



BENEMÉRITA Y CENTENARIA ESCUELA NORMAL DEL ESTADO DE SAN LUIS POTOSÍ.

TITULO: Estrategias para favorecer el cálculo mental

AUTOR: Diana Guadalupe Ramírez Hernández

FECHA: 07/26/2024

PALABRAS CLAVE: Aprendizaje, Cálculo mental, Enseñanza, Estrategias, Razonamiento matemático

SECRETARÍA DE EDUCACIÓN DE GOBIERNO DEL ESTADO
SISTEMA EDUCATIVO ESTATAL REGULAR
DIRECCIÓN DE EDUCACIÓN
INSPECCIÓN DE EDUCACIÓN NORMAL

BENEMÉRITA Y CENTENARIA
ESCUELA NORMAL DEL ESTADO DE SAN LUIS POTOSÍ

GENERACIÓN

2020



2024

“ESTRATEGIAS PARA FAVORECER EL CÁLCULO MENTAL”

INFORME DE PRÁCTICAS
QUE PARA OBTENER EL TÍTULO DE LICENCIADA EN ENSEÑANZA Y
APRENDIZAJE DE LAS MATEMÁTICAS EN EDUCACIÓN SECUNDARIA

PRESENTA:

DIANA GUADALUPE RAMÍREZ HERNÁNDEZ

ASESORA:

DRA. MARÍA ESTHER PÉREZ HERRERA

SAN LUIS POTOSÍ, S.L.P.

JULIO, 2024



BENEMÉRITA Y CENTENARIA ESCUELA NORMAL DEL ESTADO DE SAN LUIS POTOSÍ
CENTRO DE INFORMACIÓN CIENTÍFICA Y TECNOLÓGICA

ACUERDO DE AUTORIZACIÓN PARA USO DE INFORMACIÓN DEL DOCUMENTO
RECEPCIONAL EN EL REPOSITORIO INSTITUCIONAL DE LA BECENE DE ACUERDO A LA
POLÍTICA DE PROPIEDAD INTELECTUAL

A quien corresponda.
PRESENTE. –

Por medio del presente escrito DIANA GUADALUPE RAMÍREZ HERNÁNDEZ
autorizo a la Benemérita y Centenaria Escuela Normal del Estado de San Luis Potosí, (BECENE) la
utilización de la obra Titulada:
ESTRATEGIAS PARA FAVORECER EL CÁLCULO MENTAL

en la modalidad de: Informe de prácticas profesionales para obtener el
Título en Licenciatura en Enseñanza y Aprendizaje de las Matemáticas en Educación Secundaria

en la generación 2020-2024 para su divulgación, y preservación en cualquier medio, incluido el
electrónico y como parte del Repositorio Institucional de Acceso Abierto de la BECENE con fines
educativos y Académicos, así como la difusión entre sus usuarios, profesores, estudiantes o terceras
personas, sin que pueda percibir ninguna retribución económica.

Por medio de este acuerdo deseo expresar que es una autorización voluntaria y gratuita y en
atención a lo señalado en los artículos 21 y 27 de Ley Federal del Derecho de Autor, la BECENE
cuenta con mi autorización para la utilización de la información antes señalada estableciendo que se
utilizará única y exclusivamente para los fines antes señalados.

La utilización de la información será durante el tiempo que sea pertinente bajo los términos de los
párrafos anteriores, finalmente manifiesto que cuento con las facultades y los derechos
correspondientes para otorgar la presente autorización, por ser de mi autoría la obra.

Por lo anterior deslindo a la BECENE de cualquier responsabilidad concerniente a lo establecido en
la presente autorización.

Para que así conste por mi libre voluntad firmo el presente.

En la Ciudad de San Luis Potosí. S.L.P. a los 15 días del mes de JULIO de 2024.

ATENTAMENTE.

DIANA GUADALUPE RAMÍREZ HERNÁNDEZ

Nombre y Firma

AUTOR DUEÑO DE LOS DERECHOS PATRIMONIALES



San Luis Potosí, S.L.P.; a 05 de Julio del 2024

Los que suscriben, tienen a bien

DICTAMINAR

que el(la) alumno(a): C. RAMIREZ HERNANDEZ DIANA GUADALUPE
De la Generación: 2020 - 2024

concluyó en forma satisfactoria y conforme a las indicaciones señaladas en el Documento Recepcional en la modalidad de: Informe de Prácticas Profesionales.

Titulado:
ESTRATEGIAS PARA FAVORECER EL CÁLCULO MENTAL

Por lo anterior, se determina que reúne los requisitos para proceder a sustentar el Examen Profesional que establecen las normas correspondientes, con el propósito de obtener el Título de Licenciado(a) en ENSEÑANZA Y APRENDIZAJE DE LAS MATEMÁTICAS EN EDUCACIÓN SECUNDARIA

ATENTAMENTE COMISIÓN DE TITULACIÓN

DIRECTORA ACADÉMICA

MTRA. MARCELA DE LA CONCEPCIÓN MIRALLES
MEDINA



DIRECTOR DE SERVICIOS ADMINISTRATIVOS

SECRETARÍA DE EDUCACIÓN
SISTEMA EDUCATIVO ESTATAL REGULAR
BENEMÉRITA Y CENTENARIA
ESCUELA NORMAL DEL ESTADO
SAN LUIS POTOSÍ, S.L.P.

