ayuda de otros. Las interacciones con los adultos y los pares en la ZDP fomentan el desarrollo cognoscitivo. Una aplicación común implica el concepto de andamiaje instruccional, que se refiere al proceso de control de los elementos de las tareas que rebasan las capacidades de los estudiantes con el fin de que se concentren y dominen los aspectos de la tarea que pueden captar con rapidez. La enseñanza recíproca implica un diálogo interactivo entre un profesor y un pequeño grupo de estudiantes. La enseñanza recíproca comprende la interacción social y el andamiaje cuando los estudiantes desarrollan habilidades de manera gradual.

Los modelos del aprendizaje de conceptos (adquisición, enseñanza y procesos motivacionales).

Según Gagné (1985) la adquisición se obtiene por una secuencia de etapas, la primera el estudiante usa su habilidad para discriminar (qué características le pertenecen al ejemplo), la segunda etapa es la generalización, identifica ejemplos y no ejemplos, la tercera la característica se convierte en el concepto. Klausmeier (1992), por su parte, desarrolló y probó un modelo de adquisición de conceptos, el cual plantea una secuencia de cuatro etapas: concreta, de identidad, de clasificación y formal.

- Nivel concreto: el aprendiz puede reconocer que un objeto es el mismo que observó antes cuando el contexto o la orientación espacial en la que este se presentó originalmente sigue siendo el mismo.

- Nivel de identidad: el estudiante reconoce que un objeto es el mismo que observó antes cuando lo observa desde una perspectiva diferente o en una modalidad distinta.
- Nivel de clasificación: requiere que el aprendiz reconozca que al menos dos objetos son equivalentes. Aquí participa una generalización adicional.
- Nivel formal: requiere que el aprendiz identifique ejemplos y no ejemplos del concepto, que nombre el concepto y sus atributos definitorios, que proporcione una definición del concepto y que especifique los atributos que lo distinguen de otros que están estrechamente relacionados con él, es decir, tiene tres lados iguales y ángulos iguales.

Gagné (1985) define que el aprendizaje de conceptos implica una secuencia por etapas. En la primera etapa se le presenta al aprendiz la característica del estímulo como un ejemplo del concepto junto con un no ejemplo. El alumno entonces confirma la habilidad para discriminar. En la siguiente etapa, la de generalización, identifica ejemplos y no ejemplos. En la tercera etapa la característica del estímulo (que se convertirá en el concepto) se modifica y se presenta junto con no ejemplos. El aprendizaje de conceptos por enseñanza, en el que Tennyson y Park (1980) elaboraron un modelo que incluye los siguientes pasos:

- Determinar la estructura del concepto para incluir conceptos superiores, coordinados y subordinados, e identificar los atributos críticos y variables; por ejemplo, las características que pueden cambiar sin alterar el concepto.
- Definir el concepto en términos de sus atributos críticos y preparar varios ejemplos que tengan los atributos críticos y variables.
- Ordenar los ejemplos en conjuntos con base en los atributos y asegurarse de que los ejemplos cuenten con atributos variables similares en cada conjunto que contenga ejemplos de cada concepto coordinado.
- Ordenar y presentar los conjuntos en términos de divergencia y dificultad de los ejemplos, y ordenar los ejemplos de cada conjunto de acuerdo con los conocimientos actuales del aprendiz.

Mientras que los procesos motivacionales no son más que las metas, expectativas y necesidades. Esto influye en el modelo porque los autores demuestran que las metas establecidas por los estudiantes generan esfuerzo y atención positiva para lograr su meta (motivación) y ellos comienzan a crear estrategias para adquirir habilidades. La motivación sin duda influye en el aprendizaje de los estudiantes.

Teoría de las Situaciones Didácticas

La metodología de enseñanza situacional, desarrollada por Guy Brosseau, se centra en "presentar una situación de aprendizaje a los estudiantes, haciéndoles generar su propio conocimiento como respuestas individuales a preguntas y pidiéndoles que actúen o las revisen según lo requiera el entorno (pregunta situacional) en lugar de los deseos del maestro" (Chamorro, 2005) protagonizada por los siguientes actores:

- El alumno, que debe aprender aquello que previamente ha sido establecido socialmente, según su edad, nivel y tipo de estudios.
- El saber, en este caso las matemáticas, que deben ser transmitidas como patrimonio a las nuevas generaciones, el objeto de aprendizaje.
- El profesor, encargado por la sociedad y la institución de llevar a cabo el proyecto de enseñanza, de hacer funcionar todo el sistema. (Chamorro, 2005).

Esta teoría estudia y modela los fenómenos pedagógicos que ocurren cuando un docente pretende enseñar un concepto, frase o proceso a sus alumnos. En este experimento, las palabras "enseñar", "aprender", "pensar", "comprender", "saber" y "saber" tienen diferentes significados. Actualmente, el docente es visto como un profesional reflexivo que identifica, desarrolla, implementa y ensaya estrategias de acción para lograr el aprendizaje de los estudiantes.

El análisis de la situación de aprendizaje se logra comparándola con otras situaciones de aprendizaje y traduciendo la primera situación de aprendizaje. La forma en que el sistema educativo organiza la enseñanza de las materias incluidas en el currículo escolar muestra una cierta idea sobre el proceso de adquisición de conocimientos. Por esto se plantean cuatro acciones de la situación didáctica:

1. Las situaciones de acción, en las que se genera una interacción entre los alumnos y el medio físico. Los alumnos deben tomar las decisiones que hagan falta para organizar su actividad de resolución del problema planteado.
2. Las situaciones de formulación, cuyo objetivo es la comunicación en informaciones entre alumnos. Para eso deben modificar el lenguaje que utilizan habitualmente, precisándolo y adecuándolo a las informaciones que deben comunicar.
3. Las situaciones de validación, en las que se trata de convencer a uno o varios interlocutores de la validez de las afirmaciones que se hacen. En este caso los alumnos deben elaborar pruebas para demostrar sus afirmaciones. No basta con la comprobación empírica de que lo que dicen es cierto; hay que explicar que necesariamente debe ser así.
4. Las situaciones de institucionalización, destinadas a establecer convenciones sociales. En estas situaciones se intenta que el conjunto de alumnos de una clase asuma la significación socialmente establecida de un saber que ha sido elaborado por ellos en situaciones de acción, formulación y validación.

El alumno que necesita aprender debe construir su propio conocimiento a través de un proceso adaptativo similar al del producto de conocimiento original que se enseña. Es el problema de crear un origen artificial de conocimiento que el aprendiz aprende haciendo, o más bien conocimiento que emerge. Para el estudiante como un medio para seleccionar, predecir, ejecutar y controlar las estrategias que utiliza para resolver problemas. Problemas causados por la situación de aprendizaje.

Además, es importante resaltar la importancia de la situación de institucionalización, pues el trabajo de informar a los alumnos, es decir, una etapa de identificar y definir ciertos conocimientos, pues en este proceso el profesor ayuda y da soporte a las nociones del discente, nombra y vincula todo lo que es implícito par él y también las vincula con nuevas percepciones, Brousseau opina al respecto que:

> Escoger ciertas preguntas entre las que ya se saben resolver, ubicarlas en el corazón de una problemática que confiere a las respuestas un estatuto de saber más o menos importante, vincularlas a otras preguntas, a otros saberes, constituye a final de cuentas lo esencial de la actividad científica. Este trabajo cultural e histórico difiere totalmente del que podría dejarse a cargo del alumno, le corresponde al maestro; no es el resultado de una adaptación del alumno (Brousseau, 1986, p. 77).

Por ello se hace hincapié en la importancia de que este proceso se realice y se incorpore en la sesión una vez que el estudiante ha resuelto ciertas asignaciones y tareas, pero nunca antes, como en quizá una metodología tradicional, donde durante el inicio se le brinda un concepto o definición al alumnos, seguido de la resolución de un ejemplo por parte del docente y al final se le proponen ejercicios, que debe resolver derivado de la mecanización, pues entonces, realizar la institucionalización, elimina completamente la posibilidad de que los discentes creen e identifiquen la necesidad de desarrollar el conocimiento en turno, por lo tanto, no podrán acercarse a este.

Resolución de problemas de Pólya.

George Pólya es considerado uno de los matemáticos de resolución de problemas más influyentes hasta la fecha. Tal como lo expresa Alfaro (2006), Pólya argumenta que resolver un mismo problema requiere una perspectiva global, no solo una perspectiva matemática. Las principales ideas iniciales que llevaron a este enfoque provinieron directamente del propio Pólya, con preguntas clave como ¿de dónde procedían? ¿Cómo debo organizar mis pensamientos? ¿Por qué debo resolver el problema de esta manera? ¿Hay alguna diferencia si ordeno diferente? Estas preguntas clave brindan orientación para explorar y cuestionar la existencia de varias estrategias de resolución de problemas conocidas en matemáticas. (Alfaro, 2006).

De manera similar, Pólya (1971) desarrolló una teoría en su investigación que se consideró cautelosa y continua, y quienes necesitaban este método utilizaron inicialmente su razonamiento para encontrar posibles soluciones. A continuación, se enumeran las cuatro fases indispensables para poder solucionar un problema con el método de Pólya:

1. Comprensión del problema: En esta fase inicial, el alumno debe plantearse preguntas como ¿Qué debo hacer? ¿Cuál sería el primer paso?, ¿Lo que se me proporciona será suficiente para poder resolverlo?, ¿Anteriormente se me habían dado problemas similares? Entre otros cuestionamientos que logren familiarizar el problema a la persona. Dentro de esta misma etapa, el pensamiento individual es la clave principal para darle mejor entendimiento, en donde la lectura continua del mismo problema coadyuve en la comprensión de este.
2. Creación de un plan: en esta etapa, el docente entra como mediador, en donde se ayuda al alumno para crear una ruta de resolución. Para este punto, Pólya (1971) propone el uso de diferentes estrategias como buscar un patrón, usar ambos tipos de razonamiento (directo e indirecto), ensayo y error, resolver mediante ecuaciones e incluso introducir de forma informal el método Singapur anteriormente mencionado.
3. Ejecución: ya teniendo seleccionado el tipo de resolución, se ejecuta teniendo los conocimientos necesarios: el docente en esta etapa toma el rol de monitor para identificar los posibles errores. Preguntas por parte del docente como ¿Para qué funciona esto? O ¿De dónde salió este resultado u operación? Son indispensables en esta etapa.
4. Verificación de resultados: Dentro de esta fase, el problema ya tiene una solución obtenida por parte del alumno, por lo cual se tiene que verificar y poner a consideración otros posibles procedimientos que nos lleven al mismo o diferente resultado, en donde se cuestione al alumno lo mismo. (Parra, 1990, pág. 26).

III.- DESARROLLO, REFLEXIÓN Y EVALUACIÓN DE LA PROPUESTA DE MEJORA.

“Después de escalar una montaña muy alta, descubro que hay muchas otras montañas que escalar”

Nelson Mandela

3.1 Pertinencia y consistencia de la propuesta.

A fin de atender las necesidades educativas del alumnado y con el objetivo de resarcir las lagunas derivadas de la pandemia por SARS-COV-2, aunado a la poca implementación de actividades que busquen promover en el alumno el significado de la fracción como operador y que se reducen a la repartición desde el parte-todo, se ha construido una propuesta en la “**que el alumno concrete el significado de operador de la fracción y lo exprese como una estructura formal (algoritmo) que le apoye a resolver problemas en los que se multiplique la fracción por un número natural, decimal o fraccionario mediante la implementación de material didáctico**”.

La propuesta sugería la implementación del material didáctico como medio para reforzar el aprendizaje de la fracción como operador puesto que de esta manera se buscaba que el alumno consiguiera una significación del concepto. Hoy a pesar de conocer la clasificación del material didáctico se optó por no encasillar al alumno en una sola propuesta, es decir, pudiendo emplear material concreto material manipulable o recursos tecnológicos, se decidió tener una variedad de materiales que cumplieran con el designio de facilitar, acompañar y desarrollar los saberes adquiridos por el alumno.

En ese sentido la propuesta es pertinente para futuras implementaciones en el aula puesto qué, emplear diversos medios favorece al desarrollo del alumno en la clase ya que no se limitan sus capacidades actitudes y valores, además, ya que se trató, en todo momento, de cubrir los estilos de aprendizaje de los alumnos que previamente se conocían gracias al diagnóstico implementado durante el segundo propósito del plan de acción sobre todo aquellos que predominaban en conjunto dentro de la población que componía el grupo.

Por ello cabe resaltar que, materiales como lecturas, manipulables, permanentes, tecnológicos y concretos son de amplio significado para el discente, dado que, le permitieron demostrar diversas habilidades, así como actitudes al trabajo autónomo y colaborativo, pues se ha reflejado un notorio cambio incluso en la actitud demostrada a la llegada del docente en formación como en el desarrollo de la intervención didáctica.

También se puede valorizar el uso de esquemas que permitan concebir el algoritmo estructural del operador fraccionario, sea elaborado por el alumno u otorgado por el docente, sin embargo, con el desenvolvimiento de la práctica, se logró dar cuenta de que, a pesar de estos algoritmos sigue resultando en una dificultad el empleo de estos, aunque la prioridad no es mecanizarlos resulta en algunos conflictos, cuando el alumno no es capaz de emplearlos en situaciones cotidianas.

Además, las actividades implementadas en la planeación didáctica si bien aportaron al desarrollo de la creación estructural de algoritmos fue la esperada no es así hoy para la concepción hoy de la fracción como operador, pero, tras realizar el ciclo reflexivo fue posible subsanar aquellos espacios en los que el alumnado no concebía un significado propio y que, a su vez, no implementa durante la resolución de problemas.

3.2 Identificación de enfoques curriculares y su integración en el diseño de las secuencias de actividades y / o propuestas de mejora.

El plan de estudio de la Licenciatura en Enseñanza y Aprendizaje de las Matemáticas en Educación Secundaria se estructura a partir de tres enfoques u orientaciones curriculares: Enfoque centrado en el aprendizaje, Enfoque basado en competencias y Flexibilidad curricular, académica y administrativa que están en consonancia con los enfoques propuestos en el Modelo Educativo. Estos enfoques son los que orientan el plan de estudios vigente, la Dirección General de Educación Superior para el Magisterio (DGESUM, 2018) establece que:

> Estos enfoques otorgan coherencia a la estructura curricular, plantean los elementos metodológicos de su desarrollo y conducen la formación de los maestros para el logro de las finalidades educativas. Los enfoques pedagógicos se refieren a las orientaciones que sustentan el proceso de formación del estudiante, así como su propia intervención docente. (pág. 10).

De los enfoques anteriores, el que se identifica que se ubica la propuesta de mejora de la implementación de los materiales propuestos para obtener el significado de fracción como operador, fue el enfoque centrado en el aprendizaje debido a que, en este enfoque, el aprendizaje se produce a partir de la interacción del docente en formación con diversos instrumentos o actividades que permiten desarrollar aprendizaje en los alumnos a través de su experiencia y conocimientos previos; esto se puede ver reflejado al momento de utilizar y manipular el material didáctico en la intervención docente en el salón de clase para que se dé el aprendizaje o reforzamiento del contenido a través de ellos.

> Este enfoque consiste en un acto intelectivo, pero a la vez social, afectivo y de interacción en el seno de una comunidad de prácticas socioculturales. El proceso de aprendizaje tiene lugar gracias a las acciones de mediación pedagógica que involucran una actividad coordinada de intención-acción-reflexión entre los estudiantes y el docente, en torno a una diversidad de objetos de conocimiento y con intervención de determinados lenguajes e instrumentos. Además, ocurre en contextos socioculturales e históricos específicos, de los cuales no puede abstraerse, es decir, tiene un carácter situado (DGESUM, 2018, pág. 11).

Para que el aprendizaje sea significativo, es necesario situar el aprendizaje, lo que se puede hacer mediante el uso de casos de aprendizaje que informan situaciones problemáticas que pueden surgir en la vida de los estudiantes, y los estudiantes determinan un procedimiento basado en esa situación. Lo que llevó a la solución, por lo que dentro de los planes de clase se pensó poner enunciados de situaciones que pudieran presentarse en la vida de los estudiantes; además de colocar una sección donde los estudiantes pudieran trabajar juntos o en equipos para que los estudiantes pudieran aprender y ayudarse unos a otros. SEP (2017) señala que:

> La resolución de problemas se hace a lo largo de la educación básica, aplicando contenidos y métodos pertinentes en cada nivel escolar, y transitando de planteamientos sencillos a problemas cada vez más complejos. Esta actividad incluye la modelación de situaciones y fenómenos, la cual no implica obtener una solución (pág., 302).

Es importante que los estudiantes sepan cómo resolver problemas porque les permite trabajar con otros miembros de la sala, por lo que resolver problemas les permite trabajar juntos y facilita la comunicación, les permite ayudarse entre sí y fortalece a los miembros del equipo al realizar actividades entre sí para obtener el aprendizaje. Es necesario destacar que los problemas planteados deben de ser seleccionados por el docente a frente de grupo para ser un guía en el proceso de aprendizaje de los estudiantes, así mismo se puede reforzar con lo mencionado en Aprendizajes Clave (2017), “En todo este proceso la tarea del profesor es fundamental, pues a él le corresponde seleccionar y adecuar los problemas que propondrá a los estudiantes” (p. 302).

3.3 Competencias desplegadas en la ejecución del plan de acción.

En el Perfil de Egreso de la Licenciatura en Enseñanza y Aprendizaje de las Matemáticas en Educación Secundaria, que construye el Plan y Programa de Estudios de la carrera se explicitan las competencias que el docente en formación adquirió al concluir el programa educativo, y que tienen inferencia directa en el desarrollo propio de la labor docente desde la perspectiva del profesional de la educación. Y está estructurado conforme a competencias genéricas, profesionales y disciplinares.

Donde las competencias se han constituido con base a el Perfil, Parámetros e Indicadores para Docentes y Técnicos Docentes en Educación Básica y las cinco dimensiones dictadas en este documento, mismas que serán indispensables para desempeñar la tarea y el servicio profesional del nuevo docente, donde encaminará a precisar el perfil específico del maestro en la educación obligatoria. Estas dimensiones según la SEP (2018) se enumeran a continuación:

- Un docente que conoce a sus alumnos sabe cómo aprenden y lo que deben aprender.
- Un docente que organiza y evalúa el trabajo educativo, y realiza una intervención didáctica pertinente.
- Un docente que se reconoce como profesional que mejora continuamente para apoyar a los alumnos en su aprendizaje.
- Un docente que asume las responsabilidades legales y éticas inherentes a su profesión para el bienestar de los alumnos.
- Un docente que participa en el funcionamiento eficaz de la escuela y fomenta su vínculo con la comunidad para asegurar que todos los alumnos concluyan con éxito su escolaridad. (pág. 12).

De las anteriores, se reconoce que todas, a excepción de la quinta dimensión, intervienen en la propuesta del plan de acción y en base a los resultados obtenidos se evidencia el cumplimiento de ellas, puesto que, en el caso de la primera dimensión, el docente en formación priorizó en todo momento al alumno cómo el centro del aprendizaje, y por ende el docente demostró el dominio de su contenido a partir de lo que el estudiante sabía y lo que pretendía que éste aprendiera, dando coherencia desde los diagnosticado hasta la práctica educativa en la ejecución de la secuencia didáctica.

De la segunda dimensión, se rescata que el sustentante, apoyado por la planeación didáctica, fue capaz de reflexionar sobre el proceso siendo autocrítico y logró solventar las necesidades que aún permeaban en el grupo de estudio, a través del replanteamiento de las propuestas de intervención con base a la evaluación de estas y el actuar docente, por ello, se corrobora el pleno cumplimiento de esta dimensión.

En el caso de la tercera dimensión, sustentado en el carácter de la anterior, el docente en formación demuestra que tiene las habilidades necesarias para reflexionar, y transformar su práctica para enseñar desde la mente del que aprende, pues la experiencia forjada le mostró que el alumno es la ruta para mejorar su práctica, puesto que no se dimensiona la capacidad que este tiene para conceptualizar su saber, lo que orilla al maestro a replantear sus técnicas y estrategias. Además, se demuestra la capacidad del investigador para interpretar las indagaciones antecedentes a esta propuesta y establecer la propia, demostrando en este documento que puede comunicar todo lo aquí narrado.

De la cuarta dimensión, se puede concluir que el docente procuró en todo momento crear los ambientes de aprendizaje más idóneos para desarrollar en sus alumnos habilidades sociales, así como valores y actitudes hacia el trabajo autónomo, pero sobre todo al colaborativo, poniendo en práctica entre los actores que se relacionan en el aula la empatía, inclusión, equidad, resiliencia, y respeto, entre otros.

Por su parte, la quinta dimensión, no puede ser medida o demostrada con sencillez, puesto que el trabajo desarrollado por el sustentante no se refleja aún en términos de gestión escolar para mejorar los resultados de las pruebas de evaluación nacional como lo es MEJOREDU, del cual no se ha realizado aplicación a la fecha que se redacta este apartado del informe de práctica.

A principios de este informe, en el primer capítulo, se daba una propuesta de las competencias que el docente en formación pretendía desplegar durante la ejecución del plan de acción, por lo que enseguida se describe por qué se considera que han sido o no plenamente logradas. Las competencias desplegadas según la DGESUM (2018) fueron las siguientes:

Competencias genéricas.

- Soluciona problemas y toma decisiones utilizando su pensamiento crítico y creativo.

- Aprende de manera autónoma y muestra iniciativa para autorregularse y fortalecer su desarrollo personal.

En lapso en que se ha ejecutado el plan de acción, han surgido una serie de limitaciones y/o dificultades que entorpecieron la puesta en marcha del mismo, tales que obligaron al profesor a solucionar estas situaciones, como por ejemplo, la falta o escasez de investigaciones del tema central de este informe, pues si bien autores han realizado grandes hallazgos en materia de los significados de la fracción, estas investigaciones han sido basadas en los constructos de parte-todo, medida y cociente, incluso razón, mientras que operador se deja de lado, y el enfoque es de nivel primaria, por ello el docente en formación ha sabido adaptar las recomendaciones de estos autores al interés de la indagación propia y solventando los inconvenientes que se encontraron.

Mientras que, por el trabajo autónomo, ya la mera construcción de este informe alude a esta competencia, pues si bien se llevó a cabo un proceso de asesoría para diseñar el mismo, las decisiones importantes, las metas y objetivos alcanzaron, etcétera, hablan del desarrollo personal y profesional que se ve reflejado en la culminación del documento, así como en los resultados y aportaciones que este deja para los colegas que en este trabajo puedan basar el suyo.

Competencias profesionales.

- Identifica marcos teóricos y epistemológicos de las Matemáticas, sus avances y enfoques didácticos para la enseñanza y el aprendizaje.
- Reflexiona sobre los procesos de enseñanza y aprendizaje, y los resultados de la evaluación, para hacer propuestas que mejoren su propia práctica.

Los aspectos que definen el desarrollo de estas competencias durante la implementación del plan de acción son similares al despliegue de las competencias generales pues es conciso mencionar que estas se obtienen a la par de las competencias profesionales. Por lo tanto, se concluye que las competencias profesionales fueron logradas, ya que el docente en formación se muestra capaz de integrar estas competencias para atender a situaciones del contexto escolar o bien la exigencia del currículo como a las necesidades del alumno, desde los ámbitos de la incumbencia psicopedagógica, socioeducativa y profesional, para la mejora de la calidad de la práctica.

Competencias disciplinares.

- Analiza distintas situaciones que lleven a diseñar una conjetura.
- Diseña estrategias para validar conjeturas a partir del análisis de información cuantitativa y cualitativa.

La vinculación entre las competencias disciplinares y profesionales permitieron al docente en formación objetivar el tipo de conocimiento que se pretendía desarrollar en el alumno, asimismo, incentivaron a definir las estrategias y técnicas que emplearía para conseguir lograr los propósitos trazados en el plan de acción, por lo anterior que el desenvolvimiento de estas competencias consiguieron en el profesor que comenzará a inferir y profundizar sobre ciertos conocimientos que incluso él no dominaba y eran necesarios para la intervención docente, como obtener los significados de fracción que tampoco había concretado, pero que necesitaba para entender los avances que pudiese generar a partir de la teoría y terminar ampliando la incidencia que su propuesta logra en cada uno de sus estudiantes.

3.4 Descripción y análisis detallado de las secuencias de actividades consideradas para la solución del problema y / o la mejora, considerando sus procesos de transformación.

En este apartado se describe el desarrollo de los planes de clase que conforma el plan de acción, así mismo, doy a conocer los resultados y reflexiones obtenidas de cada sesión, fortaleciendo con el sustento teórico a las acciones docentes realizadas. Por ello, se incorporan diálogos entre docente en formación y alumno, dadas por claves en las que M es el docente en formación y a fin de no revelar la identidad del alumnado, se tomará en consideración su número de lista para mencionarle como A1, A2, A3, A4, …, A52, así mismo, se incluyen evidencias de las actividades y estrategias utilizadas. Las estrategias que se utilizarán para la recolección de datos cualitativos y cuantitativos de los resultados del plan de acción serán la grabación de cada sesión tomando en cuenta la privacidad de los alumnos para salvaguardar la identidad, y el diario de observación de clases por parte del docente titular y docente en formación.

Plan 1/3. Primera Acción. Actividad: Caja Registradora.

En la primera sesión de la intervención docente, se presentó una situación problemática que tenía como intención didáctica que el alumno conozca y use las propiedades del sistema de numeración decimal para producir, leer, escribir, interpretar o comunicar números de hasta cuatro cifras después del punto decimal (valor posicional).

Lo anterior ofrecía al alumno tres desafíos en los que escribirían números de hasta cuatro cifras después del punto decimal, interpretarían y comprenderían una cifra que está escrita en letra para, posteriormente componer dicha cantidad y representarla en los dígitos correspondientes y por ende trasladar cantidades a su escritura en letra, y el último reto, era indicar el valor de un dígito según su valor posicional dada una cifra, por ello debían poner a prueba su habilidad para comunicar que la SEP (1994) afirma que: “La habilidad de comunicar, … implica utilizar la simbología y los conceptos matemáticos para interpretar y transmitir información cualitativa y cuantitativa.”(pág.13).

Por ello, para el inicio de la actividad se realizaron algunos cuestionamientos a los alumnos, a fin de recuperar los aprendizajes previos de los mismos. Las preguntas empleadas para iniciar fueron, ¿cuánto vale el 0?, ¿cuál es el valor del 0 en el número 08?, ¿cuál es el valor del 0 en el número 50?, ¿y cuál es el valor del 0 en el número 0.103?; las respuestas de los alumnos comenzaron a crear un breve debate, por lo que mencionaron lo siguiente:

A40: Si estamos hablando del cero …, ¡mmm, pues vale cero!

A33: Pero en el cincuenta podría decirse que vale cero unidades, porqué el cinco es el que tiene el valor de las decenas, ¿o no maestro?

M: ¿Qué opinan los demás de las respuestas de sus compañeros? ¿Quién tiene la razón o ambos la tienen?

A16: Es que, bueno yo pienso que por lo que dice mi compañera (A2), podría decirse entonces que el cero son cincuenta unidades, ¡ahhh, no, no, no me haga caso yo estoy mal!

A40: Pero es que el cero no puede tener ningún valor porque siempre se usa para decir cuando no hay nada.

A25: ¡Yo también pienso que el cero no vale nada!

M: Para despejar algunas dudas vamos a leer un cuento, se llama “El verdadero valor del cero”.

Para continuar con la actividad, se les proyectó a los alumnos la narración “El verdadero valor del cero” que, en voz alta fueron leyendo algunos alumnos, mientras que los demás seguían la lectura leyendo en voz baja; al finalizar el espacio de lectura, pedí a los alumnos que se tomarán un momento para reflexionar y analizar el cuento y se cuestionó nuevamente al grupo:

M: Y después de pensar un poco lo qué acabamos de leer, les preguntó, ¿cuánto vale el cero y cuál creen que sea el mensaje de esta historia?

A5: Pues entonces el valor del cero depende de donde se ubique, según lo que yo entendí.

A7: Es que, por ejemplo, siempre que escribimos un número no consideramos el cero cuando está antes de los otros números, porque, o sea, nunca decimos cero-uno, solo decimos el uno.

A40: Yo entendí que el valor del cero es el que tenga cuándo este con otro número y que el cero es el que ayuda a otros números a ser más grandes o yo creo que hasta más chicos, entonces creo que el valor del cero cambia según su posición.

M: ¡Muy bien!, creo que todos lograron captar que el valor del cero depende de donde nosotros lo ubiquemos, pero, ¿alguien cree que la historia tenía otro mensaje?

A16: ¡Sí!, bueno es que yo entiendo que habla como de no discriminar.

A8: Profe, yo también pienso que es como de que no hagamos menos a las personas porqué todos somos importantes.

A33: O también que todos somos valiosos.

M: Así es, la historia nos da un mensaje muy importante sobre la inclusión, y yo les quiero dejar la reflexión que yo he hecho después de leer el cuento y es que, todas las personas son valiosas a pesar de sus diferencias y que de todas ellas podemos obtener algo, porque en la vida de todos aprendemos.

Inmediatamente, se les indicó a los alumnos que se reunieran en binas para continuar con la actividad que se realizaría durante la clase, mientras los alumnos se juntaban con sus respectivas parejas, se le brindó el material de trabajo a los alumnos para que lo comenzarán a explorar y analizar, asimismo, se entregó la consigna de trabajo para que los jóvenes leyeran en voz baja.

Así se dio paso a la verbalización, se le solicitó a tres alumnos que leyeran en voz alta la consigna en los incisos a y b, mientras los demás guardaban silencio y prestaban atención. Una vez concluida la lectura de la consigna, se preguntó a los alumnos si todo estaba claro o existía alguna duda, pero no hubo una respuesta convincente, por lo que se repitió la indicación anterior y dos alumnos más leyeron la consigna. Seguido de esto, se cuestionó a los estudiantes qué harían en cada inciso presentado en la consigna.

A8: En la a pues dice que vamos a escribir los números.

M: ¿Solo escribir números?

A10: ¡No!, o sea, se tienen que escribir los números, pero escribirlos con letra.

A48: Profe, pero, ¿a qué se refiere con letra?

M: ¿A qué creen que se refiera "escribir un número con letra?

A10: Es que es como decir, uno, pero ¡ay!, o sea, en lugar de colocar el uno como siempre lo vamos a escribir con las letras como en la primaria.

M: ¡Perfecto!, ¿queda claro lo que vamos a hacer? ..., entonces, ¿qué vamos hacer en el inciso b?

A40: Lo contrario a el inciso a, ahí ya nos dan escrito en letra el número y nosotros tenemos que poner los números que corresponden.

A5: Si profe ahí ya nada más tenemos que poner el número, como dice él, ya está en letra, falta el número:

Al percibir que los alumnos tenían claro lo que iban a realizar les indique que disponían de 15 minutos para solucionar los incisos a y b; de esta manera se comenzó con la resolución del problema, donde con ayuda de la caja registradora el alumno tenía que formar las cifras planteadas, tanto en letra como con sus dígitos, por lo que la interacción y comunicación entre los alumnos jugaba un papel fundamental, pues el alumno pasa por lo que sabe y puede hacer por sí mismo, a lo que puede adquirir con ayuda de otro, es decir, pasa de la Zona de Desarrollo Real a la Zona de Desarrollo Próximo (ZDP), donde esta última se define como "la distancia entre el nivel de desarrollo real (determinado por la resolución independiente de problemas) y potencial (determinado por la resolución de problemas bajo la guía de un adulto o en colaboración con compañeros más expertos)". (Vygotsky, 1978, pág.86).

La dificultad del inciso a radicaba en la correcta escritura de cada número respetando su posición, mientras que para el inciso b, lo complejo era leer e interpretar correctamente la cantidad, para poder representar sus dígitos. Para el primer caso se observó que en la mayoría de los equipos que el proceso a seguir era, identificar el primer dígito de la cantidad y según su posición buscar la cantidad en letra dentro de las tarjetas brindadas como parte del material y en sucesiva buscar los siguientes dígitos.

M: (Al equipo formado por A5 Y A7). ¿Cómo resolvieron el inciso a tan rápido?

A7: Es que mi compañero me dijo que nada más tenemos que separar los números.

M: ¿Separar los números?

A5: Si profe, o sea, es que, si vemos que por ejemplo el primero, tiene 5 centenas, 9 decenas, 8 unidades, también 8 décimas y nada más 5 centésimas, pues ya nada más buscamos en las tarjetas el primero, y luego el segundo y así hasta que lo tenemos todo.

A7: Entonces como el primero son 5 centenas pues es quinientos y buscamos la tarjeta y la colocamos, luego noventa que son 9 decenas, ponemos la “y”, y agregamos el 8, luego buscamos la tarjeta de punto, y buscamos el ochenta, una y, y el cinco, y ya acabamos.

M: Entonces, ¿cómo se lee el número?

A7: Quinientos noventa y ocho punto ochenta y cinco.

M: ¿Nada más? ¿Así queda entonces?

A5: Mmm, ¡ahhh, centésimas! Se lee quinientos noventa y ocho punto ochenta y cinco centésimas.

M: ¡Bien! Continúen trabajando.

Por su parte, el inciso b conflictuó a los alumnos que no lograban representar la mayoría de los números pues no se sentían seguros sobre cómo expresar una u otra de sus respuestas, en casos específicos donde la cantidad no contenía décimas y centésimas, pero si milésimas o diezmilésimas, por ello surgieron dudas sobre la correcta expresión de estos.

M: (A la bina conformada por A41 y A46). ¿Qué número es este que formaron aquí?

A46: ¿El primero? Ah, es el quinientos sesenta y nueve punto seis milésimas.

M: ¿Están seguros?

A46: Pues…, ¡sí!

M: A ver, separen el número igual que cuando los estaban escribiendo en letra.

A41: Mmm, pues son 5 centenas, 6 decenas, 9 unidades y ¡ahhh ya vi!, pusimos como si fuera 6 décimas.

A46: ¿Entonces qué nos faltó?

A41: Los ceros, para que el seis ocupe el lugar en las milésimas.

M: Bueno, ahora que ya entendieron, terminen lo que les falta.

Culminado el tiempo de resolución, se dio paso a formar la puesta en común de esta clase para que los alumnos expusieran lo que elaboraron. Con esto se eligieron solamente los ejercicios que mayor conflicto causaron a los alumnos, por lo que pasaron al frente 5 estudiantes de equipos diferentes para presentar sus procesos y conclusiones.

A10: Para resolver el inciso a, como en este ejemplo que me tocó, mi compañera y yo, lo que hicimos fue dividir los números por su posición para buscar en las tarjetas sus nombres y armarlos.

A21: Nosotros también hicimos algo parecido solo que al principio usamos las tarjetas, pero luego pues ya fue más fácil y no las usamos porque ya sabíamos hacer esto.

A52: Mi compañero y yo íbamos discutiendo como hacer lo que nos pidió, pero, solo escribíamos los números en letra sin usar las tarjetas porqué tardamos más buscando las que correspondían.

A40: Bueno para armar los números lo más fácil es leer los números primero y escribir por separado en su posición correspondiente, y ya así se van colocando lo que hace más fácil el uso de las tarjetas y responder el inciso b.

A36: Mi compañero y yo decidimos, pues escribimos los números y los leíamos después de escribirlos para comprobar que estaban bien y así nos dábamos cuenta que si un número no estaba en su posición pues ya es otro número diferente.

De esta manera se concluyó la puesta en común, se le preguntó al grupo si tenían todas las respuestas correctas; se les indicó que verificarán si lo que ellos realizaron se podía comparar a lo que sus compañeros habían mencionado. Así se cerró la clase, concretando durante la institucionalización que el valor posicional es el valor que toma un dígito de acuerdo a la posición que ocupa dentro de un número. Es por ello que el cambio de posición de un dígito dentro de un número altera el valor total del mismo, por lo que 05, 50 y 0.5 tienen valores distintos. Los alumnos copiaron este concepto en sus cuadernos, además de colocar el material permanente en el aula.

Reflexión Plan 1/3.

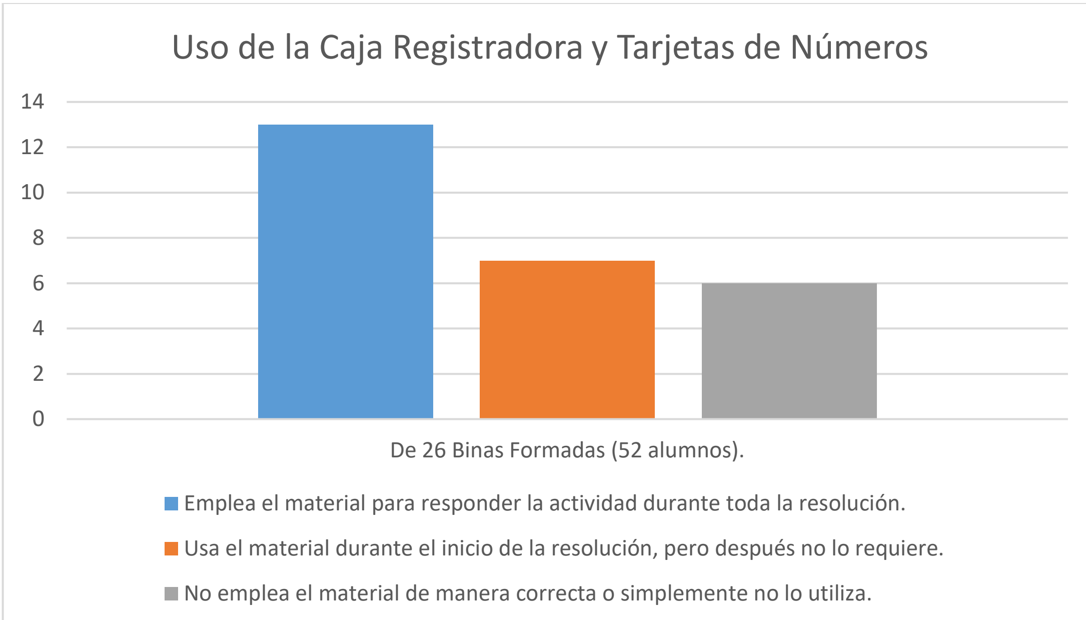
Lo que deja al docente en formación lo realizado en la primera sesión, es lo positivo que es emplear preguntas durante el inicio que profundice el alumno en lo complejo que significa responderlas dada la relevancia de la misma, por ejemplo, cuestionar a los alumnos cuánto vale cero, los impulsó a reflexionar sobre ellos, les creó inquietudes y se conflictuaron e iniciaron un debate sobre su respuesta, pues no era sencillo responder de inmediato; las narraciones matemáticas no solo conceden conceptos de la materia o marcan sucesos importantes para la misma, sino que permiten al alumno comparar la historia presentada con su entorno, poniendo en práctica sus valores ante lo planteado, en este caso discriminación e inclusión, valor propio, entre otros.

También se reconoce que las indicaciones deben ser repetidas las veces que sean necesarias hasta asegurarse por completo que los alumnos han comprendido por completo lo que se pretende realizar en la clase, puesto que el no hacer una correcta verbalización puede resultar en contratiempos para que sucedan las siguientes situaciones didácticas, además de la reducción de tiempos para estas y por ende, el docente procure generalizar las dudas, de tal forma que no pase tiempo resolviendo las interrogantes de los alumnos de manera personalizada cuando estas son similares o la misma, lo que desencadenará el descontrol del grupo, de una forma negativa, en la que se comiencen a levantar los estudiantes para abordar al maestro tratando de solucionar la incertidumbre.

Sobre el empleo del material concreto, en este caso la caja registradora, en general los alumnos se mantuvieron expectantes e interesados en usar la caja, incluso se podría decir que para alguno representó material lúdico, pues ciertas actitudes mostraron que se tomaron en serio la situación problema y simularon el uso de una registradora real, sin embargo, algunos alumnos no despertaron su interés con este, pues ni siquiera le dieron el uso esperado o bien optaron por no tomarlo, dejándolo de lado en la situación de formulación, por lo que premeditadamente se puede inferir que el interés en material de este tipo dependerá de la percepción y madurez del joven que lo emplea, si lo considera inadecuado a su edad no surtirá el mismo efecto.

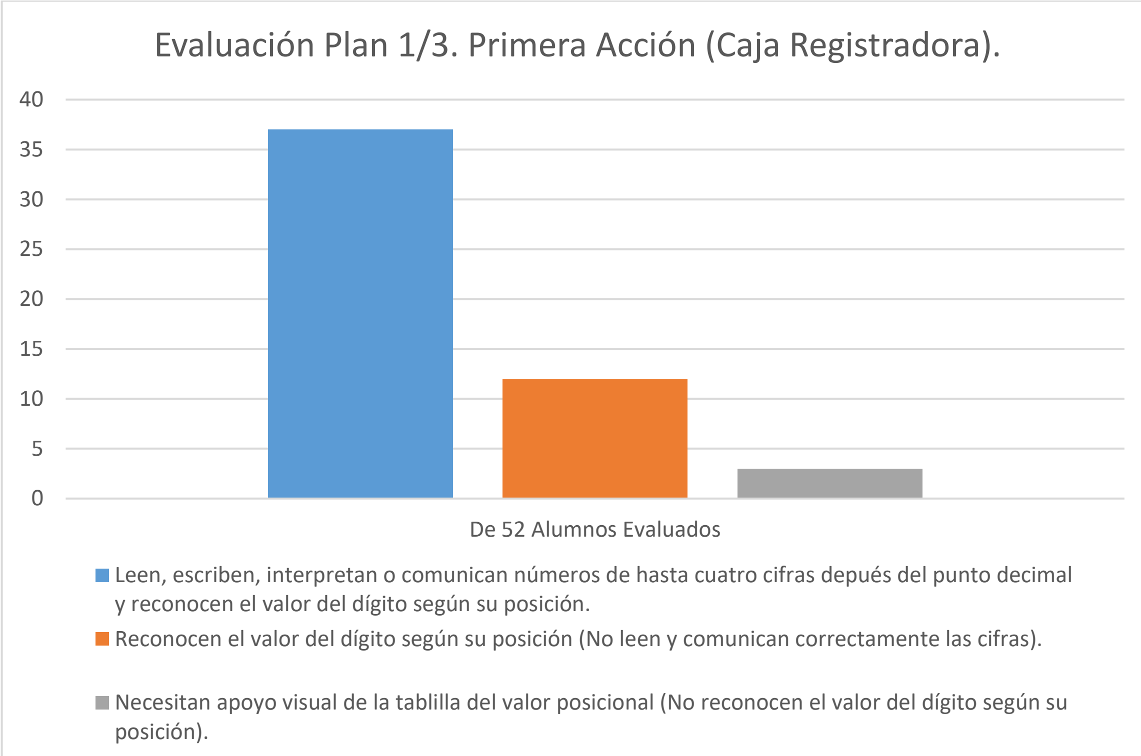
Sobre las tarjetas que contenían los números tanto en su escritura en letra como en dígito, es importante que ante este material en el que el número de tarjetillas que se emplea es considerable, debe entregarse el material listo para su empleo al estudiante y no cometer el error de, en este caso, no entregarlo recortado, puesto que al no haber una indicación clara y específica sobre su uso se creó confusión propiciada por el docente, y a la vez provocó que el material se volviese un distractor más que un recurso para favorecer el aprendizaje.

Resultados Obtenidos Plan 1/3.



Gráfica 8. Resultados Obtenidos Plan 1/3.

Considerando que la actividad fue pactada para realizarse en binas, se contó con la población total del grupo y sobre el empleo del material, surgieron 3 variantes, se sabe que 13 binas emplearon el material en todo momento para responder la consigna, 7 binas emplearon el material al comienzo de la resolución, pero, conforme avanzaron se les facilitó más realizar la actividad sin el uso de las tarjetas y la caja, y solo 6 binas optaron por no emplear ninguno de los materiales. Sobre los 14 alumnos que iniciaron usando el material, pero posteriormente no emplearlo, podría significar que el material cumplió su propósito pues lo ideal es que el alumno pase a trabajar sin el apoyo de un agente externo, es decir, de manera autónoma, sin embargo, lo anterior no puede comprobarse, puesto que, por los comentarios de los jóvenes, resultó tedioso buscar entre las tarjetas todos los números para responder cada ejercicio propuesto, tanto en la escritura en letra como en dígitos.



Gráfica 9. Evaluación Plan 1/3.

Además, con base en el plan de evaluación, los resultados indican que 37 de los alumnos leen, escriben, interpretan o comunican números de hasta cuatro cifras después del punto decimal y reconocen el valor de los dígitos según su posición en una cifra. Del resto, 12 de los estudiantes, reconocen el valor de los dígitos según su posición, pero confunden las cifras tras el punto decimal por lo que no las leen o comunican de forma correcta, mientras que los otros 3 jóvenes, leen y comunican las cifras solo con apoyo de la tablilla visual del valor posicional, sin embargo, no reconocen el valor de los números según su ubicación en una cantidad.

Plan 2/3. Primera Acción. Actividad: El Súper.

Correspondiente a la segunda sesión de la primera acción, se aplicó la actividad “El Súper”, con intención didáctica: que el alumno resuelva problemas que impliquen multiplicaciones de números naturales por números decimales usando el algoritmo convencional de la multiplicación para encontrar su producto; el desafío de la situación era implementar correctamente el algoritmo convencional, además de ubicar correctamente las cifras según su posición y con la correcta lectura de estos para comunicar a sus compañeros lo realizado.

Durante el inicio de la sesión, se preguntó a los alumnos ¿qué es un algoritmo?, ¿a qué creen que se refiere la palabra?, ¿la han escuchado alguna vez?, con la finalidad de que los alumnos expresarán su pensar y a la vez, discutiéramos los contextos en los que han empleado la palabra o bien, escuchan a alguien más usarla; tras algunas respuestas, ocurrió que los jóvenes comenzaron a compartir similitudes tras una de las respuestas más cercanas:

A8: Es cómo algo de la computadora.

A4: Pero de los archivos de las computadoras, ¿no?

M: ¿Archivos de computadoras?

A8: ¡Si!, o sea, es como lo de adentro de la computadora, no los materiales, es como los…, ¿cómo se llaman?, programas creo.

A35: Mi hermana estudia algo de sistemas y habla de eso a veces.

A40: Si es como un programa, pero es lo que le dice que hacer a la computadora y a los celulares también.

M: Entonces es un programa que le dice que hacer a la computadora, pero ¿creen qué le da cualquier orden o cómo lo hace el programa?

A10: Les da unas instrucciones.

A12: Si, es un proceso, pero se sigue pues tal cual porque si no, no funciona.

M: ¿En matemáticas habrá algoritmos?

A40: ¿Podría ser en las operaciones?, es como, por ejemplo, como sumar, se siguen instrucciones.

A10: Si se hace paso por paso una suma o resta.

M: Efectivamente, un algoritmo es un conjunto de operaciones que siguen un orden o secuencia y permite hacer un cálculo y hallar la solución de un tipo de problema. Y yo pienso que ustedes conocen los algoritmos de todas las operaciones, ¿verdad?

(En general el grupo): ¡Nooo!

Para continuar la sesión, como parte de una actividad introductoria, le indiqué a los alumnos que, en la clase, trabajaríamos con el algoritmo de la multiplicación, pero era necesario que identificarán las partes que componen el algoritmo convencional, por lo que en una cartulina previamente se estableció una multiplicación, en donde algunos alumnos pasarían a colocar una tarjeta con el nombre de la parte que se señalaba con una flecha. Las partes para colocar eran, multiplicando, multiplicador, producto, factores, y también se colocaron los símbolos o signos que se emplean para representar dicha operación como lo son, ×, ·, (), {}, []. Este material se colocó en un espacio del aula como material permanente elaborado colaborativamente con la participación de los alumnos.