DR. JESÚS ALBERTO LEYVA ORTIZ

RESPONSABLE DE TITULACIÓN

MTRO. GERARDO JAVIER GUEL CABRERA

ASESOR DEL DOCUMENTO RECEPCIONAL

DRA. MARÍA ESTHER PÉREZ HERRERA



AGRADECIMIENTOS

A mis padres Irma y Eleazar, por creer en mí y brindarme todo su apoyo a lo largo de mis estudios, sin ellos esto no sería posible y no me encontraría en éste punto de mi vida, han sabido guiarme con su sabiduría y su motivación, estaré eternamente agradecida por ello.

A mis hermanas Karla, Jessica y Flor, por inspirarme a ser quien soy y a superarme por terminar mi licenciatura, fueron mi ejemplo a seguir.

A mi sobrino Fernando, su sonrisa y ocurrencia alegró muchos de mis días y me motivó a ser una mejor docente al ver en él los frutos de muchos de mis aprendizajes adquiridos sobre la educación.

A mis amigas que me acompañaron a lo largo de éstos cuatro años, su apoyo y su presencia me hizo disfrutar mi estancia en la normal.

A mi asesora la Dra. Esther Pérez, por su orientación, su paciencia y su apoyo a lo largo de éste proceso, pues fue fundamental para concluir el desarrollo de éste documento y con ello el poder culminar mis estudios.

A mis maestros que me han inspirado, motivado y desafiado a ser una mejor docente, sus lecciones han contribuido a mi desarrollo académico y profesional.

ÍNDICE

INTRODUCCIÓN.....	7
I. PLAN DE ACCIÓN.....	16
1.1. Diagnóstico de la situación educativa.....	16
1.1.1. Diagnóstico.....	16
1.1.2. Características Contextuales.....	17
1.1.3. Diagnóstico del grupo.....	20
1.2. Descripción y focalización del problema.....	33
1.3. Propósitos del plan de acción.....	36
1.3.1. Propósito General.....	36
1.3.2. Propósitos específicos.....	36
1.4. Revisión teórica que argumenta el plan de acción.....	37
1.4.1. Operaciones básicas.....	37
1.4.2. El cálculo mental en el razonamiento matemático.....	40
1.4.3. Definición de cálculo mental: sus características y funciones.....	41
1.4.4. Estrategias de cálculo mental.....	46
1.4.4.1. Estrategias para la suma.....	46
1.4.4.1.1. Línea numérica.....	46
1.4.4.1.2. Complemento.....	46
1.4.4.1.3. Descomposición.....	47
1.4.4.1.4. Compensación.....	48
1.4.4.2. Estrategias para la multiplicación.....	48
1.4.4.2.1. Artificios: Multiplicación por números como 101, 1 001, y similares.....	48
1.4.4.2.2. Descomposición.....	48
1.4.4.2.3. Compensación.....	49
1.4.4.2.4. Sustitución.....	49
1.5. Descripción de las acciones y estrategias.....	50
1.5.1. Ciclo reflexivo de Smyth.....	53
1.5.2. Metodología para la enseñanza del cálculo mental.....	54
1.5.3. Cronograma de actividades.....	54
1.6. Prácticas de interacción en el aula.....	56
1.6.1. Sesión 1. Descomponiendo números.....	56
1.6.2. Sesión 2. Compensación de números.....	59
1.6.3. Sesión 3. Descomponiendo en sumas.....	62
1.6.4. Sesión 4. Doble y mitad.....	64
1.6.5. Sesión 5. Resuelvo problemas.....	67

1.6.6. Sesión 6. Llegar a 100.....	68
1.6.7. Sesión 7. Aplico lo aprendido.....	69
1.7. Referentes teóricos y metodológicos.....	72
II. DESARROLLO, REFLEXIÓN Y EVALUACIÓN DE LA PROPUESTA DE MEJORA.....	74
2.1. Pertinencia y consistencia de la propuesta.....	74
2.2. Enfoques curriculares y su integración en el diseño de las secuencias de actividades.....	75
2.3. Competencias desplegadas en la ejecución del plan de acción.....	77
2.4. Descripción de las secuencias de actividades.....	81
2.4.1. Sesión 1. Actividad: Descomponiendo números.....	82
2.4.2. Sesión 2. Actividad: Compensación de números.....	87
2.4.3. Sesión 3. Actividad: Descomponiendo en sumas.....	91
2.4.4. Sesión 4. Actividad: Compensación de números.....	95
2.4.5. Sesión 5. Actividad: Resuelvo problemas.....	99
2.4.6. Sesión 6. Actividad: Llegar a 100.....	103
2.4.7. Sesión 7. Evaluación final.....	106
CONCLUSIONES Y RECOMENDACIONES.....	117
REFERENCIAS.....	122
ANEXOS.....	127

INTRODUCCIÓN

El desarrollo de la práctica profesional para la aplicación de estrategias de cálculo mental se llevó a cabo en la Escuela Secundaria General #7 Antonio Díaz Soto y Gama, con el grupo de 2°C que se integra por 32 alumnos (18 hombres y 14 mujeres) en el periodo comprendido del 2023 - 2024. Se encuentra ubicada en la colonia Fovissste, calle Padre Eusebio Kino #6 en el municipio de San Luis Potosí, S.L.P. (Ver anexo A), y cuyo director tiene por nombre Francisco González Mendoza. El horario escolar inicia desde las 7:30 am hasta las 13:40 hrs, en donde cada clase tiene una duración de 50 minutos, exceptuando el día de honores donde la primera y segunda clase se ven reducidas a 40 minutos.

Así mismo está conformada por un total de 14 grupos: 5 grupos de primero, 5 de segundo y 4 de tercero, todas ellas equipadas con mesabancos, un escritorio del docente, pizarrón, iluminación y ventilación (ventanas). Así mismo se hallan dos canchas, cuatro talleres para los alumnos (arte, mecanografía, electricidad y costura), laboratorio, aula de cómputo con 20 máquinas (que no está en uso), bodega donde se guarda el material que se utiliza en educación física, tres áreas de prefectura, sala de maestros, área de trabajo social y biblioteca.

En el contexto exterior a la escuela se localizan distintas instituciones educativas como lo son colegios y escuelas preescolares y primarias, tales como la Escuela Secundaria Francisco Eppens Helguera, Colegio Aranzazu, Escuela primaria Francisco González Bocanegra, Jardín de niños Ludwing Van Beethoven, Jardín de niños Caminito, Jardín de niños Sunny Side Kids y la Escuela preparatoria por cooperación No. 1 Benito Solis Luna. Además, existe una variedad de comercios de comida, servicios de seguridad, áreas recreativas, centros comerciales, supermercados, tiendas de abarrotes, papelerías, entre otros que sirven como puntos de reunión para los alumnos al terminar la jornada escolar.

La institución dispone de un total de aproximadamente 430 alumnos y cuya planta docente se conforma por un total de 29 maestros aunque no está completa,

puesto que hay disciplinas en las cuales no hay un maestro titular, tal como lo es artes o matemáticas en primer grado desde aproximadamente 3 años, pues en ocasiones contratan docentes por interinatos quienes sólo se presentan por algunas semanas

Lo anterior dicho influye de manera negativa en los estudiantes de segundo grado, pues no han adquirido los conocimientos que el plan de estudios establece al no llevar una enseñanza consecutiva de los contenidos, especialmente en operaciones básicas, lo cual afecta el logro de los aprendizajes, y a su vez vuelve más difícil el proceso de enseñanza y aprendizaje para el docente al tener que retroceder en contenidos básicos que los estudiantes ya deben de dominar.

La relevancia del tema tiene origen en las prácticas educativas donde un tema que sale a relucir y que es una problemática que se ha considerado en los alumnos al momento de trabajar los contenidos matemáticos, es que los estudiantes carecen de habilidades al trabajar con las operaciones básicas, también conocidas como operaciones aritméticas fundamentales, tanto mentalmente como por escrito.

Ésto dificulta el aprendizaje puesto que al momento de que el docente plantea las estrategias a seguir para que los alumnos puedan comprender un tema, el proceso se vuelve más complicado cuando los alumnos no poseen éstas herramientas básicas. En este sentido, que el alumno sea capaz de desarrollar esta habilidad facilitará al docente la enseñanza de contenidos sin necesidad de detenerse en aspectos básicos.

Aunado a ésto, saber realizar operaciones básicas como lo son la suma, resta, multiplicación, división, potenciación y radicación no implica solamente poder operar con los números por escrito y dar un resultado, va más allá de ello, considerando aspectos como lo es el comprender cómo están estructurados los números y cuáles son sus propiedades y relaciones.

De ésta manera se puedan utilizar a favor éstos conocimientos para poder generar sus propias estrategias y así realizar una estimación mental sin necesidad de recurrir a una herramienta tecnológica como lo puede ser una calculadora, el celular, una tablet, entre otros, sino al contrario, recurrir al uso de las herramientas matemáticas para resolver problemas: suma, resta, multiplicación, división, potenciación y radicación.

El cálculo mental es esencial para su vida diaria, por ejemplo ¿qué pasa cuando se acude al supermercado o a la tienda y es necesario estimar un costo aproximado de lo que se va a gastar al comprar determinados productos? ¿o cuando hay que calcular el cambio que se debe devolver?, ¿y cuando hay alguna oferta en el supermercado y se requiere estimar el precio del producto si se compra?, ¿o qué cuando es necesario dividir la cuenta entre una cierta cantidad de amigos?. Sería mentira si se generaliza que en cada caso similar se hace uso de la calculadora o celular al efectuar la operación, cuando en situaciones de la vida diaria muchas veces esto no es posible.