En este momento no hubo complejidad alguna, salvo definir quién era el multiplicando y quién el multiplicador, aunque los alumnos que observaban lo realizado por los participantes apoyaron a definir cómo ubicar al multiplicando y el multiplicador, mencionando que el primero indica el número de veces que se multiplica un número y el segundo es ese número que se va a multiplicar. Se le asignó dos minutos del tiempo disponible a los alumnos para copiar la lámina en su libreta.

Mientras los alumnos copiaban en el cuaderno la información del material permanente, fue repartida la consigna para llevar a cabo el trabajo de la sesión, así como el material manipulable a emplear durante la resolución que constaba del papel cascarón cuadriculado que incluye la descomposición según la posición de las cifras, y a la vez, se fueron consolidando las binas con las que se realizaría el trabajo, y estos alumnos empezaban a juntarse con su respectiva pareja y preparaban el material.

Una vez que los alumnos contaban con el material y la actividad, se dio paso a la verbalización, donde se inició lectura a la situación planteada en la consigna que trataba de una persona que realiza su despensa en un súper y que mientras hace sus compras él realiza las operaciones necesarias para obtener la cuenta que pagará por productos adquiridos y prever la cantidad a pagar por cada uno de estos. Los alumnos leyeron esta situación de manera individual y los cuatro problemas que contenía la actividad, posteriormente se leyó en voz alta la situación por tres de los estudiantes.

Para culminar realizando cuestionamientos sobre las indicaciones, el problema y las consideraciones para la resolución, de tal manera que con ello se pudiera comprobar el entendimiento de la consigna y conocer las dudas del alumnado, sin embargo, la respuestas fueron positivas ante las preguntas realizadas, por lo que se consideró que la comprensión fue buena, asimismo se asignaron 15 minutos para solucionar los problemas propuestos y se especificó el uso apropiado del material por parte del alumno 40, quién a su consideración ese era y los alumnos demostraron estar de acuerdo.

Tras lo anterior se comienza con la resolución de los problemas, distribuidos en cuatro incisos del a) al d), donde cada uno supone realizar multiplicaciones de números enteros por decimales, y además, pretende que el alumno aplique el conocimiento previo para colocar o ubicar correctamente los números en el algoritmo convencional de la multiplicación, dado que conocen el valor posicional de cada dígito y que pueden leerlo para comunicarlo a sus compañeros, mientras que observa qué debe o qué sucede con el punto decimal mientras opera.

Durante la situación de formulación se pudieron observar tres casos generales en los que se implicó el uso del material didáctico propuesto, que reflejan la pertinencia de este, pues dentro de sus características se puede observar que se incluyeron las casillas necesarias para designar cada número según le correspondía con base a su valor, además, el tablero de la multiplicación fue, o bien cuadriculado o delineado para que el alumno pudiese establecer los espacios disponibles de este y algoritmizar la operación, delimitando en donde se ubica cada parte de la multiplicación.

Al primer caso, le corresponden aquellos jóvenes que emplearon óptimamente el material, puesto que hicieron un uso adecuado del espacio designado para cada parte de la operación, reflejando procedimientos correctos, incluso en un par de binas los alumnos utilizaron el punto decimal en aquellos multiplicadores naturales dando a ellos los ceros correspondientes para igualar la cantidad de dígitos tanto en el multiplicador como en el multiplicando. En estos casos se obtuvo un descubrimiento significativo que se profundizó a detalle en la puesta en común.

A10: Es más fácil si le agregamos los ceros porque así ya no te confundes.

M: ¿A quién le agregas ceros y por qué?

A10: A los productos que llevas, por ejemplo, si llevo doce yogures, pues le pongo ceros después del punto para que sea igual a los litros, o sea igual a los números después del punto.

(En otro caso) A40: Profe cuando multiplicamos por las unidades el producto se va poniendo exactamente debajo de los factores, pero, verdad qué el siguiente producto se recorre un espacio porqué como son decenas entonces hay un cero que se agrega.

M: Si A40, es por eso que desde la primaria les muestran que se agregan ceros conforme se coloca cada producto, ¿podrías compartir esto con tus compañeros cuando expongan las respuestas?

A40: Si, no hay problema.

En el segundo caso, se ubicó a aquellos estudiantes que emplearon el tablero sin respetar las limitaciones o bien, no maximizaron los espacios por lo que no se explotó el recurso, sin embargo, esto no afectó en el desarrollo de la sesión o resolución de los problemas, pero dificultó al docente en formación observar detalladamente los mismos. En estos casos, existió un problema menor en el que los alumnos no leían correctamente las cantidades en sus primeros intentos, al no usar el acomodo por valor posicional de cada dígito.

M: ¿Qué número están colocando?

A12: Es el diez punto ochenta y seis décimas.

M: ¿Seguro?, A14, ¿estás de acuerdo en que el número que dijo tu compañero es el que escribieron?

A14: Mmm, no, ¿o sí?, es que décimas son las que están despuesito del punto.

A12: Ahhh si, pues entonces son centésimas.

M: ¿Entonces qué número colocaron?

A12: Diez punto ochenta y seis centésimas.

Para el tercer caso se clasifican a los estudiantes que no emplearon el material, puesto que prefirieron realizar los procedimientos en su cuaderno, aunque se les invitó a usarlo, sin embargo, su negativa persistía por ello se debe colocar atención en estos grupos e indagar si el material no es de su interés o si el tema va más por la falta de trabajo colaborativo por lo que se niegan a participar e interactuar con el tablero.

Transcurridos los 15 minutos de los que se disponía para resolver la consigna, se brindaron dos más a solicitud del alumnado, por lo que al finalizar ese lapso se solicitó a los alumnos dejarán de realizar lo que en ese momento hacían y prestarán su atención a los equipos que intervendrían durante la puesta en común en la que se determinaron 15 minutos más para llevar a cabo esta situación. De esta que se rescatan los comentarios más destacados de los alumnos para validar sus procedimientos.

A36: Para multiplicar cuando hay el punto decimal se hace sin contar el punto.

A34: O sea, mi compañero se refiere a que no se debe contar el punto porque, por ejemplo, no puedes multiplicar punto por punto.

A36: Entonces por eso no se considera y se multiplica como si no existiera el punto.

M: ¿Y cómo se coloca el punto al final o desaparece o ya no existe?, ¿qué pasa con el punto decimal?

A34: Pues ya nada más al final cuentas cuántos números hay después del punto y ya al final en el resultado pones el punto.

A36: Nada más que cuentas también en el resultado los números de izquierda a derecha y ahí se pone el punto.

M: Felicidades a todos por sus participaciones, y A40, ¿quieres compartir algo con la clase?

A40: Bueno nada más que cuando multiplicamos, el resultado se va colocando debajo de la cantidad porque son unidades las primeros que se multiplican y luego en el siguiente resultado se pone un cero porqué en realidad no se multiplica por un solo número si no que son decenas, o sea por eso hay un cero y si fueran centenas serían dos ceros y así sucesivamente, no sé si me explico.

A28: Entonces por ejemplo no se diría que se multiplica por uno o por dos, sería por diez o veinte.

A40: Si a eso me refiero.

M: Gracias A40, ¿a los demás les queda claro lo que dijo su compañero?

(En general el grupo): ¡Siiii!

Así se finalizó la puesta en común y recuperando los argumentos más importantes de los alumnos y dado que se validaron los mismos se pudo concretar durante la institucionalización que cuando se multiplican decimales, se hace como si no hubiera punto decimal. Después se cuenta el número de dígitos a la derecha del punto decimal en cada factor. Por último, se coloca el punto en el número total de dígitos comenzando a contar de izquierda a derecha, ahí se pone el punto del producto. Asimismo, se colocó el material permanente que dictaba que el punto decimal es el signo que se utiliza para realizar la separación entre la parte entera y la parte fraccionaria de un número.

Reflexión Plan 2/3.

Del mismo modo que en la sesión número uno, el implementar preguntas al inicio de la clase para que el alumno se muestre interesado e inmerso en las discusiones creadas ayuda de manera positiva a motivar al alumno y que se sienta parte de la actividad por lo que se sugiere mantener la estrategia y mejorarla con más dinámicas para volver más interactivo y divertido el inicio.

Sobre el material manipulable, aunque se reconoce que el tablero de la multiplicación es algo que el alumno podría hacer reduciéndose al uso de lápiz y papel, no significa que los resultados sean iguales, puesto que se logró observar que aquellos alumnos que emplearon el tablero, sin contar si el uso fue correcto o no, se mostraron más activos durante la resolución, pues el hecho de tener “un pizarrón propio” como algunos le definieron, colocaba a los alumnos en una posición de centro del aprendizaje pues se auto percibían como protagonistas, basados en el supuesto de que el pizarrón es una herramienta de uso exclusivo del profesor y que solo usan los que, a veces, participan.

En tanto al uso apropiado se refiere, no en todos los casos se aprovechó de la forma más óptima el recurso y su espacio puesto que a pesar de estar cuadriculado o delimitando y reconociendo los indicativos que conforman el acomodo correcto de las partes de la multiplicación en su algoritmo común, los alumnos no realizaron sus operaciones en estos lugares disponibles para expresar sus procedimientos, a la vez que el docente procuró señalar en repetidas ocasiones durante la clase, la manera ideal de trabajar con el tablero de la multiplicación, sin embargo, se optó por dejar que el estudiante interaccione con el material y manipule el mismo de la manera que más le convenza.

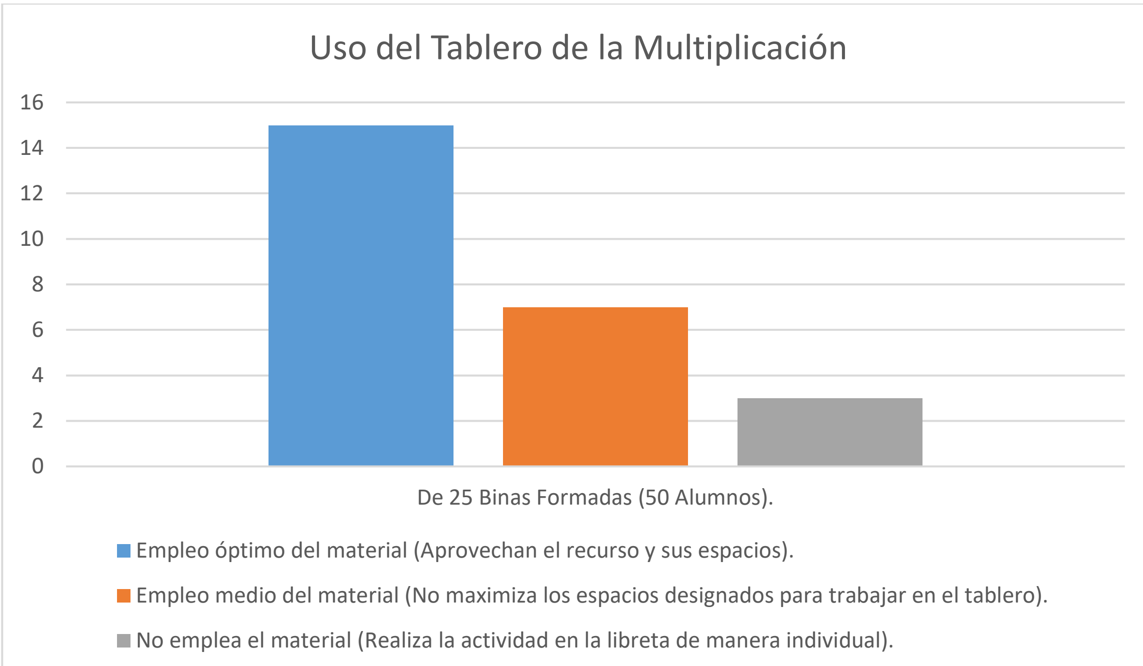
Un aspecto a corregir de este es que, como se mencionó anteriormente, en la parte superior se ubicaba la tablilla que da la separación del valor posicional de los dígitos de la cantidad (centenas, decenas, unidades, décimas, etcétera), algo que si bien apoya a los jóvenes a ubicar correctamente las cifras y dar una correcta lectura a las mismas para comunicarlas y transformar su lenguaje, al final, al expresar el producto de la operación, existieron algunos conflictos entre los alumnos puesto que, esto significaba para el alumno leer la cifra con base en el acomodo de los números.

Por ejemplo, en aquella respuesta que resultaba 1.500 litros o un litro y medio, las binas que emplearon ceros para igualar las cifras en los dígitos posteriores al punto en ambos factores, expresaron el resultado como mil quinientos litros, puesto que el número 1 quedó ubicado en las unidades de millar y el número 5 en las centenas, sin embargo, algunas de estas binas no habían considerado que al final aún no colocaban el punto decimal en su lugar correspondiente y por ende, no identificaban la contestación correcta.

Otro aspecto importante es la poca diferenciación que da el alumno respecto a quién es el multiplicando y quién el multiplicador en la operación, por lo que debe considerarse no conflictuar al alumno con estos conceptos, puesto que bastará con que identifique a los factores como tal y se sugiera la construcción de la propiedad conmutativa de la multiplicación, misma que si será factor en la construcción del significado de operador de la fracción, que modifica su concepción mientras se construye el nuevo saber.

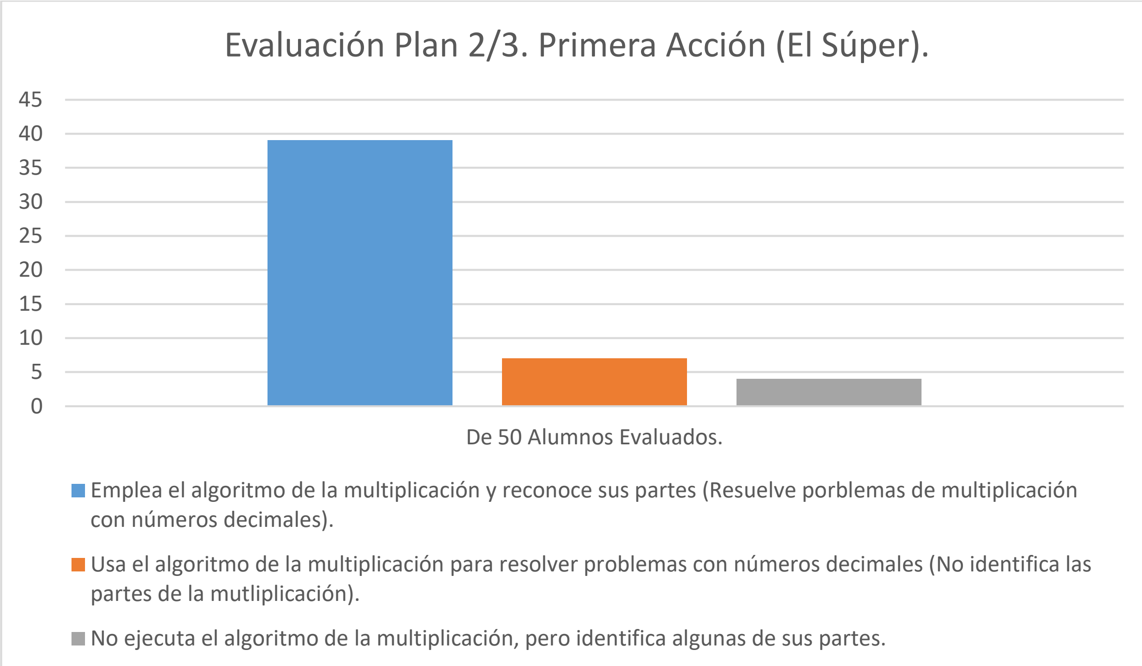
Resultados Obtenidos Plan 2/3.

A la clase referente asistieron 50 de los 52 alumnos que conforman el grupo de estudio, y dado que la consigna indicaba su realización en parejas, se formaron 25 parejas, de las cuales 15 dieron un uso óptimo al tablero, maximizando los espacios y realizando efectivamente los procedimientos con el acomodo adecuado de los factores y productos, así como del producto final en las zonas designadas. Además 7 de las binas, emplearon el material sin hacerlo de la forma que se pretendía o para la que fue diseñada, puesto que no respetaron las áreas asignadas para formalizar el algoritmo convencional de la multiplicación; para los primeros dos casos, en su mayoría se demostró una actitud más positiva al trabajo colaborativo y por ello una participación activa en la resolución. El resto de los equipos se negó a utilizar el tablero de la multiplicación y en su lugar, usaron la libreta para ejecutar sus procedimientos y resolvieron de manera individual.



Gráfica 10. Resultados Obtenidos Plan 2/3.

En tanto a la actividad misma se refiere, con base en el plan de evaluación estructurado para conocer los resultados del plan de acción, se sabe que de los 50 alumnos que realizaron la consigna, 4 de ellos no ejecutan correctamente el algoritmo de la multiplicación cuando hay números decimales en al menos uno de los factores, pero reconocen las partes de la multiplicación (al multiplicando y multiplicador como factores). 7 de los estudiantes ejecutan correctamente el algoritmo convencional de la multiplicación con números decimales en al menos uno de los factores, pero no reconocen las partes de la multiplicación. Los 39 jóvenes restantes, ejecutan correctamente el procedimiento con el algoritmo convencional de la multiplicación con números decimales y reconocen las partes de la multiplicación.



Gráfica 11. Evaluación Plan 2/3.

Plan 3/3. Primera Acción. Actividad: El Súper 2.

Para culminar la primera acción de la secuencia, se estableció el plan 3 de 3, que lleva por nombre “El Súper 2”, dando continuidad al problema planteado en el plan antecedente, que cumplía con la misma línea situacional en la que una persona que hace compras en el supermercado, necesita conocer los precios de ciertos productos que ha adquirido para tener las cuentas de su compra. La intención didáctica era que el alumno resuelva problemas que impliquen la división de números decimales entre números naturales y números decimales, usando el algoritmo convencional de la división para hallar el cociente.

Para comenzar la clase se cuestionó a los alumnos sobre conocer las partes de la división, puesto que en esta sesión trabajaríamos con el algoritmo convencional de la división y por ello era necesario que conocieran sus partes en la resolución común que ya conocen, por ello, de manera grupal algunos alumnos, con apoyo de sus compañeros, pasaron a la pizarra a identificar las partes de esta operación en una cartulina en la que previamente se estableció una división, que cumplía con estas y se señalaban mediante flechas. El conflicto llegó cuando en su mayoría los alumnos llamaron casita a la galera, lo cual no es incorrecto, pero es favorable que conozcan la terminología; también se suscitó una confusión entre lo que ellos decidían si el divisor o el dividendo se ubica dentro de la galera.

A39: El divisor es el que va adentro de la casita.

A21: ¡Nooo!, el dividendo va adentro.

M: ¿Cuál de los dos va dentro de la casita, el divisor o el dividendo?

A40: El dividendo es el que va dentro, porque es el número que se va a dividir, y el divisor va afuera porque te dice cuántas veces se divide el de adentro.

M: ¿Todos están de acuerdo con A40 o alguien opina diferente?

— (En general el grupo votó estar de acuerdo con A40)

M: ¿Cómo se llama el símbolo que separa el divisor del dividendo?

A27: Casita.

A1: Yo también lo conozco como casita.

M: ¿Todos los conocen como casita?

A40: No, según yo también se le conoce como galera.

A12: Si, también se llama así.

M: Es correcto, también a la "casita" se le conoce como galera y es el nombre con el que preferentemente la llamaremos. Ahora que ya se completó el cartel pueden copiarlo a su libreta para que lo tengan presente.

Para la situación de acción, con apoyo de dos alumnos, se repartieron el material y la consigna a trabajar en la clase, el primero constaba de un papel cascarón forrado con papel Contac, por ello se aprovechó de la parte posterior del tablero de la multiplicación para reciclar el material y darle un uso a este por la parte que no había sido empleada aún, mientras que la consigna se componía de la continuación a la situación presentada en la sesión anterior, y tres problemas en los que el alumno usaría la división para conocer el valor unitario de ciertos productos.

Por consiguiente, se solicitó a los alumnos leer la actividad en silencio, para que después, tres alumnos leyeran la consigna en voz alta y así verbalizarla, mientras se realizaban preguntas cómo, ¿qué van a hacer?, ¿qué operación van a usar?, ¿qué quieren saber?, asimismo, se les indicó que esta vez emplearían el tablero por la parte trasera como si fuese el pizarrón y usarán todo el espacio disponible para resolver los problemas y, se les asignó un tiempo de 15 minutos para completar en su totalidad la actividad y se formaron las binas para trabajar, y se modificaron algunas de las ya establecidas, donde se colocó con nuevos compañeros a quiénes no han trabajado colaborativamente, uniéndolos a aquellos alumnos que muestran liderazgo.

Durante la resolución se monitoreó el avance del alumno, mientras el docente circulaba entre las filas, prestando su atención al lenguaje que empleaban los alumnos para solucionar los problemas y observando sus procedimientos, para identificar las dificultades presentadas por los estudiantes y cómo empleaban su aprendizaje previo pues los ejercicios a los que se enfrentaba el alumno suponía tres escenarios, en el primero el dividendo es un número decimal mientras que el divisor es natural, en el segundo ambos son naturales pero no puede haber residuo por lo que el cociente es decimal y en el tercero tanto divisor como dividendo son decimales.

(A la bina formada por A10 y A13) M: ¿Cómo resolvieron el primer problema? ¿Me pueden explicar?

A10: Pues primero colocamos el 1899.99 en el dividendo porque es lo que costó el control y en el divisor pusimos el 27 que son los meses en que va a pagar el control.

M: ¿Quién va dentro de la galera entonces?

A13: Lo que vale el control, los 1899.99 pesos.

A10: Si, ya luego comenzamos a ver cuántas veces cabe el 27 en el 18 pero no se puede, o sea no cabe pues, es que 18 es más chiquito.

A13: Entonces tomamos el número que sigue, que sería 9 y nos da el 189 y ahí si cabe el 27, en la tabla pitagórica vimos que cabe 7 veces, entonces 7 por 27 son 189 y sobran 0 y ponemos el 7 en el resultado y bajamos el 9.

A10: Pero aquí ya no sabemos si vamos bien profe porque yo digo que primero se debe poner que 27 no cabe en ese 9 y se pone un 0 en el resultado ¿o no es así?

A13: Yo digo que se baja el otro 9 también para que nos quede 99 pero A10 dice que no porque ahí ya hay punto decimal y ya se pone el punto arriba.

M: Sí A10 dice que se pone el 0 arriba antes de bajar el siguiente número, pero tú crees que se baja ya el número, pero se pone punto decimal por qué no intentan con ambos resultados y al final comprueben cuál de las respuestas es correcta. ¿Cómo se comprueba que el cociente es correcto en la división?

A10: Se multiplica el resultado por el divisor que sería 27.

Como lo anterior transcurrió en general se optó por dar una revisión rápida para saber cuántos estudiantes tenían la misma duda y cuántos resolvieron sin inconvenientes, pero se pudo comprobar que solo 3 parejas enfrentaban el mismo problema, por ende, no hubo una intervención del docente, sino que se permitió que estos alumnos se problematizarán y formularán el procedimiento conveniente como se cuestionó por ejemplo a A10 y A13.

En la etapa de validación los equipos resolvieron los problemas en el pizarrón y argumentaron los procesos que llevaron a cabo para enfrentar cada situación propuesta, en este momento sólo existió un conflicto en el que los alumnos que explicaban la resolución del segundo problema no lograban explicitar cómo no dejar residuo en la división ya que ellos resolvieron con cociente entero y residuo, pero no lograron dejar el residuo en cero y el cociente como un decimal.

A37: La respuesta que tenemos en el inciso b) nos da que cada jugo le cuesta 6 pesos y deja un residuo de 18 pesos.

M: Pero si dejamos un residuo, ¿cómo sabremos cuál es el valor exacto de cada jugo?

A22: Es que como el 162 no tiene decimales no sabemos cómo seguir dividiendo.

M: ¿Qué deberían hacer sus compañeros con el dividendo para continuar el procedimiento y no quede residuo?

A40: Deben agregar un cero al 162, o sea, como si tuviera el punto decimal, pero se pone el cero en las décimas y se baja y el residuo sería 180 y así ya se puede seguir dividiendo, pera va a volver a quedar residuo y se agrega otro cero para las centésimas.

M: ¿Todos entendieron o necesitan que A40 pase a apoyar y explicar a sus compañeros?

A40: Mmm, por ejemplo, aquí decíamos que se les agrega un cero a las décimas en el 162 y ese cero se baja al residuo que nos da 180, entonces buscamos un número que multiplicado por 24 se acerque o nos de 180, que sería 7, porque 24 por 7 son 168 y 180 menos 168 son 12, agregamos un cero a las centésimas de 162 y lo bajamos al residuo 12 y da 120, ya de aquí buscamos el número que multiplicado por 24 de 120 que sería el 5 y así el residuo es cero y el resultado es 6.75 que eso cuesta cada jugo.

M: ¡Muy bien! Espero que haya quedado claro, ¿coinciden con la respuesta de A40?

(En general el grupo): ¡Si!

Tras la puesta en común y recuperando los sucesos más importantes de esta se llevó a cabo la institucionalización en la que se formalizó el proceso que se debe llevar a cabo para dar solución a divisiones donde el dividendo es un número decimal y el segundo caso, donde el divisor es decimal, además, señalar de qué manera se logra resolver la división sin conservar el residuo, quedando de la siguiente forma:

1. Dividendo como número decimal.

- Cuando se tiene un decimal entre un entero se resuelve como si ambas cantidades fueran enteras y se sube el punto decimal del dividendo en la misma posición en la que está.
- Cuando en una división se tiene residuo y se quiere encontrar una respuesta con mayor precisión se agrega un cero al residuo.

2. Divisor como número decimal.

- Para realizar la división se debe cuidar que el divisor sea un número entero. Por lo que se multiplica el dividendo y el divisor por 10, 100, 1000, etcétera. Lo que dependerá de los decimales con los que cuenta el divisor.

De esta forma es como se finaliza la clase, mientras se proyectaba a los alumnos por medio del cañón lo anterior por medio de un cartel realizado en Canva que suele ser más llamativo para el alumno y ellos a su vez copiaban esto en su cuaderno. Con esta sesión se concluye la primera acción del plan estructurado y que busca aprovechar los conocimientos previos sobre operaciones (multiplicación y división) con números decimales para prever posibles barreras en la resolución de ejercicios en los que interviene el operador de la fracción.

Reflexión Plan 3/3.

Las sensaciones dejadas en esta sesión son positivas, pues el grupo se acopla cada vez más al ritmo de trabajo, siendo que no se había mencionado anteriormente, pero los alumnos no trabajaban la resolución de consignas ni el trabajo colaborativo, y esto enfrentó un reto para ellos pues resultaba algo novedoso y que han sabido sobrellevar. También comienzan a mostrarse más participativos, e involucrados durante la resolución, pues se ha podido apreciar cómo se ven inmersos en el problema y cambian totalmente su lenguaje para entablar conversaciones matemáticas con sus compañeros en general, es sorprendente incluso la capacidad que demuestran algunos para convencer con sus argumentos y demostraciones sobre los procedimientos y dejan ver actitudes de liderazgo positivo.

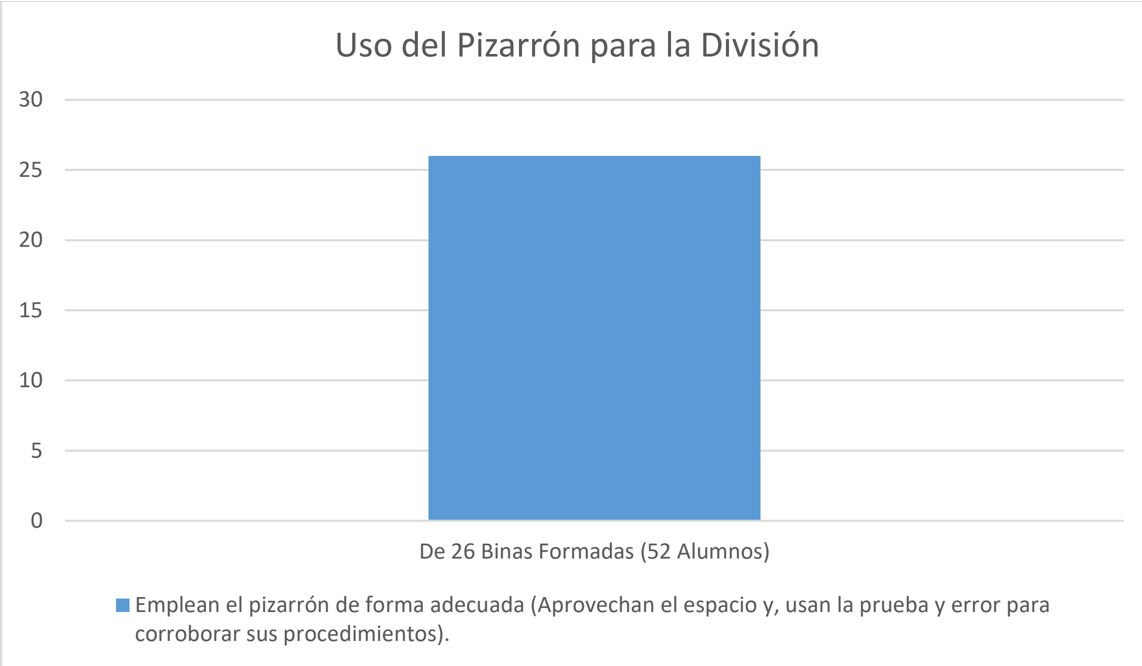
La actividad planteada en clase resultó efectiva al ser una continuidad de la anterior, pues el alumno se siente familiarizado con el problema, además ofrecer un contexto estable le indica al alumno la cotidianeidad del mismo, por lo que sentirse identificado con él no será prueba difícil. Los problemas en sí ofrecían una complejidad media para el nivel del alumno, que haría uso de su conocimiento previo puesto que ya tiene un antecedente con estas situaciones en los ciclos anteriores.

El pizarrón, como los alumnos lo nombraron, en esta ocasión fue un material 100% productivo pues cumplió con su función, permitió al estudiante formalizar sus procedimientos y presentarlos a sus compañeros, además, aunado a ello, la formación de nuevas binas logró la interacción entre pares y el recurso sin negación por parte de alguno de los jóvenes.

Respecto al pizarrón, un rubro positivo de este y del tablero de la multiplicación que no se había mencionado es que el alumnado puede ensayar varias veces sus procedimientos, es decir, la finalidad recae en la generosidad de poder borrar con solo una toalla o trapo húmedo, facilitando así que el alumno tenga el error y lo solucione e intente tantas veces como sea necesario, y al contar con la presencia de un compañero, el aprendizaje puede generarse de forma guiada.

También se logra observar que los jóvenes comienzan a hacer uso adecuado de sus propios productos, como en este caso la tabla pitagórica, elaborada en la sesión del plan 2.2 descrita más adelante en el replanteamiento de las propuestas, siendo una adecuación en la que se creó este recurso en búsqueda de proporcionar una herramienta que permita al alumno acceder a las tablas de multiplicar con la propuesta elaborada por Pitágoras de Samos.

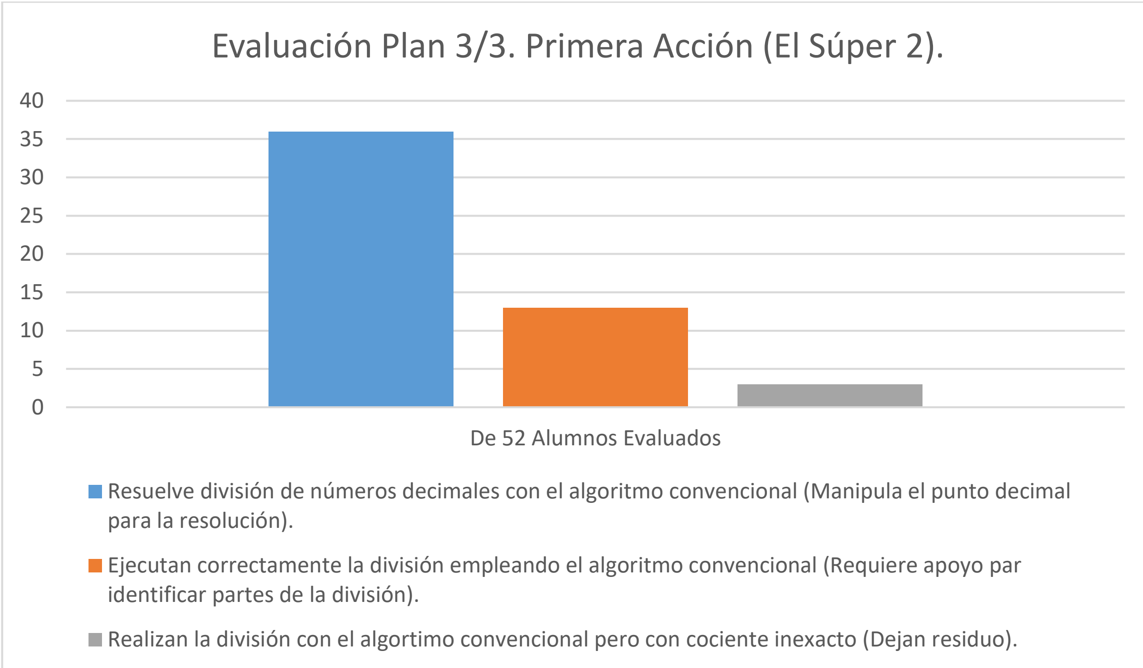
Resultados Obtenidos Plan 3/3.



Gráfica 12. Resultados Obtenidos Plan 3/3.

En esta clase se contó con la asistencia total del grupo por lo que el número de binas formadas fue de 26. De la sesión se obtiene que el 100% de los alumnos ha empleado de manera óptima el material, utilizando al máximo el espacio designado, lo que deja un acierto positivo al no establecer el algoritmo convencional de la división como en el tablero de la multiplicación, pues se observó que algunos alumnos utilizan un acomodo diferente en tanto se trata del algoritmo, pues ubican en la galera el divisor y no el dividendo, además de hacer una variación en la que giran “la casita”.

De los resultados arrojados tras la evaluación de la actividad, se sabe que 36 alumnos emplean el algoritmo convencional de la división y aplican procedimientos correctos para realizar la operación cuando hay decimales en el divisor o el dividendo; 13 estudiantes ejecutan correctamente la división con números decimales, pero requieren apoyo para identificar el dividendo y el divisor, mientras que 3 jóvenes ejecutan el procedimiento correcto de la división, pero dejan residuo tras realizar la operación.



Gráfica 13. Evaluación Plan 3/3.

Plan 1/5. Segunda Acción. Actividad: ¿Cuántas partes me conforman?

Para dar comienzo a la segunda acción del plan estructurado para favorecer el aprendizaje de la fracción como operador, se dispone de cinco planes de clase, siendo el primero el que se describe a continuación. La primera consigna que lleva por nombre "¿Cuántas partes me conforman?", donde se pretendía que el alumno construya el concepto de entero como un todo a partir de la relación parte-todo, donde se resalta la importancia de este constructo puesto que el estudiante tiene que desarrollar la noción con la premisa de conjuntos como un todo y no como partes unitarias del conjunto.

Durante el inicio se realizó una adecuación, puesto que esto no se consideró en la planeación original, que consistía en mostrar a los alumnos objetos comunes en las representaciones de la repartición del parte-todo, como lo son una manzana, un pastel y una pizza, para realizar precisamente la repartición de estos con la interrogante quién es el entero, de tal forma que se han repartido estos objetos en varias partes y el entero era la unidad, para posteriormente mostrar una caja que contenía jugos, de la misma manera se sugirió una repartición y se le preguntó al alumno quién era el entero a lo que ellos respondieron, el entero era representado por el jugo.

M: Si esta manzana la reparto entre dos personas, ¿qué fracción le corresponde a cada persona?

A20: Un medio.

A52: La mitad.

A5: Si, un medio.

M: Y si la divido en cuatro partes, y la reparto entre dos personas, ¿qué fracción le tocaría a cada persona?

A49: Dos cuartos.

A10: Sigue siendo la mitad.

A12: Si puede ser dos cuartos o un medio.

M: Entonces, si no corto la manzana y me la quedo yo, ¿qué fracción me corresponde?

A17: Toda la manzana.

A28: Una manzana de una.

A40: Le toca un entero.

M: ¿Toda la manzana es un entero?

(En general el grupo): ¡Si!

M: Ahora observen esta caja de jugos, hay doce jugos en ella, si a tres personas les reparto los jugos en partes iguales, ¿qué fracción le corresponde a cada persona?

A6: Le tocan como cuatro jugos a cada uno.

A48: Pero en fracción, son la tercera parte que si son cuatro jugos.

A45: Es un tercio.

M: Y en este caso, ¿quién es el entero?

A5: El jugo, bueno cada jugo.

A17: ¿Un jugo?

A40: Si un jugo o cada jugo.

M: En la clase de hoy vamos a definir lo que es un entero y al final de la actividad vamos a volver a responder esta pregunta, ¿estamos de acuerdo?

(En general el grupo): ¡Si!

Para dar comienzo a la situación de acción, se solicitó a dos jóvenes repartir la consigna a los compañeros, mientras que el docente repartía un puñado de frijoles que se emplearían para llevar a cabo la actividad, pues manipularían estos para formar conjuntos y reparticiones y así construir el concepto de entero. Asimismo, los alumnos comenzaron a leer la consigna y las situaciones planteadas, al ser una tarea a realizar de forma individual, se optó por responderla por secciones de manera grupal o bien general, aunque se mantenía la idea del trabajo individual.

En la verbalización como ya se acostumbra, tres jóvenes leyeron la consigna y las indicaciones, estas también fueron proyectadas en la pizarra electrónica con apoyo del cañón, lo que permitía tener un control sobre la lectura de las situaciones propuestas, a la vez que después de la lectura, el docente realizó una serie de preguntas tales como, ¿qué van a hacer?, ¿a quién representa la fracción?, ¿todas las indicaciones hablan de repartir?, y así se comprobó la comprensión de la consigna y se dio comienzo para resolver.

Ya para la resolución algunos alumnos participantes leyeron una a una los cometidos, mientras que los compañeros iban anotando sus respuestas a las preguntas que acompañaban cada indicación y de manera general se respondía en voz alta a la cuestión para corroborar las respuestas o bien discutir las diferencias entre estas, además se contaba con unos frijoles hechos en papel a escala que servían para que los estudiantes realizarán los que iban mencionando en el pizarrón, tanto en la agrupación como en la repartición.

(Leyendo las indicaciones) A13: Conforma un grupo de ocho frijoles.

M: Bien, hagan un grupito de ocho frijoles. A7 lee la siguiente indicación por favor.

A7: Reparte tu grupo en cuatro partes iguales.

M: Okey, entonces hagan lo que se pide. ¿Listos?, ¿quién quiere leer la pregunta?

A22: ¡Yo!, ¿qué fracción puede representar una de esas partes?

M: Anoten su respuesta en la libreta, pero no la digan hasta que todos la tengan, un minutito para que tengan su respuesta. Entonces, ¿qué fracción representa una de las partes?

A45: Un cuarto.

A10: ¿Pueden ser dos octavos?

A1: ¿Por qué dos octavos?

A10: Mmm, porque teníamos ocho frijoles, entonces lo repartimos entre 4, y cada parte tiene dos frijoles, o sea dos de ocho, que en fracción es dos octavos.

A1: ¡Ahhh!, entonces también es cuatro dieciseisavos.

A40: Puede ser cualquier fracción equivalente a un cuarto.

M: ¡Muy bien!, efectivamente puede ser cualquier fracción equivalente a un cuarto. A10, puedes pasar al pizarrón a explicar nuevamente tu respuesta para que todos tus compañeros lo comprendan.

Lo anterior describe la dinámica realizada en la sesión, misma que se repitió en cada una de las indicaciones. Gracias a esto se pudo aprovechar para realizar una puesta en común tras cada solución propuesta de los alumnos, mismas que podían exponer y así validar de manera general lo sugerido por ellos, lo que producía intervenciones más fructíferas. La cúspide de la consigna llegó cuando los estudiantes se enfrentaron a la siguiente situación.

A50: Forma un grupo de 7 frijoles.

M: Por favor, hagan su grupo, quiero verlo. ¿Quién lee la siguiente?

A3: Reparte los frijoles del grupo en una sola parte.

M: Bien, repartan su grupo.

A1. Bien fácil, nada más es una parte profe.

M: Bueno aprovechando que ya nos dijiste lo fácil que es, lee la siguiente pregunta y cuando te diga la respondes tú mismo.

A1: ¡Ay profe!, bueno ya que, ¿qué fracción puede representar esa parte?

M: Damos un minuto para responder y lo anotan en su libreta, pero aún no den la respuesta.

A1: Mmm mi respuesta es siete de uno, porque son siete frijoles y los reparto en una sola parte.

M: ¿Están de acuerdo o alguien respondió algo diferente?

A12: Yo digo que son siete séptimos.

M: ¿Por qué siete séptimos?

A12: Es que tenemos siete frijoles, pero o sea como son una sola parte pues los siete frijoles se quedan ahí mismo, entonces, mmm pues es que no sé cómo explicarlo.

A40: Creo que mi compañero se refiere a que como son siete frijoles podría decirse que ya está dividida la parte completa porqué, por ejemplo, mi respuesta es un entero, que es equivalente a siete séptimos.

M: ¿Y por qué un entero? ¿Podrías explicarlo en el pizarrón para que todos lo puedan comprender?

A40: Es que estamos hablando de una sola parte, y esa tiene siete frijoles y como están todos pues está entero, porque si fueran siete de uno como dijo A1, entonces hubiéramos hecho siete grupos de un solo frijol.

M: Entonces, ¿cómo definirían lo que es una fracción?

A16: Es una parte del entero.

A10: Si, sería solo una o varias partes del entero.

M: ¿Y qué sería el entero en ese caso?

A12: Lo que está completo.

A40: Un entero es algo que está completo y aunque esté dividido no le faltan partes.

M: Bien, se acuerdan que al inicio hablamos de una caja de jugos. Si yo les dije que la caja tenía doce jugos, y les pregunté quién era el entero, ahora si díganme, ¿quién es el entero?

A15: El entero era la caja de jugos.

A36: Si toda la caja, los jugos eran las partes.

Así es como se logró llegar al espacio de institucionalización, donde se recuperaron los argumentos más significativos de las participaciones, y se concretó que una fracción es un número que expresa una cantidad determinada de porciones que se toman de un todo (entero) dividido en partes iguales. Por ello, el entero es el elemento de las fracciones que representa lo que está completo y que no le falta ninguna de sus partes. Además, al final se solicitó a los jóvenes que anotarán este concepto en su libreta mientras se proyectaba en la pantalla y se les indicó que de tarea trajeran a la siguiente clase con un ejemplo las partes de la fracción y cómo se llama la raya que divide los números de la fracción.

Reflexión Plan 1/5.

Las sensaciones dejadas tras la ejecución del primer plan de la segunda acción son positivas y satisfacción al lograr la intención didáctica propuesta, además de que se aprovechan los conocimientos previos del alumno, puesto que se reconoce que en los grados antecedentes se prioriza crear el concepto de la fracción, no así para el del entero que se da por sentado que el niño desarrolla ambos conceptos a la par pues se sugieren inherentes.

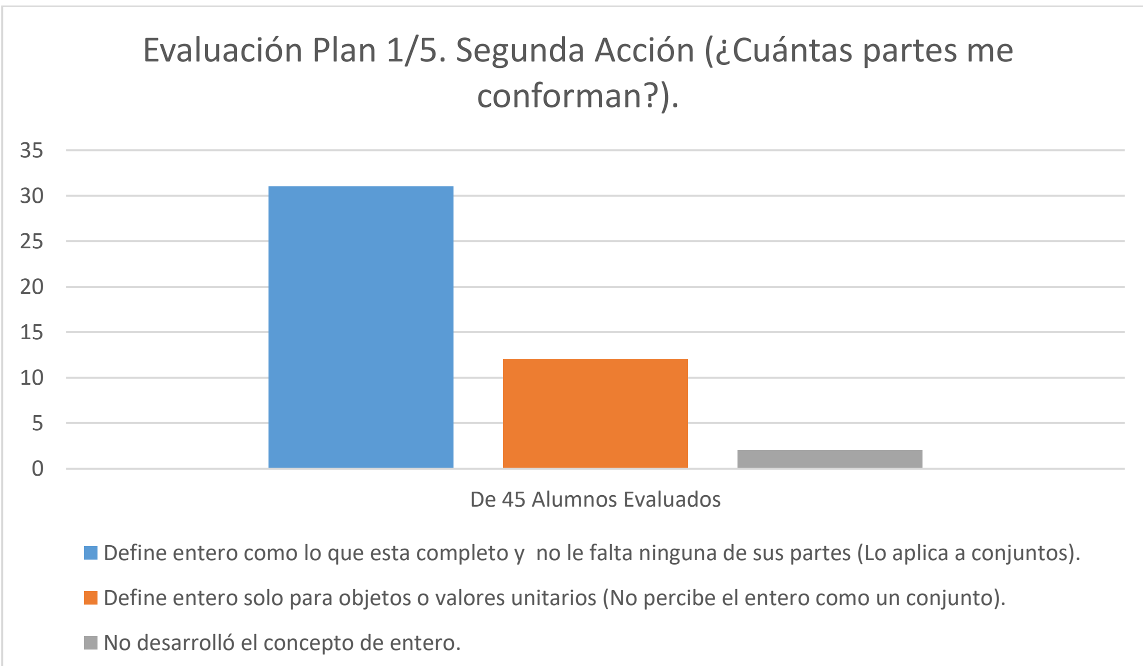
La importancia de obtener el concepto de entero radica en la visualización que da el estudiante al objeto mismo, puesto que como en la actividad propuesta, existen casos en los que el entero no sea un objeto unitario como en aquellos casos comunes de la manzana, el pastel o la pizza, pues están los casos en que un objeto contiene a otro y entonces cómo los propios alumnos mencionaron, uno será el entero, mientras que el otro solo las partes del mismo.

Respecto al material empleado, los objetos visuales resultaron de gran apoyo para el entendimiento de los procesos sugeridos por los discentes, le permitieron explicar más a detalle sus ideas y, facilitaron la comprensión por parte de los compañeros, además, los frijoles como recurso para llevar a cabo la consigna también presentaron beneficios para la ejecución de la misma, puesto que al manipularlos corroboraban las relaciones parte-todo y construyeron la noción del entero a partir de estos.

Un aspecto que se rescata de esta clase es que se realizaron varias intervenciones por parte de los alumnos para detallar sus respuestas, por lo que se considera no una sola puesta en común, lo que trae consigo beneficios pues en matemáticas es fundamental que el estudiante encuentre la validación necesaria para comprobar sus respuestas y/o resultados, además, acompañado y guiado no solo por el docente sino por sus iguales le pone en el centro de su propio aprendizaje. También estrategias como esta, permiten que aquellos jóvenes que no han tenido la comprensión necesaria para resolver la consigna se nivelen durante la sesión y trabajen al mismo ritmo tras recibir la orientación y explicación del compañero, lo que resulta en situaciones más sencillas de entender.