Es por esto que en un contexto cotidiano para los alumnos el desarrollo de la habilidad de cálculo mental les trae consigo beneficios que pueden aplicar en cualquier situación que les demande realizar un simple cálculo de suma, resta, multiplicación, división, potenciación o radicación, pues con relación a ello, Northcote y McIntosh (1999, citados por González, Butrón, y Juárez, 2020) señalan que en un lapso de 24 horas de nuestra vida cotidiana el cálculo mental toma lugar al menos un 84.6%, los cálculos escritos un 11%, mientras que la calculadora un 6.8%; así mismo se resalta que el 60% son cálculos estimados y un 40% son exactos (p. 122).

Más allá de ello e independientemente de lo útil que es el cálculo mental en la vida cotidiana, éste contribuye al desarrollo del sentido numérico, que es la capacidad de comprender y utilizar los números de manera intuitiva, pues tal como lo define Greeno (1991) “se refiere a varias capacidades importantes de lo sujetos,

incluyendo cálculo mental flexible, estimación numérica y razonamiento cuantitativo” (Greeno, 1991, p. 170, como se citó en Godino J., 2009).

De manera que, para delimitar que un alumno posee la habilidad de cálculo mental, no es estrictamente necesario que éste dé una respuesta exacta hacia la operación que se le propone, sino que más bien sea capaz de dar un resultado aproximado al real, es decir que estime el valor, pues el hecho de considerar a la matemática como una ciencia exacta hace suponer que el cálculo mental también lo debe de ser, cuando la realidad es que basta con estar dentro de un margen establecido cercano a la solución precisa para delimitar a la respuesta como acertada, es decir considerar grados de validez que dependen de la situación y de quien evalúa, ya llevado a un nivel de estudio o investigación.

Y no es solo lo anteriormente dicho, sino que también implica que el alumno conozca las propiedades de las operaciones (tales como la asociativa y conmutativa con respecto a la suma y la multiplicación, y la distributiva con respecto a la multiplicación, para fines del presente documento), y las utilice como una herramienta para generar sus propias estrategias al realizar la operación de tal manera que se “sustituya” por una más sencilla pero equivalente, y que de esta manera le sea posible aproximar el resultado.

Con relación a lo anterior, el perfil de egreso establecido en el plan de estudios 2017 de educación secundaria indica cuáles son los conocimientos y habilidades que el estudiante debe haber adquirido al finalizar su educación secundaria, y que dentro del ámbito de pensamiento matemático se encuentra: “Amplía su conocimiento de técnicas y conceptos matemáticos para plantear y resolver problemas con distinto grado de complejidad, así como para modelar y analizar situaciones. Valora las cualidades del pensamiento matemático” (SEP 2017), siendo en este sentido que el cálculo mental forma parte de una técnica para la resolución de problemas, y que además se ve involucrado en todos los contenidos matemáticos desde primero hasta tercer grado de secundaria.

Así mismo los propósitos por nivel educativo que proporciona el plan de estudios 2017 muestran que desde primaria se tiene como uno de ellos al cálculo mental, al “Utilizar de manera flexible la estimación, el cálculo mental y el cálculo escrito en las operaciones con números naturales, fraccionarios y decimales.”; en el nivel secundaria está el propósito de “Utilizar de manera flexible la estimación, el cálculo mental y el cálculo escrito en las operaciones con números enteros, fraccionarios y decimales positivos y negativos” (SEP, 2017), de tal manera que al pasar por el proceso de transición del nivel de primaria a secundaria únicamente se agrega el manejo de los números con signo, es decir de los naturales a los enteros.

Es así como se resalta la importancia del desarrollo de habilidades de cálculo mental y estimación para contribuir a la formación integral del alumno, donde además se menciona que es importante que desarrollan procedimientos sistemáticos de cálculo accesibles, tal como se tiene establecido en el presente documento, de manera que al finalizar su educación básica secundaria cumplan con el perfil de egreso establecido en el plan y programa de estudios.

El origen del interés del docente en formación por esta problemática tiene raíz desde el inicio de las primeras prácticas en la escuela secundaria general “Camilo Arriaga” durante el tercer semestre del año 2021, pues en ésta la docente titular de matemáticas realizaba la aplicación del cálculo mental diariamente con sus estudiantes al inicio de las clases, a través de la aplicación del dictado de operaciones, de la memorización de las tablas de multiplicar, y del basta matemático, además de que era un requisito el continuar su implementación en las jornadas de práctica.

Observar la aplicación del cálculo mental por la docente titular fue algo nuevo e interesante, ya que al observar y analizar la actitud de los estudiantes era notorio cómo captaba su atención y los motivaba a iniciar la clase con un mayor interés, en comparación con las demás disciplinas. Es así como desde las prácticas del cuarto semestre del año 2022 se decidió continuar con la

implementación del cálculo mental como actividad de inicio de las clases, donde se recibió una respuesta positiva por parte de los alumnos a quienes les gustaba iniciar así la clase.