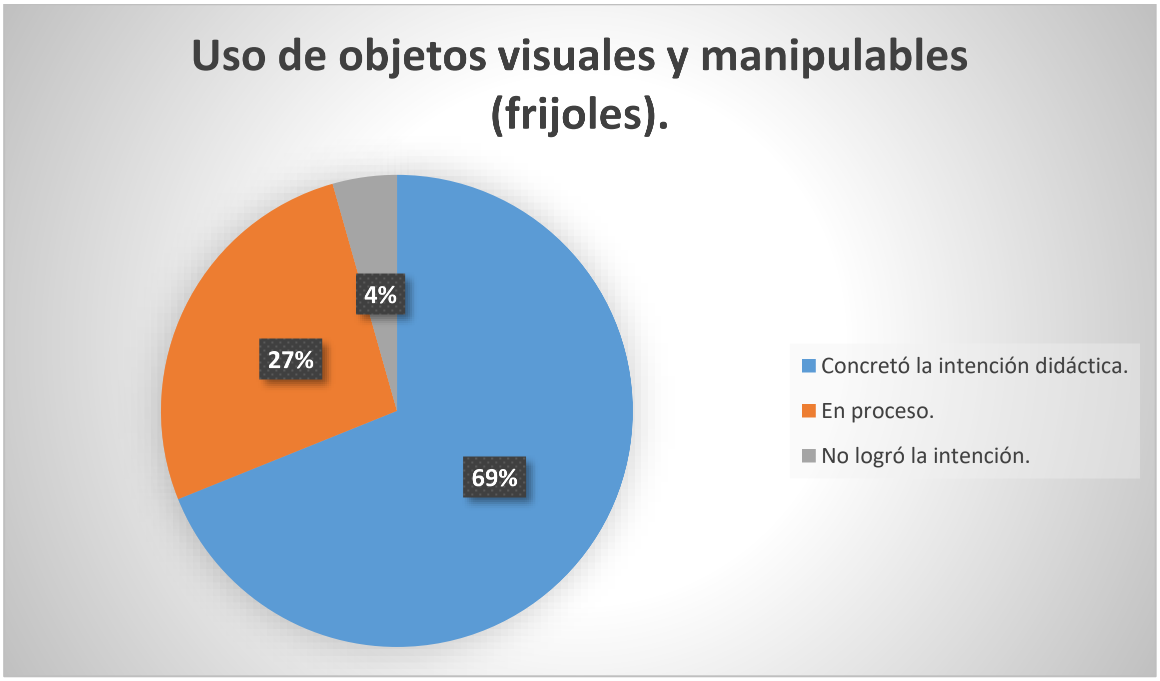
Resultados Obtenidos Plan 1/5

Una vez realizada la evaluación de la consigna realizada, y contemplando la asistencia de solo 45 alumnos de los 52 que conforman el grupo de estudio, se puede deducir que 31 de los estudiantes definen el entero como una fracción que representa lo que está completo y no le falta ninguna de sus partes, además reconocen un conjunto como el todo; 12 jóvenes tienen la noción del entero, pero no perciben un conjunto como un todo sino como valores unitarios separados, y el resto, no logró concretar el concepto de entero, ni crea conjeturas en las relaciones parte-todo.



Gráfica 14. Evaluación Plan 1/5.

Por su parte, los objetos visuales y los manipulables (frijoles) solventaron las carencias que pudiese presentar el grupo, y resultaron ampliamente efectivos basados en los resultados de la evaluación de la actividad pues el 68.8% de la audiencia concretó la intención didáctica planteada en la sesión; un 26.6% concretó el concepto de entero para objetos individuales y el resto no desarrolló el contenido esperado en clase.



Gráfica 15. Uso de Objetos Visuales y Manipulables.

Plan 2/5 Segunda Acción. Actividad: La Vuelta del Tren.

Para el segundo plan de clase de la también segunda acción, se propuso la actividad La Vuelta del Tren basada en un problema de proporcionalidad directa que los autores señalan por su inmersa relación con el significado de operador de la fracción y es con esta actividad donde se plantea que el alumno comience a obtener dicho constructo, por lo que la intención didáctica de la sesión era que el estudiante se planteé una relación de proporcionalidad directa con multiplicadores variables (fracciones) y donde la constante de proporcionalidad es un número natural.

La consigna a resolver fue dividida en dos partes, la primera en la que el alumno completaría una tabla con los valores faltantes con base a los kilómetros recorridos por el tren en cada vuelta y la segunda en la sin hacer cálculos escritos opera la constante de proporcionalidad por variables fraccionarios para definir cuáles resultados serán mayores que ochenta, mayores que ochenta, pero menores a ciento sesenta y mayores que ciento sesenta.

Durante el inicio de la clase, se repartió la consigna con el apoyo de dos alumnos, mientras eso sucedía, el docente en formación repartía una estructura que apoyaría a realizar la multiplicación de los factores que se verían implicados, este material constaba de una hoja blanca forrada con papel Contac para que el alumno pudiese solucionar el problema en ella con apoyo de sus plumones y ejecutará los procedimientos necesarios. La estructura era de la forma $\frac{\boxdot}{\boxdot} \times \boxdot$, donde dentro de cada cuadro el alumno colocaba las cifras de los factores.

Una vez que todos disponían de la consigna se dio lectura a la misma por parte de cuatro de los estudiantes en voz alta y posteriormente se verbalizó. A la vez se les brindaron las indicaciones necesarias para realizar el trabajo, pues como se mencionó anteriormente la actividad se dividía en dos partes y por lo tanto se realizarán puestas en común en diferentes momentos para cada parte. Para la primera se asignó un tiempo de 10 minutos tras realizar algunas preguntas para comprobar la comprensión de la asignación.

M: ¿De cuántos kilómetros es el circuito que recorre el tren?

(En general el grupo): De ochenta kilómetros.

M: Y, por lo tanto, ¿cuántos kilómetros recorre por cada vuelta?

(En general el grupo): Recorre ochenta kilómetros.

M: Entonces, ¿ochenta kilómetros son iguales a…?

(En general el grupo): ¡Una vuelta!

M: Oigan, ¿y cuántos kilómetros recorre el tren en media vuelta?

A12: Daría como cuarenta kilómetros.

A28: Si son cuarenta.

A10: Cuarenta kilómetros.

M: ¿Y cómo saben que son cuarenta kilómetros?

A40: Porque es la mitad del recorrido.

A20: Sí porque es solo la mitad.

M: ¿Qué operación se puede usar para saberlo?

A12: Se divide.

A15: Se divide entre dos y ya se da el resultado.

A26: Si porque ochenta entre dos es cuarenta y eso es un medio o la mitad.

M: Entonces, ¿cuántos kilómetros recorre en un cuarto de vuelta?

A4: Pues se saca la mitad de la mitad que ya tenemos.

A45: O se puede dividir entre cuatro el ochenta o como dice mi compañero se divide entre dos cuarenta, porque un cuarto es la mitad de la mitad.

A40: Y serían veinte kilómetros nada más.

M: Y entonces, ¿ahora qué operación están usando?

A10: La división se sigue usando.

M: Y, por ejemplo, si el tren da 2 vueltas, ¿qué operación usarían para conocer la respuesta?

A15: Yo creo que ya nada más se multiplica.

A12: Se multiplica ochenta por dos y son ciento sesenta kilómetros.

M: ¿Por qué creen que en los primeros casos se dividían los kilómetros y en el último se multiplican?, piénsenlo un poco y al final respondemos, ¿va?

Así se dio comienzo a la resolución del problema en la primera parte en la que habría que llenar los espacios faltantes al multiplicar la constante en este caso ochenta por las variables que eran fracciones, naturales y fracciones mixtas para subir la complejidad del problema mismo, aunque combinaban las fracciones menores a una vuelta por lo que era sencillo obtener los resultados. Después de ello había que explicar qué operación se realizaba para calcular la distancia recorrida en dos quintos de vuelta, teniendo en cuenta que al hacer cinco vueltas se empleaba la multiplicación.

Tras el tiempo concluido se dio pauta para comenzar la puesta en común, en ella los alumnos pasaban al pizarrón donde ya se encontraba pegada la misma tabla que ellos llenaron y en la que tenían que escribir sus respuestas y explicar sus procedimientos para obtenerlas, cabe destacar que todos los participantes en general con el grupo coincidían en que para responder cuando la variable era una fracción menor a una vuelta, dividieron en todos los casos, pero no consideraron la multiplicación, caso contrario para los números enteros mayores a uno y las fracciones mixtas donde sólo consideraron a la multiplicación.

(Caso 1) A24: Para calcular cuántos kilómetros recorre el tren en dos quintos, yo dividí los ochenta entre cinco que es la fracción que pide y ya luego nada más tomé dos de las cinco partes que tenía.

M: ¿Qué operaciones usaste para obtener tu respuesta?

A24: Nada más la división.

(Caso 2) A33: Como decía que quería saber cuántos kilómetros hace en cinco vueltas y un cuarto, pues yo multipliqué ochenta por cinco, y ya sabía cuánto era de un cuarto, entonces se los agregué.

M: ¿Y tú qué operaciones usaste?

A33: La multiplicación nada más porque lo de un cuarto pues ya lo habíamos dividido antes.

Después de escuchar las intervenciones de los alumnos que en general compartían similitudes, se optó por hacer una institucionalización parcial de lo que hasta el momento había sido significativo, siendo así que se concretó que si cinco veces ochenta se expresa como cinco por ochenta (5 × 80), entonces la operación con la que se calcula dos quintos de una cantidad, en este caso ochenta, también es la multiplicación, por ejemplo, $\frac{2}{5} \times 80$, y esta se lee como $\frac{2}{5}\ de\ 80$donde el numerador multiplica al entero y el denominador se multiplica por uno que es el denominador de cualquier entero, lo que concluye en que toda fracción $\frac{a}{b}$ que se multiplica por un número c ($\frac{a}{b} \times c = \frac{a \times c}{b}$), dará como resultado a la fracción $\frac{ac}{b}$.

Con lo anterior se permitió continuar con la segunda parte de la actividad que como se había pactado no se realizarían cálculos escritos, sin embargo, el nuevo conocimiento en el alumno le posibilitaba ejecutarlos, por ello se decidió que realizarían los procedimientos necesarios para obtener las respuestas correctas, además, para este punto los alumnos comenzaron a usar el esquema que previamente se les había brindado y que no habían empleado pues lo desconocían en ese instante.

Ya con lo anterior los estudiantes comenzaron a realizar los acomodos necesarios para operar las fracciones por el entero y al concluir la actividad los alumnos pasaron al pizarrón a marcar con colores lo solicitado en la consigna que era indicar cuáles resultados serán mayores que ochenta, mayores que ochenta, pero menores a ciento sesenta y mayores que ciento sesenta, y en este lapso los alumnos empezaron a ejecutar la división como parte de la misma operación para tener la certeza de sus resultados, aunque esta operación fue más ejecutada como equivalencia de fracciones.

A10: En este caso se multiplica tres cuartos por ochenta, entonces con mi esquema yo multipliqué tres por ochenta que son doscientos cuarenta, y el denominador sigue siendo cuatro, porque cuatro por uno es cuatro, entonces me queda doscientos cuarenta cuartos.

M: ¿Y con esa fracción ya sabemos si el resultado se subraya con rojo, azul o naranja?

A40: Podemos reducir la fracción por una equivalente.

M: ¿Cómo lo harías?

A40: Pues es que tanto el numerador como el denominador tiene mitad, que nos da ciento veinte medios, y aún se reduce más porque tienen mitad, y te queda sesenta enteros, entonces se subraya con rojo porque el resultado es menor que ochenta.

Con eso se concluyó la segunda puesta en común y se concretó entonces en una siguiente institucionalización que cuando se habla de multiplicación se suele pensar que el producto es un incremento o se aumenta, pero si se multiplica por fracciones el resultado no siempre se va a agrandar, puesto que si la fracción es menor al entero quien sería el otro factor, entonces ese disminuiría o se vuelve más pequeño, pero si la fracción es mayor, entonces si se aumenta.

Reflexión Plan 2/5.

Los hechos ocurridos durante la clase orillaron a realizar adecuaciones pertinentes para el logro del propósito general del plan de acción, pues en principio se tenía planteada cierta intención didáctica que cumplía con la planeación de la actividad antes de ser ejecutada, por lo que ya sobre la marcha, la intención fue modifica a que el alumno comprenda que toda fracción $\frac{a}{b}$ que se multiplica por un número c ($\frac{a}{b} \times c = \frac{a \times c}{b}$), dará como resultado a la fracción $\frac{ac}{b}$.

Lo anterior sucede porque la nueva intención era más acorde a el desarrollo que estaba llevando a cabo el estudiante, por ello definir la constante de proporcionalidad no era del interés mismo de la sesión, pues este constructo si bien estaba inmerso, no se pretendía obtener como parte de la propuesta didáctica, siendo más fructífera la obtención del nuevo saber, del cual además, el alumno puede recatar que cuando se habla de una multiplicación donde uno de los factores es una fracción, entonces se lee como la fracción de, por ejemplo, $\frac{2}{5} \times 80$ se lee como $\frac{2}{5}\ de\ 80$; también se desarrolla la noción de que existen casos en los que la multiplicación no siempre agranda las cantidad por las que se opera, como cuando se multiplica por una fracción o decimal menor al entero.

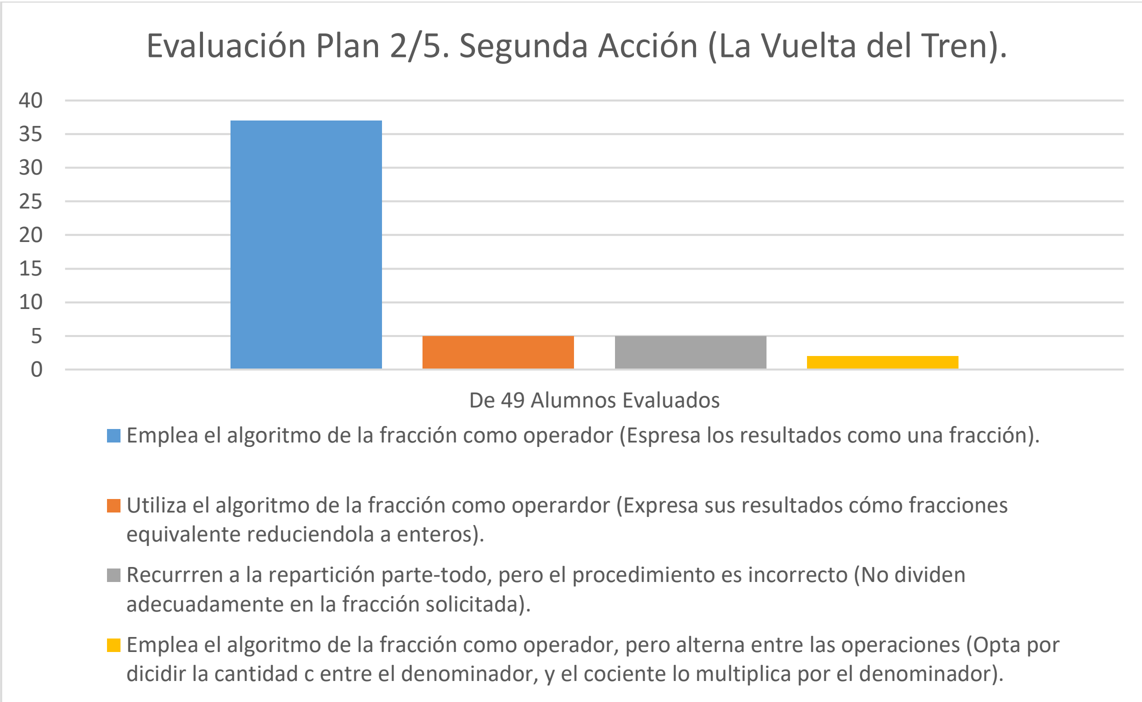
Asimismo, el esquema propuesto para la realización de las operaciones, establece un algoritmo con el que el alumno puede comenzar a familiarizarse, en él se sugiere que el alumno opere únicamente el numerador de la fracción por la cantidad c (en este caso el entero) y el denominador por la unidad (siendo que todo entero tiene denominador uno), sin embargo algunos discentes fueron capaces de realizar una segunda operación, aquí entra en juego la división, aunque lo hicieron con el argumento de buscar una fracción equivalente, pero, se llegará a los casos en que la fracción no pueda reducirse más y obtendrá un valor decimal para expresar la fracción.

Algo que se considera un error, fue el hecho de no retomar alguna de las preguntas de inicio, donde los alumnos sugerían que para realizar la operación un medio de ochenta, es decir, conocer los kilómetros que recorre el tren tras dar media vuelta, solo se dividía por ser la mitad, y es que esta afirmación puede considerarse verdadera, sin embargo, se debió especificar a los alumnos que el operador de la fracción también se encontraba inmerso en estos ejemplos como $\frac{1}{2}\ de\ 80\ es\ igual\ a\ \frac{1}{2} \times 80, dónde\ \frac{1\times 80}{2} = \frac{80}{2}$, después sea por equivalencia o al realizar la división del numerador entre el divisor, se obtenía el resultado correspondiente.

Resultados Obtenidos Plan 2/5.

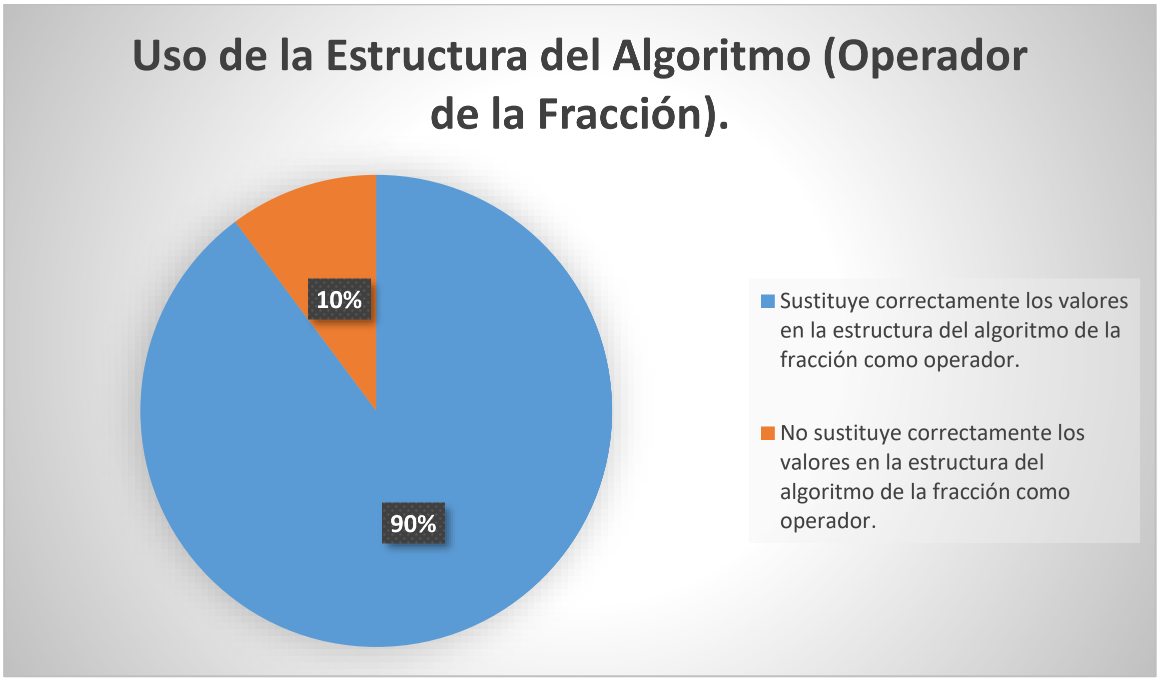
El plan de evaluación de esta sesión también sufrió modificaciones debido a la adecuación en la intención didáctica pues ya no se evaluaba lo que originalmente se había planeado, por lo que ahora se valoraría en qué medida el alumno empleaba el algoritmo $\frac{a}{b} \times c = \frac{a\times c}{b}$, de lo que entonces se obtiene que, de los 49 alumnos presentes, 37 usan el algoritmo correctamente operando el numerador por el entero y colocan el mismo denominador, por lo que expresan su respuesta como una fracción. 5 estudiantes, también emplean eficazmente el algoritmo $\frac{a}{b} \times c = \frac{a\times c}{b}$, pero expresan su resultado como una equivalencia de fracciones hasta su forma más simple (en este caso, enteros).

Del resto, 5 más no utilizaron el algoritmo establecido, pues sugerían realizar una repartición y tomar las partes requeridas, sin embargo, en la ejecución cometían errores desde el reparto, los otros 2 jóvenes si bien consideraron el algoritmo, llevaron a cabo un procedimiento distinto en el que dividieron la cantidad c entre el denominador b y el cociente lo multiplicaron por el numerador a, de tal forma que $\frac{a}{b} \times c = (c \div b)\, a$.



Gráfica 16. Evaluación Plan 2/5.

En esta sesión también se vislumbran los resultados en pro del uso del material, para este caso la estructura del algoritmo en la forma $\frac{\boxdot}{\boxdot} \times \boxdot$. De su uso correcto se tiene que 44 alumnos realizaron correctamente la sustitución de los valores correspondientes a $\frac{a}{b} \times c$, en el que sustituyeron la fracción en $\frac{a}{b}$ y el entero en *c*, mientras que el resto no logró relacionar las partes del algoritmo desarrollado con su estructura para reemplazar sus valores.



Gráfica 17. Uso de la Estructura del Algoritmo.

Plan 3/5. Segunda Acción. Actividad: La Vuelta del Tren 2.

Para la tercera sesión de la segunda acción se daría continuidad a la actividad La Vuelta del Tren en su segunda versión, en la que la intención didáctica estipulaba que el alumno compruebe y demuestre que n veces m, siempre se puede expresar como n × m, independientemente de si n y m son números naturales o fraccionarios; por ellos, la dinámica de la clase se planeó en similitud a la anterior esperando que el alumno empleé una nueva estructura en la que esta vez opere una fracción por otra fracción.

En la situación de acción se repartieron las consignas y el material para que el alumno comenzará a familiarizarse con ellos, dado que a su vez leían en silencio la actividad. Posteriormente se solicitó a tres de los alumnos leer la consigna en voz alta, y a la par se realizaron ciertos cuestionamientos que evidencian la comprensión de la actividad como ¿qué van a realizar?, ¿qué es un hectómetro?, ¿en qué es similar a la actividad de ayer?, y una vez que se corroboró que había quedado clara la asignación, se les planteó responderla en dos partes como en la sesión anterior.

En la primera, los alumnos emplearían una nueva estructura para comprender cómo se realiza el paso a paso en la multiplicación de fracciones que alude también al algoritmo desarrollado en la sesión anterior, y en la segunda parte el alumno debe realizar una serie de multiplicaciones de fracciones una vez que ha establecido con la nueva estructura el algoritmo común de multiplicación de fracciones o como los estudiantes llaman, la multiplicación directa. Con esto se dio comienzo a la clase, pactando el tiempo de 15 minutos para solucionar la actividad.

M: Bien, ahora quiero saber, ¿cuánto mide el circuito del tren de juguete?

A4: Dos quintos de hectómetro.

M: Y, ¿cuánto mide un hectómetro?

A31: Son como mil metros.

A10: ¡No!, nada más son cien metros.

A40: Si son solo cien metros.

M: Entonces si el tren recorre dos quintos de hectómetro, ¿qué distancia recorre en diez vueltas al circuito?

A12: Veinte quintos.

A36: Veinte quintos de hectómetro.

A40: Cuatro hectómetros.

M: Primero quiero saber por qué veinte quintos de hectómetro y por qué cuatro hectómetros después.

A12: Bueno yo digo que veinte quintos porque use la estructura para multiplicar fracciones por enteros y da que se multiplica el dos del numerador por el diez que son las vueltas y el denominador se pasa igual.

A36: Yo hice lo mismo.

A40: Mmm también hice lo mismo, pero también se puede sacar una fracción equivalente y entonces veinte tiene quinta y cinco tiene quinta, entonces en el denominador me queda uno y el denominador cuatro, entonces son cuatro enteros que serían cuatro hectómetros.

M: Muy bien, pues ambas respuestas están correctas lo explicaron muy correctamente sus compañeros, pero, ¿y cuánto recorre el tren cuando da media vuelta?

A10: Sería la mitad de dos quintos.

A52: Un quinto de hectómetro.

M: ¿Cómo hicieron para obtener la respuesta?

A10: Pues si dice que da media vuelta solo se requiere la mitad del recorrido entonces es un quinto por eso.

M: Okey, muy bien. ¿Y cuánto recorre en un cuarto de vuelta?

A16: La mitad de la mitad.

M: Y en fracción, ¿cuánto es?

A1: Pues un cuarto.

M: ¿En un cuarto de vuelta se recorre un cuarto de hectómetro?

A40: No porque le tenemos que sacar la cuarta parte a los dos quintos, pero no sé cómo se divide eso.

M: Bien pues ahora con este esquema lo vamos a descubrir.

En el inicio fue claro que repercutió el hecho de que en la sesión anterior no se especificó que el algoritmo del operador de la fracción también se aplica a las operaciones cuando el numerador de la fracción es uno, puesto que los alumnos seguían considerando que en estas situaciones la operación a realizar es una división, pero no observan la amplitud del panorama y que en realidad se trata de una operación donde se lee un cuarto de dos quinto ($\frac{1}{4}\ de\ \frac{2}{5} = \frac{1}{4} \times \frac{2}{5}$), por ejemplo.

Ya para la resolución del problema los estudiantes emplearon el nuevo esquema que le ayudaría a resolver la situación planteada en el problema. Para la primera parte en el inciso b) el diagrama les mostraba cómo calcular $\frac{1}{4}\ de\ \frac{2}{5}$ que consistía en, según los alumnos, aplicar $\frac{1}{2}\ de\ \frac{1}{2}$, es decir, dividir entre dos, dos veces. Sin embargo, el diagrama era presentado en dos ocasiones, la primera que correspondía a las vueltas del tren en referencia a un cuarto de vuelta y la segunda a los hectómetros recorridos si por cada vuelta hace una distancia de dos quintos de hectómetro, como se muestra en la siguiente imagen.

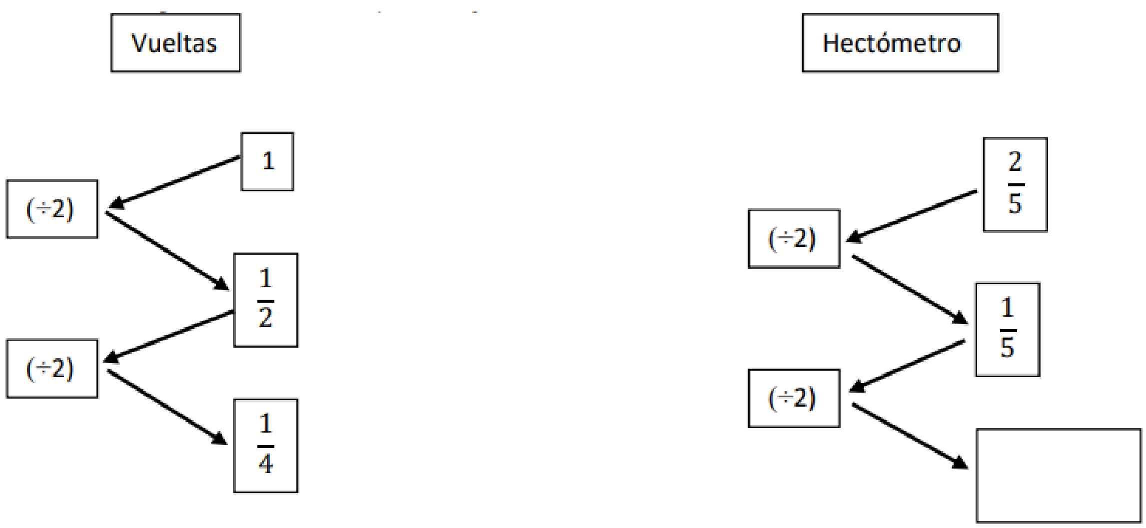


Ilustración 18. Diagrama para la resolución de problemas.

En algunos casos comenzaron a presentar complicaciones para responder el inciso puesto que, en este los jóvenes tenían que emplear, posiblemente, otro significado de la fracción como lo es el de cociente, en donde el alumno tiene que aplicar el algoritmo dado por $\frac{a}{b} \div c = \frac{a}{b \times c}$, puesto que como se maneja en el algoritmo para dividir fracciones sea en zigzag o sándwich, el numerador a se multiplica por el denominador de c que es un entero por lo tanto tiene denominador uno, y el denominador b se multiplica por c.

De lo anterior, solamente el alumno 35 logró hallar la respuesta de este modo, pues aseguró que su papá le había enseñado a realizar dicho procedimiento. Mientras el resto del grupo comenzó a problematizarse, y poco a poco fueron buscando la respuesta, pero de momento nada resultaba, hasta que un par de jóvenes decidieron emplear una fracción equivalente en un quinto volviendo este a dos décimos, siendo que ahora este si podían repartirlo entre dos sin generar conflicto alguno.

A35: Disculpé profesor, ¿esto que hice está bien? Mi papá me ha enseñado que cuando una fracción se divide por un número entero como en este caso el dos, yo tengo que multiplicar el cinco que es el denominador por el dos y así ya me da un décimo, que es la mitad de un quinto.

M: Muy bien, eso es correcto, ¡su compañero A35 ya encontró la respuesta! Además de A35, ¿alguien encontró la respuesta?

A12: Es que un quinto ya no se puede dividir.

A28: No profe, ya no se puede o bueno no sabemos cómo.

M: Debe existir una forma o más de encontrar el resultado, A35 halló una.

A40: Y si uso una fracción equivalente a un quinto.

M: ¿Cuál usarías?

A40: Bueno, como ya no se puede sacar quinta al uno entonces lo que haríamos es multiplicarlo por dos a ambos términos de la fracción, entonces me queda dos décimos y a ese si le puedo sacar la mitad.

A10: Si yo también estoy haciendo lo que dice A40, y ya me dio la respuesta.

M: Bueno entonces los demás intenten hacer lo que sus compañeros sugieren para hallar el resultado.

Respecto del inciso b), la situación en este sugería obtener $\frac{2}{3}\ de\ \frac{2}{5}$, donde basados en la repartición que ya usaban los alumnos, el diagrama ahora les orientaba a dividir dos quintos en tres partes iguales y después tomar dos (multiplicación), por lo que aquí ya entran en juego las dos operaciones de las que se apoya el significado de operador de la fracción. Al igual que en el inciso anterior, el esquema se separaba en dos, uno para los hectómetros recorridos y el segundo para la vuelta del tren.

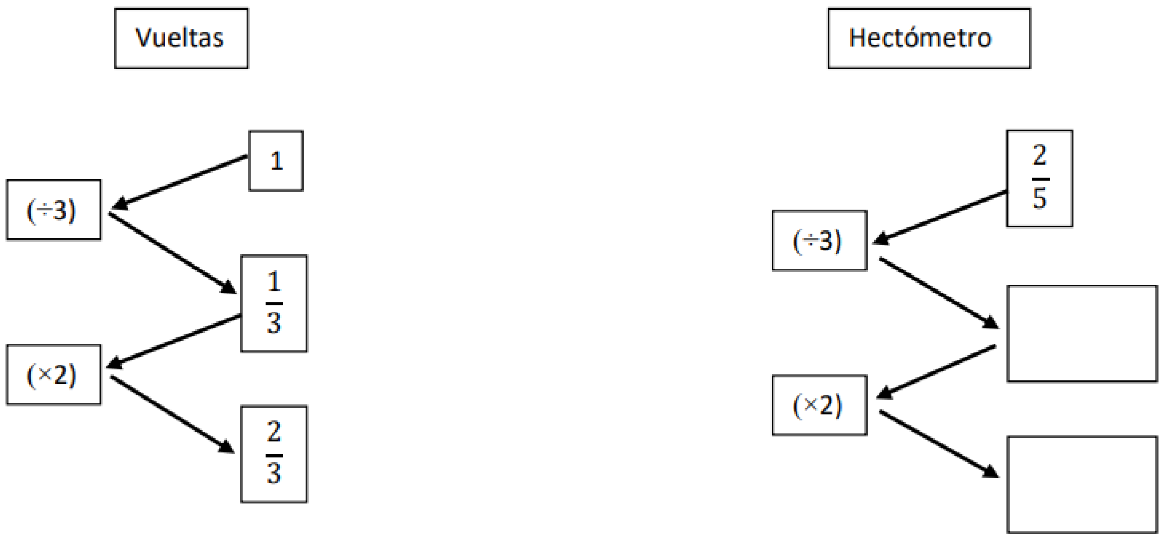


Ilustración 19. Diagrama para la resolución de problemas.

Para este punto los alumnos resolvieron con mayor facilidad, considerando que dos quintos no era divisible entre tres, optaron nuevamente por generar una equivalencia de fracciones que, si se pudiese dividir por este entero, para después multiplicar ese resultado por dos, que corresponde a las partes que solicitaba el problema. A excepción de A35 quien siguió empleando el significado de cociente de la fracción aplicando su respectivo algoritmo.

Se comenzó con la puesta en común tras la realización de la primera parte de la consigna, en esta los alumnos pasaron a la pizarra en la que ya se encontraban los diagramas presentados para que el estudiante solamente colocara sus respuestas y diera su intervención sobre el proceso que decidió seguir encontrándonos con los dos procedimientos que anteriormente se describieron, de los cuáles se rescataron los sucesos más importantes para concretar estos saberes y de esta forma institucionalizar.

A35: Bueno yo para obtener la respuesta, el diagrama nos decía que primero dos quintos se dividen entre tres, pero no busque una fracción equivalente, nada más multiplique cinco o bueno los quintos por el tres y el dos lo pase igual, entonces me dio dos quinceavos, pero luego tenía que multiplicar eso por dos, entonces ahí lo hago pues al revés como nos enseñó el maestro, solo multiplico el dos por dos y los quinceavos se quedan igual y el resultado da cuatro quinceavos.

M: Okey, regalémosle un fuerte aplauso a su compañero. Miren me gustaría rescatar dos cosas muy importantes, si se dieron cuenta A35 nos mencionó que en cada caso multiplicó ya sea al numerador o al denominador, a pesar de que al principio se decía que iban a dividir, el como tal no ejecutó una división. Entonces les pregunto, ¿qué operación con fracciones multiplica directamente a los numeradores y los denominadores respectivamente?

A10: Pues la multiplicación de fracciones.

A12: Si la multiplicación.

M: Pues ahora me gustaría que multipliquen dos tercios por dos quintos y me dicen la respuesta por favor.

A35: Pues también da cuatro quinceavos.

A40: Da cuatro quinceavos.

A15: ¿Entonces era más fácil multiplicar las fracciones en lugar de hacer tantas operaciones?

M: Para responder esa pregunta, respondan ustedes mismos, ayer dijimos que cuando se tiene una multiplicación de una fracción que multiplica a otro número, eso se lee como “la fracción de”, y en este caso la consigna les preguntaba cuánto es dos tercios de dos quintos.

A15: ¡Ahhh!, pues entonces desde el principio ya nos decía que multiplicáramos.

A40: Maestro, pero tal vez no lo hicimos porque ayer se dijo que se multiplicaba la fracción por c que era un entero y ahora es otra fracción.

A10: Pues entonces quiere decir que la multiplicación es la fracción de una cantidad, y la otra cantidad puede ser un número entero o una fracción.

M: ¡Eso me gustó!, podríamos decir que hablamos de la fracción de una cantidad c y esa cantidad puede ser un número natural, fraccionario e incluso decimal.

Así los alumnos se mantuvieron participativos durante toda la sesión, y ellos mismos concretaron el saber, guiados por el docente. Al finalizar estas intervenciones conjuntas, se formalizó que en toda multiplicación de n veces m, siempre habrá dos factores n y m, que se pueden expresar como n × m, sin importar si estos son números naturales, fraccionarios o decimales, y en el caso de las fracciones, en el operador de la fracción siempre se puede leer como “la fracción de un entero, una fracción o un decimal”. Para corroborar lo anterior, se solicitó a los alumnos que resolvieran el punto dos de la consigna y lo llevaran de tarea para realizar en casa.

Reflexión Plan 3/5.

Durante esta clase se pudieron realizar hallazgos significativos para la práctica, en primer lugar, el cómo los alumnos aprovechan los saberes no escolares y los llevan al aula para emplearlos como herramienta de solución, tal es el caso de A35, quien en clases anteriores había permanecido con un perfil bajo en comparación al resto del grupo que se presenta más participativo. De aquí también se reconoce la inferencia de los padres en los procesos de enseñanza-aprendizaje, pues queda claro que mantenerse interesado en el proceso de los hijos permite darse cuenta de que necesidades tienen, aunque habrá otros factores que influyan en la participación familiar.

Por otra parte, resaltar que los jóvenes procuran resolver los problemas incluso bajo sus propios medios, y esto es beneficioso, pues se mantiene inmerso y buscar apropiarse de los procedimientos que ya conoce para solucionar nuevos problemas, desde luego que se trata de un ensayo prueba-error, pero que deja mayor significado en ellos que memorizar o mecanizar los algoritmos, como en este caso, la mayoría de los alumnos recurrieron a un saber previo como la equivalencia de fracciones nuevamente para resolver la consigna.

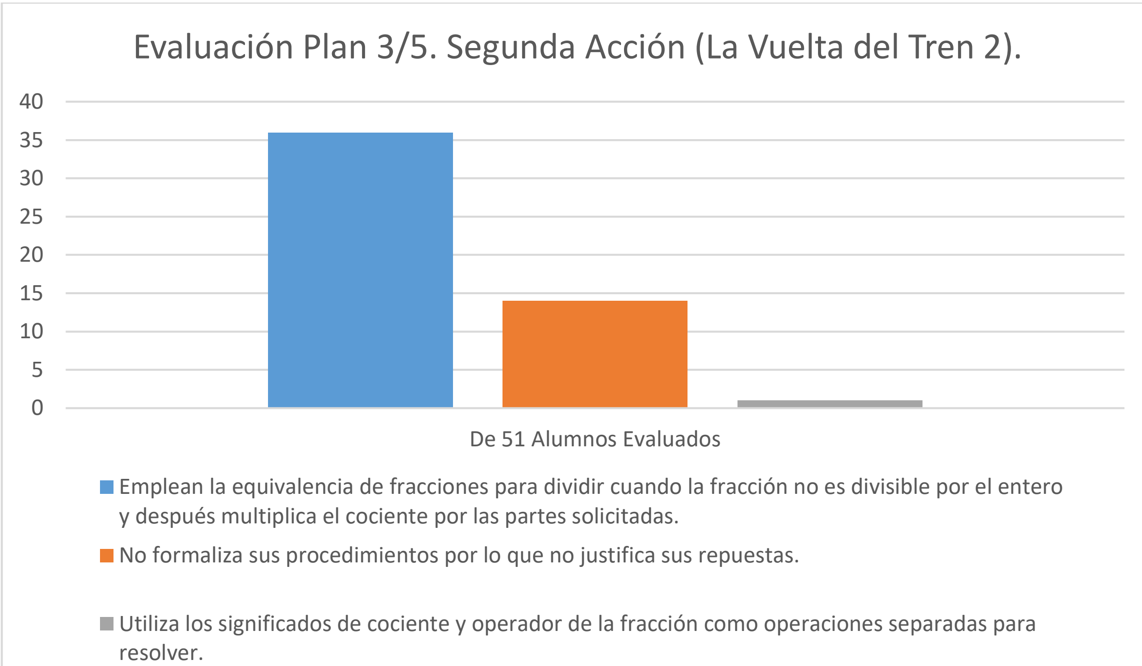
Pero debe reconocerse que aún queda la sensación de que el alumno no ha comprendido por completo el porqué del algoritmo donde n × m pueden ser naturales, fraccionarios e incluso decimales, por lo que habría de reforzarse la sesión con otra actividad, quizá una estrategia fuera de la unidad de estudio de la proporcionalidad, valiéndose de otras estrategias.

No obstante, otro posible falló es que el diagrama presentado en esta sesión fue introducido como un agente externo por parte del docente, es decir, el alumno no lo desarrolló, si bien este cumplía con las ideas de reparto que proponían en la sesión anterior, no significa que se encuentren familiarizados con este, pues no es su constructo, además ya les conducía bastante a la respuesta, no había quizá un espacio para el razonamiento; lo anterior no sugiere que se descarté el diagrama, pero se propone que este tipo de esquemas sea el estudiante quién los desarrolle.

Algo que también se puede destacar de esta sesión es que algunos de los alumnos han comenzado a definir la fracción como operador como “la fracción de una cantidad” que es un paso significativo, aunque aún falta por reconocer que hablamos de una multiplicación, siendo esta la operación que combina la multiplicación con la división, pero sea ha reflejado un progreso con respecto a esto, por ellos habrá que enfatizar más en este concepto.

Resultados Obtenidos Plan 3/5.

Realizada la evaluación de la tercera secuencia del plan de acción en su segunda acción, de los 51 alumnos asistentes a la clase, se obtiene que para resolver una situación de “fracción de una fracción” por medio de la repartición, 36 de ellos emplean la equivalencia de fracciones para dividir una fracción no divisible por el entero y el cociente lo multiplican por las partes que necesita. Además, 14 de los estudiantes realizan cálculos aislados (escritos o mentales) pero no formalizan sus procedimientos por lo que no pueden justificar sus respuestas. El joven restante usa los significados de cociente y operador de la fracción como dos operaciones distantes para solucionar el problema.



Gráfica 18. Evaluación Plan 3/5.

De la población presente el 100% utilizó correctamente el diagrama para operar fracciones, sin embargo, esto puede caer en la subjetividad puesto que quedó claro que este esquema debió ser una construcción del alumno, puesto que como en este caso, ocurre que el gráfico conduce al alumno y no le permite razonar o reflexionar sobre los procesos empleados, ya que lo guía totalmente y no construye, incluso podría considerarse la mecanización de este.

Plan 4/5. Segunda Acción. Actividad: El Rompecabezas.

En la cuarta sesión de la segunda acción se planteó una situación que aprovechaba un recurso elaborado por Guy Brousseau que forma parte de una secuencia de situaciones didácticas en la que proporciona una génesis de la multiplicación por fracciones, sin embargo, aquí no se pretendía analizar dicha secuencia ni el recurso en función de ella, pero se incluye en la secuencia de este plan por el interés que genera el rompecabezas en sí mismo y los casos de proporcionalidad y escala.

La intención didáctica de la clase es que el alumno halle la constante de proporcionalidad como una fracción en un contexto de escala, donde la actividad como tal consiste en presentar el rompecabezas con sus medidas originales en centímetros y posteriormente el alumno construiría una réplica exacta a escala como parte de sus producciones, siendo que el alumno debía trazar el rompecabezas y posteriormente recortar las piezas y observa si embonan y desde luego que se conserve la figura original.

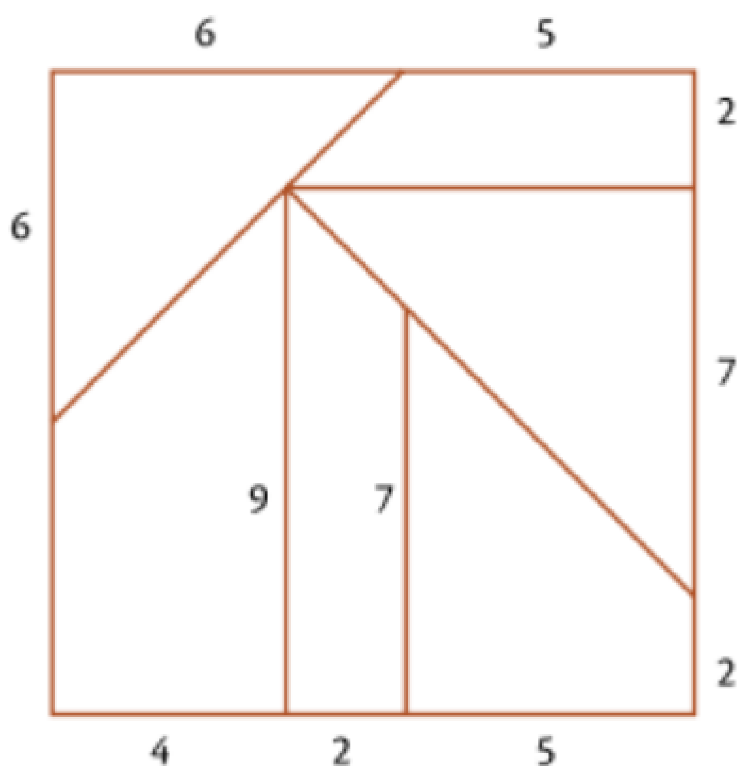


Ilustración 20. Rompecabezas De Guy Brousseau.

Para lo cual, durante el inicio de la sesión, primeramente, se presentó el rompecabezas como un reto matemático, en el que el estudiante armaría el rompecabezas en su escala real, por ellos se le brindaron las piezas del puzle y se le mencionó que habría que armar un cuadrado, siendo esta la única pista, y se le otorgaron 5 minutos y se formaron equipos de tres integrantes, para llevar a cabo la consigna. En esta parte solo tres equipos lo consiguieron, encontraron el armado correcto del rompecabezas.

Después del tiempo cumplido, uno de los equipos pasó al frente a la pizarra a armar el rompecabezas con una a escala mayor que se diseñó específicamente para esa parte de la clase y de esta forma todos conocieran como realmente es que se solucionaba el puzle. Mientras esto ocurría se repartieron las consignas que contenían las indicaciones para llevar a cabo la actividad; en esta también se encontraba la imagen del rompecabezas armado con sus respectivas medidas y es la razón de que no se entregará antes la actividad.

Posteriormente se comenzó con la verbalización, en esta, tres alumnos leyeron las indicaciones que se incluían en la consigna, pero estas eran varias que indicaban varios pasos del proceso. En primera instancia los discentes tendrían que repartir las piezas del rompecabezas de tal forma que a cada uno le correspondieran dos de ellas, y de estas cada uno trazaría la nueva versión a escala dado que el lado de la figura que mide cuatro centímetros ahora mediría siete. Después debería calcular las medidas de los otros lados y recortar las nuevas figuras del puzle, al finalizar deberían unirlas, y responde si las piezas embonaron y si no fue así a qué se debió.

Una vez que los alumnos leyeron la actividad y los pasos a seguir, esta vez se dio por sentado que habían comprendido lo que realizarían, sin embargo, la situación de verbalización no ocurrió de forma adecuada, pues incluso en algún punto se les indicó que podían comenzar a resolver, pero al paso de los minutos durante el monitoreo, fue posible percatarse que ninguno de los equipos estaba trabajando, y en ese instante se les cuestionó la razón, a lo que de manera general se respondió “no entendí” o “no sé qué vamos hacer”.

La reacción inmediata fue retomar el espacio de acción y se volvió a leer la consigna, pero esta vez se leyó cada indicación por separado y después de cada una se dio el espacio para socializar lo que se mencionaba de tal forma que las indicaciones fuesen esta vez más claras de forma general. Así fue como se dio un mejor seguimiento a cada paso propuesto para llevar a cabo la actividad y esta vez si se comprobó que el alumno haya comprendido la consigna y se aclararon las dudas que aún se generaban.

En esta nueva verbalización, se dejó en claro que el lado que mide cuatro centímetros en el rompecabezas original, ahora medirá siete centímetros en la reproducción, y esta es la única información que se brinda al estudiante, no se da el multiplicador y mucho menos se menciona que es una fracción para emplear el operador de la fracción. Y aunque ni bien se había terminado de dar la indicación cuando un alumno se anticipó y respondió haciendo uso de una estrategia aditiva para responder la consigna.

M: Entonces queremos que el lado que mide cuatro centímetros ahora mida…

A49: Siete en el otro.

M: Correcto, por lo tanto, necesitan saber cuánto miden los otros lados.

A49: Pues el lado que mide cinco ahora mide ocho y el que mide seis debe medir nueve.

M: Bueno no des tu respuesta aún para que los demás puedan obtenerla.

Entonces el alumno expresa saber que la operación que está en juego es una adición, por ello que el agrandamiento para cada lado sea de tres centímetros según sus suposiciones y aplica un aumento simple, puesto que, al tener implicación una multiplicación por un factor desconocido que no es un entero, el estudiante sobrepasa la posibilidad y recurre a la suma. Después de esto, se les indicó a los jóvenes que podían comenzar a resolver, pero en consecuente a la respuesta de A49, la mayoría, al menos 13 de los 16 equipos comenzaron a usar la estrategia sugerida sin siquiera pensar en las posibilidades, hasta que una alumna detectó algo que le impediría generar una buena escala.

A45: Disculpe maestro, cuándo acabemos las piezas se debe formar el mismo cuadrado, pero más grande, ¿verdad?