De igual manera, al inicio de las prácticas del séptimo semestre del ciclo escolar se llevó a cabo la aplicación de ejercicios de cálculo mental para analizar la reacción y atención de los alumnos ante esta dinámica y así tener un antecedente de cómo se podría aplicar más adelante, y con ellos se obtuvieron resultados favorables en cuanto al interés de los alumnos, pues algunos de ellos argumentaron en el diario de clase lo siguiente:

“Me gustó cuando hicimos cálculo mental y juntarnos en parejas, porque siento que el cálculo mental nos sirve para resolver de manera rápida alguna operación, y porque así podemos convivir y al mismo tiempo relacionarnos con nuestros demás compañeros.”

“Aprendí cosas como pensar con la cabeza, más que nada es un juego para la mente y para que se nos haga más fácil hacer rápido una operación.”

Es así como de manera general existen tres vertientes que han motivado a la docente en formación a llevar a cabo la implementación de diversas estrategias de cálculo mental: la primera de ellas es su importancia para que los alumnos posean la facilidad de resolver operaciones básicas y con ello contribuir a la comprensión de cualquier otro tema matemático, así como llevar éste aprendizaje a un contexto real y cotidiano donde los alumnos se ven en la necesidad de realizar operaciones mentales aproximadas, y finalmente para mejorar su agilidad mental.

En cuanto a la problemática planteada, actualmente en la secundaria de práctica ha sido notorio cómo los alumnos han presentado dificultades desde la resolución escrita de operaciones que se pudieran considerar sencillas como lo es una división, por ejemplo al dividir 400 entre 4, o que han presentado dificultades

en temas de conversión de unidades, donde el uso de la multiplicación y división es indispensable, debido a que tardan un tiempo mayor al esperado en efectuar la operación escrita, puesto que no consiguen realizarlas sin estar revisando constantemente las tablas de multiplicar o al realizar la división con resta sin ser capaces de hacerla de manera mental y directa.

En este sentido la dificultad de los alumnos hacia una resolución mental ha traído consigo que los contenidos matemáticos correspondientes a las jornadas de práctica no se logren como se tienen planeados por el tiempo que los estudiantes tardan en realizar operaciones básicas, y que además afecta a aquellos que dominan el tema al tener que detenerse en operaciones sencillas.

Objetivos

Objetivo General

Reflexionar la práctica docente para analizar la efectividad de la implementación de estrategias para mejorar la habilidad del cálculo mental de las operaciones básicas de suma y multiplicación en los alumnos de segundo grado de secundaria.

Objetivos Específicos

- Implementar una secuencia de estrategias que favorezca la enseñanza y el aprendizaje del cálculo mental en los estudiantes.
- Analizar el proceso de aprendizaje de los alumnos para mejorar la enseñanza del cálculo mental.
- Valorar las estrategias aplicadas para la adquisición de la habilidad del cálculo mental.

Las competencias que se desarrollaron durante la práctica se presentan a continuación:

Competencia genérica. Con relación a lo que se espera que todo docente debe de cumplir al egresar de la licenciatura como un profesional.

- Soluciona problemas y toma decisiones utilizando su pensamiento crítico y creativo.

Competencia profesional. Relacionadas con aquellos conocimientos, habilidades, actitudes y valores necesarios para ejercer la profesión docente en los diferentes niveles educativos.

- Utiliza la innovación como parte de su práctica docente para el desarrollo de competencias de los estudiantes.

Competencia disciplinar Relacionadas al tipo de conocimientos en el ámbito de las matemáticas.

- Construye argumentos para diseñar y validar conjeturas en todas las áreas de las Matemáticas en diferentes situaciones.

El presente trabajo de investigación se encuentra integrado por seis apartados que a continuación se describen; como primer apartado se encuentra la introducción que presenta una síntesis de lo que el documento abarca, tal como el lugar en donde se desarrolló la práctica profesional, la relevancia del tema así como el interés personal sobre el mismo, la contextualización sobre la problemática del uso del cálculo mental, el objetivo general y específicos del documento y las competencias que se pretenden desarrollar.

En el segundo apartado y primer capítulo se describe la secuencia del plan de acción, donde se explica de manera más detallada el diagnóstico del grupo donde se identificó la problemática planteada, abarcando el aspecto del contenido matemático y del contexto interno, externo y áulico. Se observan los propósitos determinados para el plan de acción, tanto el general como los específicos, con el objetivo de establecer una ruta a seguir.

Enseguida se muestra la investigación teórica que sustenta la secuencia de actividades y la metodología a seguir en su aplicación, abarcando aspectos de la disciplina de matemáticas. Así mismo se presenta la descripción detallada de cada una de las sesiones, donde se incluyen las operaciones propuestas, la explicación de las estrategias a implementar y la forma de evaluación.