M: Así es, por eso decimos que es una reproducción a escala, en este caso mayor.

A45: Es que no me da. Ya no es un cuadrado.

M: ¿Ya unieron sus piezas?

A45: No, pero es que antes de hacer las otras piezas mi equipo y yo queríamos ver qué medidas debían tener para solo dibujar y recortar.

M: ¿Y qué pasó?

A45: Pues sacamos las medidas por pieza, pero luego yo me di cuenta de que cada lado del rompecabezas completo es de once centímetros, pero ya con las nuevas medidas no da un cuadrado porque, por ejemplo, el lado de arriba media seis y cinco, ahora mide nueve y ocho que sumados son diecisiete. Otro lado mide dos, siete y dos, entonces ahora miden cinco, diez y cinco, y en total son veinte, entonces ya no puede ser un cuadrado.

M: Vaya que interesante lo que acabas de encontrar. Entonces si sumando tres centímetros a cada lado la estrategia no funciona, ¿de qué otra manera podemos aumentar el lado que mide cuatro?

A45: Mmm, con una multiplicación. Pero ahora necesitamos averiguar por cuánto se multiplica.

M: Perfecto, entonces ahora busquen ese número por el que se puede multiplicar cuatro para que resulte siete.

En otro caso uno de los equipos comenzó a inferir que no era posible sumar tres a cada lado por las mismas razones que A45, pero en ellos no les tomó el tiempo para obtener todas las medidas y darse cuenta, bastó con observar que no coincidirían al final, por lo que pensaron en usar la multiplicación, sin embargo, por alguna razón no estaban seguros del procedimiento a seguir, además, según ellos no existía algún número que multiplicado por cuatro de como resultado siete.

A40: Maestro, tenemos que buscar otro número o más bien otra operación porque sumando tres el cuadrado ya no se va a formar al final.

M: Y entonces, ¿qué operación les puede ayudar a obtener la respuesta?

A37: Pues creemos que la multiplicación solo que no sabemos por cuánto multiplicar.

A40: Es que cuatro por uno es cuatro y no alcanza, pero cuatro por dos se pasa porque son ocho.

M: Y, ¿no habrá otro número que sirva para multiplicar por cuatro y de siete?

A37: No, porque pues por tres o más el resultado se pasa demasiado.

A40: Solo que multipliquemos por un número menor que dos, pero mayor a uno, ¡ahhh ya sé!, pues con un decimal.

M: ¿Cuál sería ese número?

A33: ¿Uno punto cinco?

A37: Mmm no porque son 6.

A40: Entonces debe ser mayo que uno punto cinco, pero menor a dos, (…) mmm pues puede ser uno punto setenta y cinco.

A33: Si, si, si da siete.

M: Entonces verifiquen que la figura original se conserva con esa operación y ese número.

Para este caso los alumnos por sí mismos construyeron su respuesta solo fue necesario un poco de acompañamiento para que no cerraran sus posibilidades, de este modo pudieron acceder al número que multiplicado por cuatro resulta siete, sin embargo, no era la respuesta que se esperaba, pues no han expresado la relación que existe como una fracción, pero A49, quién en un principio propuso la estrategia aditiva, encontró el multiplicador fraccionario, precisamente estableciendo una relación entre las medidas.

A49: Ya me di cuenta de mi error, no se puede sumar.

M: Entonces qué van a hacer en tu equipo para solucionarlo.

A49: Pues estábamos decidiendo, ya sabemos que para aumentar de cuatro a siete son tres, o sea que cuatro se le aumentan tres, y ese tres equivale a tres cuartos.

M: ¿Por qué equivale a tres cuartos?

A48: Porque lo que mi compañero dice es que pues estamos trabajando con fracciones y entonces si consideramos que cuatro es un entero, entonces tres son tres cuartos.

A9: Entonces pensamos que podemos sumar tres cuartos a cada medida.

A49: No, pero no sería sumar eso como tal, sino que sacar tres cuartos de la medida más la medida, porque por ejemplo tres cuartos de cuatro son tres y se le suman cuatro y son siete.

A48: Entonces vamos a multiplicar cada medida por tres cuartos y se suma el entero, o sea la medida que se multiplicó.

M: Me parece buena su estrategia, continúen con ella para ver si logran hacer que embonen sus piezas.

Aunque el equipo encontró una forma de resolver el problema con el multiplicador fraccionario, no percibió que el hecho de “sumar el entero” tras la multiplicación, significaba realizar una operación más, cuando bien pudieron agregar ese entero a la fracción, es decir, utilizar siete cuartos para multiplicar cada medida de las figuras y obtener las respuestas de forma rápida y eficaz.

Después de lo acontecido se brindó el espacio para la puesta en común en donde por el tiempo solo participaron estos dos equipos de los que se describieron sus procedimientos, siendo que se podía objetivamente crear una comparativa de ellos, analizando las similitudes y diferencias, aunque desde luego que al resto del grupo le pareció más sencillo el emplear números decimales en lugar de los fraccionarios, quizá por el hecho de que había que realizar el operador de la fracción y una suma, que ya por demás los algoritmos de estas son complejos.

No obstante, tanto A40 como A45, notaron que había una forma más rápida de realizar la operación usando la fracción y es que precisamente notaron que ese entero que se sumaba podría añadirse a la fracción misma y operarla directamente siendo que entonces la respuesta era siete cuartos, sugiriéndolo al equipo que dio la respuesta y comprobándolo, pero A40 añadió:

A40: De hecho, uno punto setenta y cinco y siete cuartos son iguales, bueno equivalentes ($1.75 = \frac{7}{4}$).

Así se logró llegar a la situación de institucionalización donde se aprovechó la situación a-didáctica presentada, para formalizar que efectivamente el propósito de la actividad era multiplicar, en este caso el interés era hacerlo por una fracción, por ejemplo, si el lado que medía cuatro hubiese medido ocho al aumentar, seguramente ellos habrían utilizado la multiplicación (por dos o el doble de) en lugar de pensar que a cada lado se le sumaban otros cuatro centímetros y por eso ocurre lo mismo con la fracción, en este caso siete cuartos por algo o 7 cuartos de algo ($\frac{7}{4} \times \ldots = \frac{7}{4}\ de \ldots$).

Reflexión Plan 4/5.

La situación planteada en esta clase implicaba poner en juego un multiplicador fraccionario para recrear una figura a escala, y esto daba paso a un problema complejo en el que el primer conflicto se presenta en el alumno, pues éste sugiere una estrategia aditiva que deberá superar rápidamente, donde piensa que al sumar tres centímetros a cada lado de las figuras podría obtener la respuesta, sin embargo, esto no es correcto y desde luego la mayoría de los equipos que eligieron seguir ese proceso no consiguieron completar la consigna, aunque los alumnos pueden abordar la situación sin la necesidad de resolverlo, de cualquier modo recibió la retroalimentación necesaria y pudiese observar una figura que fue construida correctamente de parte de sus compañeros, esto es lo que lo convierte en una situación a-didáctica.

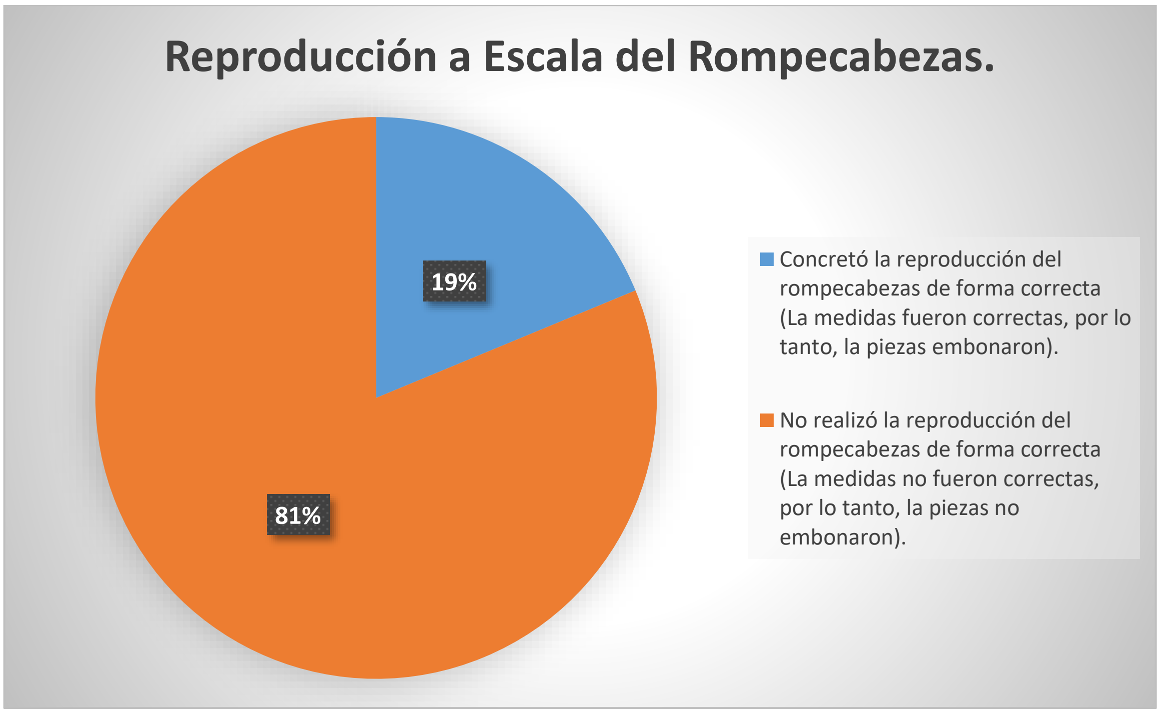
Sobre estos procesos erróneos, también se observó que los alumnos tratan de justificar el hecho de que las piezas no embonen sosteniendo que probablemente midieron mal al trazar, o bien, no recortaron bien las figuras por lo que bastará corregir o ajustar esto, “cortando un poquito más aquí o allá”, de esa manera fuerzan a que las piezas se empalmen correctamente. En este caso si es necesario que el docente cuestione sus procedimientos, sin indicar que fueron fallidos, de lo contrario el alumno no razonará ni se preguntará qué hizo mal.

> (…) lo que cuenta como una evidencia para el profesor (las piezas no coinciden), y que proporciona así una inferencia pertinente (la estrategia aditiva no es la buena), no constituye, de ninguna manera, un hecho para los alumnos (…) En esta situación, los alumnos deben establecer una nueva relación con el milieu, ellos deben de una cierta manera reconocerlo por lo que es. Para eso, deben establecer una nueva relación con el «hecho experimental» (las piezas no coinciden), con la necesidad física, y con la necesidad matemática. Esto, no pueden hacerlo solos (…) El trabajo del profesor, en la acción didáctica conjunta, juega entonces un rol fundamental en la elaboración de una relación adecuada con el milieu y con sus eventos, que le permite «resistir» a los hábitos del contrato didáctico y renovarlos. (…) (Sensevy, 2011, p. 339).

De antemano, esta secuencia pretendía poner en evidencia el fallo de la estrategia aditiva, puesto que en las consideraciones previas ya se preveía que los alumnos que la emplearan obtendrían piezas deformadas y que en ningún momento embonarían. En segundo lugar, se esperaba que los estudiantes implementarán herramientas o recursos para observar la relación de proporcional entre las magnitudes de las figuras originales y de esta forma lograran su reproducción, pero como se describió anteriormente, esto solo fue reflejado por uno de los equipos, aunque no de la forma que se esperaba, se aproximaron demasiado al procedimiento correcto.

De esta también se resalta la importancia de realizar preguntas asertivas sobre los procesos, de tal forma que no se invalide el argumento del discente, pero tampoco se le dé la respuesta, pues es él quien debe validar de forma empírica sus razonamientos. Estas preguntas deben ser solo una guía que encamine los procesos y acompañe durante este, reiterando que no debe existir intervención del docente pues es el sujeto el que construye.

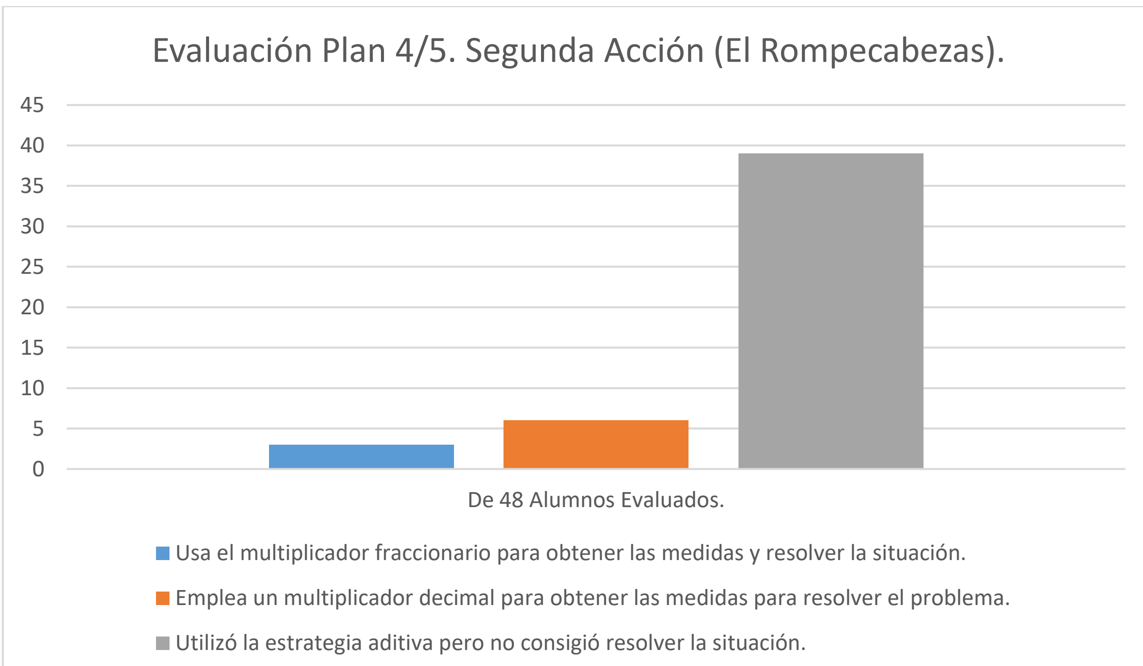
Resultados Obtenidos Plan 4/5.



Gráfica 219. Reproducción a Escala del Rompecabezas de Brousseau.

Según el plan de evaluación propuesto, el producto de esta sesión tenía una ponderación del 20% de la calificación final, sin embargo, el rompecabezas debió reproducirse de forma correcta, algo que solo tres equipos consiguieron, por lo que se tomó la decisión de considerar con el 20% a estos sujetos y con solo el 10% a quiénes realizaron la reproducción de forma incorrecta y de este modo las afectaciones en la evaluación final no serían mayoritarias.

Específicamente sobre los procedimientos, solo 3 de los 48 alumnos que realizaron la actividad, lograron resolver el problema usando un multiplicador fraccionario y realizando una suma añadida al producto, aunque no era lo que se esperaba, el procedimiento fue correcto. Además, 6 estudiantes resolvieron empleando un multiplicador decimal y los 39 jóvenes restantes utilizaron la estrategia aditiva, por lo que no lograron concretar la actividad, aunque reflexionaron sobre el error realizado.



Gráfica 20. Evaluación Plan 4/5.

Plan 5/5. Segunda Acción. Actividad: El Súper 3.

Con el propósito de poner a prueba los saberes adquiridos por el alumno durante este período en el que se llevó a cabo la secuencia didáctica que se diseñó en el plan de acción, se creó el plan cinco de la segunda acción, que llevaba por nombre “El Súper 3”, que es una continuidad directa de los planes 2/3 y 3/3 de la primera acción. Este tenía como intención didáctica que el alumno empleé el significado de fracción como operador para resolver problemas en el que el multiplicador sea un decimal.

La consigna planeada para la intervención consistía en tres problemas en los que el alumno aplicaría el algoritmo desarrollado anteriormente, $\frac{a}{b} \times c = \frac{a \times c}{b}$, donde *c* es un número decimal, por lo que se pretende obtener "*la fracción de un decimal*", siendo estos problemas de intuición, dado que ninguna de las cantidades presentadas es divisible entre las fracciones propuestas, entonces una vez que se pierde el aspecto intuitivo, el alumno podrá operar intercalando las operaciones. Además, se propone la continuación de actividades anteriores, donde se da pie a situaciones cotidianas como lo son las compras en el supermercado.

Para el inicio de la clase se formaron binas, al tiempo que se repartieron las consignas a los estudiantes, también se estipularon 15 minutos para la resolución de la actividad, en promedio 5 por cada ejercicio por las operaciones que ejecutarían en ellos, y en esta ocasión ya no se empleó material didáctico puesto que es necesario retirarlo para analizar los procedimientos escritos de los alumnos una vez que se ha desarrollado la secuencia didáctica del plan de acción. También se ha comenzado con la verbalización, con cuatro alumnos leyendo la actividad y los problemas, para posteriormente, realizar cuestionamientos como, ¿qué van hacer?, ¿qué operación se va a utilizar?, por cada problema ¿qué cantidad van a comparar?, de esta manera se pudo corroborar la comprensión de la consigna.

M: ¿Qué operación van a usar para resolver los problemas?

A10: Pues ya sabemos que cuando el problema dice que la fracción de algo, pues es una multiplicación.

A9: Si, en todos se usa la multiplicación, bueno y la suma donde nos pregunta cuánto se gastó en total.

A40: En todos los problemas dice que vamos a comprar ciertas cantidades y pues vienen en fracción y como dijimos que todo lo que se lee "fracción de…" es una multiplicación.

Durante la resolución, se realizó el monitoreo entre los equipos para observar y escuchar las propuestas de resolución así como la puesta en marcha de estas, y de esta manera se lograron conocer los nuevos conflictos que desarrollaban los alumnos entre sus discusiones, pues las rutas de resolución eran por lo menos tres las demostradas; en el primer caso, se tienen a los jóvenes que optaban por continuar con la idea de la repartición, es decir, buscan dividir en todo momento el objeto y después tomar las partes que necesitan, en el segundo, se encuentran los discentes que ya aplican el algoritmo construido, es decir, operaban el numerador por el entero (en este caso el entero esta dado por un costo con valor decimal) y el producto de este lo dividen entre el numerador del fraccionario, pero de estos se toman a consideración también a aquellos que expresan resultados como fracciones, o sea lo que no realizan la segunda operación y, por último, aquellos estudiantes que han decidido expresar la fracción como un decimal y multiplicar de forma directa por el valor de los productos.

Del primer caso.

A12: En este problema nos dice que un kilo de pollo cuesta ciento doce pesos con setenta y cuatro centavos y la señora María va a comprar siete cuartos de kilo de pollo, entonces se quiere saber cuánto va a pagar por eso.

A35: Y yo le digo a mi compañero que entonces pues necesitamos saber lo de un cuarto.

A12: Pero entonces, ¿es sacar un cuarto del kilo?, ¿no es más fácil directamente los siete cuartos?

A35: Es que es lo mismo porque de todas maneras vamos a dividir en cuartos.

M: Explícale a tu compañero por qué es lo mismo para ti.

A35: Pues porque vamos a dividir el precio del pollo entre cuatro y lo que nos dé se multiplica por siete, por eso es lo mismo.

A12: ¡Ahhh sí!, entonces si es lo que yo decía, me hubieras explicado desde el principio eso.

Del segundo caso. (Resultado en fracción).

A16: Aquí nosotros pensamos que vamos a multiplicar ciento doce punto setenta y cuatro pesos por siete, de los siete cuartos.

A1: Eso da como resultado setecientos ochenta y nueve punto dieciocho pesos.

A16: Y entonces la respuesta es eso, nada más que son cuartos.

M: ¿Cuartos?

A16: Si, setecientos ochenta y nueve punto dieciocho cuartos o sobre cuatro ($\frac{789.18}{4}$).

Del segundo caso. (Resultado simplificado).

A39: Yo pensaba que el resultado era setecientos ochenta y nueve punto dieciocho cuartos ($\frac{789.18}{4}$), pero mi compañero me explico como tener la respuesta más fácil.

M: ¿Y cómo es la “respuesta más fácil”?

A40: En realidad me refería a simplificar la respuesta, primero pensé en sacarle mitad al numerador y denominador, pero sería innecesario hacer tantas operaciones porque pues ya podemos dividir el numerador entre el denominador.

M: Entonces, ¿cuál es la respuesta?

A40: Pues son ciento noventa y siete pesos con doscientos noventa y cinco centavos.

Del tercer caso.

A28: Para resolver el ejercicio nosotros lo que hicimos fue convertir mejor la fracción en un decimal.

A52: Si, o sea que, dividiendo el siete entre cuatro, nos da uno punto setenta y cinco, y eso lo multiplicamos directamente por el precio del pollo.

A28: Entonces pues es más fácil multiplicar números decimales, y pues ya nos dio la respuesta que son ciento noventa y siete pesos con doscientos noventa y cinco centavos.

Concluido el tiempo de resolución se brindó el espacio para la situación de validación, donde los alumnos afianzaron los procesos que emplearon asegurando que cualquiera de ellos es válido y por ende correcto, asimismo, realizaron sugerencias a su parecer de que o cuales eran los que les parecían más sencillos para aplicar, desde luego que se generaron algunas diferencias puesto que en caso de las conversiones a decimales, si bien parecen más simples, a algunos de los jóvenes les pareció que todos debían aprender a emplear las fracciones.

A45: Yo creo que la de convertir a decimales es más fácil, pero no lo usaría porque pues estamos aprendiendo un tema de fracciones y sería como un atajo hacerlo.

A13: También pienso eso, pero pues también está bien que aprendamos a usar varias formas para solucionar los problemas.

A40: A mí me gusta más usar las fracciones porque honestamente cuando voy a las compras con mi familia, pues si pedimos las cosas como en cuartos o medios, y no es como que mi mamá diga voy a comprar punto setenta y cinco kilogramos, ella dice tres cuartos, o sea, es más cotidiano.

Con lo anterior y lo observado en la resolución y puesta en común se pudo institucionalizar los tres procedimientos desarrollados por los alumnos, haciendo hincapié en los beneficios que trae cada uno consigo, tales que, del primer caso se rescata ser una especie de contraparte del algoritmo establecido en sesiones anteriores siendo que $\frac{a}{b} \times c = \frac{a \times c}{b} = (c \div b)a$. Del segundo caso, para aquellos que expresan resultados como fracción, recomendar que habrá casos en los que será necesario simplificar esta, pues como en estos ejercicios la cantidad concreta del costo total no se podía conocer si no realizaban la simplificación. Y del tercer caso, considerar realizar las operaciones con fracciones para comprobar que han adquirido el conocimiento que se pretendía. Esto también ayudó a reafirmar que en el operador de la fracción siempre se puede leer como “la fracción de un entero, una fracción o un decimal”.

Reflexión Plan 5/5.

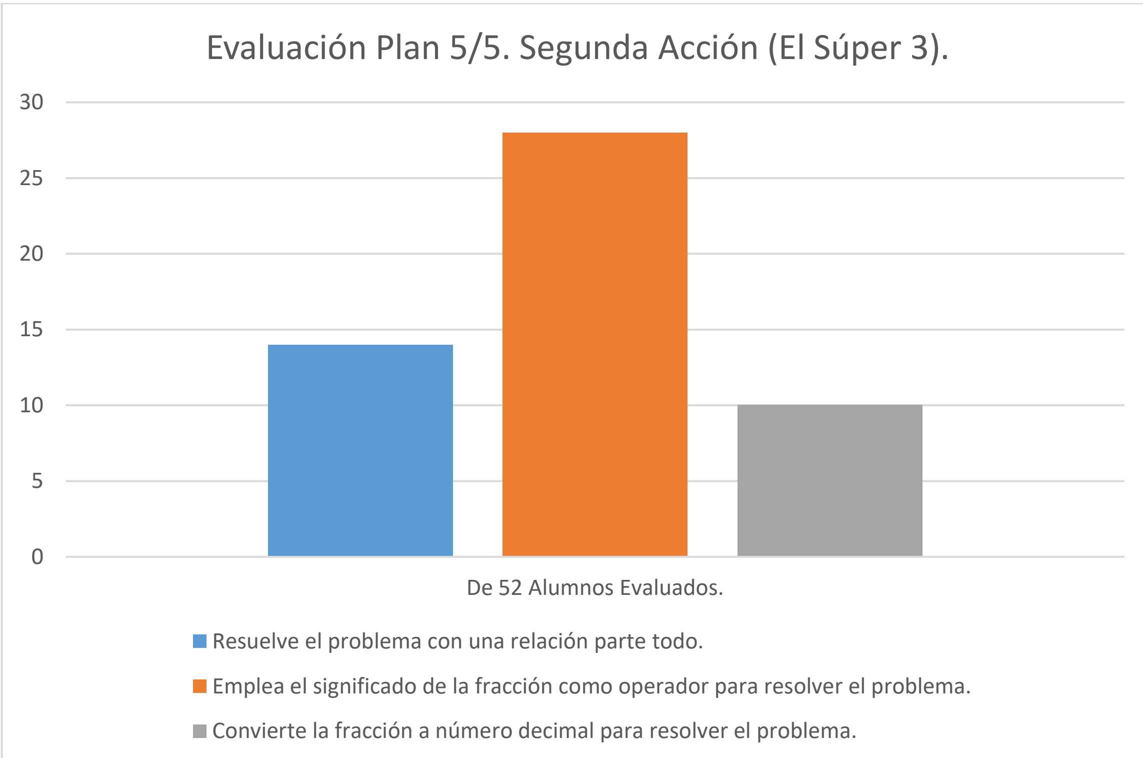
Con la culminación de la secuencia didáctica diseñada en el plan de acción en el que el propósito general buscaba que el alumno concrete el significado de operador de la fracción y lo exprese como una estructura formal (algoritmo), se ha reflejado en el actuar del grupo que los estudiantes han encontrado y diseñado sus propias estrategias para resolver problemas en los que se ve involucrado este constructo.

Se puede reflejar en esta ocasión como el aprovechar contextos reales y familiarizados con el alumno pueden tener resultados más significativos, incluso en la misma realidad que invierten en sus argumentos, de tal modo que puedan ser validados por sus semejantes y que en general se identifiquen con ello. De hecho, se basan en las experiencias para fundamentar los hechos y así conseguir mayor aprobación.

Además, en esta sesión fue más notorio el cómo los alumnos han logrado definir el concepto como “la fracción de …”, empleándolo en situaciones que los orillan a operar números naturales, fraccionarios o decimales, todos entendidos como el entero, que ciertamente, también han creado un concepto más profundo en comparación de aquel que han aprendido con anterioridad. Lo mismo ocurre con el concepto de fracción, donde el alumno señala que, para este caso, la repartición no es suficiente, hay que ir la multiplicación, una operación que tiene ciertas características y que, aunque esta definición podría considerarse exclusiva para el docente, el discente la demuestra en su accionar al resolver un problema.

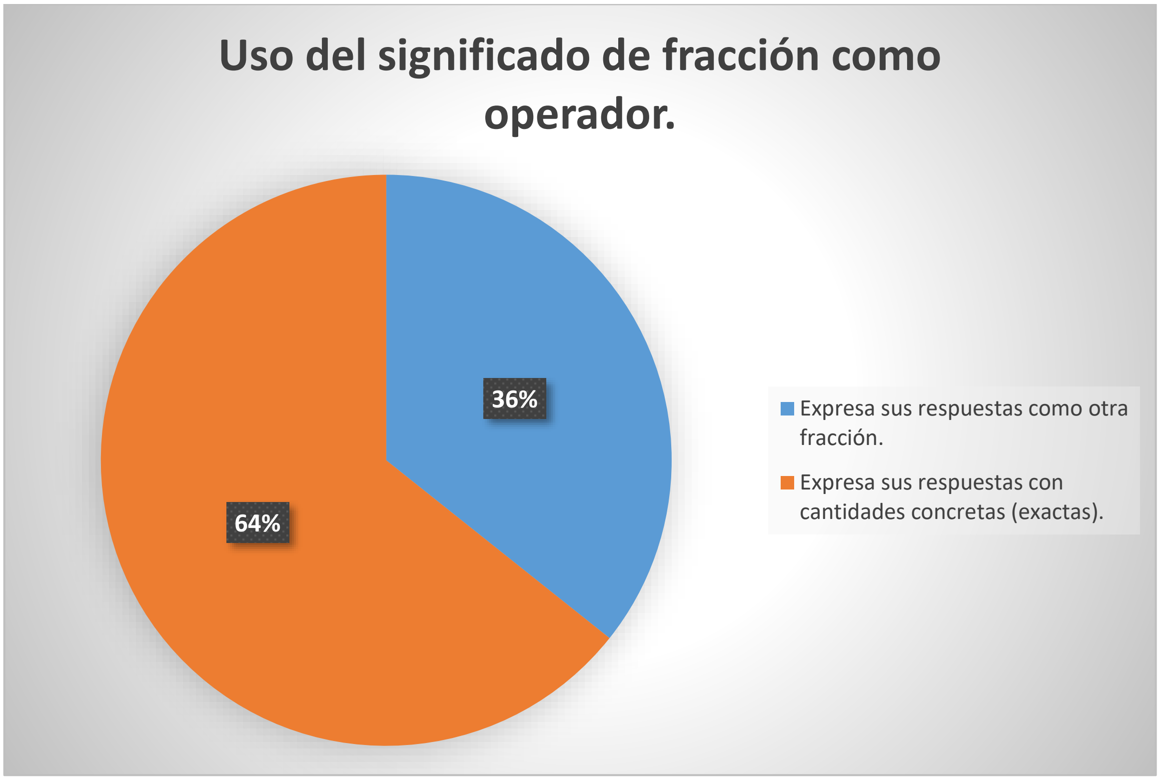
Sin embargo, se reconoce que un buen número de estudiantes aún piensa en la repartición y las relaciones parte-todo antes que en la multiplicación, y aunque el procedimiento es correcto, se debe cuestionar en qué medida esta falta de conceptualización repercutirá en el alumno, es decir, cuándo se fragmentarán los significados y entonces a qué recurrirá el alumno si no reconoce las características por separado del objeto y la magnitud que se ponen en juego al operar, pues esto es de hecho, el significado de la fracción como operador.

Resultados Obtenidos Plan 5/5.



Gráfica 21. Evaluación Plan 5/5.

Al evaluar la última sesión de la segunda acción de esta secuencia didáctica, se ha podido inferir que, de 52 alumnos, 14 de ellos aplican el algoritmo $\frac{a}{b} \times c = (c \div b)a$ para resolver un problema, sin embargo, lo realizan por deducir que la situación sugiere una relación parte-todo; 28 de los estudiantes, emplean el algoritmo que $\frac{a}{b} \times c = \frac{a \times c}{b}$ para resolver un problema, con el significado de la fracción como operador en juego, y el resto, convierte la fracción en decimal para operar, con el algoritmo n × m, reconociendo que el ejercicio se resuelve por medio de la multiplicación. Pero cabe aclarar que de los 28 discentes que ya aplican el multiplicador fraccionario, el 64.3% expresa sus resultados como una cantidad concreta (cantidades exactas en este caso), en contraparte, el 35.7% de ellos usan una fracción para brindar su respuesta, en ambos casos son correctos los procesos.



Gráfica 22. Uso del Significado Operador de la Fracción.

3.5 Pertinencia en el uso de diferentes recursos.

Sobre los recursos empleado a lo largo de la ejecución de la secuencia didáctica, en principios de este apartado se hablaba de que para conseguir lograr cada uno de los propósitos planteado en el plan de acción se emplearía el material didáctico como un recurso para reforzar el aprendizaje de la fracción en su significado de operador, pero que a pesar de conocer la clasificación de estos, según autores, no se pensaba en elegir uno solo, puesto que se prefería no atrapar al alumno en este y por lo tanto, se priorizaría el uso de varios de ellos.

Si bien lo anterior se trató de cumplir en todo momento, el segundo aspecto que interviene en este apartado es sobre la reflexión de la pertinencia de estos recursos, y aunque algunos ya se han abordado en su respectiva descripción de desarrollo de clase, aquí se profundiza lo conveniente de ellos, pero también se redacta que se considera ha hecho falta y en que se ha fallado.

Durante la primera etapa de la secuencia, se estructuró el material que apoyara el proceso de aprendizaje y combatiera las posibles barreras a las que se enfrentarían los alumnos durante la concepción del significado de la fracción a abordar, siendo entonces que, las operaciones con números decimales jugarían un papel fundamental.

En esta primera acción, se implementaron diferentes recursos educativos didácticos a quien Morales (2012), define por recurso didáctico al conjunto de medios materiales que intervienen y facilitan el proceso de enseñanza-aprendizaje. Estos materiales pueden ser tanto físicos como virtuales, asumen como condición, despertar el interés de los estudiantes, adecuarse a las características físicas y psíquicas de los mismos, además que facilitan la actividad docente al servir de guía; asimismo, tienen la gran virtud de adecuarse a cualquier tipo de contenido.

De estos la planeación se valió de los textos impresos, material audiovisual y tableros didácticos, estos últimos adaptados a material manipulable, siendo que las pizarras fueron construidas a fin del uso del alumno para la obtención del conocimiento. De estos, todos fueron ampliamente funcionales, aunque pueden mejorar, sobre todo los tableros. En el caso del material audiovisual y textos impresos, en los planes de clase desarrollados los alumnos emplearon narraciones matemáticas que dejaban además del saber, un mensaje y reflexión social al alumno que ponía en juego sus valores.

También, en algún momento, fue implementado un vídeo con la biografía de Pitágoras (se describe más adelante) y algunos proyectables (textos e información o conceptos). Sobre los tableros, se marcó la importancia de la interacción del alumno con estos y el impacto que tiene, pues dejó de ser una pizarra tradicional y de uso exclusivo del docente, pero sobre ellos, se recomienda pilotear el material antes de ponerlo a disposición del discente, puesto que como sucedió en la prueba, los sujetos presentaron variaciones en el uso de los algoritmos convencionales, sobre todo en el caso de la división.

Sobre la segunda acción, en esta se implementaron materiales manipulables y diagramas o esquemas algorítmicos derivados de las propuestas de autores; en el primer caso se encuentran los objetos visuales, como lo son aquellos que típicamente fungen para realizar representaciones de la fracción en las relaciones parte-todo, como las pizzas, manzanas, etcétera, y que precisamente han servido para recuperar la noción general de la fracción y el entero, pero también para deconstruir este último.

Por su parte, los diagramas y esquemas, aunque su función fue efectuada adecuadamente, se propone que el alumno sea quién diseñe o proponga estos mismos, puesto que introducir estos agentes en los procesos de enseñanza-aprendizaje puede evadir el razonamiento del alumno y por lo tanto, obviar o dar por hecho algunas situaciones que quizá el discente no ha comprendido del todo, además, en este caso el diagrama empleado en el plan 3/5 “La Vuelta del Tren 2” realizó la conducción del proceso del estudiante, pero se cuestiona qué tan favorable para el desarrollo es.

En general, durante toda la secuencia se emplearon los materiales permanentes también como proyectables, ambos contenían láminas informativas o con conceptualizaciones desarrolladas por el alumno y aquello que se institucionalizaba derivado de las situaciones didácticas planteadas para favorecer el aprendizaje, también otro tipo de textos impresos como lo son las consignas, pues la metodología propuesta se basaba en la resolución de las mismas.

Por último, se señala que es importante que para futuras intervenciones se implementen recursos tecnológicos en favor de la interacción del alumno con estos, pues se debe recordar que la nueva normalidad del alumno derivado de la pandemia de SARS-COV-2 le han brindado la oportunidad de desarrollar habilidades tecnológicas que bien pudo implementar y aprovecharse en mayor medida durante el desarrollo de la planificación.

3.6 Procedimiento(s) realizado(s) para el seguimiento de las propuestas de mejora.

El método que se empleó durante el desarrollo de este informe de prácticas fue la investigación-acción, puesto que este se centra en quienes participan en la investigación, además, es un proceso que infiere un análisis y reflexión sobre el trabajo realizado, las experiencias vividas y la práctica misma. De este modo se propone la mejora sobre la intervención docente al adaptarla a las características del grupo de estudio. Kemmis y McTaggart (1998) mencionan que la investigación-acción tiende a ser autorreflexiva sobre la práctica en un contexto y una situación social particulares. Esta tarea está diseñada para aclarar una parte plausible de la intervención y para facilitar la mejora de la práctica, la comprensión y el contexto de los participantes capacitados.

Martínez (2007) añade que “Se trata de una perspectiva de investigación que centra su interés en analizar y controlar cómo se producen los procesos de cambio que tienen lugar en las prácticas educativas” (pág. 33). Este proceso resulta de la acción del propio sujeto que realiza la referida práctica. A partir de ahí, surgió una conversación sobre investigación-acción. Donde pueden participar distintos colectivos, pero en su mayoría profesores y alumnos son los protagonistas. Por lo tanto, es un método que parte de las relaciones, acciones y proposiciones de estos dos actores. Por su parte, Elliot (1993) que en la investigación-acción surge el objetivo principal de mejorar y transformar la práctica, por lo que se destacan las siguientes características:

- Análisis de las acciones y situaciones a las que tiende el profesorado. Donde es fundamental una introspección y una visión objetiva de lo que se suscita.
- Profundizar en el nivel de comprensión del problema. Es decir, que tanto se conoce del problema y de lo que lo ha generado.
- Llevar a la práctica acciones que cambien la situación problemática. Donde se tome en cuenta de lo que se dispone y lo que se está dispuesto a hacer.

- Explicar mediante la relación de hechos y la perspectiva personal lo que sucede. En este punto se debe procurar ser objetivos en la descripción para no perder de vista el objetivo planteado.
- Utilizar un lenguaje sencillo en las descripciones y explicaciones. Para exponer y procurar que se cree el menor sesgo posible. (pág. 17).

Estas características aunadas a las ideas de Kemmis & McTaggart (1988) nos permiten conocer el carácter cíclico de la investigación-acción, es decir, se ejecuta en ciclos que se repetirán en algún punto, puesto que en esta, también entrará en juego el carácter reflexivo, pues se entiende como un proceso conjunto o bien adyacente (investigación-acción/reflexión), realizado metódicamente por el sujeto investigador y los integrantes de la comunidad para conocer la práctica cómo lograr mejorarla en sus propias acciones. El carácter cíclico es dividido en cuatro fases:

- Planificación. Se concibe la idea general sobre alguna problemática observada y se visualiza el modo de mejorar en la práctica.
- Acción. Se pone en marcha la hipótesis acción o acción estratégica. El cambio se realiza de manera cuidadosa y reflexiva. De tal modo que cada intervención tenga objetivo y visualización antes de ser implementada.
- Observación. Es el modo en que se hará registro y control de la acción. En esta etapa se pueden percibir las áreas de mejora gracias a la misma tarea de observar.
- Reflexión. Es la fase final de todo ciclo. Esta fase permite el análisis de las actividades. Del mismo modo da paso a la reflexión y por ende al replanteamiento del problema para entonces iniciar un nuevo ciclo o concluir el presente. (pág. 35-38).

Por ello se describe entonces el proceso metódico que conlleva de la investigación-acción a la reflexión, de hecho, Martínez (2007) menciona que el objetivo principal de esta metodología es formar personas reflexivas y críticas sobre sus decisiones, acciones y prácticas. Latorre (2005) habla del proceso reflexivo situado tras la acción, es decir, que cada ciclo da paso a la reflexión, de tal forma que el investigador aproveche las condiciones sociales para potenciar el conocimiento y crear un ambiente que iguale oportunidades de aprendizaje. Para ello se considera el ciclo que propone Whitehead (1991) el cual se presenta en la siguiente figura.

Ilustración 21. Ciclo de reflexión planteado por Whitehead (1991)

Sobre este ciclo se basó tanto la estructuración del plan de acción en cada una de sus fases y desde luego, para el cumplimiento de sus propósitos específicos a fin de lograr el general, como coadyuvar a la demanda de la mejora de la práctica y del conocimiento de la misma, a través de las propuestas de intervención, así como en los replanteamientos de clase, que en primer lugar se emplearon para solucionar situaciones no previstas y en general, realizando adecuaciones ya en la puesta en marcha de la secuencia, así como para reforzar las situaciones planteadas y aportar al desarrollo del conocimiento que se pretendía desplegar en el alumno.

Además, claro, del empleo de los instrumentos para la recolección de datos que cimentaron las reflexiones derivadas de la ejecución general del plan de acción. Estas herramientas fueron un apoyo fundamental para evaluar las propuestas y abonar al cumplimiento del ciclo, y en todas, se verían reflejados los conocimientos, habilidades y actitudes desarrollados y aplicadas por los alumnos como evidencia del avance obtenido hasta cada fase del plan de acción, así como para el indagador que registraba a través del diario de campo los detalles significativos en sus notas descriptivas y reflexivas, unas con mayor inferencia que otras.

Por lo anterior, son las notas del investigador en el diario de campo las que han sustentado lo que el investigador ha presenciado en directo con el fenómeno de estudio y que posteriormente traslada al diario, por medio de la observación participante, al ser esta inherente a la investigación-acción (Latorre, 2005). En el diario se han presupuestado las reflexiones, las interpretaciones, hipótesis y explicaciones de lo ocurrido, aunque, no se descarta que se reflejen los sentimientos y creencias capturadas en el momento. Aunado a ellos, se colocan las evidencias fotográficas que capturan un todo fijo, es decir la acción en el momento, lo real.

3.7 Evaluación de las propuestas de mejora y actividades realizadas en el plan de acción, considerando los resultados obtenidos para la transformación de la práctica profesional.

La evaluación es, sin duda, una tarea fundamental de los docentes. Aunque este concepto a menudo se asocia con la tarea de asignar valor, típicamente a un producto, cuando la evaluación se enfoca en el proceso y cómo fue diseñado, puede arrojar información valiosa sobre la importancia del aprendizaje, las barreras resultantes y la efectividad de estrategias instruccionales, etcétera. Y puede emplearse como una ruta para hacer ajustes y recomendar acciones correctivas para mejorar el desempeño. En este sentido, la evaluación puede ser un recurso poderoso para proporcionar retroalimentación a profesores y estudiantes.

Según García Medina, Aguilera García, Pérez Martínez, y Muñoz Abundez (2011) en su estudio han de reconocer que “La evaluación en el aula tiene un potencial único para el mejoramiento del proceso educativo y es reconocida como objeto de estudio y valoración relevante del Sistema Educativo Nacional (SEN).” (pág. 15). Además, sugieren que la evaluación debe responder a cuatro interrogantes: ¿por qué/para qué evaluar?, ¿qué evaluar?, ¿cómo evaluar? Y, ¿cómo comunicar los resultados?, ya que la evaluación del aprendizaje se basa en lo que se pretende que el alumno aprenda.

Por su parte, J. Pimienta (2008) ha clasificado los diversos tipos de evaluación a partir de las ideas de María Antonia Casanova (1999), por lo que para este apartado se considera la evaluación según su función (formativa y sumativa) ya que se ha concretado en principios del plan de acción la evaluación diagnóstica que Arredondo y Diago (2010) añaden posteriormente a esta clasificación y definen como aquella que se realiza al inicio de un proceso de enseñanza-aprendizaje, para satisfacer la necesidad de conocer los supuestos de partida e implementar cualquier acción pedagógica (pág. 31). La función de esta evaluación es comprender las potencialidades, actitudes, valores, condiciones sociales y otros aspectos de los estudiantes que puedan afectar su proceso de aprendizaje y así, tomar decisiones que ayuden a mejorar este proceso.

La evaluación formativa acompaña el proceso de enseñanza-aprendizaje durante todo el lapso, en este sentido, la evaluación formativa debe continuar en paralelo con el proceso de enseñanza-aprendizaje para revelar en tiempo real las fortalezas y debilidades en las estrategias de aprendizaje y el aprendizaje mismo, así como las estrategias de enseñanza y la enseñanza, con el fin de orientar y adaptar estas estrategias para mejorar el acto pedagógico. Casanova (1999) refiere que la evaluación formativa:

> “se utiliza en la valoración de procesos (...) y supone, por lo tanto, la obtención rigurosa de datos a lo largo de ese mismo proceso, de modo que en todo momento se posea el conocimiento apropiado de la situación evaluada que permita tomar las decisiones necesarias de forma inmediata” (pág. 80).

Sin embargo, este tipo de evaluación se ha considerado por algunos como la evaluación que se realiza en el aula, siendo esta más sumativa que formativa, por lo que se reitera que la finalidad de esta es retroalimentar al alumno durante el proceso y no calificarlo con base a un valor asignado en su actividad diaria. Además, esto ha cimentado las adecuaciones que se realizaron durante la ejecución de la secuencia didáctica, siento que se ha monitoreado el avance y desempeño del alumno, obteniendo los resultados de ello por sesión, mismos que se han abordado durante las descripciones detalladas de las actividades propuestas para solucionar el problema de este informe y, por lo tanto, no se retoman en este punto, pues ya acompañan a cada plan de la secuencia para que cobre mayor significado.

Mientras que la evaluación sumativa, se realiza "al final de un periodo de tiempo determinado como comprobación de los logros alcanzados en ese periodo" (Arredondo y Diogo, 2010, pág. 38). Casanova (1999) menciona que este tipo de evaluación "resulta apropiada para la valoración de productos o procesos que se consideran terminados, con realizaciones o consecuciones concretas y valorables" (pág. 79).

En ese caso, al finalizar el proceso de aprendizaje y evaluación del proceso, teniendo en cuenta su programa y el tiempo fijado en el calendario académico, el docente continúa evaluando el desempeño del estudiante en relación a las metas o habilidades planteadas en el curso o competencias establecidas en los programas y currículo, para tomar decisiones referentes a: calificar, aprobar, certificar y promover. Es importante enfatizar que la información que respalda la evaluación sumativa debe provenir de la evaluación del proceso, no necesariamente que las actividades de evaluación deban usarse al final de un período de tiempo para determinar el desempeño del estudiante.

Por ellos se decidió estructurar una prueba que globalizara el proceso de aprendizaje del alumno y así, valorar el nivel de desempeño y evidenciara el nivel de logro de estos con respecto a la obtención del significado del operador de la fracción, por lo que, mediante la técnica del interrogatorio, se realizó una prueba escrita, que según SEP (2012) las pruebas escritas

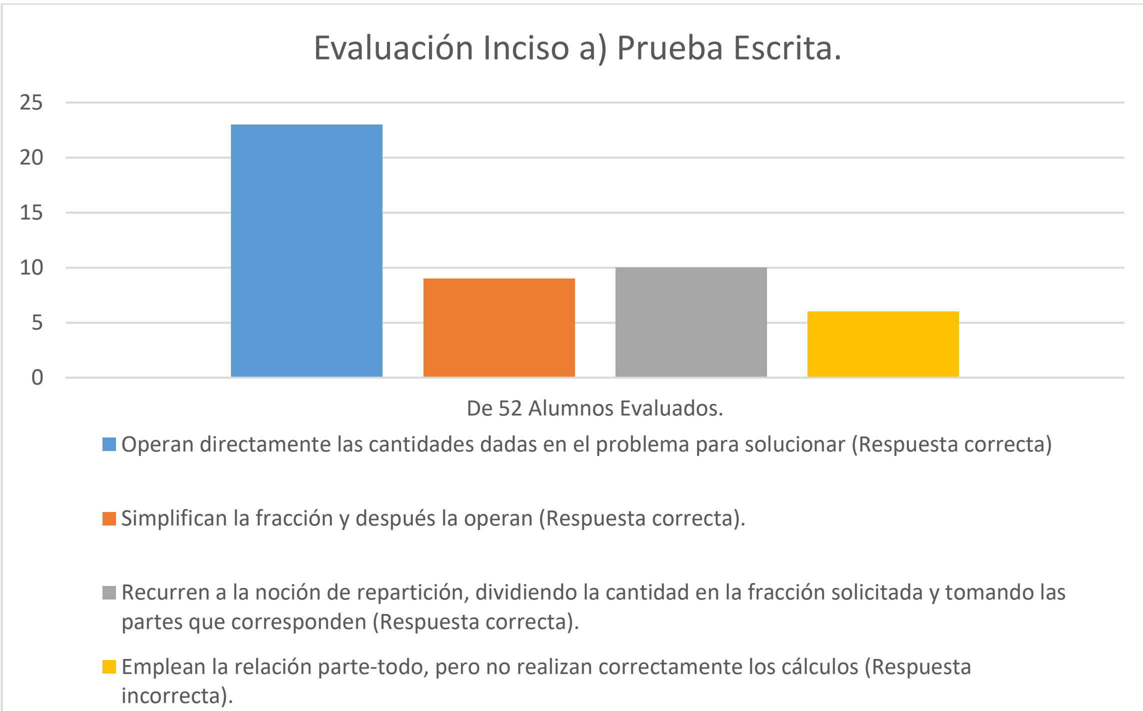
> “se construyen a partir de un conjunto de preguntas claras y precisas, que demandan del alumno una respuesta limitada a una elección entre una serie de alternativas, o una respuesta breve. Las preguntas constituyen una muestra representativa de los contenidos a evaluar.” (pág. 63).

Por lo tanto, se constituyó la prueba de la cual se analizarán los resultados a continuación. Esta fue separada en tres aspectos donde el alumno pondría a prueba los saberes adquiridos con base a lo que él definió como “la fracción de una cantidad”, por ende, en la primera sección el alumno resolverá problemas en donde esté inmersa “la fracción de un número natural”, en la segunda soluciona situaciones como ”la fracción de una fracción” y por último, “la fracción de un decimal”, siendo este la cúspide de la prueba para abonar a la adquisición del aprendizaje esperado “Resuelve problemas de multiplicación con fracciones y decimales y de división con decimales.” (SEP, 2017, pág. 178).

De lo anterior se define que el alumno empleará el algoritmo n × m, donde n y m pueden ser números enteros, fraccionarios o decimales, por lo que en este caso se espera que el alumnado aplique los algoritmos $\frac{a}{b} \times c$, donde c es número natural o decimal, o bien, el algoritmo $\frac{a}{b} \times \frac{c}{d}$, donde el segundo factor también es una fracción.

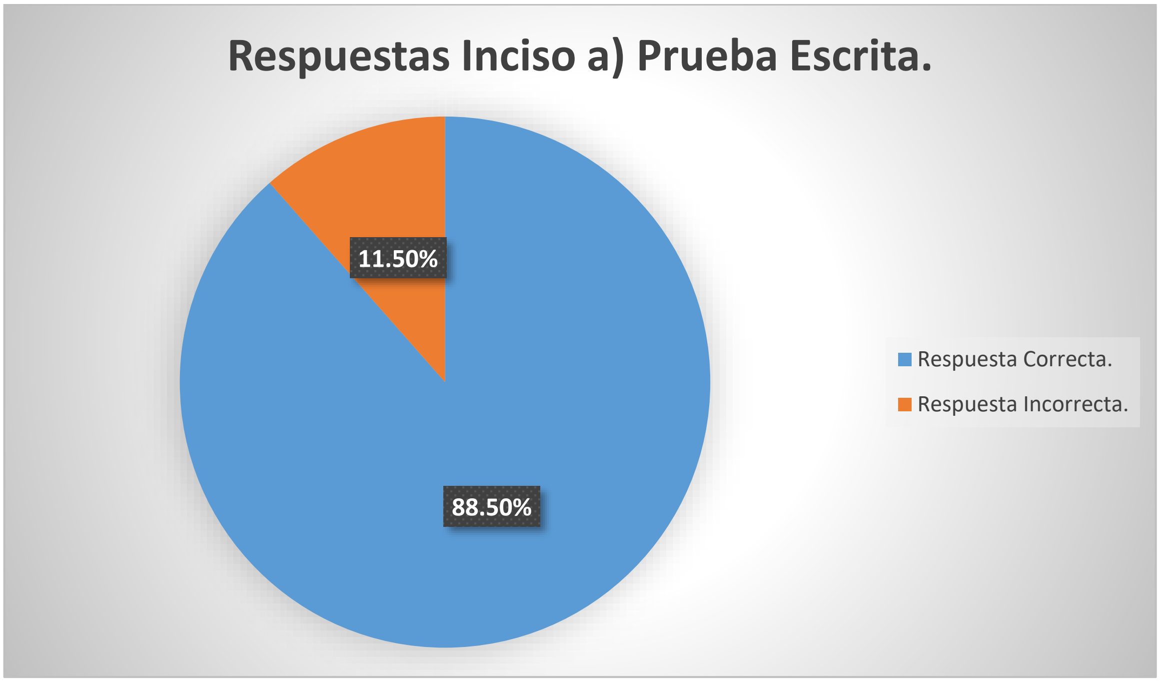
a) Para decorar un mantel, Pedro compro $\frac{8}{10}m$ de encaje blanco y $\frac{6}{10}m$ de listón. Si el metro de encaje blanco cuesta \$15 y el metro de listón cuesta \$25, ¿por cuál de los dos materiales pago más y cuánto pago en total?

Los primeros tres problemas abordan la situación “la fracción de un número natural”, con algunas variantes; en el primero de ellos, el estudiante tendría que operar la fracción por una cantidad, donde el equivalente del fraccionario es divisible entre la cantidad, lo que facilita su resolución por las cifras que se manejan. Se sabe de antemano que un grupo de jóvenes empleará la repartición como método de resolución, aunque en este caso, el objeto (listón y encaje) no puede ser dividido en un contexto real, pues se habla de una magnitud de medida y no de segmentos.



Gráfica 23. Resultados Inciso a).

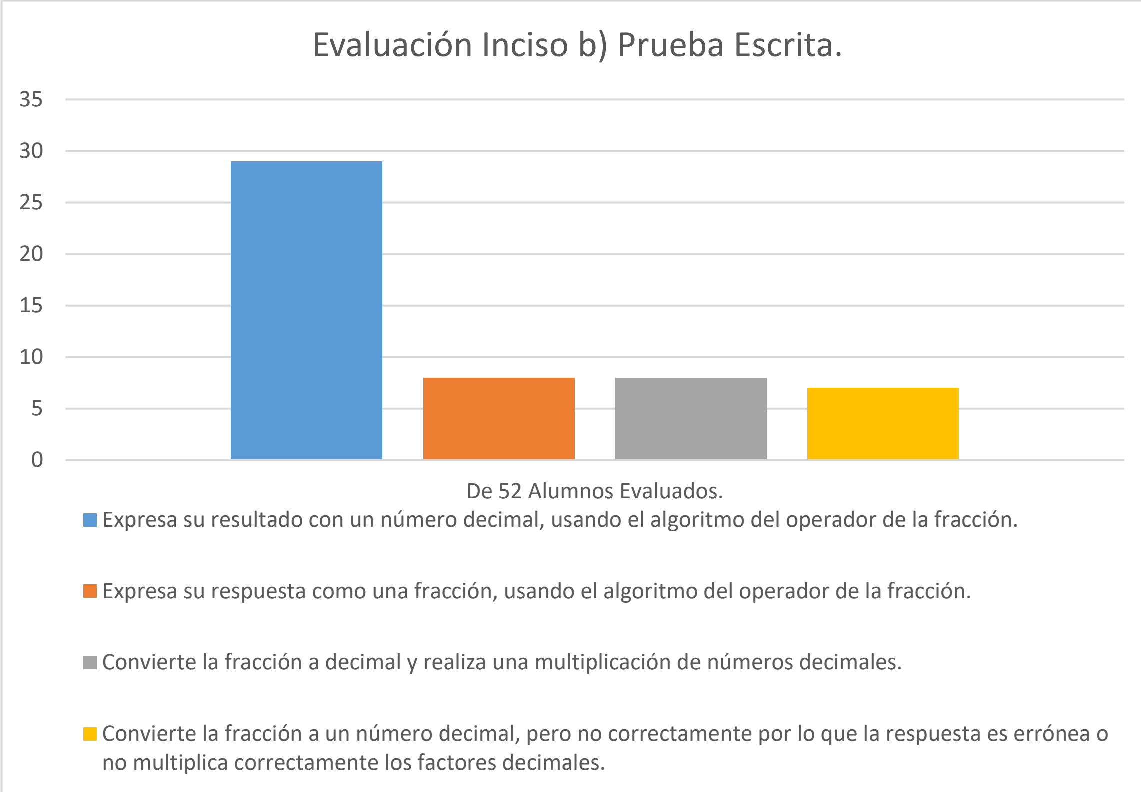
Tras la evaluación de este primer inciso, se obtiene que de los 52 alumnos que aplicaron la prueba, 36 emplean correctamente el algoritmo $\frac{a}{b} \times c = \frac{a \times c}{b}$, aunque de ellos, 23 lo realizaron con las fracciones presentadas $(\frac{8}{10}, \frac{6}{10})$ para realizar la operación, mientras que el resto empleo fracciones equivalentes $(\frac{4}{5}, \frac{3}{5})$ para operar la fracción. De los 16 estudiantes restantes, 10 emplearon el algoritmo $\frac{a}{b} \times c = (c \div b)a$, donde dividen la cantidad entre el denominador para posteriormente operar el cociente por el numerador de la fracción; los 6 jóvenes restantes, emplean el algoritmo $\frac{a}{b} \times c = (c \div b)a$, sin embargo, realizaron operaciones aisladas, con los algoritmos convencionales donde cometieron errores y su respuesta fue incorrecta, cabe aclarar que, en ambos casos, emplearon las fracciones equivalentes. Ahora se reconoce que el 88.5% del grupo de estudio respondió correctamente a este inciso.



Gráfica 24. Respuesta Inciso a).

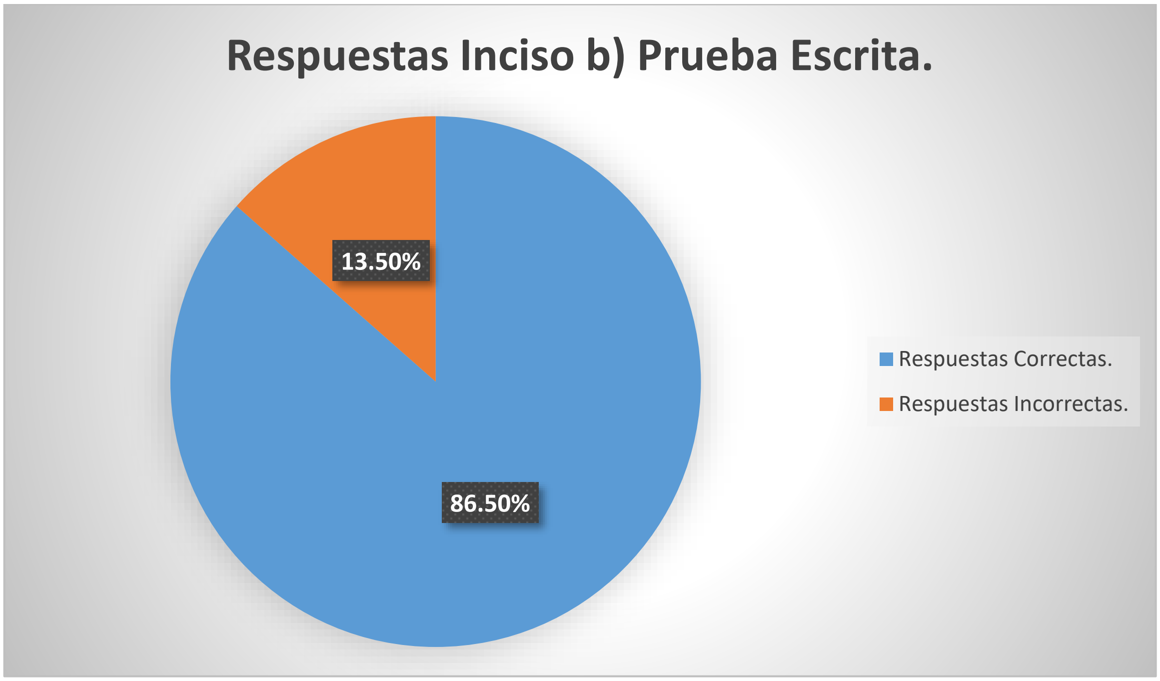
b) María decidió correr en una pista de 22 km. Ella solo ha podido correr $\frac{4}{5}$ partes del total de kilómetros. ¿Cuántos km corrió María en total?

El segundo caso, el número natural no es divisible por la fracción solicitada, lo que pone en juicio del joven si se recurre a la repartición para lograr resolver este problema, pues el resultado de este ejercicio es un número decimal. Además, el objeto (entero) de esta situación tampoco se puede afrontar con la noción de las relaciones parte-todo puesto que se trata de la distancia de un recorrido (magnitud).



Gráfica 25. Resultados Inciso b).

De este segundo inciso, se obtiene que 29 alumnos emplearon el algoritmo $\frac{a}{b} \times c = \frac{a \times c}{b}$, expresando su respuesta como un decimal, mientras que 8 estudiantes también utilizaron el algoritmo $\frac{a}{b} \times c = \frac{a \times c}{b} = \frac{ac}{b}$, es decir, expresaron su respuesta como una fracción ($\frac{88}{5}$ de km en este caso). De los 15 jóvenes restantes, 8 convirtieron la fracción a un número decimal y multiplicaron directamente las cifras, de los 7 restantes, no hubo una respuesta correcta ya sea porque al convertir la fracción a decimal, el decimal no era el correcto o porque al multiplicar las cantidades la operación con punto decimal no se ejecutó correctamente. Por lo tanto, el 86.5% de las respuestas fue correcta.

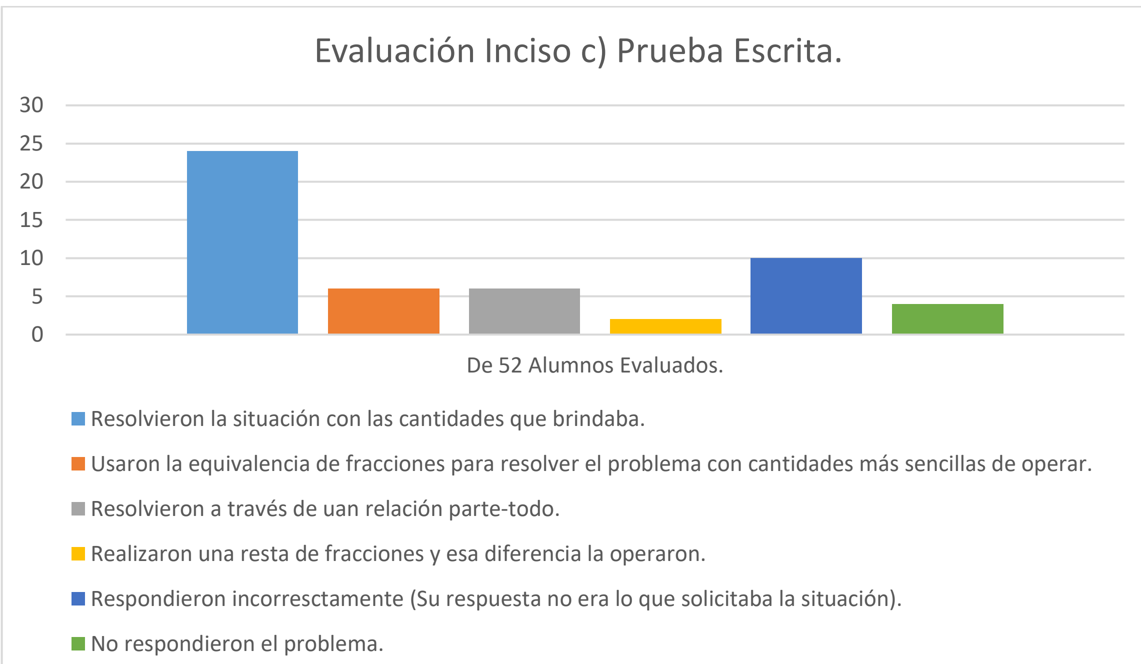


Gráfica 26. Respuestas Inciso b).

Y en el tercer problema, se presenta una situación de un entero (todo) que se forma por un conjunto de otros objetos (partes), es decir, una caja (todo) de huevos (partes), en esta situación, la fracción solicitada tampoco es divisor del natural, pero uno de sus equivalentes si, sin embargo, el fraccionario debe transformarse a su simplificación por lo menos dos veces.

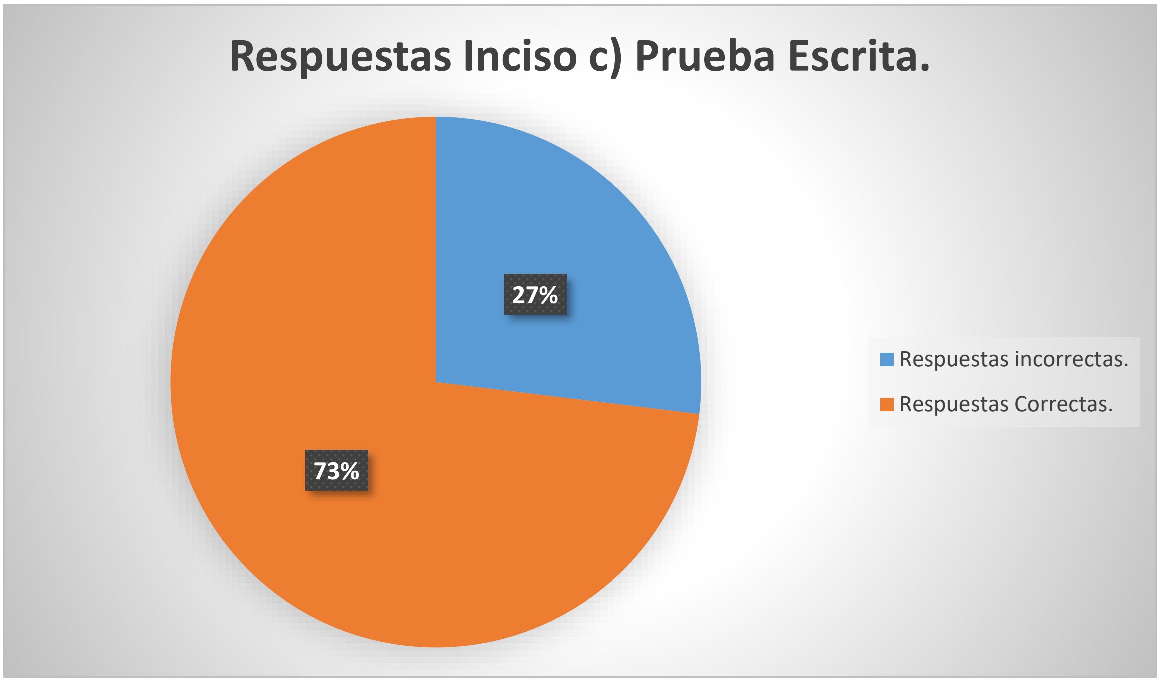
c) Luis compró una caja de huevos; la caja contiene 72 huevos. Para elaborar pastelillos Luis emplea $\frac{12}{32}$ partes de la caja. ¿Cuántos huevos le sobrarán a Luis?

En la tercera situación planteada para “la fracción de un número natural”, los resultados arrojan que 24 de los alumnos emplearon el algoritmo $\frac{a}{b} \times c = \frac{a \times c}{b}$, operando las cantidades dadas ($\frac{12}{32}$), por lo que no usaron una fracción equivalente que les facilitará la operación y restaron su resultado a la cantidad de huevos que contenía la caja. 6 estudiantes también emplearon el algoritmo $\frac{a}{b} \times c = \frac{a \times c}{b}$, pero usaron una primera equivalencia ($\frac{6}{16}$) para operar las cantidades y realizaron la diferencia para obtener la respuesta. 8 jóvenes más buscaron una simplificación más concreta de la fracción ($\frac{3}{8}$), pero 6 de ellos emplearon el algoritmo $\frac{a}{b} \times c = (c \div b)a$, puesto que la cantidad de huevos es divisible entre la fracción que se solicita y tomaron las partes necesarias, y realizaron la resta correspondiente para conseguir la solución correcta; los otros dos alumnos que simplificaron el fraccionario, restaron esto de lo que representa el entero ($\frac{8}{8}$), y operaron este para llegar al resultado. De los 14 discentes restantes, 10 emplearon el algoritmo $\frac{a}{b} \times c = \frac{a \times c}{b}$, sin buscar las fracciones equivalentes, pero respondieron con la cantidad de huevos gastados y no con la cantidad de huevos que sobraron, mientras que los otros 4 no respondieron el problema.



Gráfica 27. Resultados Inciso c).

Es evidente que entre más complejo se vuelve el problema mayor es el número de respuestas incorrectas que se obtienen como es el caso de este tercer ejercicio, en el que el 27% de la población total del grupo de estudio obtuvo una respuesta incorrecta (dentro de este se consideró a los alumnos que no respondieron lo que la situación planteaba), mientras que el 73% respondió correctamente con los distintos métodos ya descritos.

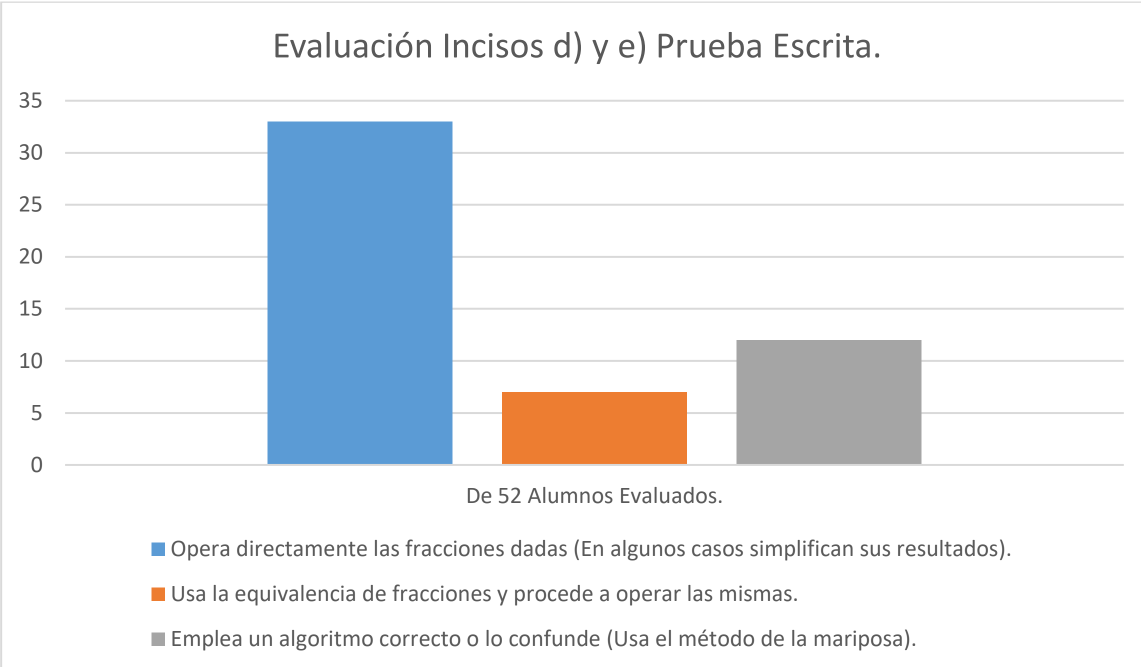


Gráfica 28. Respuestas Inciso c).

d) Margarita piensa elaborar masa para pizza. Ella cuenta con $\frac{3}{9}$ kg de harina para hornear, pero solo gastará $\frac{3}{7}$ de esta harina. ¿Cuántos kg de harina le sobraron?

Posteriormente vienen los problemas en los que interfiere “la fracción de una fracción” donde se esperaba que el alumno utilizara el algoritmo para multiplicar fracciones $\frac{a}{b} \times \frac{c}{d}$, que debería reconocer que se lee como $\frac{a}{b}$ de $\frac{c}{d}$, por lo tanto, debía dar esta interpretación a las situaciones planteadas en los incisos d) y e) que se analizarán concretamente en un solo espacio, ya que se encontraron las mismas similitudes en sus respectivas resoluciones y por ello se generalizan.

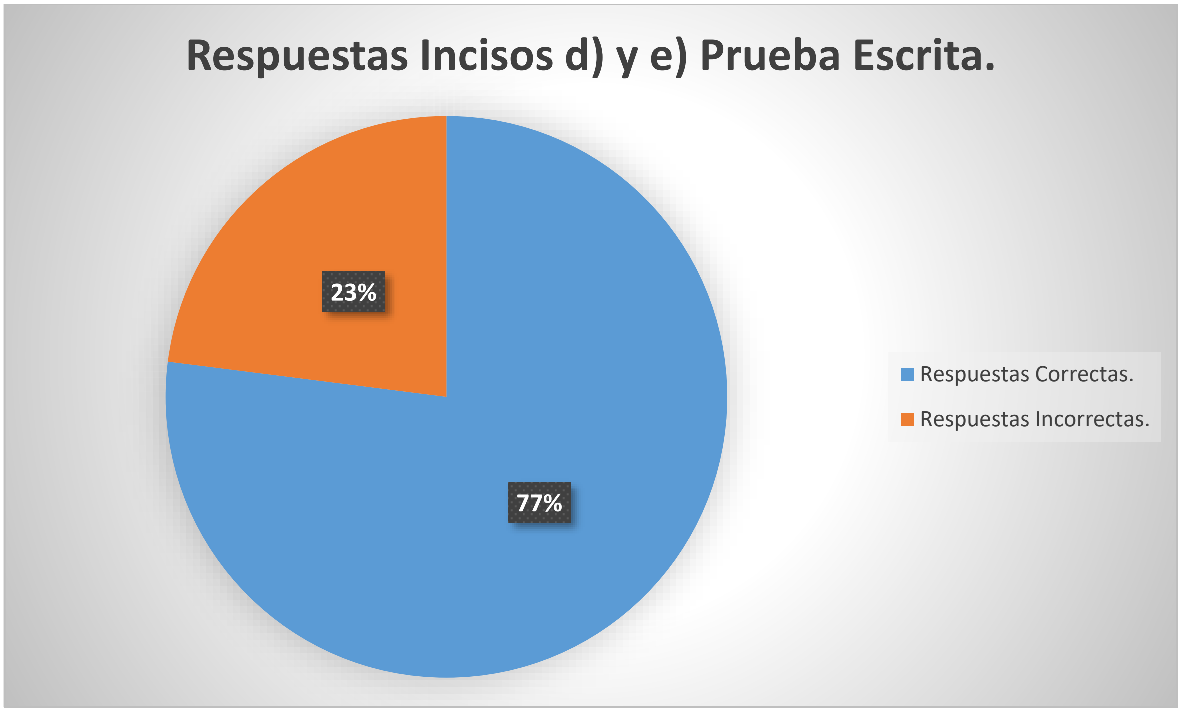
e) Paco compró $\frac{7}{3}$ litros de agua natural para preparar aguas frescas. Hoy ocupó $\frac{2}{13}$ litros de esa cantidad para preparar agua de Jamaica. ¿Cuántos litros de agua natural le quedarán?



Gráfica 19. Resultados Incisos d) y e).

De los resultados obtenidos en este par de problemas de obtiene que 33 alumnos emplearon correctamente el algoritmo para multiplicar fracciones $\frac{a}{b} \times \frac{c}{d}$, presentando sus resultados incluso como una fracción equivalente. 7 de los estudiantes realizaron la simplificación de la fracción y posteriormente las operaron. Los 12 jóvenes restantes siguen confundiendo el algoritmo para multiplicar fracciones con el típicamente conocido "método de la mariposa" para resolver problemas de suma y resta de fracciones.

Cabe aclarar que a pesar de que se considera que hubo 40 personas que emplearon procedimientos correctos, ninguno respondió correctamente, puesto que respondieron cuánto producto se gastó más no cuánto sobró, sin embargo, se consideraron esas 40 respuestas como correctas para no afectar la valoración final de cada alumno, por ende, el 77% de la población total respondió correctamente a este para de cuestionamientos, el resto lo hizo incorrectamente.

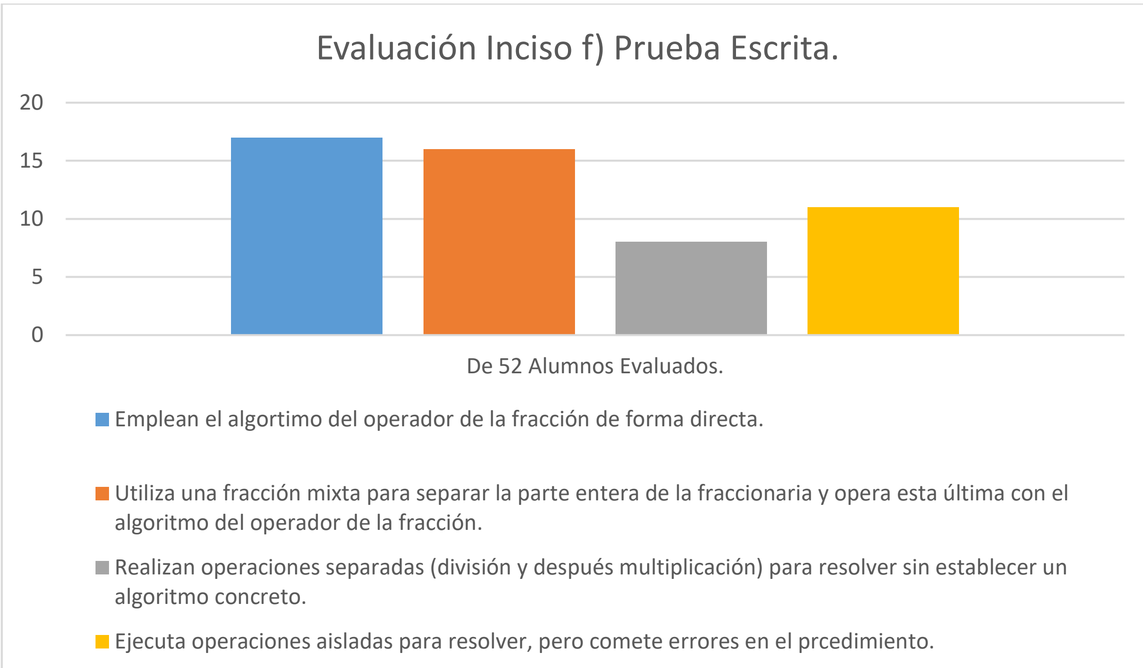


Gráfica 20. Respuestas Incisos d) y e).

La prueba escrita culmina con los tres problemas propuestos sobre “la fracción de un decimal” en los que el algoritmo a aplicar es $\frac{a}{b} \times c = \frac{a \times c}{b}$, siendo que c en esta ocasión es un número decimal, por lo que, la cantidad de cada problema no podrá ser tratada como parte de la división, es decir, de las reparticiones parte-todo y ese significado tan enraizado a la cognición del alumno como lo es la fracción sin ninguno de sus significados en juego.

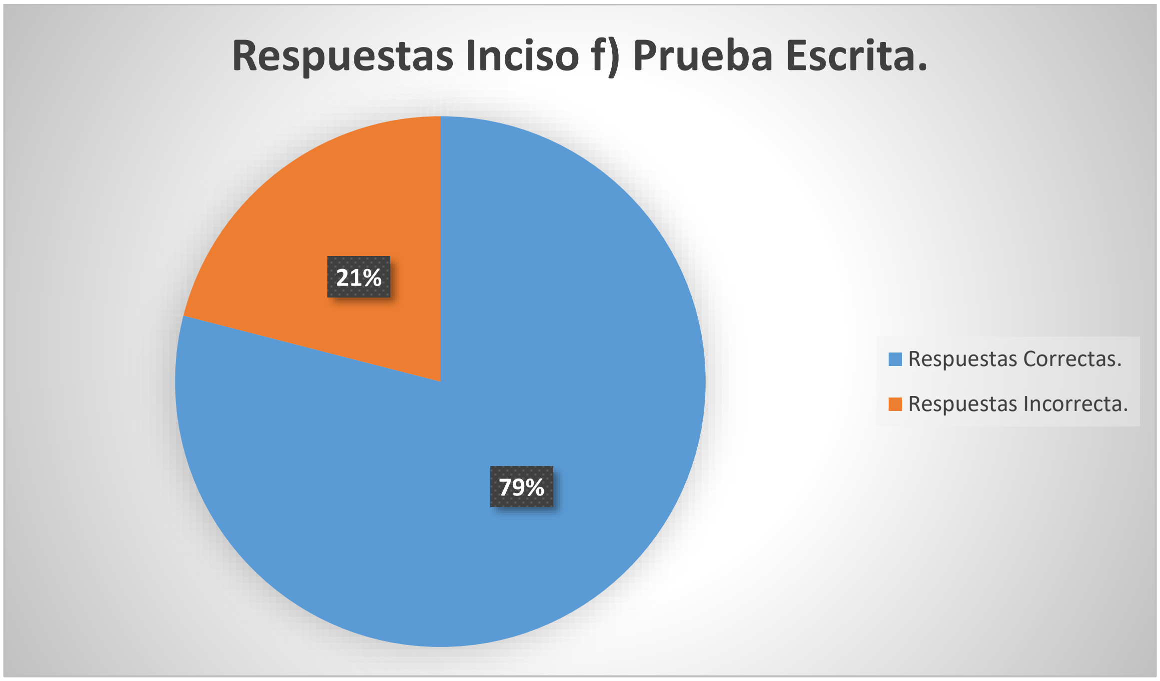
f) María necesita $\frac{8}{5}$ kg de pollo. En el súper el kg de pollo tiene un valor de $112.74 ¿Cuánto tendría que pagar María por la cantidad de pollo que necesita?

Así es como se llega al primero de los problemas de este tipo, el inciso f), que demanda la compra de kilogramos de pollo, exactamente $\frac{8}{5}$, del cual su valor por kilogramo es una cantidad decimal y se entiende que en este caso la cantidad a comprar es mayor al entero, lo que explicará algunos de los procedimientos de los alumnos y el porqué de su elección para resolver, además, es evidente que el precio no podrá ser divisible común de la fracción solicitada, por lo que se vuelve a poner a prueba la relación de la repartición parte-todo que comúnmente utiliza el alumno para resolver el problema.



Gráfica 21. Resultados Inciso f).

Los resultados han arrojado que 17 alumnos han empleado el algoritmo $\frac{a}{b} \times c = \frac{a \times c}{b}$, operando las cantidades dadas en el problema para obtener el resultado correctamente, 16 estudiantes más también usaron el algoritmo $\frac{a}{b} \times c = \frac{a \times c}{b}$, pero separaron la fracción como una fracción mixta en su parte entera y fraccionaria, por lo que multiplicaron tres octavos por el precio y el producto de la operación la sumaron al precio del entero. 8 de los jóvenes resolvieron el problema con operaciones aisladas, tal vez con el algoritmo $\frac{a}{b} \times c = (c \div b)a$, sin embargo, no se dejó en claro si es que lo emplearon pues no se estableció en las resoluciones revisadas, por lo que aplicaron los algoritmos convencionales de la división y la multiplicación para obtener la respuesta; el resto realizó el mismo procedimiento, pero su respuesta fue incorrecta por errores al resolver con número decimal. Por ende, se sabe que el 79% del grupo respondió correctamente y el 21% lo contrario.

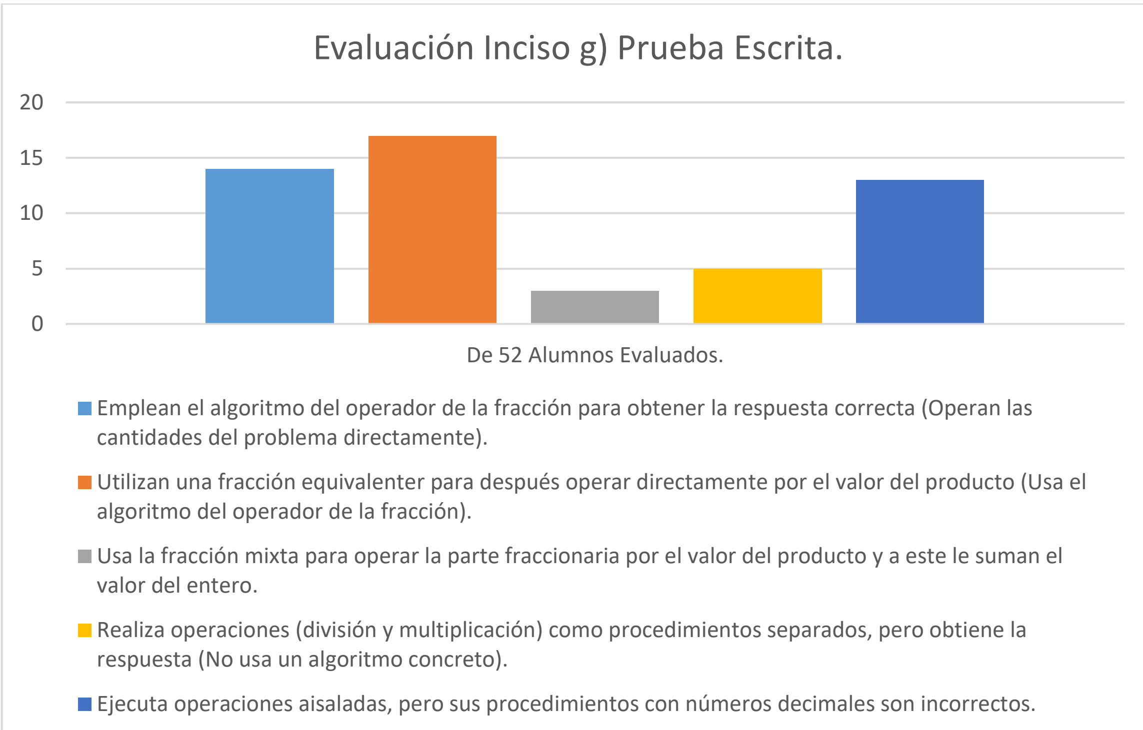


Gráfica 22. Respuestas Inciso f).

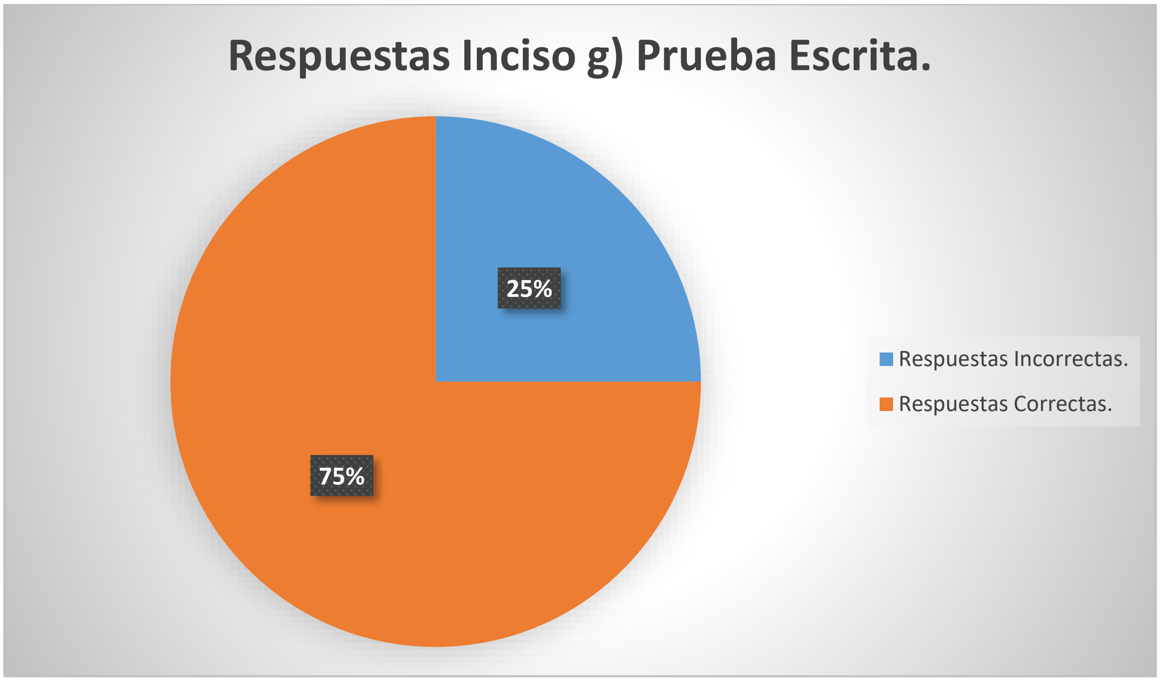
g) Roberto compro 5 paquetes de galletas de \$12.35 y $\frac{18}{15}$ kg de queso manchego que cuesta \$168.72 el kg. ¿Cuánto gastó en total?

Del segundo problema se propuso una situación similar a la anterior, con la variante de agregar otra multiplicación de un número natural por uno decimal, además de que este producto se sumará al producto del operador de la fracción del ejercicio. Para este caso la fracción también es mayor al entero, pero supone una complejidad ya que el denominador es de una fracción más pequeña, que podría no considerarse no simplificarse a una fracción mixta, aunque si se busca la equivalencia eso sería más sencillo.

De lo anterior se obtiene que 14 alumnos operaron directamente las cantidades con el algoritmo $\frac{a}{b} \times c = \frac{a \times c}{b}$ para resolver el problema. 17 estudiantes buscaron la fracción equivalente más simplificada para operar directamente con el algoritmo $\frac{a}{b} \times c = \frac{a \times c}{b}$. Mientras que 3 jóvenes también buscaron la fracción equivalente y al observar que se podía usar una fracción mixta, solo operaron la parte fraccionaria y sumaron el valor de la parte entera. Del resto, 5 realizaron las operaciones de división y multiplicación sin establecer un algoritmo, pero obtuvieron la respuesta, los otros 13 siguieron este mismo procedimiento, pero cometieron errores en él, por lo que su respuesta fue incorrecta. Así se concluye que el 25% de los alumnos obtuvieron una respuesta incorrecta, el otro 75% llegó al resultado correcto.



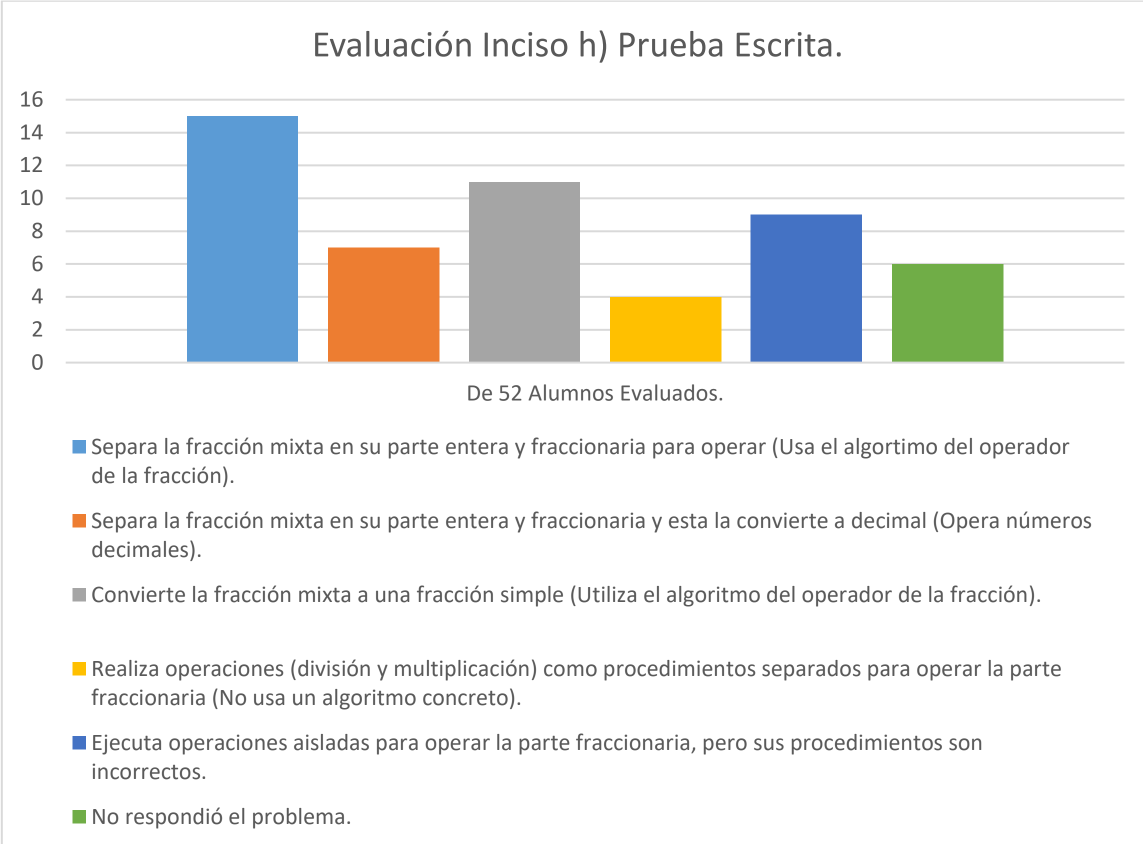
Gráfica 23. Resultados Inciso g).



Gráfica 24. Respuestas Inciso g).

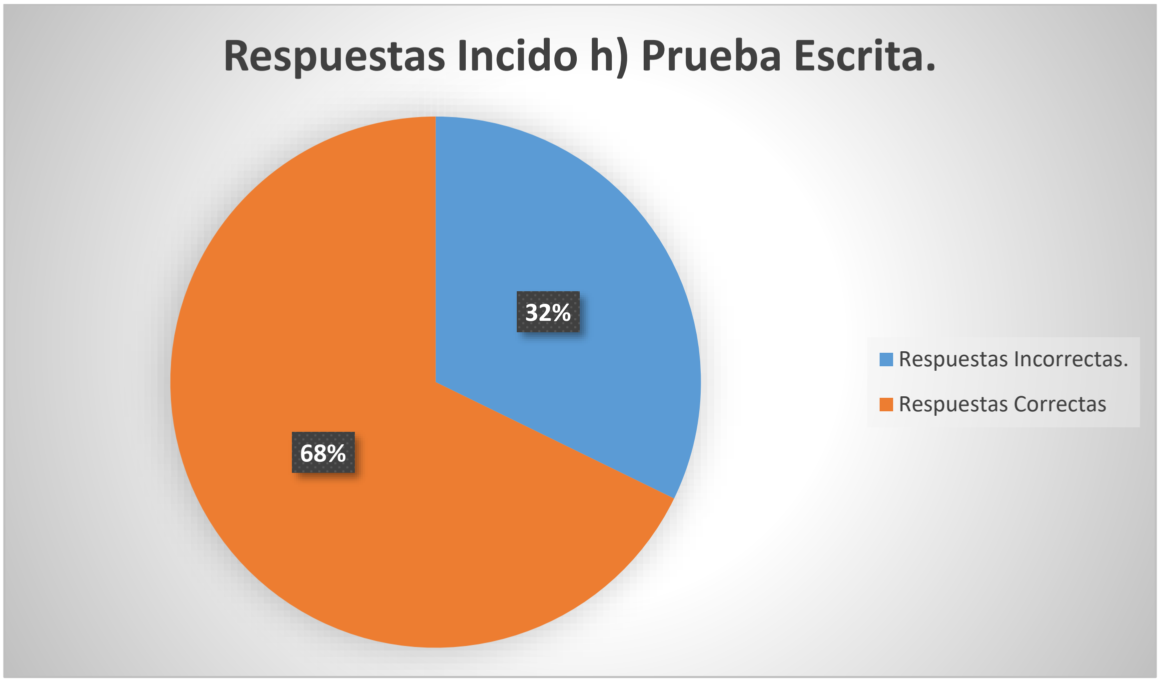
h) Paco sabe que el kg de aguacate cuesta $83.96 y quiere comprar 3 $\frac{6}{10}$ kg pero solo cuenta con 272.50 ¿Cuánto tendría que pagar y menciona cuánto le sobraría o faltaría de efectivo?