En el tercer apartado y segundo capítulo se presenta la descripción detallada de la aplicación del plan de acción, donde se describe lo que sucedió en la clase, las dificultades presentadas, los aspectos en que se tuvo éxito, los sucesos importantes, el sustento de la efectividad de cada sesión, las posibles rutas de mejora y la evaluación realizada.

Enseguida se encuentra el cuarto apartado que abarca la conclusión obtenida de la aplicación de la secuencia y su efectividad así como la respuesta a la pregunta general de investigación y a las preguntas específicas que se plantearon en un inicio; posteriormente se hallan las sugerencias y recomendaciones para una posible futura aplicación.

Finalmente, en el quinto y sexto apartado se encuentran las referencias y fuentes de consulta utilizadas en el documento, así como los anexos donde se muestran las evidencias de trabajo de los estudiantes e instrumentos empleados, respectivamente.

I. PLAN DE ACCIÓN

1.1. Diagnóstico de la situación educativa

1.1.1. Diagnóstico

Parte fundamental de la aplicación del plan de acción es conocer a la población con la que se está trabajando, puesto que para analizar si hubo un avance o un progreso es necesario comparar los resultados finales con datos sobre el conocimiento previo de los estudiantes, es por ello que se llevó a cabo la realización de un diagnóstico que abarcara tanto el aspecto escolar, social y aúlico de los alumnos y alumnas del segundo grado grupo C en la escuela secundaria Antonio Díaz Soto y Gama.

El plan y programa de estudios de educación básica hace referencia a éste diagnóstico en cuanto a la parte de la formación del docente como un actor que conoce a sus alumnos y que conoce la manera de aprender de estos con el objetivo de intervenir para la mejora y la adquisición del aprendizaje (p.45, 2017), puesto que no se puede realizar el proceso de enseñanza sin tener idea de cuál es la manera de trabajo más efectiva, a qué situaciones es posible enfrentarse y cómo se hará, qué estrategias se deberán de implementar, cómo se evaluará el aprendizaje de los alumnos, entre otros.

La SEP define al diagnóstico educativo como:

El punto de partida para conocer la situación de la escuela en relación con los diferentes ámbitos de gestión escolar y es la base para elaborar los objetivos, las metas y acciones [...] que contribuyan a atender las problemáticas identificadas como prioritarias por su impacto en el logro de los aprendizajes de niñas, niños y adolescentes (NNA). (SEP, 2023, p.2)

De esta manera, la anterior definición es útil como premisa de que el diagnóstico permitirá contribuir a la toma de decisiones para la mejora en la gestión de la escuela y el proceso de enseñanza y aprendizaje, pues se le

considera como una base para la elaboración y aplicación de cualquier plan y/o propuesta de intervención, y que va desde el primer acercamiento que se tiene con cada uno de los estudiantes, hasta llegar a una visión más amplia y general de lo que son en conjunto, abarcando aquello que los caracteriza así como la dinámica escolar y áulica.

Un diagnóstico realizado por Ríos Higuera, S., y Espinoza Cid acerca de la comprensión lectora de estudiantes permite ver claramente éste proceso de la creación de reactivos, su la aplicación y finalmente el análisis de los resultados con el objetivo final de obtener una mejora, que en este caso se vio reflejado como la identificación de las áreas de oportunidad de los estudiantes con el fin de implementar estrategias específicas para mejorar la comprensión lectora, y que si bien no es algo que esté relacionado directamente con la matemática, sí permite analizar la utilidad del diagnóstico no sólo como un instrumento de análisis y evaluación, sino también como una base para proponer acciones concretas orientadas a la mejora (2019).

1.1.2. Características Contextuales.

El contexto externo hace referencia a todos aquellos elementos ajenos al entorno escolar, que puede influir en su educación y en la manera en que este se desarrolla, aprende y se relaciona con sus compañeros y docentes. La puerta para el ingreso de los alumnos se encuentra abierta desde las 7:00 am, siendo que el horario de entrada es a las 7:30 am, sin embargo si el alumno llega antes de las 7:00 am sin problemas se le cede el paso, así mismo el horario de salida es a las 13:40 hrs, por la misma puerta de acceso.

En los alrededores se encuentran distintas instituciones educativas como las mencionadas anteriormente; así mismo hay diferentes y variados comercios que van desde puestos de comida, restaurantes, oxxos, papelerías, un centro comercial cercano (Plaza El Dorado), panaderías, supermercados, farmacias, un parque, entre otros, y también se ubica una estación de policía justo al final de la calle principal Padre Eusebio Kino, de tal manera que se puede dilucidar cómo la

escuela está ubicada en una muy buena zona con accesibilidad a casi cualquier giro de comercio e institución.

En cuanto al contexto escolar interno, éste hace referencia a todo aquel elemento que se encuentra dentro de la institución educativa y que incluye directamente en el aprendizaje del estudiante. Al inicio de la jornada escolar, los padres acostumbran dejar a los alumnos en el portón de acceso principal de la institución, donde además los alumnos van ingresando en fila y en el portón se encuentran los prefectos y en ocasiones la subdirectora o el director para revisar el uniforme, corte de pelo y peinado.

Cada clase tiene una duración de 50 minutos, exceptuando el día lunes pues se llevan a cabo los honores a la bandera durante parte de la primera y segunda clase, y por ende se reducen a 40 minutos. Durante la salida a las 13:40 pm los alumnos nuevamente salen en fila, mientras que los padres de familia los esperan afuera, algunos de ellos en coche quienes deben seguir una fila para avanzar, pues la calle es bastante estrecha.

La institución dispone de aulas de clase equipadas con mesa bancos, y únicamente dos de ellas tienen una pantalla táctil, impresora, proyector y computadora que sin embargo no están en funcionamiento. Disponen de servicios básicos de agua, drenaje, luz y red telefónica, y en cuanto a seguridad la escuela posee cámaras en los diferentes salones y áreas, así como con un cercado de alambre de púas en los muros.

Cabe mencionar que la institución dispone de escasos recursos para el uso de tecnología, pues si bien está la opción del uso del cañón, es complicado llevarlo a las aulas por las subidas y bajadas del voltaje que pueden ocasionar un corto circuito en el mismo, de manera que para poder usarlo se lleva a los alumnos a la biblioteca donde sí hay un regulador eléctrico que permite poder utilizarlo con seguridad.

Así mismo se tiene el apoyo por parte de la Unidad de servicios de apoyo a la educación regular (Usaer) para aquellos alumnos con discapacidad o necesidades educativas, como los hay con discapacidad de movimiento, problemas de aprendizaje y de habla - escritura, entre otros con problemas familiares que son los más recurrentes, pues inclusive en los consejos técnicos es un tema que siempre está en discusión y que afecta directamente la dinámica del aula de clase, pues los estudiantes suelen tener una mala relación de convivencia, además de que con relación a la dinámica familiar está la continua inasistencia de los estudiantes por largos periodos de tiempo que abarcan hasta la semana entera.

El contexto escolar áulico hace referencia al ambiente de convivencia entre los alumnos y alumnas del grupo en cuestión, y que se ve determinada por su entorno escolar y familiar. Durante la estancia en la secundaria de prácticas se ha logrado tener un buen acercamiento con los estudiantes, de tal manera que se ha podido observar una buena relación entre alumno/a - docente (tanto la titular como la docente en formación), pues si bien son considerados por los demás docentes como un grupo caótico, son alumnos trabajadores y dedicados que necesitan estar ocupados para mantenerse en orden.

Específicamente se observó cómo fue cambiando la dinámica con la docente en formación desde el inicio de las jornadas de práctica hasta la última semana (novena semana) de una manera satisfactoria, puesto que en un inicio la dinámica de trabajo era más lenta, donde se les dejaba un tiempo de trabajo y resolución amplio (en ocasiones tomándose un tiempo hasta de 20 minutos) que no era lo más común para ellos puesto que son de trabajar muy rápidamente, lo cual ocasionó que se generará un constante desorden.

Sin embargo, conforme se avanzó en las clases, el tiempo destinado a la resolución llegó a disminuir, mientras que la inclusión de una mayor cantidad de actividades más complejas creció, lo cual se vio reflejado de una manera muy positiva, pues los estudiantes se encontraban en orden y con una manera de

trabajar más eficaz. Esto no quiere decir que no haya alumnos inquietos, sino que más bien es indispensable estar en constante observación de que se encuentren trabajando y estarlos motivando constantemente porque sino el desorden comienza y se va incrementando de manera rápida.

En este sentido se puede decir que son un grupo trabajador, son colaborativos con el trabajo en clase y sobre todo muy participativos, pues aunque puedan no tener la respuesta correcta son capaces de hablar frente al grupo y son persistentes hasta llegar a una respuesta positiva. Es por este motivo que se decidió elegir al grupo de 2°C para la aplicación de la intervención de mejora, ya que su característica de participación permitirá un mejor desarrollo de la planificación, además de que sus participaciones motivan a indagar las mejores estrategias de cálculo mental idóneas para cada ejercicio propuesto.

1.1.3. Diagnóstico del grupo

A continuación se expone un informe de los resultados del examen diagnóstico aplicado en el grupo de 2°C cuyo fin fue el de analizar los conocimientos previos de los alumnos sobre el uso del cálculo mental de las operaciones básicas de suma y multiplicación que poseen, así como su agilidad mental al resolver operaciones, y el cual constó de dos partes (Ver anexo B).

La primera consistió en un examen dictado en el cual la docente dictó una serie de 10 ejercicios de cálculo mental, 5 sumas y 5 multiplicaciones (véase anexo B), donde posteriormente el alumno hizo la resolución mental sin operaciones escritas, y anotó el resultado en una hoja que se le proporcionó, para ello durante cada operación se les dio un lapso de 10 segundos para responder a cada una.