El tercer y último problema de la prueba escrita presenta al alumnado una situación en la que la fracción que se va a operar es una fracción mixta, por lo que los procedimientos para la resolución del mismo fueron muy variados respecto a los dos incisos anteriores, además, en este había que ejecutar una resta para responder completamente correcto a la pregunta.



Gráfica 25. Resultados Inciso h).

Los resultados del inciso h) indican que 15 de los alumnos realizaron la operación separando la fracción mixta en su parte entera y la parte fraccionaria, por lo que multiplicaron el valor del producto por el entero y posteriormente por la fracción ($\frac{6}{10}$), mientras que 7 estudiantes realizaron el mismo procedimiento con la excepción de transformar la fracción por un decimal y obtuvieron la respuesta correcta. 11 de los jóvenes convirtió la fracción mixta a una fracción simple ($\frac{36}{10}$), para después multiplicar con el algoritmo de la fracción como operador. Del resto, 13 de los discentes también separaron la fracción mixta en su parte entera y fraccionaria, para multiplicar el valor del producto por el entero y se le añade el valor de la fracción, pero para obtener este emplearon el algoritmo $\frac{a}{b} \times c = (c \div b)a$, que no fue explícitamente colocado; de estos 13 alumnos solo 4 respondieron correctamente. Otros 6 escolares no respondieron el problema por lo que se considerará como respuesta incorrecta, por ello se define entonces, que del total del grupo el 29% respondió incorrectamente y el 61% respondió correctamente.



Gráfica 26. Respuestas Inciso h).

3.8 Descripción si es el caso, del replanteamiento de las propuestas de mejora tomando como referencia las competencias, los contextos, enfoques, presupuestos teóricos, psicopedagógicos, metodológicos y técnicos, y los aprendizajes de los alumnos.

Durante la aplicación de la secuencia didáctica diseñada en el plan de acción, existió una constante, realizar el ciclo reflexivo, con lo que se logró evaluar los resultados y conforme a estos dar cuenta de los cambios que debían sufrir los planes propuestos, es decir, adecuar las propuestas con rumbo a la mejora de la planeación para lograr el propósito general del plan de acción. La secuencia fue planeada como un proceso jerárquico en el que se iban cumpliendo ciertas metas con base al aprendizaje esperado, aunado a ello el proceso cíclico de la reflexión-acción, por lo que fue posible hacer las adecuaciones pertinentes a las necesidades del alumno con base a lo planeado y sus propósitos específicos. Por lo anterior en este apartado se abordan los planes del replanteamiento con los que se pretendía lograr el significado de la fracción como operador en el grupo de estudios.

Plan 2.1. Primera Acción. Actividad: La Tabla Pitagórica.

Derivado del Plan 2/3 de la primera acción de la secuencia, se observó que los alumnos no lograban diferenciar los factores de una multiplicación, es decir, no logran identificar en las partes de esta operación al multiplicador y el multiplicando y aunque se reconoce la importancia de estos conceptos, se prioriza que el estudiante, entonces conceptualice la propiedad conmutativa de la multiplicación.

Por lo tanto, se creó la actividad “La Tabla Pitagórica”, con la finalidad de lograr lo anteriormente mencionado, por ello, este plan tenía como intención didáctica que el alumno demuestre la propiedad de la multiplicación (conmutatividad), a partir de la construcción de la tabla pitagórica analizando las características de la misma, aunque esta tabla sería construida con las multiplicaciones correspondientes a los números del 11 al 20 por lo menos, y el producto de esta sesión podrá ser aprovechado en otras sesiones.

Durante el inicio se realizaron algunas preguntas como ¿quién fue Pitágoras?, ¿de dónde es originario?, ¿cuáles fueron sus aportes a las matemáticas?, ¿con cuáles han trabajado?, mientras que los alumnos se mostraban participativos y respondían a los cuestionamientos, para posteriormente cerrar esta parte con un vídeo recuperado del canal de Daniel Carreón (2021) sobre la biografía de Pitágoras en un material audiovisual familiar y comprensible para los jóvenes.

A6: Pitágoras fue un filósofo.

A31: Fue un filósofo y matemático.

A13: Si fue un filósofo y matemático.

M: ¿De dónde es originario Pitágoras?

A4: De Egipto.

A52: No, Pitágoras era griego.

A40: Pitágoras era de Grecia.

M: Bien, Pitágoras de Samos, es su nombre, y se debe a que era originario de la isla griega Samos, obviamente en Grecia, pero ahora les pregunto, ¿qué aportes en las matemáticas de Pitágoras conocen y cuáles han usado?

A37: Inventó el triángulo, ¿no?

A19: No, él hizo el problema de Pitágoras.

A40: ¡Es el Teorema de Pitágoras!

A35: También la tabla de Pitágoras.

M: Bueno, esos son algunos de sus aportes, quizá los que ustedes conocen, pero vamos a ver este vídeo y para mañana les encargo una caricatura de Pitágoras o un dibujo por favor.

Mientras los alumnos observaban el vídeo, se les repartió la consigna en la que se indicaba que de manera individual construyeran una tabla pitagórica con los números a partir del 11 al 20, es decir, se estaría multiplicando 11 por 11, 11, por 12 y así sucesivamente, hasta completar toda la tabla. Esta actividad, específicamente la sesión se pretendía como solo de reproducción, no habría mucha interacción entre el docente y el alumno, era más entre el medio y el alumno. También se les repartieron hojas iris para que trabajaran en ellas y algunas reglas para hacer su tabla.

Durante la verbalización no hubo complicación alguna o evidente, salvo aclarar que números o “tablas de multiplicar” se integrarían en la tabla pitagórica. Ya para la resolución los únicos inconvenientes que se presentaron fueron algunas dudas respecto a los procedimientos de las operaciones, sin embargo, los estudiantes lograron resolverlas con las experiencias previas con la multiplicación y las tablas que ya conocen. Por lo que, pasado el tiempo de la resolución, se brindó el espacio para la puesta en común donde algunos alumnos discutieron las características de la tabla.

A10: La tabla se iba llenando en la primera columna de forma horizontal o vertical depende de cada uno como eligiera hacerlo.

A45: Pero conforme la llenas, al menos yo me di cuenta de que se podía llenar en ambas formas al mismo tiempo porque la columna horizontal y vertical tiene de las dos formas la tabla del once.

A13: Además, siempre hay números que se repiten.

M: ¿Qué números se repiten?

A13: Pues los que son iguales.

A40: Mi compañera se refiere a que los mismos números que se multiplican en horizontal se repiten en vertical.

A13: Si, por ejemplo, uno sencillo es doce por doce, en horizontal y vertical es igual porque son ciento cuarenta y cuatro.

A40: Y, por ejemplo, quince por dieciocho, es igual que dieciocho por quince.

M: ¿A qué se debe que esto suceda?

A9: Porqué en la multiplicación no importa como acomodemos los números el resultado es igual.

A10: Más bien no importa quién multiplica a quién.

Con lo anterior se pudo concretar la puesta en común, y con ello se recuperaron los argumentos más valiosos de ella, así como destacar las participaciones de los alumnos para dar paso a la situación de institucionalización donde se formalizó que por las características de la construcción de la tabla de Pitágoras, se pueden observar ciertas regularidades entre los productos de las multiplicaciones que allí se efectúan, tal que se puede corroborar que el orden de los factores no altera el producto, y a esta condición se le conoce como ley o propiedad conmutativa de la multiplicación, y se ejemplifico con la operación $6 \times 4 = 4 \times 6$.

Plan 3.1. Segunda Acción. Actividad: Fracción de Fracción

Tras la puesta en marcha de la tercera secuencia de la segunda acción (La Vuelta del Tren 2) y el análisis de la misma, se pudo conciliar que los alumnos no lograron construir o vislumbrar la noción de “fracción de una fracción” por el empleo del esquema propuesto y que no fue constructo de ellos, por lo que como se indicó anteriormente, esto imposibilitaba que el estudiante reflexionara sobre sus procesos y, por lo tanto, no lograra un aprendizaje significativo.

Para resarcir esta barrera se propuso el replanteamiento de la actividad, que se transformó a la actividad “Fracción de Fracción” que tenía como intención didáctica que el alumno compruebe que una “fracción de una cantidad” entendida como la forma $\frac{a}{b}\ de\ n$, se puede establecer como “fracción de una fracción”, es decir, n es un número fraccionario; en esta el alumno emplearía representaciones gráficas de las fracciones para establecer la forma antes explicada, de tal forma que construya el algoritmo de la multiplicación de fracciones.

Se eligió como representación de la fracción las áreas del rectángulo, y el material empleado fueron hojas albanene (un par por estudiante) y plumones de diversos colores, con lo que contaría el alumno para construir el producto de la sesión. Por ello el inicio de la clase quedó marcado por las preguntas, ¿qué objetos en esta escuela tienen forma de rectángulo?, ¿y cómo se puede calcular el área de cualquiera de esos objetos?, para generar un vínculo con lo que se abordaría en la sesión.

M: ¿Qué objetos en esta escuela tienen forma de rectángulo?

A7: ¡Los tableros de la canasta de basquet!

A48: El pizarrón también.

A32: Pues hay muchos, ¡hasta las canchas tienen esa forma!

M: ¿Y cómo se puede calcular el área de cualquiera de esos objetos?

A9: Pues necesitamos saber sus lados.

M: ¿Saber sus lados?

A9: O sea, cuanto mide cada lado.

A10: Pero solo necesitamos la medida de la base y de la altura.

M: ¿Y solo con saber la medida de la base y la altura sabemos cuánto mide el área?

A40: ¡No! Se debe multiplicar base por altura.

A13: Y luego se divide entre dos.

A9: ¡Esa es la fórmula del triángulo!

M: Entonces, ¿cuál es la fórmula para calcular el área del rectángulo?

A10: Pues esa, base por altura.

Paralelo al inicio, el docente en formación comenzó a repartir la consigna a trabajar, misma que los alumnos fueron leyendo individualmente y posteriormente se leyó en voz alta por tres de los jóvenes, y se realizaron algunos cuestionamientos sobre la actividad, aunque se logró la comprensión mayoritaria de la consigna, se tuvo que especificar que cada fracción se representaría por separa en rectángulos de la misma medida para que al traslapar cada hoja albanene se pudiera notar l parte de área que se pretendía representar. Así es como se realizó la resolución del problema, para el cuál los alumnos disponían de veinte minutos para representar las áreas solicitadas.

A33: Profe, entonces aquí yo pongo un rectángulo y en él coloreo un tercio que dice, y en la otra hoja pongo un rectángulo coloreo cuatro quintos, y cuando ponga uno encima del otro me va a dar la respuesta de lo que dice, un tercio de cuatro quintos.

M: Enséñame lo que dices, para poder ver tu procedimiento.

A33: Miré (mostrando una hoja encima de otra), ahí donde se combinan los colores es la respuesta.

M: ¿Y cuál es la respuesta?

A33: Mmm, pues cuatro.

M: ¿Solo cuatro?

A33: Pues si es que son los cuadritos esos nada más.

M: Ahh, pero entonces ya te observaste que hay muchos cuadritos. Entonces, ¿cuántos cuadritos hay y cuántos iluminaste?

A33: ¡Ahhh ya sé!, hay quince cuadritos pequeños y yo pinte solo cuatro, o sea cuatro de quince.

M: ¿Esa es tu respuesta?

A33: ¡Sí!

En este caso, el alumno no logró percibir que el resultado es una fracción, aunque si estableció la relación entre cuadritos formados y los iluminados. Por otra parte, algunos alumnos si obtuvieron la fracción resultante corroborando la relación antes narrada, incluso comenzaron a establecer la correspondencia de base y altura en la que multiplicaron directamente ambas fracciones, de tal forma que a su vez notaron que entre mayor era el número natural que se establece en el denominador de cada fracción, mayor era la cantidad de cuadritos en las áreas de los rectángulos.

A40: El resultado del inciso b es dos octavos.

M: ¿Puedes explicarme el proceso y cómo sabes que son dos octavos?

A40: Pues es que en este rectángulo yo pinte de color rojo un medio, y en el otro pinte con verde dos cuartos, porque ese lo dividí en cuartos, entonces los junte y los cuadros que se combinan son estos dos, que son dos de ocho, entonces dos octavos.

M: ¡Muy bien!, ¿y ya tienes la respuesta del siguiente inciso?

A40: Pues sí, hice exactamente lo mismo, pero es que son muchos cuadritos los que hice.

M: ¿Cuántos te salieron?

A40: Mmm son 56, es que como los denominadores son más grandes cada vez pues van saliendo más cuadritos.

M: Entonces, ¿cuál es la respuesta?

A40: Son quince cincuenta seis-avo. Pero profe, no sería más fácil multiplicarlos.

M: ¿Multiplicarlos?

A40: Es que siete por ocho son cincuenta y seis, que es el resultado de multiplicar los denominadores y también si multiplico los numerados me da quince, y así ya es más fácil contestar los otros incisos.

Lo anterior fue demostrado en la puesta en común por los alumnos, donde se reafirmó que entre mayor sean los naturales de los denominadores, más pequeña será la fracción resultante, y establecieron que se puede multiplicar el par de fracciones de tal forma que directamente se opere entre numeradores y entre denominadores.

A16: Mientras estaba realizando mis rectángulos, yo me di cuenta que los resultados eran los mismos si se multiplicaban las fracciones.

A10: Si, porqué una de las fracciones era la base y la otra representa la altura.

A45: Entonces se multiplica numerador por numerador y denominador por denominador.

A40: Además, cuando vimos la otra actividad del tren dijimos que cuando un enunciado dijera que la fracción de algo, pues se hacía una multiplicación, por ejemplo, el inciso a dice que un tercio ¡de! cuatro quintos, o sea que se multiplica un tercio por cuatro quintos y la respuesta sigue siendo la misma.

M: Entonces cómo podemos calcular siete tercios de tres.

A9: Pues se hace lo mismo, como tres es un entero ya sabemos que tiene denominador uno, entonces se multiplica siete por tres, y el tres que son los tercios por el uno que es el denominador del tres.

M: ¿Y cuánto es siete tercios de tres entonces?

A10: Son veintiún tercios.

A40: O puede ser siete enteros si sacamos una equivalencia.

Con lo anterior se recuperaron los argumentos más importantes de los alumnos para llegar a la institucionalización, donde se concretó que como ellos recordaban, todo entero se puede expresar como fracción si se le agrega denominador uno. Por lo tanto, cuando se calcula la fracción de un número entero, este último se puede expresar como una fracción y realizar una multiplicación de fracciones que, al ser directa facilita su operación, como se establece en el algoritmo de la multiplicación de fracciones que tiene la forma $\frac{a}{b} \times \frac{c}{d}$, y esta se puede comparar con la forma anterior $\frac{a}{b} \times n$, donde ahora se expresa que n puede ser un número natural, decimal o fraccionario.

IV.- CONCLUSIONES Y RECOMENDACIONES

“Educación no es sólo reproducción y transmisión de lo que está establecido, sino también crítica y cuestionamiento de lo que está establecido.”
Ángel Castiñeira y Josep M. Lozano

4.1 Puntualiza el alcance de la propuesta en función de los sujetos, contexto, enfoques, áreas de conocimiento y las condiciones materiales, entre otros.

Como operador de multiplicación, las fracciones son un tema matemático al que se le debe dar más importancia y aplicabilidad en el salón de clases, ya que es un tema complejo en cuanto a la interpretación y comprensión de términos conceptuales que se aprenden mejor a través de la práctica y los elementos aplicados, en casa, durante los descansos, en las fiestas y los hace comprensibles llevándolos al salón de clases. Sin embargo, a pesar de la complejidad de las fracciones, aprenderlas se considera una forma de expresión y probablemente sea la más apropiada en muchos sentidos en la vida real, por lo que el significado del contexto es importante.

Las pruebas estandarizadas reflejan la poca interpretación de los significados de la fracción en el aula, en especial la fracción como operador, y en consecuencia vienen los bajos resultados en esta área, pues aunque los programas de estudio en México si abordan estos constructos, no significa que en la práctica sean bien ejecutados, pero esta es la responsabilidad del docente, pues el alumno no llega al salón de clases dominando estos saberes, aunque es una verdad que no se puede ocultar que es necesario que el maestro se actualice constantemente y recurra a esta investigaciones pues es necesario que él indague y también adquiera los significados de la fracción propuestos por los autores para que encuentre la forma más adecuada de llevar la enseñanza de estos al discente, por ende mejore la estrategias de aprendizaje dependientes del contexto y las necesidades de su grupo.

Por esta razón es que se sugiere reforzar la adquisición del significado del operador de la fracción, que a diferencia de los otros dos (parte-todo y cociente) que se abordan con mayor frecuencia en el aula, es complejo y poco comprensible para el alumno porque esta operación habla de una multiplicación cuando en las otras se aborda una repartición, pues en el significado parte-todo es donde quizá se aprovecha más del primer concepto con el que tiene cercanía el alumnado sobre la fracción, entendida como aquella unidad dividida en partes iguales, a las que se llama fracciones, siendo esta una definición universal y definitiva para los fraccionarios, aunque autores como Fandiño y Block Sevilla, señalan que esta interpretación no funcionará siempre para todos los casos, de ahí que se deriven los tantos significados.

La definición de la fracción se adquiere desde tercer grado de educación primaria, o cuarto dependiendo el lugar donde se enseñe, y es una noción tan simple que repercute en lo más profundo de la cognición del alumno, por ello no es una casualidad que se encuentre tan arraigado este constructo en la mente del infante y que lo acompaña a cada grado que va ingresando, por esto es que se resalta la importancia de desarrollar los otros significados de la fracción desde edades tempranas, pues posteriormente los emplean si conocerlos y además, con bajos resultados. En el caso del concepto del entero, pocas veces se profundiza en este saber, porque se asume que al conocer lo que es una fracción en consecuente se sabe que es un entero, pero qué significa este para el niño y los jóvenes que llegan a los grados superiores con ideas equívocas del mismo, o que no distinguen entre las unidades que son el entero y los conjuntos (como lo objetos que contienen otros objetos) que también son el entero.

Por su parte el significado de cociente, ya en su nombre te indica con cuál de las operaciones básicas tiene mayor compatibilidad, pues en este al aplicar la división en la fracción $\frac{a}{b}$, que se puede expresar como la unidad dividida en b partes iguales de la que se toman a partes, por lo que es posible que entonces $\frac{a}{b}$ sea una división no efectuada de la cuál se puede obtener el cociente, donde a objetos han sido repartidos (divididos) en b partes. Por lo que, en cualquiera de los dos casos, el alumno asemeja con mayor facilidad la repartición que tiene relación inherente con estos significados (parte-todo y cociente), más no quiere decir que la definición definitiva de la fracción cumpla o cubra todo el constructo de estos saberes.

Con ello quizá se justifica la razón de la dificultad que presentan los estudiantes para comprender el nuevo significado de la fracción como operador, puesto que como se sabe para este punto, se habla de un factor multiplicativo, y que ciertamente si se aborda en el aula, pero va enfocado a aquellos temas de proporcionalidad, razón, tasa, interés, escala, semejanza, porcentaje, probabilidad, etcétera. Pero, entonces por qué no aprovechar el sentido de repartición que orilla a los alumnos siempre que se habla de una fracción para introducirlo al significado de operador, esto funcionará cuando los objetos, entiéndase por los productos reales que intervienen en los problemas a los que se enfrentan los escolares, se abordan como unidades continuas, es decir aquella que pueden ser efectivamente divisibles tales como pasteles, pizzas, la superficie de un rectángulo, etcétera, de esta manera se crearían grupos que puedan ser representados como situaciones o contextos reales.

Estos grupos se enfocan en clasificar y seleccionar elementos que están más o menos relacionados con las fracciones como operadores; se resaltan las fracciones como parte del todo. Sin embargo, el alumno también enfrentará situaciones de unidad discreta, donde se habla de personas, animales, árboles, canicas, etcétera, que lo colocarán frente a problemas donde la cantidad o el objeto a dividir no siempre podría hacerse en la cotidianidad. También se señaló que a los estudiantes les resultaba difícil representar a las fracciones como operadores, a pesar de que estaba muy relacionado con la vida cotidiana de la familia, la falla era que al llevarlo al aula no estaba contextualizado ni adaptado a las acciones humanas reales, por lo que esto supone solo una propuesta de solución.

Una de las ideas fundamentales de este informe en la secuencia didáctica es la creación de esquemas y diagramas que ayuden al alumno a adquirir y desarrollar los algoritmos necesarios para establecer los procedimientos al operar una fracción por cualquier cantidad. El esquema dado por la estructura $\frac{\boxdot}{\boxdot} \times \boxdot$, fue un recurso de apoyo para los estudiantes que les facilitó establecer el algoritmo del operador de la fracción dado por $\frac{a}{b} \times c = \frac{a \times c}{b}$, incluso con la variante $\frac{a}{b} \times c = (c \div b)a$, y este no mecanizó la solución de los problemas, al contrario, tenía el beneficio de elegir cualquiera de los procesos, el más adecuado para sus resoluciones.

El segundo diagrama también obtuvo resultados favorables, pero que pudieron ser más fructíferos si fuese un constructo del alumno, ya que este si fue en demasía conductista, puesto que brindaba al estudiante de una guía completa para resolver los problemas en los que se situaba esta herramienta, y en este caso, el estudiante podía por sí mismo construir el esquema que le apoyará a solucionar la situación. Sin embargo, este diagrama dejó uno de los descubrimientos más importantes, ver el operador de la fracción como la separación del objeto y su magnitud.

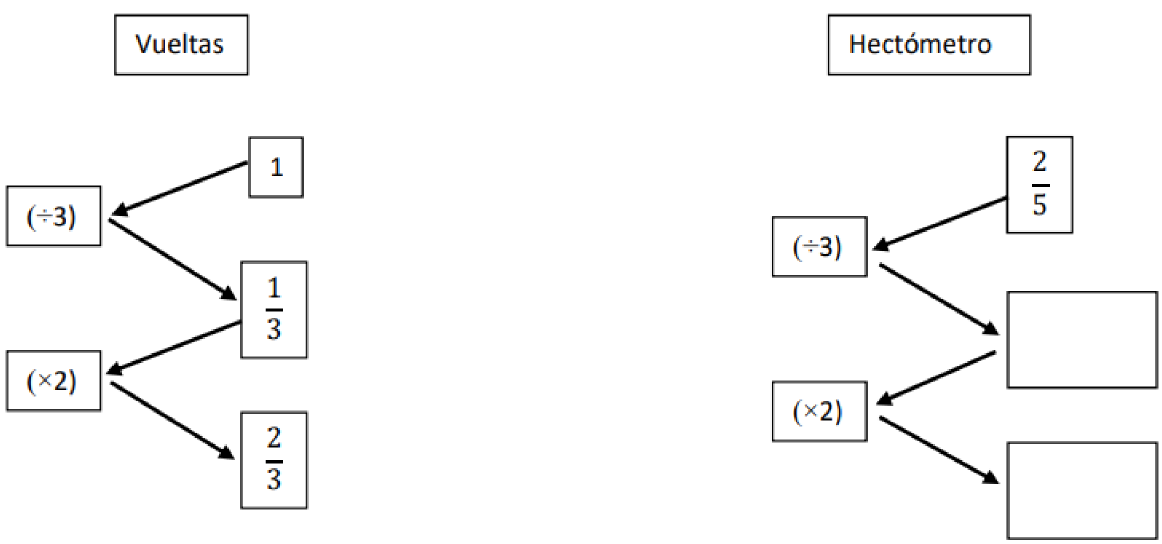


Ilustración 22. Diagrama Empleado en el Plan 3/5 Segunda Acción.

Como se aprecia en la ilustración 18, el operador de la fracción se separa en dos entes, el objeto y la magnitud, dado que el objeto son las vueltas del tren y la magnitud es la distancia recorrida y que resultó en una buena estrategia para abordar el factor multiplicativo de la fracción. Esto sucede gracias a las más inesperadas respuestas de los alumnos derivadas de una mal formulación de cuestionamientos puesto que, cuando a un estudiante se le preguntaba cuánto es dos tercios de la vuelta del tren, respondía con simpleza "*pues dos tercios*", como si de una obviedad se tratase, pero que efectivamente dos tercios de una vuelta no son más que eso, dos tercios. He ahí la influencia del docente en los pensamientos del alumnado, pues respuestas como esta muchas veces o siempre serán consideradas como incorrectas, pero el maestro no se detiene a reflexionar que de una mala pregunta tal vez se obtenga una mala respuesta, por eso es que el alumno se percibe como el centro del aprendizaje, pues se enseña desde el que aprende y no desde quién enseña.

La pregunta que debió efectuarse era qué distancia recorre el tren al dar dos tercios de vuelta, pues aquí ya interfiere la magnitud, la distancia dada por los kilómetros que recorre el tren, y entonces la pregunta transforma la respuesta del estudiante que se obliga a sí mismo a profundizar en su análisis y el razonamiento que conlleva responder, además, se cambia la forma de comunicar, tanto del receptor como del emisor. Como este caso pueden existir miles, la redacción de los problemas, la formulación de las cuestiones, son parte fundamental para mejorar la comprensión de las propias situaciones, por eso es importante separar el objeto de la magnitud, sobre todo en los casos donde se solicita una o varias representaciones de los objetos y se prosigue con el cálculo de la magnitud.

Es importante señalar que las investigaciones confirman que cuando a un estudiante se le da el espacio para crear y reproducir con nuevas herramientas y estrategias, se vuelve más activo y espontáneo, especialmente cuando estas herramientas están relacionadas con su entorno; las respuestas dadas por los sujetos tuvieron consecuencias sorprendentes, como representar las fracciones que tenían como operadores de multiplicación reproduciendo los terrenos rectangulares. En pocas palabras, conectan los términos de la multiplicación, luego piensan en repetir la cantidad varias veces, por ejemplo, entender; $\frac{4}{6}$ de 42 y divide los 42 objetos en 6 grupos y luego toma 4 de ellos.

En el caso específico de las representaciones rectangulares de las hojas albanene, este material fue ampliamente significativo para los alumnos en referencia a los otros que emplearon a lo largo de la secuencia, pues con ella pudieron percibir y ampliar el panorama de cómo funciona el operador de la fracción, incluso dieron cuenta del porqué entre mayor sea el denominador de una fracción más pequeña se convierte esta. También observaron cómo al comparar dos fracciones el área de estas se transforma en el denominador, mientras que las partes iluminadas en ambas hojas son el numerador de la fracción y esto se proyecta y obtiene por medio de la multiplicación.

Para las actividades que utilizan fracciones como operadores, podemos concluir que los elementos o características que se derivan de este significado aparecen más complejos tanto para la planificación de la actividad como para el desarrollo conceptual de los alumnos. El estudiante tiene dificultades de desarrollo de moderadas a graves, incluso en actividades en las que todos los recursos de apoyo para estudiantes están disponibles. Sin embargo, la implementación de estas actividades sirvió como estudio pedagógico para identificar otros elementos de la perspectiva del operador y planificar la planificación de recursos adicionales con el objetivo de reducir las dificultades observadas.

Después de una evaluación importante, se puede demostrar que los estudiantes que debido a que no tienen conocimiento de los operadores fraccionarios, están utilizando conocimientos previos para crear, seleccionar, clasificar y aplicar operaciones matemáticas básicas, aunque esto puede no significar usar los algoritmos correctamente para realizar tales operaciones. Por ello se recomienda que el material y los recursos didácticos que empleé el alumno sean de impacto y significado verdadero, por ejemplo, un listón de longitud AB, del que se desea conocer la longitud del segmento CD, donde AB mide veinticinco centímetros y CD son tres cuartos del listón, en esta situación el listón no puede ser dividido en tantos segmentos como deseen las fracciones unitarias, ya que el listón es un objeto del que no se puede rechazar su adyacencia.

Por último, aunque se hable de un significado esto no quiere decir que precisamente se crea un concepto concreto de lo que es el operador de la fracción, más bien se trata de la ruptura de significados entre la fracción y la fracción como un multiplicador, que no explica con sencillez por qué cuando se ha concebido la multiplicación como la operación que “agranda” esto no sucede igual cuando el operador es una fracción es impropia, por lo que el resultado ya no “agranda” como en la mayoría de las veces sucede. Además, ya no puede calcularse siempre por medio de la suma iterada, ya que si n veces m es n × m, entonces 5 × 3 es igual a 5 + 5 + 5, pero si en la operación $\frac{3}{4} \times 5$ esta se puede expresar como $\frac{3}{4}+\frac{3}{4}+\frac{3}{4}+\frac{3}{4}+\frac{3}{4}$, entonces cómo expresamos la suma de 5 tres cuartas veces, acaso se pierde la conmutatividad o se ponen en juego nuevas propiedades.

V.- REFERENCIAS

Fuentes de consulta bibliográficas, hemerográficas y electrónicas utilizadas, citadas correctamente.

Bibliografía

Acosta, S., & Andrade, A. (2014). Estrategias de enseñanza para promover el aprendizaje significativo de la biología en la Escuela de Educación. *Universidad del Zulia Multiciencias, 14(1)*, 67-73.

Alfaro, C. (2006). Las ideas de Pólya en la resolución de problemas. *Cuadernos de investigación y formación en educación matemática, 1*, 1-13.

Alsina, Á., & Planas, N. (2008). *Matemática Inclusiva. Propuesta para una educación matemática accesible.* Madrid: Narcea.

Arredondo, S., & Diago, J. (2010). *Evaluación Educativa de Aprendizajes y Competencias.* México-España: PEARSON EDUCACIÓN.

Ausubel, D. (2002). *Adquisición y retención del conocimiento. Una perspectiva cognitiva. 2da Edición.* Barcelona: Paidós Ibérica.

Ávila, A. (2006). Prácticas cotidianas y conocimientos sobre las fracciones. Estudio con adultos de escasa o nula escolaridad. *Educación Matemática. Vol. 18, núm 1*, 5-35.

Ávila, A. (2019). Significados, representaciones y lenguaje: las fracciones en tres generaciones de libros de texto para primaria. *Revista Educación Matemática, 35 (2)*, 22-60.

Ávila, A., & Cedillo, O. (2017). *El concepto de equivalencia de fracciones en la educación primaria mexicana entre 1960 y 2011. Trabajo presentado en el XIV Congreso Nacional de Investigación Educativa.* San Luis Potosí: COMIE.

Bandura, A. (1986). *Social foundations of thought and action: A social cognitive theory.* Englewood Cliffs NJ: Prentice Hall.

Block Sevilla, D. (2022). *Más de uno, pero menos de dos. La enseñanza de las fracciones y los decimales en la educación básica. Otra vía en el aprendizaje de las matemáticas.* México: CINVESTAV.

Block, D. (2007). El papel de la noción de razón en la construcción de fracciones en la escuela primaria. En R. Cantoral, O. Covián, J. Ledezma, A. Romo, & (Eds.), *Investigaciones sobre enseñanza y aprendizaje de las matemáticas:*

Un reporte iberoamericano (págs. 455-477). México: Comité Latinomaericano de Matemática Educativa A. C.-Díaz de Santos.

Bronfenbrenner. (1987). La ecología del desarrollo humano. En *Cognición y desarrollo humano.* España: Paidos.

Brouseau, G. (s.f.). En P. Sadovsky, *La Teoría De Situaciones Didácticas.* Argentina.

Brousseau, G. (1986). En *Fundamentos y Métodos de la Didáctica de la Matematica.* Universidad Nacional de Córdoba.: Facultad de Matematica, Astronomia y Fisica. .

Bruning, R. H., Schraw, G. J., Norby, M. M., & Ronning, R. R. (2004). *Cognitive psychology and instruction (4a. ed.).* Upper Saddle River, NJ: Merrill/Prentice Hall.

Butto, C. (2013). El aprendizaje de fracciones en educación primaria: Una propuesta de enseñanza en dos ambientes. *Horizontes Pedagógicos, 15 (1)*, 33-45.

Byrnes, J. P. (2001). *Minds, brains, and learning: Understanding the psychological and educational relevance of neuroscientific research.* Nueva York: Guildford Press.

Campos, N. (2011). *Uso de material concreto para la enseñanza de fracciones en un grupo de cuarto grado de educación primaria. (Ensayo pedagógico).* San Luis Potosí, México: Benemérita y Centenaria Escuela Normal del Estado de San Luis Potosí.

Carreón, D. (10 de abril de 2021). *PITÁGORAS Biografía - GRANDES MATEMÁTICOS*. Obtenido de You Tube: https://youtu.be/optac0OICsI

Casanova, M. A. (1999). *Manual de Evaluación Educativa.* Madrid: La Muralla.

Castro, S., & Guzmán de Castro, B. (2005). Los estilos de aprendizaje en la enseñanza y el aprendizaje: Una propuesta para su implementación. *Revista de Investigación, núm. 58,* 83-102.

Cedillo, O. (2016). *El concepto de equivalencia de fracciones en la educación primaria mexicana entre 1960 y 2011. (Tesis de Maestría no publicada).* México: Universidad Pedagógica Nacional.

Chamorro, M. C. (2005). *Didáctica de las matemáticas.* Madrid: Pearson Educación.

Colás, M., & Buendía, L. (1998). *Métodos de investigación en psicopedagogía.* España: McGraw Hill.

Cuenta Pública 2020. (2019). *Comisión Nacional para la Mejora Continua de la Educación.* México: Gobierno de México.

Dávila, A. G. (28 de enero de 2021). *Observación de aula y formación docente.* Obtenido de Instituto de Estudios Superiores para Profesionales de la Educación: https://www.iespe.mx/post/observacion-de-aula-y-formacion-docente

Dávila, M. (1992). El Reparto y las Fracciones. *Revista Educación Matemática. Vol. 4, núm. 1*, 32-45.

Dienes, Z. (1872). *Fracciones.* México: Varazén.

Dirección General de Educación Superior para el Magisterio. (2018). *Planes 2018. Licenciatura en Enseñanza y Aprendizaje de las Matemáticas en Educación Secundaria.* México: DGESUM.

Elliot, J. (1993). *El cambio educativo desde la investigación-acción.* Madrid: Morata.

Fandiño Pinilla, M. I. (2009). *Las fracciones: aspectos conceptuales y didácticos.* Bogotá, Colombia: Cooperativa Editorial Magisterio.

Freudenthal, H. (1983). *Didactical Phenomenology of Mathematical Structures.* Dordrecht: Reidel. Traducción de Luis Puig, publicada en Fenomenología didáctica de las estructuras matemáticas. Textos seleccionados. México: CINVESTAV, 2001.

Gagné, R. M. (1985). *The conditions of learning (4a ed.).* Nueva York: Holt, Rinehart & Winston.

Gallardo, J., González, J., & Quispe, W. (2008). Interpretando la comprensión matemática en escenarios básicos de valoración sobre las interferencias en el uso de significados de la fracción. *Latinoamericana de Investigación en Matemática Educativa. Vol. 11, Núm. 3*, 355-382.

García Medina, A. M., Aguilera García, M. A., Pérez Martínez, M. G., & Muñoz Abundez, G. (2011). *Evaluación de los aprendizajes en el aula. Opiniones y prácticas docentes de Primaria en México.* México: Instituto Nacional para la Evaluación de la Educación.

Gobierno de México. (Recuperado el 27 de diciembre de 2022). *PLANEA en educación básica. Resultados 2019*. Obtenido de Gobierno de México: http://planea.sep.gob.mx/ba/

Goetz, J. P., & LeCompte, M. D. (1988). *Etnografía y diseño cualitativo en investigación educativa.* Madrid: Ediciones Morata.

Goleman, D. (1995). *Emotional Intelligence. .* New York: Bantam Books.

González Marí, J. L. (2010). *Recursos, Material didáctico y juegos y pasatiempos para el desarrollo del Pensamiento Lógico elemental en Infantil y Primaria.* Barcelona: Matemáticas Infantil, Primaria y ESO. UMA.

INEE. (2015). *Base de datos PISA 2015.* Obtenido de Instituto Nacional para la Evaluación de la Educación México: https://www.inee.edu.mx/evaluaciones/pisa/bases-de-datos-pisa-2015/

INEE. (2016). *México en PISA 2015. 1° Edición.* México: INEE.

INEE. (2018). *PLANEA Resultados 2018. 6° de Primaria. Lenguaje y Comunicación. Matemáticas.* México: INEE.

Kemmis, S., & McTaggart, T. (1988). *Cómo planificar la investigación–acción.* Barcelona: Laertes.

Kieren, T. (1980). The rational number constructs. Its elements and mechanisms. En T. Kieren, *Recent Research on Number Learning* (págs. 125-149). Columbus, OH: eric/smeac.

Kieren, T. (1983). Partitioning, equivalence, and the construction of rational number ideas. En T. Kieren, *Proceedings of the 4th International Congress on Mathematical Education* (págs. 506-508). Boston: Birkhauser.

Klausmeier, H. J. (1992). Concept learning and concept teaching. *Educational Psychologist, 27*, 267-286.

Lamon, S. (2001). Presenting and representig: From fractions to rational numbers. En A. C. (Eds.), *The Roles Of Representations in School Mathematics-2001 Yearbook* (págs. 146-165). Reston: NCTM.

Latorre, A. (2005). *La investigación-acción. Conocer y cambiar la práctica educativa.* España: Editorial Graó.

Lima, M. (2011). *El material didáctico y concreto para desarrollar destrezas con criterio de desempeño en el bloque curricular geométrico del octavo año de educación básica en el colegio experimental (Tesis magisterial).* Loja: Universidad Nacional de Loja.

Linares Ciscar, S., & Sánchez García , V. (1997). *Fracciones. La relación parte-todo.* España: Síntesis.

Linares, S., & Sánchez, M. (1997). *Fracciones 4. La relación parte-todo.* España: Síntesis.

Linares, S., & Sánchez, M. (2000). *Fracciones. La relación parte-todo. Matemáticas: cultura y aprendizaje.* España: Síntesis.

Martínez, G. (2007). *La investigación en la práctica educativa: Guía metodológica de investigación para el diagnóstico y evaluación en los centros docentes.* España: CIDE.

Mochón, S. (s.f.). *Fracciones: algo más que romper un todo. (Documento no publicado).* México: Sección de Matemática Educativa del CINVESTAV.

Mollá, R. M. (2001). *Diagnóstico pedagógico. Un modelo para la intervención psicopedagógica.* Barcelona: Ariel.

Monereo, C. (2000). El asesoramiento en el ámbito de las estrategias de aprendizaje. En C. Moreneo, *Estrategias de Aprendizaje* (págs. 15-62). Madrid: Visor.

Moreno, I. (2004). *La utilización de medios y recursos didácticos en el aula.* Madrid: Departamento de Didáctica y Organización Escolar.

OCDE. (2006). *El programa PISA de la OCDE qué es y para qué sirve.* París: OCDE.

Pajares, F. (1996). Self-efficacy beliefs in achievement settings. *Review of Educational Research, 66*, 543-578.

Parra, B. (2004). Dos concepciones de resolución de problemas. *Revista Educación Matemática, 2 (3)*, 22-31.

Pólya, G. (1971). *How to solve it. A New Aspect Of Mathematical Method.* México: Universidad de Stanford. Trillas.

Prieto, J. H. (2008). *Evaluación de los Aprendizajes. Un Enfoque Basado en Competencias.* México: PEARSON EDUCACIÓN.

Restrepo Gómez, B. (2004). La investigación-acción educativa y la construcción del saber pedagógico. *Educación y Educadores, núm. 7*, 45-55.

Rodríguez, G., Gil, J., & García, E. (1995). *Metodología de la investigación cualitativa.* España: Aljibe Granada.

Schunk, D. H. (2012). *Teorías del Aprendizaje. Una Perspectiva Educativa. Sexta Edición.* México: Pearson Educación.

Sensevy, G. (2011). *Le sens du savoir. Éléments pour une théorie de l'action conjointe en didactique. (Colección «Perspectives en éducation & formation»).* Bruxelles: Groupe de Boeck S.A.

SEP. (1992). Las fracciones en situaciones de reparto y medición. En SEP, *Guía para el Maestro Educación Primaria* (págs. 1-58). México: SEP.

SEP. (1994). *Libro para el maestro. Matemáticas. Educación secundaria.* México: SEP.

SEP. (2011). *Programas de estudio 2011. Guía para el maestro. Educación Básica. Secundaria. Matemáticas.* México: SEP.

SEP. (2012). *Las estrategias y los instrumentos de evaluación desde el enfoque formativo.* México: SEP.

SEP. (2013). *La evaluación en el aula.* México: SEP.

SEP. (2017). *APRENDIZAJES CLAVE PARA LA EDUCACIÓN INTEGRAL. PLAN Y PROGRAMAS DE ESTUDIOS PARA LA EDUCACIÓN BÁSICA.* MÉXICO: SEP.

SEP. (2017). Matemáticas. Educación Secundaria. Plan y programas de estudio, orientaciones didácticas y sugerencias de evaluación. En SEP, *Aprendizajes Clave para la Educación Integral* (págs. 167-242). MÉXICO: SEP.

SEP. (2017). Plan y programa de estudio, orientaciones didácticas y sugerencias de evaluación. En *Aprendizajes Clave Para La Educación Integral.* México: SEP.

SEP. (2017). *Resultados Nacionales PLANEA Educación Básica 2017.* México: SEP.

SEP. (2018). *Manual para la Aplicación, Calificación, Análisis y Uso de Resultados de la Prueba. PLANEA Diagnóstica 2018.* México: SEP.

Sevilla, D. B. (2022). Capítulo 3. Fracciones y decimales como operadores multiplicativos. En D. B. Sevilla, *Más de uno, pero menos de dos. La enseñanza de las fracciones y los decimales en la educación básica. Otra vía en el aprendizaje de las matemáticas.* (págs. 124-178). México: Taberna Libraria Editores.

Shuell, T. J. (1986). Cognitive conceptions of learning. *Review of Educational Research, 56*, 411-436.

Simpson, T. L. (2002). Dare I oppose constructivist theory? *The Educational Forum, 66*, 347-354.

Skinner, B. F. (1953). *Science and human behavior.* Nueva York: Free Press.

Tennyson, R. D., & Park, O. (1980). The teaching of concepts: A review of instructional design research literature. *Review of Educational Research, 50*, 55-70.

Valdivia, J. (2011). El conocimiento de los estilos de aprendizaje como medida de atención a la diversidad y sus implicaciones educativas en educación infantil. *Revista digital enfoques educativos, núm. 75*, 85-94.

Vigotsky, L. (1978). *Mind in society: The development of higher psychological processes.* Cambridge:: Harvard University Press.

Whitehead, J. (1991). How do we improve research. Based professionalism in Education. A question which inciudes action research, educational theory and the politics of educational knowledge. *British Educational Research Journal, núm. 15 (1)*, 3-17.

VI.- ANEXOS
Anexo 1. Encuesta Socioeconómica.

Segundo Grado
Ciclo escolar 2022-2023
Cuestionario Socioeconómico

Objetivo: La siguiente encuesta tiene como finalidad conocer algunos aspectos económicos y sociales que pudieran influir en el aprendizaje del alumno, para formar una base de datos personal con la que el profesor podrá formar un panorama general de la situación socioeconómica del grupo y que a su vez ayudará al mismo a emplear las estrategias más adecuadas para que el estudiantado logre desarrollar sus habilidades, actitudes y valores.

La información que proporcionada será trata con confidencialidad y de ninguna manera podrá esparcirse por algún otro medio o buscar un objetivo diferente al establecido.

Indicaciones: Lee con atención cada aspecto o pregunta y responde lo que se solicita o bien marca la respuesta que más se asemeje a tu realidad.

Nombre: ____

Fecha de nacimiento: ____________________________

Edad: ______________ **(años cumplidos)** **Sexo:** | M | F |

Último grado de estudios: ______________

Lugar de nacimiento: ______________________________

Lengua: ________________________

Escolaridad de los padres:

Madre	
Padre	

Vive con: Padres( ) Solo un padre( ) Abuelos( ) Algún otro familiar( ) Solo( )

Integrantes del hogar:

Nombre	Parentesco	Edad	Ocupación
1.			
2.			
3.			
4.			
5.			
6.			
7.			
8.			
9.			

Ubicación del hogar: ____

Número de teléfono (en caso de contar con él): ______________________

Transporte que utiliza para trasladarse a la escuela: __________________

Promedio general (ciclo anterior): ________

Edad de conclusión del último grado cursado: ___________________________

Ha abandonado la escuela por un tiempo considerable: ________

Motivo: ____

Problemas de salud en la familia: ____

Necesidades educativas especiales: ______________________________________

Enfermedad o problema de salud personal: _______________________________

A dónde asiste para recibir atención médica: ______________________________

Trabajaja: ________ Dónde: ____

Puesto: _____________________ Ingreso económico: _______________________

En su hogar, quién realiza las siguientes actividades:

Cuidar sin pago y de manera exclusiva a niños, enfermos, adultos mayores o personas con discapacidad: ____

Reparaciones a la vivienda: ____

El quehacer del hogar: ____

Elaboración de alimentos: ____

Quién es el jefe/a de familia: _________________________

Ingreso mensual familiar: ___________________________

Ingreso mensual personal: _________________________

Beca o apoyo gubernamental: _____________________________________

Palomea o coloca una X en donde corresponda:

En tu hogar cuentan con:

Luz eléctrica	
Agua y red de drenaje	
Internet	
Sistema de televisión	

Cuentas con:

Celular propio	
Laptop o pc propia	
Sistemas de streaming o paga	
Consola de videojuegos	
Televisión propia	

Anexo 2. Test de Estilos de Aprendizaje.

TEST ESTILOS DE APRENDIZAJE

Nombre del Alumno: ____

Grado y Grupo: _______________

Lee cada una de las interrogantes y subraya la opción con la que más te identifiques.

1. ¿Cuál de las siguientes actividades disfrutas más?
a) Escuchar música
b) Ver peliculas
c) Bailar con buena música

2. ¿Qué programa de televisión prefieres?
a) Reportajes de descubrimientos y lugares
b) Cómico y de entretenimiento
c) Noticias del mundo

3. Cuando conversas con otra persona, tú:
a) La escuchas atentamente
b) La observas
c) Tiendes a tocarla

4. Si pudieras adquirir uno de los siguientes articulos, ¿cuál
elegirías?
a) Un jacuzzi
b) Un estéreo
c) Un televisor

5. ¿Qué prefieres hacer un sábado por la tarde?
a) Quedarte en casa
b) Ir a un concierto
c) Ir al cine

6. ¿Qué tipo de exámenes se te facilitan más?
a) Examen oral
b) Examen escrito
c) Examen de opción múltiple

7. ¿Cómo te orientas más fácilmente?
a) Mediante el uso de un mapa
b) Pidiendo indicaciones
c) A través de la intuición

8. ¿En qué prefieres ocupar tu tiempo en un lugar de descanso?
a) Pensar
b) Caminar por los alrededores
c) Descansar

9. ¿Qué te halaga más?
a) Que te digan que tienes buen aspecto
b) Que te digan que tienes un trato muy agradable
c) Que te digan que tienes una conversación interesante

10. ¿Cuál de estos ambientes te atrae más?
a) Uno en el que se sienta un clima agradable
b) Uno en el que se escuchen las olas del mar
c) Uno con una hermosa vista al océano

11. ¿De qué manera se te facilita aprender algo?
a) Repitiendo en voz alta
b) Escribiéndolo varias veces
c) Relacionándolo con algo divertido

12. ¿A qué evento preferirías asistir?
a) A una reunión social
b) A una exposición de arte
c) A una conferencia

13. ¿De qué manera te formas una opinión de otras personas?
a) Por la sinceridad en su voz
b) Por la forma de estrecharte la mano
c) Por su aspecto

14. ¿Cómo te consideras?
a) Atlético
b) Intelectual
c) Sociable

15. ¿Qué tipo de peliculas te gustan más?
a) Clásicas
b) De acción
c) De amor

16. ¿Cómo prefieres mantenerte en contacto con otra persona?
a) por correo electrónico
b) Tomando un café juntos
c) Por teléfono

17. ¿Cuál de las siguientes frases se identifican más contigo?
a) Me gusta que mi coche se sienta bien al conducirlo
b) Percibo hasta el más ligero ruido que hace mi coche
c) Es importante que mi coche esté limpio por fuera y por dentro

18. ¿Cómo prefieres pasar el tiempo con tu novia o novio?
a) Conversando
b) Acariciándose
c) Mirando algo juntos

19. Si no encuentras las llaves en una bolsa
a) La buscas mirando
b) Sacudes la bolsa para oir el ruido
c) Buscas al tacto

20. Cuando tratas de recordar algo, ¿cómo lo haces?
a) A través de imágenes
b) A través de emociones
c) A través de sonidos

21. Si tuvieras dinero, ¿qué harias?
a) Comprar una casa
b) Viajar y conocer el mundo
c) Adquirir un estudio de grabación

22. ¿Con qué frase te identificas más?
a) Reconozco a las personas por su voz
b) No recuerdo el aspecto de la gente
c) Recuerdo el aspecto de alguien, pero no su nombre

23. Si tuvieras que quedarte en una isla desierta, ¿qué preferirias llevar contigo?
a) Algunos buenos libros
b) Un radio portátil de alta frecuencia
c) Golosinas y comida enlatada

24. ¿Cuál de los siguientes entretenimientos prefieres?
a) Tocar un instrumento musical
b) Sacar fotografías
c) Actividades manuales

25. ¿Cómo es tu forma de vestir?
a) Impecable
b) Informal
c) Muy informal

26. ¿Qué es lo que más te gusta de una fogata nocturna?
a) El calor del fuego y los bombones asados
b) El sonido del fuego quemando la leña
c) Mirar el fuego y las estrellas

27. ¿Cómo se te facilita entender algo?
a) Cuando te lo explican verbalmente
b) Cuando utilizan medios visuales
c) Cuando se realiza a través de alguna actividad

28. ¿Por qué te distingues?
a) Por tener una gran intuición
b) Por ser un buen conversador
c) Por ser un buen observador

29. ¿Qué es lo que más disfrutas de un amanecer?
a) La emoción de vivir un nuevo dia
b) Las tonalidades del cielo
c) El canto de las aves

30. Si pudieras elegir ¿qué preferirías ser?
a) Un gran médico
b) Un gran músico
c) Un gran pintor

31. Cuando eliges tu ropa, ¿qué es lo más importante para ti?
a) Que sea adecuada
b) Que luzca bien
c) Que sea cómoda

32. ¿Qué es lo que más disfrutas de una habitación?
a) Que sea silenciosa
b) Que sea confortable
c) Que esté limpia y ordenada

33. ¿Qué es más sexy para ti?
a) Una iluminación tenue
b) El perfume
c) Cierto tipo de música

34. ¿A qué tipo de espectáculo preferirías asistir?
a) A un concierto de música
b) A un espectáculo de magia
c) A una muestra gastronómica

35. ¿Qué te atrae más de una persona?
a) Su trato y forma de ser
b) Su aspecto físico
c) Su conversación

36. Cuando vas de compras, ¿en dónde pasas mucho tiempo?
a) En una librería
b) En una perfumería
c) En una tienda de discos

37. ¿Cuáles tu idea de una noche romántica?
a) A la luz de las velas
b) Con música romántica
c) Bailando tranquilamente

38. ¿Qué es lo que más disfrutas de viajar?
a) Conocer personas y hacer nuevos amigos
b) Conocer lugares nuevos
c) Aprender sobre otras costumbres

39. Cuando estás en la ciudad, ¿qué es lo que más hechas de menos del campo?
a) El aire limpio y refrescante
b) Los paisajes
c) La tranquilidad

40. Si te ofrecieran uno de los siguientes empleos, ¿cuál elegirías?
a) Director de una estación de radio
b) Director de un club deportivo
c) Director de una revista

Anexo 3. Test Inteligencia Emocional.

COMPORTAMIENTO	NUNCA	ALGUNAS VECES	SIEMPRE
Me conozco a mí mismo, sé lo que pienso, lo que siento y lo que hago.			
Soy capaz de auto motivarme para aprender, estudiar, aprobar, conseguir algo.			
Cuando las cosas me van mal, mi estado de ánimo aguanta hasta que las cosas vayan mejor.			
Llego a acuerdos razonables con otras personas cuando tenemos posturas enfrentadas.			
Sé qué cosas me ponen alegre y qué cosas me ponen triste.			
Sé lo que es más importante en cada momento.			
Cuando hago las cosas bien me felicito a mí mismo.			
Cuando los demás me provocan intencionadamente soy capaz de no responder.			
Mi fijo en el lado positivo de las cosas, soy optimista.			
Controlo mis pensamientos, pienso lo que de verdad me interesa.			
Hablo conmigo mismo, en voz baja claro.			
Cuando me piden que diga o haga algo que me parece inaceptable me niego a hacerlo.			
Cuando alguien me critica injustamente me defiendo adecuadamente con el diálogo.			
Cuando me critican por algo que es justo lo acepto porque tienen razón.			
Soy capaz de quitarme de la mente las preocupaciones que me obsesionan.			
Me doy cuenta de lo que dicen, piensan y sienten las personas más cercanas a mí (amigos, compañeros, familiares...)			
Valoro las cosas buenas que hago.			
Soy capaz de divertirme y pasármelo bien allí donde esté.			
Hay cosas que no me gusta hacer pero sé que hay que hacerlas y las hago.			
Soy capaz de sonreír.			

Tengo confianza en mí mismo, en lo que soy capaz de hacer, pensar y sentir.			
Soy una persona activa, me gusta hacer cosas.			
Comprendo los sentimientos de los demás.			
Mantengo conversaciones con la gente.			
Tengo buen sentido del humor.			
Aprendo de los errores que cometo.			
En momentos de tensión y ansiedad soy capaz de relajarme y tranquilizarme para no perder el control y actuar apresuradamente.			
Soy una persona realista, con los ofrecimientos que hago, sabiendo qué cosa puedo cumplir y qué no me será posible hacer.			
Cuando alguien se muestra muy nervioso/a o exaltado/a lo calmo y tranquilizo.			
Tengo las ideas muy claras sobre lo que quiero.			
Controlo bien mis miedos y temores.			
Si he de estar solo no me agobio por eso.			
Formo parte algún grupo o equipo de deporte o de ocio para compartir intereses o aficiones.			
Sé cuáles son mis defectos y cómo cambiarlos.			
Soy creativo, tengo ideas originales y las desarrollo.			
Sé qué pensamientos son capaces de hacerme sentir feliz, triste, enfadado, altruista, angustiado.			
Soy capaz de aguantar bien la frustración cuando no consigo lo que me propongo.			
Me comunico bien con la gente con la que me relaciono.			
Soy capaz de comprender el punto vista de los demás.			
Identifico las emociones que expresa la gente a mi alrededor.			
Soy capaz de verme a mí mismo desde la perspectiva de los otros.			
Me responsabilizo de las cosas que hago.			
Me adapto a las nuevas situaciones, aunque me cuesten algún cambio en mi manera de sentir las cosas.			
Creo que soy una persona equilibrada emocionalmente.			
Tomo decisiones sin dudar ni titubear demasiado.			

Resultados
A las respuestas NUNCA le corresponden 0 puntos
A las respuestas ALGUNAS VECES le corresponden 1 punto
A las respuestas SIEMPRE le corresponden 2 puntos

Puntuaciones
Entre 0 y 20 puntos: MUY BAJO
Entre 21 y 35 puntos: BAJO
Entre 36 y 45 puntos: MEDIO-BAJO
Entre 46 y 79 puntos: MEDIO-ALTO
Entre 80 y 90 puntos: MUY ALTO

EL SIGNIFICADO DE LAS PUNTUACIONES

MUY BAJO

Con esta puntuación debes saber que todavía no conoces suficientemente qué emociones son las que vives, no valoras adecuadamente tus capacidades, que seguramente tienes. Son muchas las habilidades que no pones en práctica, y son necesarias para que te sientas más a gusto contigo mismo y para que las relaciones con la gente sean satisfactorias.

BAJO

Con esta puntuación tus habilidades emocionales son todavía escasas. Necesitas conocerte un poco mejor y valorar más lo que tú puedes ser capaz de hacer. Saber qué emociones experimentas, cómo las controlas, cómo las expresas y como las identificas en los demás es fundamental para que te puedas sentir bien, y desarrollar toda tu personalidad de una manera eficaz.

MEDIO-BAJO

Casi lo conseguiste. Con esta puntuación te encuentras rayando lo deseable para tus habilidades emocionales. Ya conoces muchas cosas de lo que piensas, haces y sientes y, posiblemente, de cómo manejar tus emociones y comunicarte con eficacia con los demás. No obstante, no te conformes con este puntaje conseguido.

MEDIO-ALTO

No está nada mal la puntuación que has obtenido. Indica que sabes quién eres, cómo te emocionas, cómo manejas tus sentimientos y cómo descubres todo esto en los demás. Tus relaciones con la gente las llevas bajo control, empleando para ello tus habilidades para saber cómo te sientes tú, cómo debes expresarlo y también conociendo cómo se sienten los demás, y qué debes hacer para mantener relaciones satisfactorias con otras personas.

MUY ALTO

Eres un superhéroe de la emoción y su control. Se diría que eres número 1 en eso de la INTELIENCIA EMOCIONAL. Tus habilidades te permiten ser consciente de quién eres, qué objetivos pretendes, qué emociones vives, sabes valorarte como te mereces, manejas bien tus estados emocionales y, además, con más mérito todavía, eres capaz de comunicarte eficazmente con quienes te rodean, y también eres único/a para solucionar posconflictos interpersonales que cada día acontecen.

Anexo 4. Diagnóstico disciplinar

SECRETARIA DE EDUCACIÓN DE GOBIERNO DEL ESTADO
BENEMERITA Y CENTENARIA ESCUELA NORMAL DEL ESTADO
ESCUELA SECUNDARIA GENERAL GRACIANO SÁNCHEZ ROMO
CCT. 24DES0020N

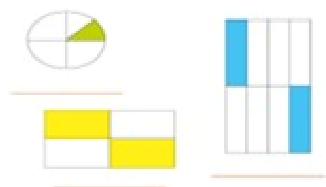
Primer Grado
Ciclo escolar 2022-2023
Examen Diagnóstico: Matemáticas

Nombre: ____

Grupo: __________ No. De Lista: _______________

Instrucciones: Lee detalladamente cada uno de los ejercicios y resuelve utilizando lápiz, no uses calculadora.

1. Anota en fracción que parte de la figura esta iluminada.



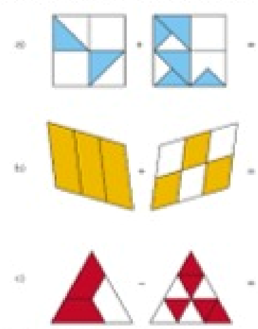
2. Resuelve las siguientes sumas y restas de fracciones.

$$\frac{3}{8}+\frac{2}{8}= \qquad \frac{7}{2}-\frac{4}{2}=$$

$$\frac{3}{4}+\frac{6}{4}-\frac{2}{4}=$$

3. Representa, ¿cuántas pizzas se necesitan para que a una familia de 6 personas le toquen $\frac{4}{6}$ de pizza?

4. Encuentra la fracción que sea el resultado de sumar o restar las fracciones que se representan gráficamente.



5. Resuelve los siguientes problemas.

a) Para decorar un mantel, Pedro compro $\frac{4}{5}m$ de encaje blanco y $\frac{3}{5}m$ de listón. Si el metro de encaje blanco cuesta $15 y el metro de listón cuesta $25, ¿por cuál de los dos materiales pago más y cuánto pago en total?

b) María decidió correr en una pista de 22 km. Ella solo ha podido correr $\frac{4}{5}$ partes del total de kilómetros. ¿Cuántos km corrió María en total?

c) Roberto compró 5 paquetes de galletas de $12.60 y $\frac{3}{4}kg$ de queso manchego que cuesta $168.75 el kilógramo. ¿Cuánto gasto en total?

Anexo 5. Planeación didáctica

Acuerdos de Convivencia Matemáticas
1. Respetar al docente y a los compañeros. 2. No se permite lenguaje obsceno o señales que falten el respeto a los demás. 3. Asistencia obligatoria para acceder a la evaluación. • El alumno tiene la obligación de asistir a todas las sesiones de matemáticas para que el docente evalúe su aprendizaje. 4. En caso de faltar solo se acepta justificante médico del seguro social o un escrito de los padres con firma argumentando el porqué de la falta. 5. Puntualidad. • El alumno tiene una tolerancia de 5 minutos para llegar a clase, después de ese tiempo será acreedor a un retardo. • 3 retardos son una falta. 6. Solicitar permiso para ir al baño, solo un alumno puede estar fuera del aula. 7. Cumplir en tiempo y forma con las actividades realizadas en clase. 8. No hay tareas, solo con alguna excepción. 9. Las actividades de clase deben estar selladas o firmadas por el docente para tener validez y recibir calificación. 10. Participar de manera activa, individual o colectivamente en las actividades de clase. 11. Prohibido decir “no puedo”. 12. Cuidar las medidas de sanidad necesarias e indicadas por las autoridades.

13. **Traer su propio material de trabajo (libreta, juego geométrico o regla y compas, colores, resistol, tijeras, etc.).**
14. **Devolver el material prestado por el docente.**
15. **Todos los alumnos están obligados a realizar la bitácora diaria de clase.**
16. **Portar el gafete durante toda la sesión.**
17. **El uso del celular solo será permitido por el docente.**
18. **Las libretas solo se revisan si se encuentran en orden y limpieza.**
19. **Preguntar al docente y compañeros siempre que existan dudas.**
20. **Apoyar a los compañeros que tengan dificultades.**

X ______________________________
Nombre y Firma del Alumno

X ______________________________
Nombre y Firma del Padre o Tutor

Escuela: Escuela Secundaria General Graciano Sánchez Romo. **Turno:** Matutino. **Horario:** 7:30 hr-13:40 hrs.
Grupo: 1°B y 1°C **Nombre del docente en formación:** Julio Cesar Nieto Galarza.
Fecha: 13 de febrero al 28 de febrero.

PLANIFICACIÓN: SECUENCIA DIDÁCTICA		
Campo de formación académica Pensamiento matemático	**Grado** Primero	**Trimestre** Segundo

<table>
<tr><th>Competencias matemáticas:</th><th>Propósitos generales:</th></tr>
<tr><td>

- Resolver problemas de manera autónoma. Implica que los alumnos sepan identificar, plantear y resolver diferentes tipos de problemas o situaciones; por ejemplo, problemas con solución única, otros con varias o ninguna solución; problemas en los que sobren o falten datos; problemas o situaciones en los que sean los alumnos quienes planteen las preguntas. Se trata de que los alumnos sean capaces de resolver un problema utilizando más de un procedimiento, reconociendo cuál o cuáles son más eficaces; o bien, que puedan probar la eficacia de un procedimiento al cambiar uno o más valores de las variables o el contexto del problema, para generalizar procedimientos de resolución.
- Comunicar información matemática. Comprende la posibilidad de que los alumnos expresen, representen e interpreten información matemática contenida en una situación o en un fenómeno. Requiere que se comprendan y empleen diferentes formas de representar la información cuali y cuantitativa relacionada con la situación; se establezcan nexos entre estas representaciones; se expongan con claridad las ideas matemáticas encontradas; se deduzca la información derivada de las representaciones y se infieran propiedades, características o tendencias de la situación o del fenómeno representado.
- Validar procedimientos y resultados. Consiste en que los alumnos adquieran la confianza suficiente para explicar y justificar los procedimientos y soluciones encontradas,

</td><td>

a. Concebir las matemáticas como una construcción social en donde se formulan y argumentan hechos y procedimientos matemáticos.
b. Adquirir actitudes positivas y críticas hacia las matemáticas: desarrollar confianza en sus propias capacidades y perseverancia al enfrentarse a problemas; disposición para el trabajo colaborativo y autónomo; curiosidad e interés por emprender procesos de búsqueda en la resolución de problemas.
c. Desarrollar habilidades que les permitan plantear y resolver problemas usando herramientas matemáticas, tomar decisiones y enfrentar situaciones no rutinarias

Propósitos para la educación secundaria:

1. Utilizar de manera flexible la estimación, el cálculo mental y el cálculo escrito en las operaciones con números enteros, fraccionarios y decimales positivos y negativos.

Rasgos del perfil de egreso de la secundaria:

- Se comunica con confianza y eficacia: Utiliza su lengua materna para comunicarse con eficacia, respeto y seguridad, en distintos contextos con múltiples propósitos e interlocutores.

</td></tr>
</table>

mediante argumentos a su alcance que se orienten hacia el razonamiento deductivo y la demostración formal. • Manejar técnicas eficientemente. Se refiere al uso eficiente de procedimientos y formas de representación que hacen los alumnos al efectuar cálculos, con o sin apoyo de calculadora. Muchas veces el manejo eficiente o deficiente de técnicas establece la diferencia entre quienes resuelven los problemas de manera óptima y quienes alcanzan una solución incompleta o incorrecta. Esta competencia no se limita a usar de forma mecánica las operaciones aritméticas, sino que apunta principalmente al desarrollo del significado y uso de los números y de las operaciones, que se manifiesta en la capacidad de elegir adecuadamente la o las operaciones al resolver un problema; en la utilización del cálculo mental y la estimación; en el empleo de procedimientos abreviados o atajos a partir de las operaciones que se requieren en un problema, y en evaluar la pertinencia de los resultados. Para lograr el manejo eficiente de una técnica, es necesario que los alumnos la sometan a prueba en muchos problemas distintos; así adquirirán confianza en ella y la podrán adaptar a nuevos problemas.	• Fortalece su pensamiento matemático: Amplía su conocimiento de técnicas y conceptos matemáticos para plantear y resolver problemas con distinto grado de complejidad, así como para modelar y analizar situaciones. • Desarrolla el pensamiento crítico y resuelve problemas con creatividad: Formula preguntas para resolver problemas de diversa índole. Se informa, analiza y argumenta las soluciones que propone, y presenta evidencias que fundamentan sus conclusiones. Reflexiona sobre sus procesos de pensamiento, se apoya en organizadores gráficos (por ejemplo, tablas o mapas mentales) para representarlos y evalúa su efectividad. • Tiene iniciativa y favorece la colaboración: Reconoce, respeta y aprecia la diversidad de capacidades y visiones al trabajar de manera colaborativa. Tiene iniciativa, emprende y se esfuerza por lograr proyectos personales y colectivos • Emplea sus habilidades digitales de manera pertinente: Compara y elige los recursos tecnológicos a su alcance y los aprovecha con una multiplicidad de fines. Aprende

<table>
<tr>
<td colspan="2">Actitudes hacia el estudio de las matemáticas:

• Desarrolla un concepto positivo de sí mismo como usuario de las matemáticas, el gusto y la inclinación por comprender y utilizar la notación, el vocabulario y los procesos matemáticos.
• Aplica el razonamiento matemático a la solución de problemas personales, sociales y naturales, aceptando el principio de que existen diversos procedimientos para resolver los problemas particulares.
• Desarrolla el hábito del pensamiento racional y utiliza las reglas del debate matemático al formular explicaciones o mostrar soluciones.
• Comparte e intercambia ideas sobre los procedimientos y resultados al resolver problemas.</td>
<td>diversas formas para comunicarse y obtener información, seleccionarla, analizarla, evaluarla, discriminarla y construir conocimiento.</td>
</tr>
<tr>
<td rowspan="2">Estándar curricular

Resuelve problemas multiplicativos con expresiones algebraicas a excepción de la división entre polinomios.</td>
<td>Eje temático

Número, álgebra y variación.</td>
<td rowspan="3">Habilidades matemáticas

1. Calcular, consiste en establecer relaciones entre las cifras o términos de una operación o de una ecuación para producir o verificar resultados.
2. Comunicar, implica utilizar la simbología y los conceptos matemáticos para interpretar y transmitir información cualitativa y cuantitativa.
3. Estimar, encuentra resultados aproximados de ciertas medidas, de operaciones, ecuaciones y problemas.
4. Generalizar, e implica el descubrir regularidades, reconocer patrones y formular procedimientos y resultados.</td>
</tr>
<tr>
<td>Tema:

Multiplicación y división.</td>
</tr>
<tr>
<td colspan="2" rowspan="2">Enfoque pedagógico

En la educación básica, la resolución de problemas es tanto una meta de aprendizaje como un medio para aprender contenidos matemáticos y fomentar el gusto con actitudes positivas hacia su estudio. Los estudiantes deberán usar de manera flexible conceptos, técnicas, métodos o contenidos en general, aprendidos anteriormente desarrollando</td>
</tr>
<tr>
<td>Líneas de progreso</td>
</tr>
</table>

<table>
<tr>
<td>procedimientos de resolución que no necesariamente les han sido enseñados con anterioridad.
Los estudiantes analizan, comparan y obtienen conclusiones con ayuda del profesor; defienden sus ideas y aprenden a escuchar a los demás; relacionan lo que saben con nuevos conocimientos, de manera general; y le encuentran sentidos y se interesan en las actividades que el profesor les plantea, es decir, disfrutan haciendo matemáticas.</td>
<td>• De resolver problemas con ayuda a solucionarlos autónomamente.

• De la justificación pragmática al uso de propiedades.

• De los procedimientos informales a los procedimientos.</td>
</tr>
<tr>
<td colspan="2">Aprendizaje esperado:

• Resuelve problemas de multiplicación con fracciones y decimales y de división con decimales.

Contenido:

• Operador multiplicativo de la fracción.

Aprendizaje esperado antecedente:

• Resuelve problemas de multiplicación con fracciones y decimales con multiplicador número natural, y de división con cociente o divisores naturales.

Aprendizaje esperado consecuente:

• Resuelve problemas de multiplicación y división con fracciones y decimales positivos.</td>
</tr>
</table>

INTENCIÓN DIDÁCTICA DE MI PRÁCTICA
Que el alumno conozca y use las propiedades del sistema de numeración decimal para producir, leer, escribir, interpretar o comunicar números de hasta cuatro cifras después del punto decimal (valor posicional).

PLAN 1/3
Criterios de evaluación

Criterios	**Porcentaje**	**Puntos/ decimas extra**
Cuaderno	15%	- Participación - Tener todas las consignas en la libreta en su libreta
Consignas	35%	
Examen	20%	
Rompecabezas	20%	
Autoevaluación	10%	
Total	100%	

Caja Registradora

Consigna: En parejas, lean la situación que se presenta y resuelvan lo que se solicita.

1. Perla, la gerente de la tienda de autoservicio necesita completar su inventario; para ello, es necesario que consulte algunos precios de sus productos.
   Ayuda a Perla a completar los datos que le faltan respondiendo los incisos a) y b).
   Emplea la caja registradora para resolver la consigna.

a) Escribe con letra los siguientes números:

- 598.85
- 14.0179
- 15, 366.5501
- 9, 999.999
- 20.2

b) Escribe con número las siguientes cantidades decimales:

- Quinientos sesenta y nueve punto seis milésimas.
- Veintisiete punto cinco mil setecientos ochenta y tres diezmilésimas.
- Quince centésimas.
- Cuatro mil novecientos noventa y nueve punto nueve décimas.
- Treinta dos mil uno punto siete mil ochocientos setenta y cinco diezmilésimas

Tarea. c) Identifica el valor del dígito que se solicita

- ¿Qué valor tiene el dígito 6 en el número 46, 587, 332.15?
- ¿Qué valor tiene el dígito 9 en el número 108.962?
- ¿Qué valor tiene el dígito 1 en el número 27.56342?
- ¿Cuál es la descomposición según el valor posicional del número 1, 054.6983?

Consideraciones Previas: Los alumnos deben hacer uso de su conocimiento previo para resolver la consigna. La actividad supone un reto no complejo pero que permite familiarizarse con el antecedente del contenido que buscará prever y resolver posibles áreas de oportunidad.

DESAFIOS	
INICIO: Lunes 13 de febrero de 2022 **PLAN:** 1 de 3	**INTENCIÓN DIDÁCTICA:** Que el alumno conozca y use las propiedades del sistema de numeración decimal para producir, leer, escribir, interpretar o comunicar números de hasta cuatro cifras después del punto decimal (valor posicional).
DESCRIPCIÓN DE LA CONSIGNA: Caja Registradora.	**Desafío uno:** Que el alumno escriba números de hasta 4 cifras después del punto decimal en letra. **Desafío dos:** El alumno interpretará y comprenderá una cifra dada en letra para poder componer el número que representa dicha cantidad. **Desafió tres:** El alumno debe indicar el valor de un dígito dad una cifra según su valor posicional.
METODOLOGÍA: **Inicio (10 minutos):** Durante el primer día de la jornada de clase preguntaré a los alumnos como han estado durante este lapso que no nos hemos visto y como se han sentido, después realizaré una presentación formal recordando los tiempos en los que estaré trabajando con el grupo y cuál será la metodología de trabajo. Comenzaré a formar los equipos de binas y los equipos de 3-4 con los que se estará trabajando durante esta jornada de práctica asegurándome que todos participen y se incluyan en las actividades. Durante la formación de los equipos yo comenzaré a repartir los gafetes que los alumnos deberán portar durante todas las sesiones de matemáticas con la intención de reconocerles y tener a bien dirigirme a ellos por su nombre y crear un ambiente social agradable para ellos y para el docente en formación. La importancia de que el alumno conozca la reglas y/o acuerdos para la sana convivencia recae en la propuesta del Enfoque Ecológico del Desarrollo Humano, tal como el psicólogo Urie Bronfenbrenner (1987) sugiere que el aula es el microsistema, a bien llamado entorno inmediato de los alumnos, donde se concreta un espacio para crear escenas físicas, emocionales y de interrelaciones que se dan entre los actores del espacio, profesores y alumnos, y las normas explícitas e implícitas y donde se establecen los patrones y roles de dichos actores. Sobre la metodología de trabajo informare a los alumnos que las actividades se resuelven en equipos de 4 o binas. Vygotsky (1978, p.86) definió la Zona de Desarrollo Próximo como *“la distancia entre el nivel de desarrollo real (determinado por la resolución*	

independiente de problemas) y potencial (determinado por la resolución de problemas bajo la guía de un adulto o en colaboración con compañeros más expertos)". Después daré a conocer los criterios de evaluación, que también serán entregados al alumno y se dará una breve explicación de qué y cómo se evaluará, también daré un espacio para hacer preguntas y resolver dudas o inconformidades con respecto a la evaluación. **Desarrollo (35 minutos):** Una vez concluido el espacio de presentación del encuadre repartiré a los alumnos la consigna de trabajo del día que pretende recuperar aprendizajes previos de los alumnos para componer cantidades en nuestro sistema de numeración posicional y que incluyen decimales de hasta cuatro cifras después del punto decimal, por lo que durante la verbalización se discutirá el ejercicio propuesto, donde el alumno debe ordenar dígitos en números con base a su posición expresándolos como cantidad y su escritura en letra, así como indicar el valor específico de un dígito en dicha cantidad o bien su descomposición. Durante la resolución del problema los alumnos trabajaran en binas para resolver el ejercicio propuesto y poner en juego lo que ya saben, puesto que en ejecución este tipo de retos matemáticos los solucionaban en primaria por lo que se deberían encontrar familiarizados con la situación, además, el reto no ofrece una complejidad mayor, y bien podría haber un problema menor con la escritura de los números en letra por el desconocimiento del mismo. Al finalizar pasaremos a la puesta en común donde los alumnos discutirán sus composiciones numéricas y deberán comunicarlas e interpretar las ajenas. **Cierre (5 minutos):** Para la institucionalización, recuperaré los mejores argumentos de los jóvenes y concretaremos que el valor posicional es el valor que toma un dígito de acuerdo a la posición que ocupa dentro del número, por lo que el dígito 5 en: 05, 50 y 0.5, tiene valores distintos.

TIEMPO	ESPACIO	RECURSOS
1°B 7:30 a 8:20 1°C 8:20 a 9:10	Aula de clases	**Alumno:** Gafetes, criterios de evaluación, caja registradora, fichas con números (tarjetas), consigna. **Docente:** Criterios de evaluación, indicadores con la descomposición según el valor posicional de un número (lámina).
Observaciones		

INTENCIÓN DIDÁCTICA DE MI PRÁCTICA
Que el alumno resuelva problemas que impliquen multiplicación de números naturales por números decimales usando el algoritmo convencional de la multiplicación para encontrar su producto.

PLAN 2/3
El Súper

Alumno (a): ____ **No. Lista:** ____________

Consigna: Con ayuda de un compañero, usen el algoritmo de la multiplicación que ya conocen para resolver los siguientes problemas.

1. Juan realiza la despensa de su hogar cada quincena; mientras avanza por los pasillos del súper realiza la cuenta de lo que gastará en la compra de algunos productos. Ayuda a Juan a realizar las operaciones necesarias para conocer cuánto pagará en sus compras.

a) Juan ha puesto en su carrito 12 yogures de 0.125 litros con un costo de 3 pesos con 52 centavos cada uno. ¿Qué cantidad de yogurt comprará en total? ¿Cuál sería el monto a pagar si Juan compra 14 yogures?

b) Juan decide comprar 27 manzanas a $4.314 cada una, ¿cuánto se ha gastado en esta compra?

c) Él recuerda que su esposa le solicitó comprar pastas para almacenar y tener en casa el siguiente mes, por lo que ha comprado una variedad de sopas. Compró 8 pastas a $10.86, 13 de $15.355 y 9 de $7.57, ¿cuánto pagará por todas las pastas?

d) Juan necesita reparar algunos conectores de su casa y ha encontrado en el departamento de dos opciones, la primera es un conector dúplex con entrada USB a $123.95 y la segunda es un conector trifásico de conexión Wi-Fi a $123.9505. Si Juan necesita 18 conectores y aún no decide que conector le conviene más, realiza el presupuesto de ambas opciones.

Consideraciones Previas: Los alumnos deben hacer uso de sus experiencias previas con la multiplicación y su algoritmo convencional para resolver las situaciones planteadas y ser cautelosos con como operar números decimales respetando esto al expresar el producto de la multiplicación.

<table>
<tr><th colspan="2">DESAFIOS</th></tr>
<tr><td>INICIO:
Martes 14 de febrero de 2023
PLAN: 2 de 3</td><td>INTENCIÓN DIDÁCTICA: Que el alumno resuelva problemas que impliquen multiplicación de números naturales por números decimales usando el algoritmo convencional de la multiplicación para encontrar su producto.</td></tr>
<tr><td>DESCRIPCIÓN DE LA CONSIGNA:
El súper.</td><td>Desafío uno: Que el alumno implemente correctamente el algoritmo convencional, además de ubicar correctamente las cifras según su posición y con la correcta lectura de estos para comunicar a sus compañeros lo realizado.</td></tr>
<tr><td colspan="2">METODOLOGÍA:
Inicio (5 minutos): Solicitaré a los alumnos que formen binas, cada bina se formará de acuerdo al número de fila con su compañero a la derecha, por ejemplo, el primer alumno de la fila 1 será la pareja de trabajo del primer aluno de la fila 2, y así hasta que todos los integrantes de las filas tengan un equipo (equipos establecidos en la sesión anterior).
Mientras los equipos se organizan pediré a un par de alumno que me ayuden a repartir las consignas.
Acto seguido, preguntaré a los alumnos ¿qué es un algoritmo?, ¿a qué creen que se refiera la palabra?, ¿la han escuchado alguna vez?, con la finalidad de que los alumnos expresarán su pensar y a la vez, discutiéramos los contextos en los que han empleado la palabra o bien, escuchan a alguien más usarla.
Posteriormente le indiqué a los alumnos que, en la clase, trabajaríamos con el algoritmo de la multiplicación, pero era necesario que identificarán las partes que componen el algoritmo convencional, por lo que en una cartulina previamente se estableció una multiplicación, en donde algunos alumnos pasarían a colocar una tarjeta con el nombre de la parte que se señalaba con una flecha. Las partes para colocar eran, multiplicando, multiplicador, producto, factores, y también se colocaron los símbolos o signos que se emplean para representar dicha operación como lo son, ×, ·, (), {}, [].</td></tr>
</table>

Verbalización (10 minutos): Se dio lectura a la situación planteada en la consigna que trataba de una persona que realiza su despensa en un súper y que mientras hace sus compras él realiza las operaciones necesarias para obtener la cuenta que pagará por productos adquiridos y prever la cantidad a pagar por cada uno de estos. Se leyó de manera individual la situación planteada, así como también los cuatro problemas contenidos en la actividad, posteriormente solicité la participación de tres estudiantes con el propósito de leer en voz alta la situación.

Para culminar realizando cuestionamientos sobre las indicaciones, el problema y las consideraciones para la resolución, de tal manera que con ello se pudiera comprobar el entendimiento de la consigna y conocer las dudas del alumnado.

Resolución del problema (15 minutos): Los alumnos deberán resolver la consigna trabajando colaborativamente, habrá un monitoreo constante en el que cuestionaré a cada par sobre qué se realiza y cómo se realiza, además resolveremos dudas, entre el docente y la bina, orientando a los alumnos a solucionar los problemas propuestos.

Los problemas están distribuidos en cuatro incisos del a) al d), donde cada uno supone realizar multiplicaciones de números enteros por decimales y, además, pretende que el alumno aplique el conocimiento previo para colocar o ubicar correctamente los números en el algoritmo convencional de la multiplicación, dado que conocen el valor posicional de cada dígito y que pueden leerlo para comunicarlo a sus compañeros, mientras que observa qué debe o qué sucede con el punto decimal mientras opera.

Puesta en común (15 minutos):

Al concluir el tiempo, se solicitó a los alumnos dejarán de realizar lo que en ese momento hacían y prestarán su atención a los equipos que intervendrían durante la puesta en común en la que se determinaron 15 minutos más para llevar a cabo esta situación. De esta, se rescatan los comentarios más destacados de los alumnos para validar sus procedimientos.

Institucionalización (5 minutos):

Al concluir las participaciones de la puesta en común, recuperaré las participaciones más destacadas y aquellas situaciones más notorias para formalizar que cuando se multiplican decimales lo hacemos como si no hubiera punto decimal. Después se cuenta el número de dígitos a la derecha del punto decimal en cada factor. Por último, coloca el número total de dígitos a la derecha del punto del producto.

TIEMPO	ESPACIO	RECURSOS
1°C 7:30 a 8:20 1°B 8:20 a 9:10	Aula de clases	**Alumno:** Consigna, tablero del algoritmo de la multiplicación. **Docente:** Lámina con el proceso (algoritmo para operar decimales).

Observaciones

INTENCIÓN DIDÁCTICA DE MI PRÁCTICA
Que el alumno resuelva problemas que impliquen la división de números decimales y naturales donde en ocasiones el decimal sea el divisor, el dividendo o el cociente, usando el algoritmo convencional de la división para hallar el cociente.

PLAN 3/3
El Súper 2.

Alumno (a): ____ **No. Lista:** _____________
Consigna: Con ayuda de un compañero, usen el algoritmo de la división que ya conocen y resuelvan la situación que se presenta.

1. Juan necesita saber el precio de algunos de los productos que ha comprado, ayúdalo a realizar las operaciones necesarias.

a) Juan compró con su tarjeta de crédito un control de PS5 a $1899.99 que deberá pagar en un plazo de 27 mensualidades. ¿Cuánto pagará por mes?

b) Juan compró un paquete de 24 jugos que le costó $162. ¿Cuánto le costó cada uno?

c) Para las reparaciones del hogar, Juan compró 3.250 kilógramos de clavos a un costo total de $94.25, ¿cuánto le ha costado cada kilógramo?

Consideraciones previas: El alumno debe recurrir a sus aprendizajes previos para resolver la consigna procurando notar que no puede dejar residuo al ejecutar las operaciones y siguiendo el algoritmo para manipular los decimales tanto divisor como en el dividendo.

<table>
<tr><th colspan="2">DESAFIOS</th></tr>
<tr><td>INICIO:
Jueves 16 de febrero de 2023
PLAN: 3 de 3</td><td>INTENCIÓN DIDÁCTICA: Que el alumno resuelva problemas que impliquen la división de números decimales y naturales donde en ocasiones el decimal sea el divisor, el dividendo o el cociente, usando el algoritmo convencional de la división para hallar el cociente.</td></tr>
<tr><td>DESCRIPCIÓN DE LA CONSIGNA:
El súper 2.</td><td>Desafío uno: Que el alumno implemente correctamente el algoritmo convencional, además de ubicar correctamente las cifras según su posición y con la correcta lectura de estos para comunicar a sus compañeros lo realizado. Dando continuidad al problema planteado en el plan antecedente, que cumplía con la misma línea situacional en la que una persona que hace compras en el supermercado, necesita conocer los precios de ciertos productos que ha adquirido para tener las cuentas de su compra.</td></tr>
<tr><td colspan="2">METODOLOGÍA:
Inicio (5 minutos):
Para comenzar la clase se cuestionó a los alumnos sobre conocer las partes de la división, puesto que en esta sesión trabajaríamos con el algoritmo convencional de la división y por ello era necesario que conocieran sus partes en la resolución común que ya conocen, por ello, de manera grupal algunos alumnos, con apoyo de sus compañeros, pasaron a la pizarra a identificar las partes de esta operación en una cartulina en la que previamente se estableció una división, que cumplía con estas y se señalaban mediante flechas.
Verbalización (10 minutos):
clase, el primero constaba de un papel cascarón forrado con papel Contac, mientras que la consigna se componía de la continuación a la situación presentada en la sesión anterior, y tres problemas en los que el alumno usaría la división para conocer el valor unitario de ciertos productos.
Por consiguiente, se solicitó a los alumnos leer la actividad en silencio, para que después, tres alumnos leyeran la consigna en voz alta y así verbalizarla, mientras se realizaban preguntas cómo, ¿qué van a hacer?, ¿qué operación</td></tr>
</table>

van a usar?, ¿qué quieren saber?, asimismo, se les indicó que esta vez emplearían el tablero por la parte trasera como si fuese el pizarrón y usarán todo el espacio disponible para resolver los problemas

Resolución del problema (15 minutos):

Se les asignó un tiempo de 15 minutos para completar en su totalidad la actividad y se formaron las binas para trabajar, y se modificaron algunas de las ya establecidas, donde se colocó con nuevos compañeros a quiénes no han trabajado colaborativamente. Durante la resolución se monitoreará el avance del alumno, mientras el docente circula entre las filas, prestando su atención al lenguaje que empleaban los alumnos para solucionar los problemas y observando sus procedimientos, para identificar las dificultades presentadas por los estudiantes y como empleaban su aprendizaje previo.

Puesta en común (15 minutos):

En la etapa de validación los equipos resolvieron los problemas en el pizarrón y argumentaron los procesos que llevaron a cabo para enfrentar cada situación propuesta**.**

Institucionalización (5 minutos):

Tras la puesta en común y recuperando los sucesos más importantes de esta, se formalizó el proceso que se debe llevar a cabo para dar solución a divisiones donde el dividendo es un número decimal y el segundo caso, donde el divisor es decimal, además, señalar de qué manera se logra resolver la división sin conservar el residuo, quedando de la siguiente forma:

3. Dividendo como número decimal.

- Cuando se tiene un decimal entre un entero se resuelve como si ambas cantidades fueran enteras y se sube el punto decimal del dividendo en la misma posición en la que esta.
- Cuando en una división se tiene residuo y se quiere encontrar una respuesta con mayor precisión se agrega un cero al residuo.

4. Divisor como número decimal.

- Para realizar la división se debe cuidar que el divisor sea un número entero. Por lo que se multiplica el dividendo y el divisor por 10, 100, 1000, etcétera. Lo que dependerá de los decimales con los que cuenta el divisor.

TIEMPO	ESPACIO	RECURSOS
1°C 7:30 a 8:20 1°B 8:20 a 9:10	Aula de clases	**Alumno:** Tablero con el algoritmo de la división. **Docente:** Lámina con el proceso de división cuando hay decimales (3 casos).
Observaciones		

INTENCIÓN DIDÁCTICA DE MI PRÁCTICA
Que el alumno construya el concepto de entero como un todo a partir de la relación parte todo.

PLAN 1/5

¿Cuántas partes me conforman?

Alumno (a): ____ **No. Lista:** _____________

Consigna: Lee con atención cada indicación y responde lo que se solicita.

1. Conforma un grupo de 8 frijoles.
2. Reparte tu grupo en 4 partes iguales.
3. ¿Qué fracción puede representar una de esas partes?
4. Haz un grupo de 10 frijoles.
5. Reparte el grupo en 10 partes iguales.
6. ¿Qué fracción puede representar 6 de esas partes?
7. Forma un grupo de 7 frijoles.
8. Reparte los frijoles en una sola parte.
9. ¿Qué fracción puede representar esa parte?
10. ¿Cómo se le llama a esa parte?

Consideraciones previas: El alumno podría conflictuarse y no darle el sentido adecuado a la última parte de las indicaciones pues se espera una respuesta concreta como $\frac{7}{1}$ donde se exprese la fracción como un entero sin importar cuantas partes contenga o incluso $\frac{7}{7}$ para expresar su respuesta.

DESAFIOS	
INICIO: Viernes 17 de febrero de 2023 **PLAN:** 1 de 5	**INTENCIÓN DIDÁCTICA:** Que el alumno construya el concepto de entero como un todo a partir de la relación parte todo.
DESCRIPCIÓN DE LA CONSIGNA: ¿Cuántas partes me conforman?	**Desafío uno:** Se les presenta una serie de pasos en los cuales, se les indica conformar varios grupos de frijoles y con estos, se pretendía que el alumno repartiera en diferentes conjuntos de diversas cantidades, de tal manera que estos los representaran en fracción.
METODOLOGÍA: **Inicio (5 minutos):** Al comienzo de la sesión solicitaré a los alumnos que se reúnan en binas como previamente se había establecido, posteriormente se les realizará una serie de preguntas de acuerdo a lo que se ha visto durante las sesiones anteriores con la finalidad de retomar sus conocimientos previos. **Verbalización (5 minutos):** Solicitaré a 2 jóvenes repartir la consigna a los compañeros, mientras repartiré un puñado de frijoles que se emplearán para llevar a cabo la actividad, pues manipularían estos para formar conjuntos y reparticiones y así construir el concepto de entero. Además, los alumnos comenzarán a dar lectura a la consigna y a las situaciones planteadas y, al finalizar realizaré las siguientes preguntas ¿qué van a hacer?, ¿a quién representa la fracción?, ¿todas las indicaciones hablan de repartir? **Resolución del problema (20 minutos):** Se procede a resolver la consigna, para ello se les asignó un tiempo de quince minutos. Durante la resolución se monitoreará el avance del alumno, mientras el docente circula entre las filas, prestando su atención al lenguaje que empleaban los alumnos para solucionar los problemas y observando sus procedimientos, para identificar las dificultades presentadas por los estudiantes y como empleaban su aprendizaje previo. **Puesta en común (15 minutos):**	

Al concluir el tiempo de resolución se elegirán a algunos alumnos para exponer y describir los procesos que han empleado para realizar la actividad. **Institucionalización (5 minutos):** Una vez que se cumpla con el tiempo puesta en común, tomaré las conclusiones de los alumnos, tanto en aciertos como desaciertos y aquellos procesos que son diferentes, pero, los guiaron al mismo o diferente resultado, para después demostrar que la fracción es un número que expresa una cantidad de porciones que se toman de un todo (entero) dividido en partes iguales. Por ello, el entero es el elemento de las fracciones que representa lo que está completo y que no le falta ninguna de sus partes.		
TIEMPO	**ESPACIO**	**RECURSOS**
1°C 7:30 a 8:20 1°B 8:20 a 9:10	Aula de clases	**Alumno:** Consigna, puñado de frijoles. **Docente:** Lámina de información, dibujos a escala de frijoles para la representación de los grupos.
Observaciones		

INTENCIÓN DIDÁCTICA DE MI PRÁCTICA
Que el alumno se planteé una relación de proporcionalidad, con multiplicadores variables y donde la constante de proporcionalidad es un número natural.

PLAN 2/5

La Vuelta del Tren

Alumno (a): ____ **No. Lista:** _____________

Consigna: Analiza la información y responde.

1. Un tren da vueltas en un circuito de 80 kilómetros.

a) ¿Cuántos kilómetros recorre después de media vuelta?

b) ¿Y después de $\frac{1}{4}$ de vuelta?

c) ¿Y después de $2\frac{3}{4}$ de vuelta?

d) Escribe en la tabla los datos faltantes.

Vueltas	1/4	0.40	1/2	1	1.5	2	$2\frac{3}{4}$	3	5	$5\frac{1}{4}$
Kilómetros recorridos				80						

e) Si una manera de calcular los kilómetros en 5 vueltas es con la multiplicación 5 x 80km. Explica, con qué operación se calcula la distancia recorrida en 2/5.

2. Sin hacer cálculos escritos, subraya con el color que se indica.
   Rosa: si el resultado es menor que 80.
   Azul: si el resultado es mayor que 80 pero menor que 160.
   Naranja: si el resultado es mayor que 160.
   - $80 \times \frac{2}{3}$
   - $80 \times \frac{3}{4}$
   - $80 \times \frac{2}{5}$
   - $80 \times \frac{7}{3}$
   - 80×0.4
   - 80×1.5
   - 80×0.75
   - 80×2.1
   - $80 \times 1\frac{1}{2}$
   - 80×5
   - $80 \times \frac{5}{2}$

- $80 \times 2\frac{1}{3}$
- $80 \times 2\frac{2}{4}$

Consideraciones previas: En esta actividad no se espera que el alumno empleé el algoritmo para multiplicar fracciones, puesto que se parte de que no lo conoce aún, por lo que se conflictúa operando una medida por un multiplicador fraccionario.

<table>
<tr><th colspan="2">DESAFIOS</th></tr>
<tr><td>INICIO:
Miércoles 22 de febrero de 2023
PLAN: 2 de 5</td><td>INTENCIÓN DIDÁCTICA: Que el alumno se planteé una relación de proporcionalidad, con multiplicadores variables y donde la constante de proporcionalidad es un número natural.</td></tr>
<tr><td>DESCRIPCIÓN DE LA CONSIGNA:
La Vuelta del Tren</td><td>Desafío uno: La consigna a resolver fue dividida en dos partes, la primera en la que el alumno completaría una tabla con los valores faltantes con base a los kilómetros recorridos por el tren en cada vuelta y en la segunda sin hacer cálculos escritos opera la constante de proporcionalidad por variables fraccionarios para definir cuáles resultados serán mayores que ochenta, mayores que ochenta, pero menores a ciento sesenta y mayores que ciento sesenta.</td></tr>
<tr><td colspan="2">METODOLOGÍA:
Inicio (5 minutos):
Para comenzar la sesión se trabajará cálculo mental con un cuadro mágico que el alumno deberá completar con los números del 5 al 13, conociendo solamente que la suma de sus casillas en fila (vertical, horizontal y diagonal) dan como resultado 27. Los alumnos tendrán solo un tiempo de 3 minutos para resolver y después se analizarán los resultados obtenidos.
Verbalización (5 minutos):
Una vez terminada la actividad solicitaré a 3 jóvenes leer la consigna y el problema, después les indicaré que todos volteen la consigna y le preguntaré: ¿qué vamos hacer?, ¿qué acciones vamos a realizar?, entre algunas otras preguntas.
Resolución del problema (20 minutos):</td></tr>
</table>

Los alumnos comenzarán con la resolución de la consigna, para ello se le asignará un tiempo de 20 minutos. Durante la resolución se monitoreará el avance del alumno, mientras el docente circula entre las filas, prestando su atención al lenguaje que empleaban los alumnos para solucionar los problemas y observando sus procedimientos, para identificar las dificultades presentadas por los estudiantes y como empleaban su aprendizaje previo. **Puesta en común (15 minutos):** Durante la puesta en común solicitaré a cuatro estudiantes para exponer y describir los procesos que han empleado para realizar la actividad. **Institucionalización (5 minutos):** Una vez que se cumpla con la puesta en común, recuperaré los argumentos y acciones más significativas de los alumnos para concretar que es común que cuando, hablamos de multiplicación pensamos en una cantidad que será aumentada tantas veces, sin embargo, cuando se multiplica por fracciones o decimales menores al entero, la cantidad no aumenta. Por lo tanto: $$6 \times 5 = 30 \; mientras \; que \; \frac{3}{6} \times 5 = \frac{15}{6} = 2.5$$		
TIEMPO 1°B 7:30 a 8:20 1°C 8:20 a 9:10	**ESPACIO** Cancha techada Aula de clases	**RECURSOS** **Alumno:** Consigna, pizarra con la estructura $\frac{\boxdot}{\boxdot} \times \boxdot$, **Docente:** Estructura a $\frac{\boxdot}{\boxdot} \times \boxdot$ en grande
Observaciones		

INTENCIÓN DIDÁCTICA DE MI PRÁCTICA

Que el alumno compruebe y demuestre que n veces m, siempre se puede expresar como n x m, independientemente de si n y m son números naturales o fraccionarios.

PLAN 3/5

La Vuelta del Tren 2.

Alumno (a): ____ **No. Lista:** _____________

Consigna: Analiza la información y responde.

1. Un tren de juguete viaja en un circuito de $\frac{2}{5}$ hectómetro.

a) Indica con fracciones de hectómetro que distancia recorre el tren cuando da…

- 10 vueltas ½ vuelta ¼ de vuelta

b) El primer diagrama muestra una manera de calcular ¼ de 2/5, que consiste en aplicar ½ de ½, es decir, dividir entre 2, dos veces.
Anota, en el diagrama, la fracción que falta junto a una de las flechas.

c) El segundo diagrama muestra una manera de calcular 2/3 de 2/5. Primero se calcula 1/3 de 2/5, dividiendo 2/5 entre 3, y después se multiplica por 2 (para obtener 2/3 de 2/5).
Escribe la fracción que falta en el segundo diagrama.

d) Compara tus respuestas con el resto del grupo. Usen las ideas rescatadas para calcular a qué fracción de hectómetro es igual 2/5 de 2/5 de hectómetro.

2. Resuelve y simplifica.

$\frac{2}{3} \times \frac{1}{2}$

$\frac{3}{4} \times \frac{1}{6}$

$\frac{3}{10} \times \frac{1}{3}$

$\frac{5}{12} \times \frac{2}{5}$

$\frac{1}{10} \times \frac{1}{2}$

$\frac{4}{5} \times \frac{5}{4}$

$\frac{3}{10} \times \frac{10}{3}$

$\frac{3}{4} \times \frac{4}{3}$

$\frac{5}{12} \times \frac{12}{5}$

Consideraciones previas: Partiendo de que el alumno aún no sabe que se multiplican la fracciones deberán encontrar la manera de resolver el primer ejercicio. Una vez que se le muestre la técnica y la relación entre n veces m podrá usar el algoritmo para multiplicar fracciones.

DESAFIOS	
INICIO: Jueves 23 de febrero de 2023 **PLAN:** 3 de 5	**INTENCIÓN DIDÁCTICA:** Que el alumno compruebe y demuestre que n veces m, siempre se puede expresar como n x m, independientemente de si n y m son números naturales o fraccionarios.
DESCRIPCIÓN DE LA CONSIGNA: La Vuelta del Tren 2.	**Desafío uno:** Se pretende que los alumnos empleen una nueva estructura para comprender como se realiza el paso a paso en la multiplicación de fracciones que alude también al algoritmo desarrollado en la sesión anterior y, realizar una serie de multiplicaciones de fracciones una vez que ha establecido con la nueva estructura

<table>
<tr><td></td><td colspan="2">el algoritmo común de multiplicación de fracciones o como los estudiantes llaman, la multiplicación directa.</td></tr>
<tr><td colspan="3">METODOLOGÍA:
Inicio (5 minutos):
Al comienzo de la sesión solicitaré a los alumnos que se reúnan en binas como previamente se había establecido, y durante la organización dos alumnos me apoyarán para entregar las consignas correspondientes a la sesión de hoy.
Verbalización (5 minutos): Posteriormente se solicitó a tres de los alumnos leer la consigna en voz alta, y a la par se realizaron ciertos cuestionamientos que evidenciaran la comprensión de la actividad como ¿qué van a realizar?, ¿qué es un hectómetro?, ¿en qué es similar a la actividad de ayer? Esto se realizará con la finalidad de corroborar que la actividad quede clara.
Con lo anterior se dará comienzo a la actividad dando un tiempo de 10 minutos para solucionar la actividad. Durante la resolución se monitoreará el avance del alumno, mientras el docente circulará entre las filas, prestando su atención al lenguaje que se emplea por alumnos para solucionar los problemas y observando sus procedimientos, para identificar las dificultades presentadas por los estudiantes.
Puesta en común (10 minutos):
Una vez concluido el tiempo, se comenzará con la puesta en común en donde se pasará a los alumnos a la pizarra en la que ya se encontrarán los diagramas presentados en la actividad. El alumno dará su intervención sobre el proceso que siguió, de tal manera que se validarán sus resultados.
Institucionalización (5 minutos): Al concluir la puesta en común el docente en formación concretará que en la multiplicación siempre existirán al menos dos factores n y m de tal manera que en $n \times m$, n y m puede ser un números enteros, decimales o fraccionarios, además, se demuestra que cuando se multiplica por una fracción el multiplicando no siempre aumenta su valor como sucede en la multiplicación de enteros.</td></tr>
<tr><td>TIEMPO
1°C
7:30 a 8:20
1°B
8:20 a 9:10</td><td>ESPACIO
Aula de clases</td><td>RECURSOS
Alumno: Consigna, pizarra con la estructura $\frac{\boxdot}{\boxdot} \times \boxdot$,

Docente: Estructura a $\frac{\boxdot}{\boxdot} \times \boxdot$ en grande</td></tr>
<tr><td colspan="3">Observaciones</td></tr>
</table>

INTENCIÓN DIDÁCTICA DE MI PRÁCTICA
Que el alumno encuentre la constante de proporcionalidad como una fracción en un contexto de escala.

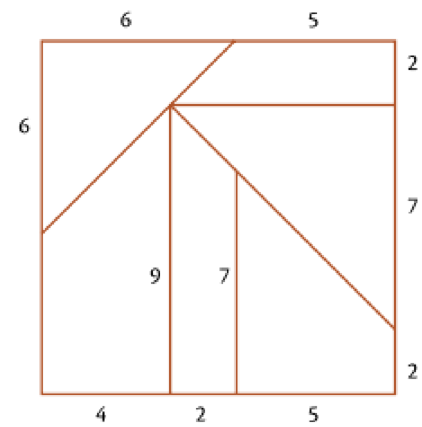
PLAN 4/5

El Rompecabezas

Alumno (a): ____ **No. Lista:** _____________

Consigna: En equipos de 3, reúnanse, lean las instrucciones y hagan lo que se indica.

a) Observen la siguiente figura.



b) Dado que todos sus lados se indican en centímetros, traza la figura en un pedazo de cartulina y recórtenla, después repartan cada pieza entre los integrantes del equipo.

c) En otro pedazo de cartulina, cada integrante debe trazar la pieza que le toco a escala, de tal forma que el lado que mide 4 cm ahora ida 7 cm.
Calculen la medida de los otros lados.

d) Recorten las piezas y armen el rompecabezas.

1. Al armar el rompecabezas ampliado, ¿las piezas embonaron? Si no fue así, ¿a qué se debió?

Consideraciones previas: El alumno enfrenta un problema de proporcionalidad en un contexto de escala en el que la constante de proporcionalidad se encuentra implícito y se trata de una fracción, por lo que se espera que se ponga en juego el papel de operador multiplicativo entre dos medidas.

<table>
<tr><th colspan="2">DESAFIOS</th></tr>
<tr><td>INICIO:
Martes 28 de febrero de 2023
PLAN: 4 de 5</td><td>INTENCIÓN DIDÁCTICA: Que el alumno encuentre la constante de proporcionalidad como una fracción en un contexto de escala.</td></tr>
<tr><td>DESCRIPCIÓN DE LA CONSIGNA:
El rompecabezas</td><td>Desafío uno: planteó una situación que aprovechaba un recurso elaborado por Guy Brousseau que forma parte de una secuencia de situaciones didácticas en la que proporciona una génesis de la multiplicación por fracciones</td></tr>
<tr><td colspan="2">METODOLOGÍA:
Inicio (5 minutos):
Durante el inicio de la sesión se presentará se presentó el rompecabezas como un reto matemático, en el que el estudiante armará el rompecabezas en su escala real, para ello se le repartirá las piezas del puzle mencionándoles que se deberá armar un cuadrado, dándoles cinco minutos. Para esto se formarán equipos de tres integrantes, para llevar a cabo la consigna.
Verbalización (5 minutos):</td></tr>
</table>

Posteriormente se repartirán las consignas que contendrán las indicaciones para llevar a cabo la actividad, contando también con la imagen del rompecabezas armado con sus respectivas medidas. Además, solicitaré a tres alumnos para leer las indicaciones de la consigna.

Resolución del problema (20 minutos):

Con lo anterior se dará comienzo a la actividad dando un tiempo de 10 minutos para solucionar la actividad. Durante la resolución se monitoreará el avance del alumno, mientras el docente circulará entre las filas, prestando su atención al lenguaje que se emplea por alumnos para solucionar los problemas y observando sus procedimientos, para identificar las dificultades presentadas por los estudiantes.

Puesta en común (15 minutos):

Los equipos compartirán los resultados que encontraron, describiendo sus procedimientos de tal manera de que se analice las similitudes y las diferencias.

Institucionalización (5 minutos):

El docente recuperará los eventos más significativos de la puesta en común para unir y hubiese medido ocho al aumentar, seguramente ellos habrían utilizado la multiplicación (por dos o el doble de) en lugar de pensar que a cada lado se le sumaban otros cuatro centímetros y por eso ocurre lo mismo con la fracción, en este caso siete cuartos por algo o 7 cuartos de algo (7/4×…=7/4 de…).

TIEMPO	ESPACIO	RECURSOS
1°C 7:30 a 8:20 1°B 8:20 a 9:10	Aula de clases	**Alumno:** Rompecabezas, consigna **Docente:** Rompecabezas a escala

Observaciones

INTENCIÓN DIDÁCTICA DE MI PRÁCTICA
Que el alumno empleé el significado de fracción como operador para resolver problemas en el que el multiplicador sea un decimal.

PLAN 5/5

El Súper 3.

Alumno (a): ____ **No. Lista:** ____________

Consigna: En parejas, lean con atención las situaciones que se presentan y resuelvan lo que se solicita.

1. María necesita 7/4 kg de pollo. En el súper el kg de pollo tiene un valor de $112.74 ¿Cuánto tendría que pagar maría por la cantidad de pollo que necesita?

2. Roberto compro 5 paquetes de galletas de $12.35 y 18/15 kg de queso manchego que cuesta $168.72 el kg. ¿Cuánto gastó en total?

3. Paco sabe que el kg de aguacate cuesta $83.96 y quiere comprar 3 6/7 kg pero solo cuenta con 272.50 ¿Cuánto tendría que pagar y menciona cuánto le sobraría o faltaría de efectivo?

Consideraciones previas: El alumno empleará lo aprendido hasta ahora para resolver los problemas presentados.

DESAFIOS	
INICIO: Miercóles 01 de marzo de 2023 **PLAN:** 2 de 2	**INTENCIÓN DIDÁCTICA:** Que el alumno empleé el significado de fracción como operador para resolver problemas en el que el multiplicador sea un decimal.
DESCRIPCIÓN DE LA CONSIGNA: El Súper 3.	**Desafío uno:** La actividad consiste en tres problemas en los que el alumno aplicaría el algoritmo desarrollado anteriormente, $\frac{a}{b} \times c = \frac{a \times c}{b}$, donde c es un número decimal, obteniendo “la fracción de un decimal”, siendo problemas de intuición.

METODOLOGÍA: **Inicio/Verbalización (5 minutos):** La clase comenzará formando binas, mientras tanto se pedirá a un estudiante repartir las consignas con las que se trabajará en la sesión. Además, se les mencionará a los estudiantes el tiempo estipulado para la resolución de las problemáticas planteadas en la consigna. También, solicitaré a cuatro estudiantes leer la actividad y los problemas, para posteriormente realizar cuestionamientos como, ¿qué van hacer?, ¿qué operación se va a utilizar?, por cada problema ¿qué cantidad van a comparar?, de esta manera corroborar la comprensión de la consigna. **Resolución del problema (25 minutos):** Durante la resolución, se realizó el monitoreo entre los equipos para observar y escuchar las propuestas de resolución, así como la puesta en marcha de estas, y de esta manera lograr conocer los posibles conflictos que se desarrollarán en los alumnos entre sus discusiones. **Puesta en común (10 minutos):** Al concluir el tiempo de tiempo de resolución, comenzará la situación de validación, en donde los alumnos afianzarán los procesos que emplearon. **Institucionalización (10 minutos):** Para finalizar la clase el docente retomará las participaciones y de forma general, se institucionalizará los procedimientos desarrollados por los alumnos, haciendo hincapié en los beneficios que trae cada uno consigo.		
TIEMPO	**ESPACIO**	**RECURSOS**
1°C 7:30 a 8:20 1°B 8:20 a 9:10	Aula de clases	**Alumno:** Consigna **Docente:** Lámina de información

PLAN DE EVALUACIÓN

EVALUACIÓN				
Finalidad	**Técnica**	**Instrumento**	**Agente**	**Temporalidad**
Identificar necesidades	Análisis del desempeño.	Lista de cotejo.	Heteroevaluación (Maestro)	Durante el contenido
Monitorear el avance y las interferencias	Desempeño de los alumnos	Cuaderno de los alumnos -Consignas diarias	Heteroevaluación (Maestro)	Durante el contenido
Estimular la autonomía	Observación. Desempeño de los alumnos	Registro Anecdótico Escala de Actitudes Preguntas sobre el procedimiento	1. Heteroevaluación (Maestro) 2. Autoevaluación (Alumno)	1. Durante el contenido 2. Final del contenido
Comprobar el nivel de comprensión	Desempeño de los alumnos Análisis del desempeño	Organizadores gráficos Lista de Cotejo	Heteroevaluación (Maestro)	Final del contenido

Criterios de evaluación

Criterios	**Porcentaje**	**Puntos/ decimas extra**
Cuaderno	10%	- Participación - Tener todas las consignas en la libreta en su libreta
Consignas	35%	
Examen	20%	
Proyecto	25%	
Autoevaluación	10%	
Total	100%	

IDENTIFICAR NECESIDADES				
Análisis de desempeño		Lista de cotejo		
N°	Criterio	SI	NO	Observaciones
1	Resuelve suma de enteros positivos y negativos			
2	Resuelve resta de enteros positivos y negativos			
3	Resuelve multiplicación de enteros positivos enteros y negativos			
4	Resuelve división de enteros positivos y negativos			
5	Resuelve multiplicación de fraccionarios			
6	Resuelve multiplicación de números decimales			
7	Resuelve divisiones que incluyen punto decimal en el divisor.			
8	Resuelve divisiones que incluyen punto decimal en el dividendo.			
9	Resuelve divisiones con cociente con punto decimal y sin residuo.			
10	Resuelve sumas/restas de números fraccionarios.			
11	Resuelve división de números fraccionarios.			
12	Generaliza procedimientos y/o expresiones			
13	Expresa de diversas formas la multiplicación y división			

Lista de cotejo para evaluar la consigna:
Marque con una tachita o palomita en el nivel que se encuentra el alumno y coloque el puntaje obtenido.

Criterio	En proceso (0.05)	Bien (0.1)	Excelente (0.2)	Puntaje
Orden y limpieza.				
Colabora con su equipo para dar respuesta a la consigna				
Consigna resuelta correctamente e incluye procedimientos y/o anotaciones de las participaciones de sus compañeros durante la puesta en común				
Realizó anotaciones durante la institucionalización				
Tiene todas las preguntas respondidas				
			Total	

ESTIMULAR LA AUTONOMÍA

Observación	**Escala actitudinal**		
Criterio	**Nunca**	**Algunas veces**	**Siempre**
Contribuyo frecuentemente en las discusiones de clase			
Demuestro interés en las discusiones de clase			
Respondo a los cuestionamientos del profesor y mis compañeros			
Formulo las preguntas pertinentes de acuerdo al tema			
Argumento mis procedimientos para convencer a mis compañeros			
Demuestro atención y apertura a los argumentos de mis compañeros			
Valido o invalido las respuestas de mis compañeros			
Demuestro iniciativa y participación activa			
Soy respetuoso a las participaciones de mis compañeros			

CONCEPTUALIZACIÓN BÁSICA

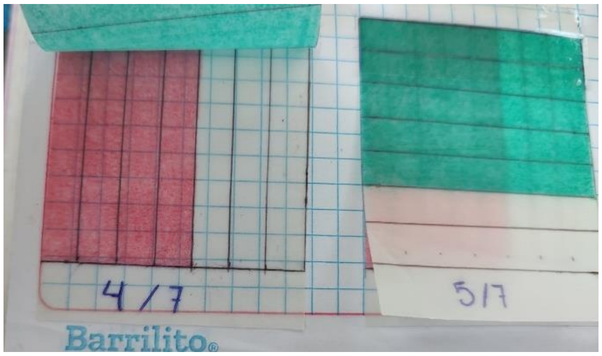
Valor Posicional	Es el valor que toma un dígito de acuerdo a la posición que ocupa dentro del número, por lo que el dígito 5 en: 05, 50 y 0.5, tiene valores distintos.
Multiplicación con punto decimal	Cuando se multiplican decimales lo hacemos como si no hubiera punto decimal. Después se cuenta el número de dígitos a la derecha del punto decimal en cada factor. Por último, coloca el número total de dígitos a la derecha del punto del producto.
Multiplicación	Operación aritmética que consiste en calcular el resultado (PRODUCTO) de sumar un mismo número (MULTIPLICANDO) tantas veces como indica otro número (MULTIPLICADOR); se representa con los signos ×, ·, (), *.
Punto Decimal	Signo que se utiliza para realizar la separación entre la parte entera y la parte fraccionaria o decimal de un número.
División	Operación aritmética que consiste en calcular cuántas veces (COCIENTE) una cantidad (DIVISOR) está contenida en otra (DIVIDENDO); se representa con los signos ÷,―, /.
Fracción	Es un número que expresa una cantidad determinada de porciones que se toman de un todo (ENTERO) dividido en partes iguales.
Entero	Es el elemento de las fracciones que representa lo que está completo y que no le falta ninguna de sus partes.

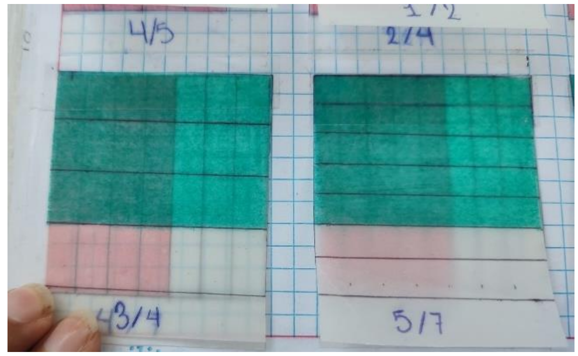
La multiplicación $\frac{3}{4} \times 20$ *se puede interpretar como* $\frac{3}{4}$ *de 20. Una manera de encontrar el resultado es calculando primero* $\frac{1}{4}$ *de 20 que es igual a 5, y multiplicar el resultado por 3 (porque son tres cuartos), entonces:* $\frac{3}{4}\ de\ 20 = 5 \times 3 = 15.$

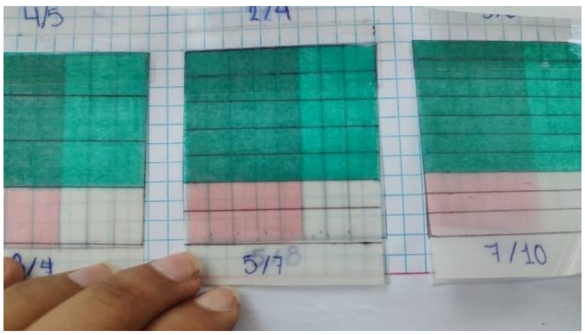
La tabla pitagórica o de Pitágoras es una cuadrícula que muestra el producto o resultado de las tablas de multiplicar. Se denomina así porque su creador fue el matemático y filósofo griego, "Pitágoras". La tabla pitagórica contiene en su primera fila y primera columna, los números que se van a multiplicar, mientras que en la intersección de ellas está el producto del número de la fila por el número de la columna.

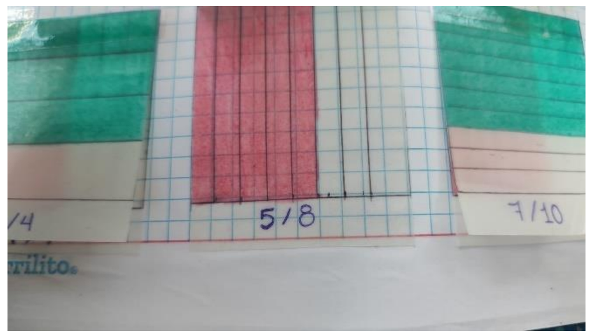
Fracción de una Fracción	Se obtiene de multiplicar numeradores como los denominadores entre sí.

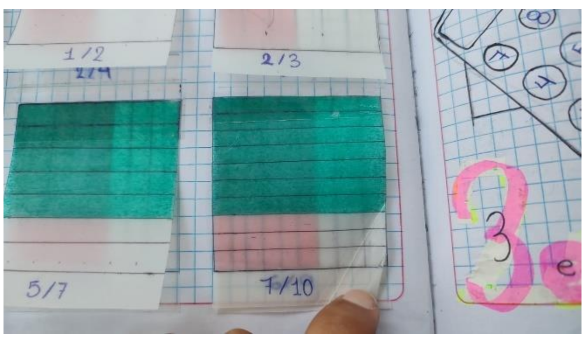
Anexo 7. Evidencias de los alumnos.

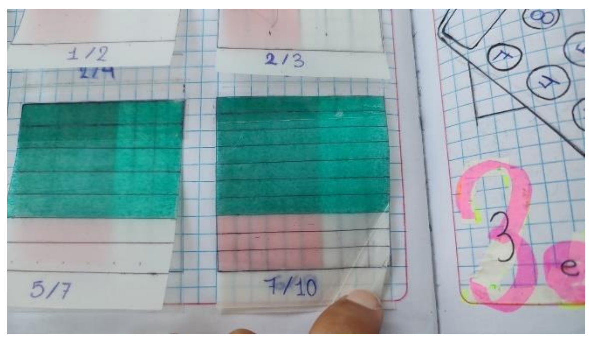


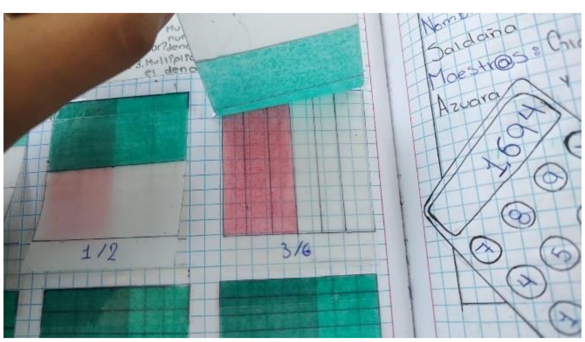


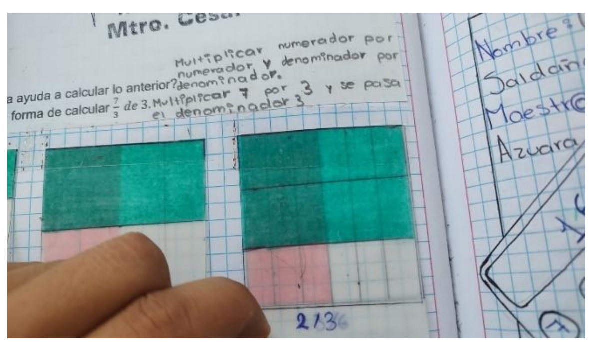


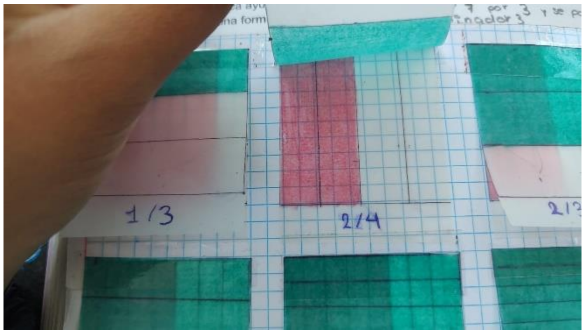


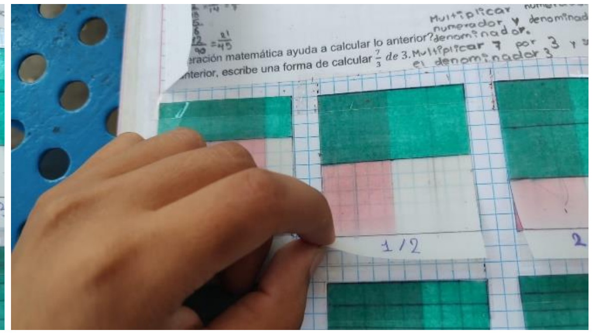


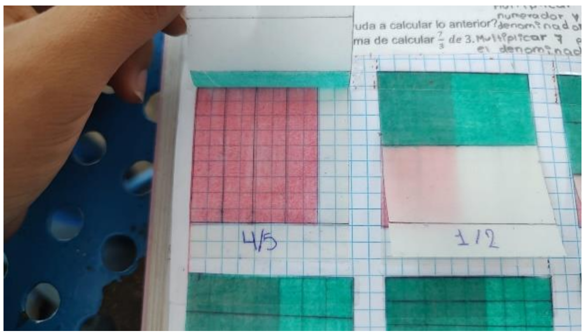


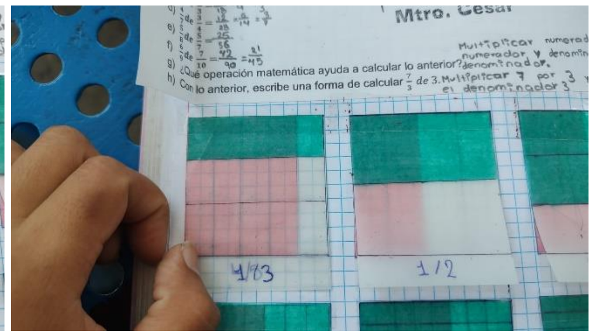


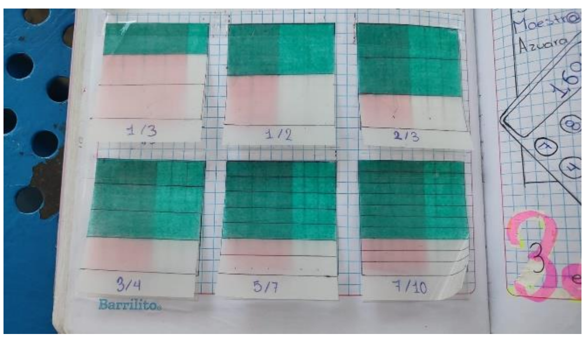


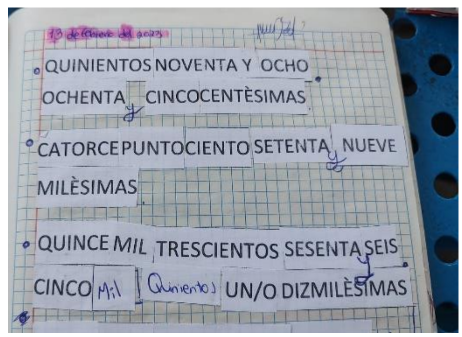

1/3
2/4

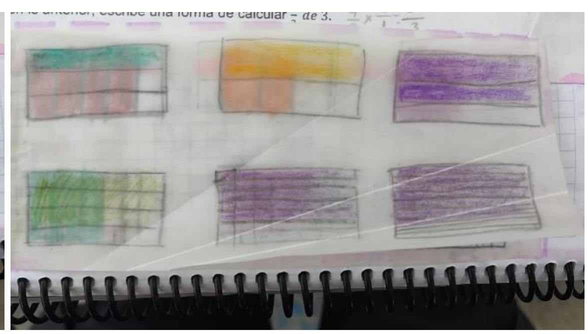

1/2

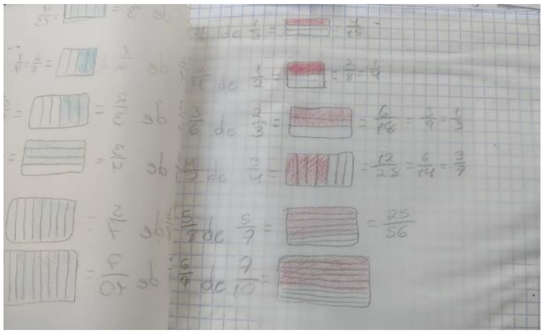

4/5
1/2

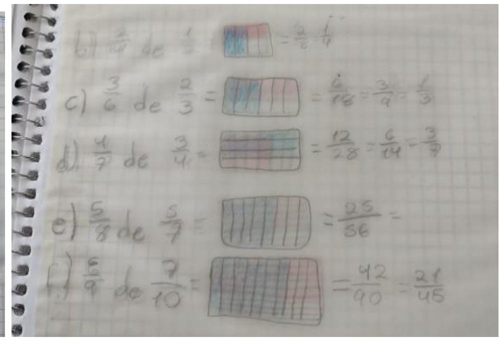

Mtro. César
1/2

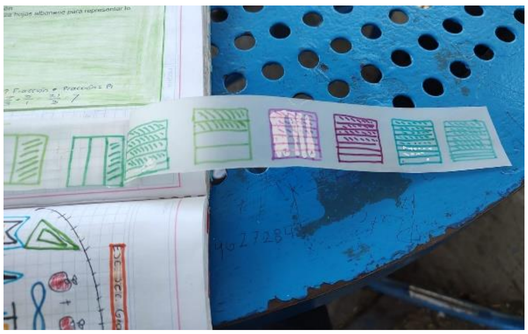

1/3
1/2
2/3
3/4
5/7
7/10
Barrilito

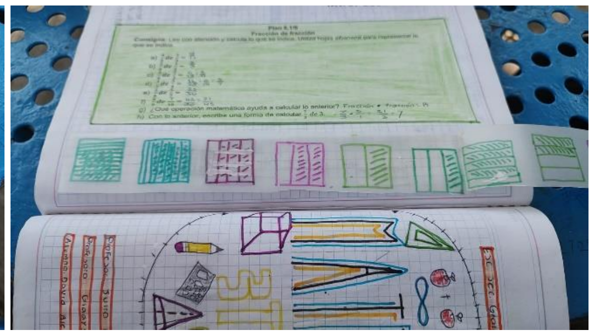

QUINIENTOS NOVENTA Y OCHO
OCHENTA y CINCOCENTÈSIMAS
CATORCE PUNTO CIENTO SETENTA y NUEVE
MILÈSIMAS
QUINCE MIL TRESCIENTOS SESENTA y SEIS
CINCO Mil Quinientos UN/O DIZMILÈSIMAS

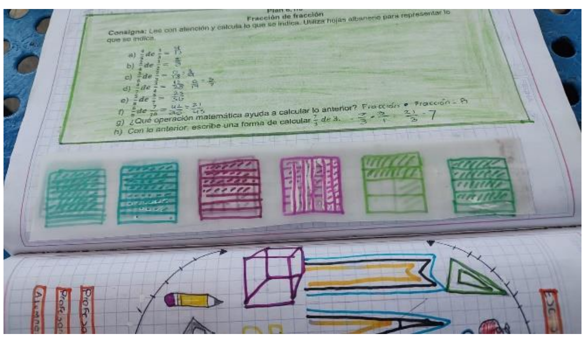


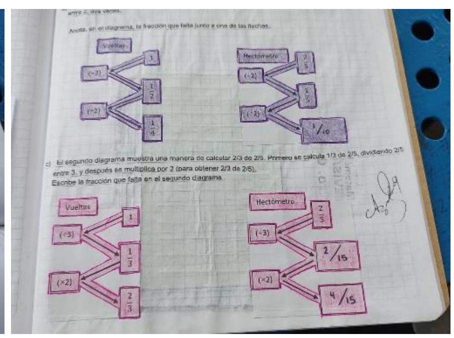


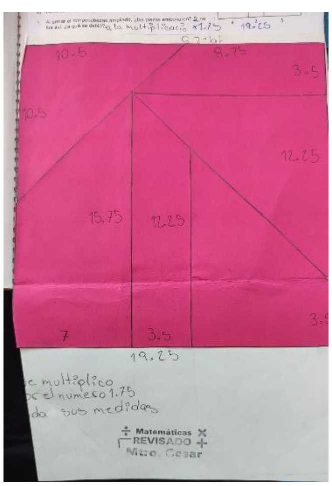


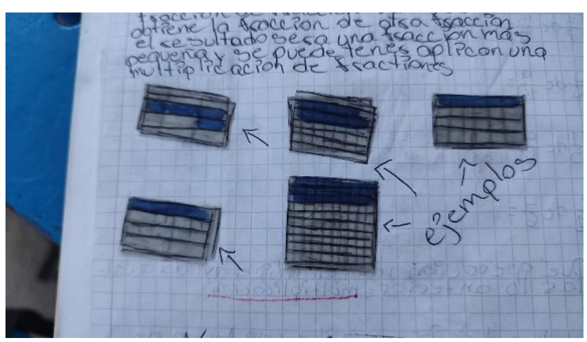


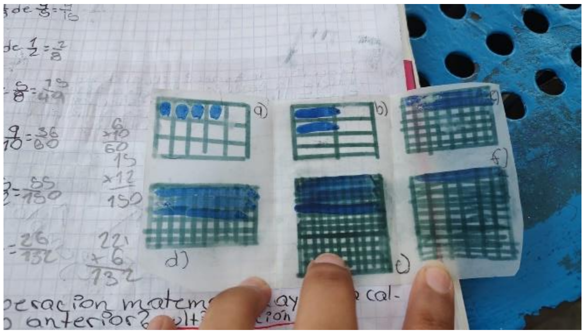
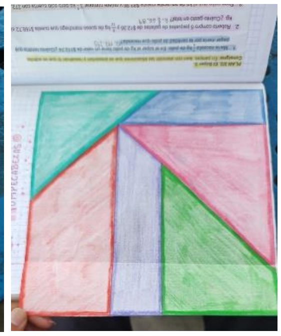
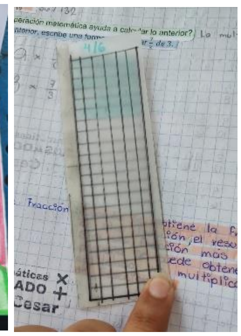


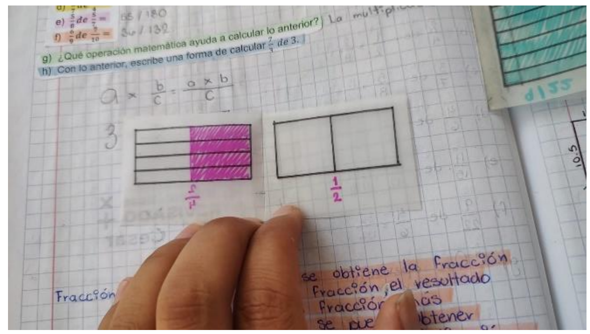
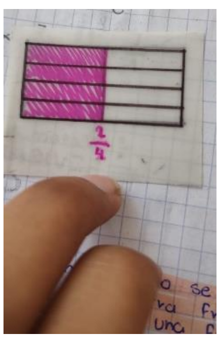
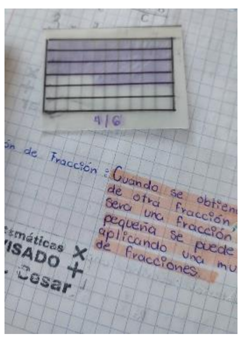




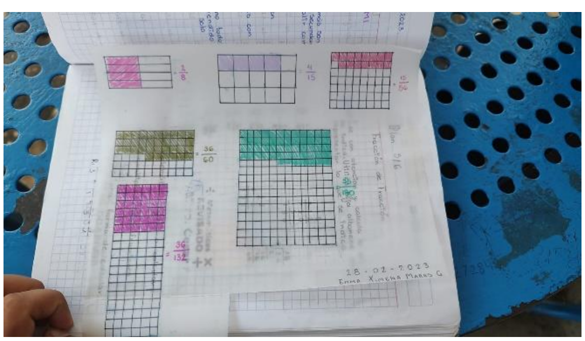
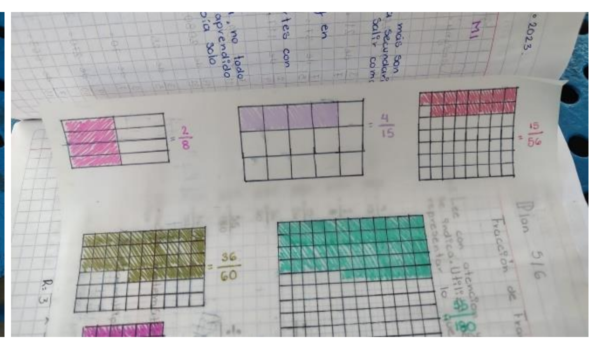

Matemáticas
REVISADO
Mtro. César

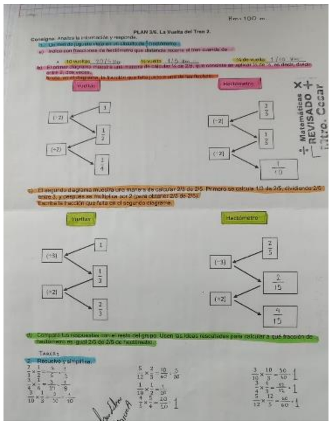

obtiene la fraccion de otra fracción
el resultado sera una fraccion mas
pequeña y se puede tener aplicon una
multiplicacion de fractiones
ejemplos

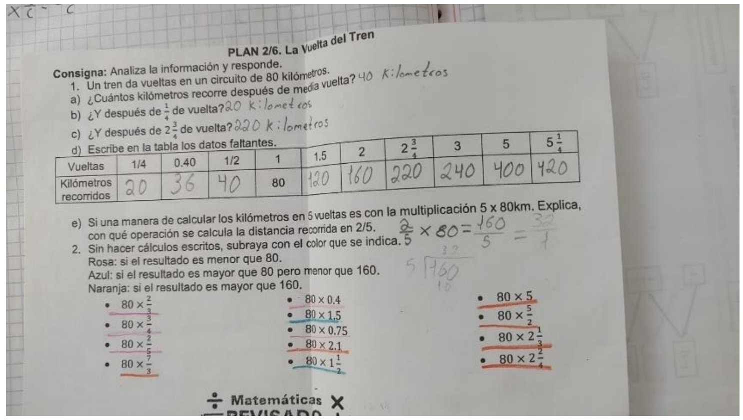









PLAN 2/6. La Vuelta del Tren

Consigna: Analiza la información y responde.

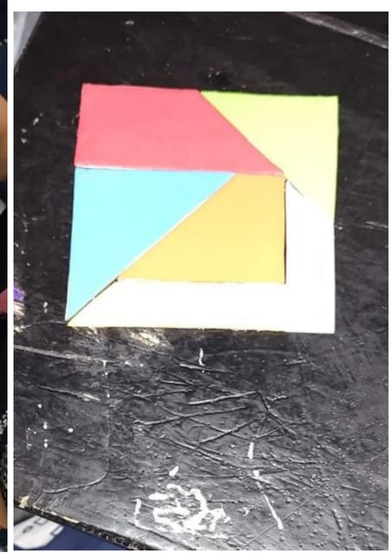
1. Un tren da vueltas en un circuito de 80 kilómetros.
   a) ¿Cuántos kilómetros recorre después de media vuelta? 40 Kilometros
   b) ¿Y después de $\frac{1}{4}$ de vuelta? 20 kilometros
   c) ¿Y después de $2\frac{3}{4}$ de vuelta? 220 kilometros
   d) Escribe en la tabla los datos faltantes.

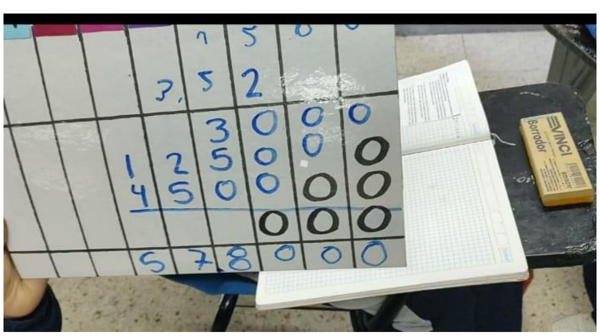
Vueltas	1/4	0.40	1/2	1	1.5	2	$2\frac{3}{4}$	3	5	$5\frac{1}{4}$
Kilómetros recorridos	20	36	40	80	120	160	220	240	400	420

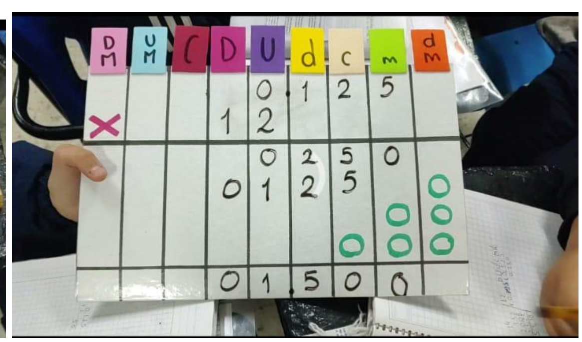
   e) Si una manera de calcular los kilómetros en 5 vueltas es con la multiplicación 5 x 80km. Explica, con qué operación se calcula la distancia recorrida en 2/5. $\frac{2}{5} \times 80 = \frac{160}{5} = \frac{32}{1}$

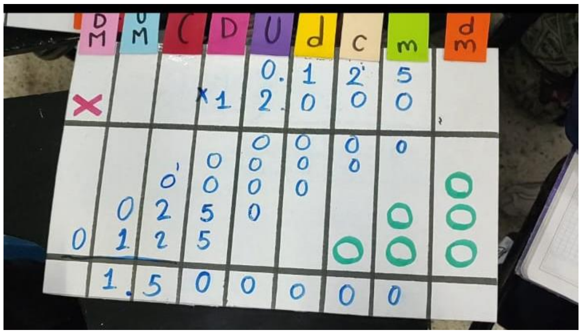
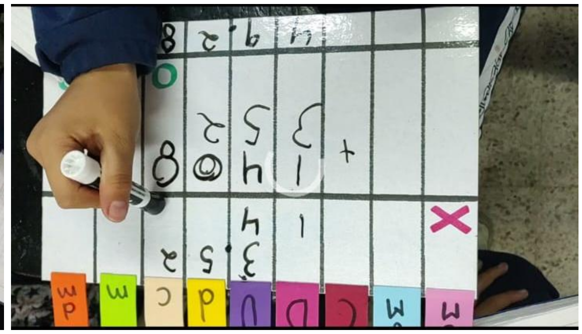
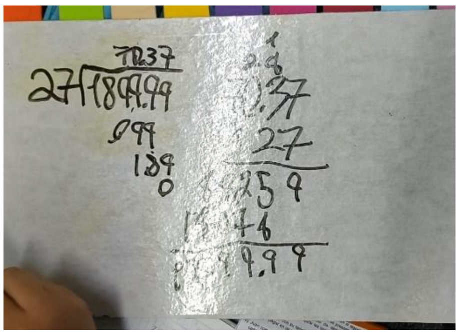
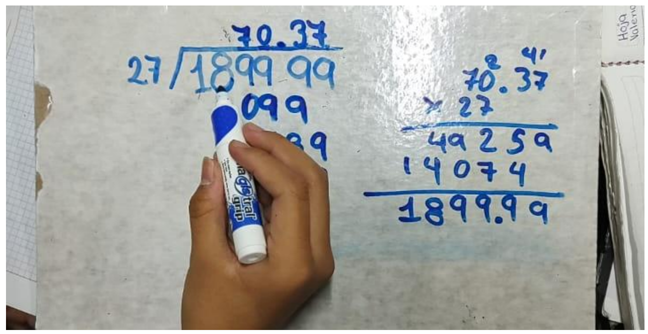
2. Sin hacer cálculos escritos, subraya con el color que se indica.
   Rosa: si el resultado es menor que 80.
   Azul: si el resultado es mayor que 80 pero menor que 160.
   Naranja: si el resultado es mayor que 160.
   - $80 \times \frac{2}{3}$
   - $80 \times \frac{3}{4}$
   - $80 \times \frac{2}{5}$
   - $80 \times \frac{7}{3}$
   - 80×0.4
   - 80×1.5
   - 80×0.75
   - 80×2.1
   - $80 \times 1\frac{1}{2}$
   - 80×5
   - $80 \times \frac{5}{2}$
   - $80 \times 2\frac{1}{3}$
   - $80 \times 2\frac{2}{4}$

Matemáticas








DM UM C D U d c m md
0.125
×1 2.000
1.500000



70.37
27/1899.99
099
70.37
× 27
49259
14074
1899.99

Anexo 8. Prueba escrita

Primer Grado
Ciclo escolar 2022-2023
Fracción como Operador

Nombre: ____

Grupo: __________ **No. De Lista:** ________________

Instrucciones: Lee detalladamente cada uno de los ejercicios y resuelve utilizando lápiz, no uses calculadora.

1. Resuelve los siguientes problemas.

a) Para decorar un mantel, Pedro compro $\frac{8}{10}m$ de encaje blanco y $\frac{6}{10}m$ de listón. Si el metro de encaje blanco cuesta $15 y el metro de listón cuesta $25, ¿por cuál de los dos materiales pago más y cuánto pago en total?

b) María decidió correr en una pista de 22 km. Ella solo ha podido correr $\frac{4}{5}$ partes del total de kilómetros. ¿Cuántos km corrió María en total?

c) Luis compró una caja de huevos; la caja contiene 72 huevos. Para elaborar pastelillos Luis emplea $\frac{12}{32}$ partes de la caja. ¿Cuántos huevos le sobrarán a Luis?

d) Margarita piensa elaborar masa para pizza. Ella cuenta con $\frac{3}{9}$ kg de harina para hornear, pero solo gastará $\frac{3}{7}$ de esta harina. ¿Cuántos kg de harina le sobraron?

e) Paco compró $\frac{7}{3}$ litros de agua natural para preparar aguas frescas. Hoy ocupó $\frac{2}{13}$ litros de esa cantidad para preparar agua de Jamaica. ¿Cuántos litros de agua natural le quedarán?

f) María necesita $\frac{8}{5}$ kg de pollo. En el súper el kg de pollo tiene un valor de $112.74 ¿Cuánto tendría que pagar María por la cantidad de pollo que necesita?

g) Roberto compro 5 paquetes de galletas de $12.35 y $\frac{18}{15}$ kg de queso manchego que cuesta $168.72 el kg. ¿Cuánto gastó en total?

h) Paco sabe que el kg de aguacate cuesta $83.96 y quiere comprar $3\,\frac{6}{10}$ kg pero solo cuenta con 272.50 ¿Cuánto tendría que pagar y menciona cuánto le sobraría o faltaría de efectivo?