La segunda parte consistió en un examen escrito de operaciones de suma y multiplicación para el cual disponían de un minuto y medio, es decir un promedio de nueve segundos por operación (nuevamente cinco operaciones de cada una);

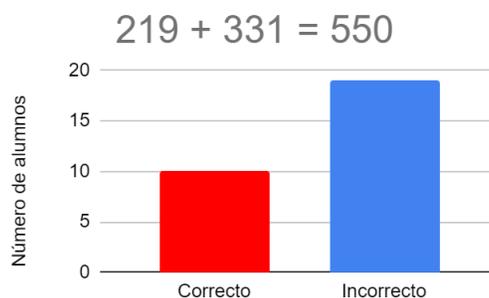
cuyo propósito fue identificar en qué tipo de operación básica y en cuáles ejercicios presentaron mayores dificultades.

Así mismo fue necesario indicarles que, a pesar de ser escrito, no se podía realizar operaciones en la hoja de examen, pues el objetivo era que usaran la resolución mental, no la escrita, por lo que únicamente debían de escribir el resultado de la operación. En la parte trasera del examen se les pidió seleccionar una de las operaciones de las que venían planteadas y describir detalladamente cómo obtuvieron la respuesta y, de ser el caso, describir la o las estrategias utilizadas.

Por lo tanto con esta segunda parte se buscó identificar si los alumnos utilizan estrategias y si es así, cuáles utilizan, de manera que al finalizar la aplicación del plan de acción se pueda hacer la comparación de si se logró la adquisición de mayores estrategias y de habilidad mental. La gráficas mostradas a continuación presentan los resultados del examen oral de la operación de suma:

Figura 1

Resultados obtenidos del Reactivo 1. Diagnóstico

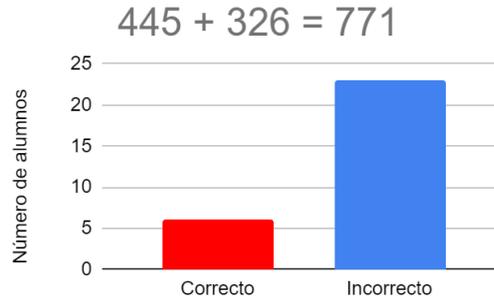


Nota. La figura muestra los resultados obtenidos del reactivo 1 de la evaluación diagnóstica. Elaboración propia.

El reactivo de la Figura 1 muestra que las respuestas de los estudiantes son en su mayoría incorrectas con un total de 10 respuestas aprobatorias y 19 reprobatorias, esto a pesar de que la respuesta es un número múltiplo de 10 y que por ende puede resultar más fácil de calcular y retener para los alumnos.

Figura 2

Resultados obtenidos del Reactivo 2. Diagnóstico

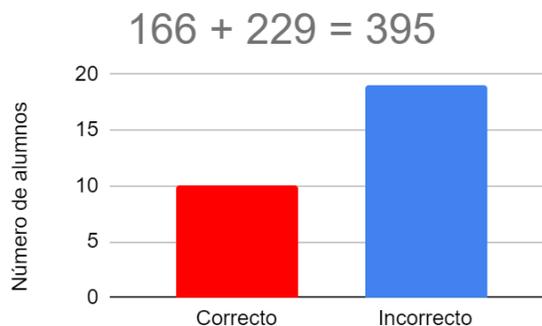


Nota. La figura muestra los resultados obtenidos del reactivo 2 de la evaluación diagnóstica. Elaboración propia.

El índice de respuestas correctas mostradas en la Figura 2 disminuye aún más teniendo un total de únicamente 6 aciertos contra 23 respuestas incorrectas, el problema principal puede derivarse de que al descomponer la cifra hay que retener hasta 3 sumas distintas: $400 + 300 = 700$, $40 + 20 = 60$ y $5 + 6 = 11$, donde esta última debe de sumarse al resultado de las otras dos ($700 + 60$), lo que puede ocasionar confusión o una suma errónea, tal como 761 o 766.

Figura 3

Resultados obtenidos del Reactivo 3. Diagnóstico

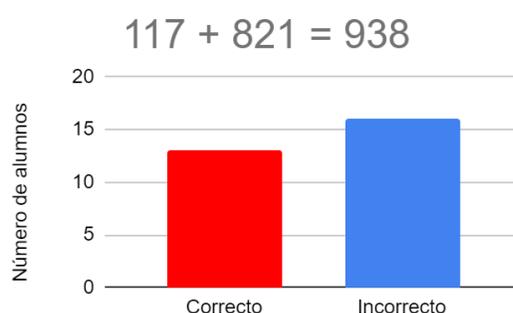


Nota. La figura muestra los resultados obtenidos del reactivo 3 de la evaluación diagnóstica. Elaboración propia.

La cantidad de respuestas incorrectas en el reactivo de la Figura 3 sigue siendo mayor a las correctas con un total de 19 y 10 respectivamente; aquí nuevamente se presenta el problema de que al descomponer las cifras y sumarlas una a una ($100 + 200 = 300$, $60 + 20 = 80$ y $6 + 9 = 15$) se le suman decenas de menos dándoles como resultado 385, 335 o 340.

Figura 4

Resultados obtenidos del Reactivo 4. Diagnóstico

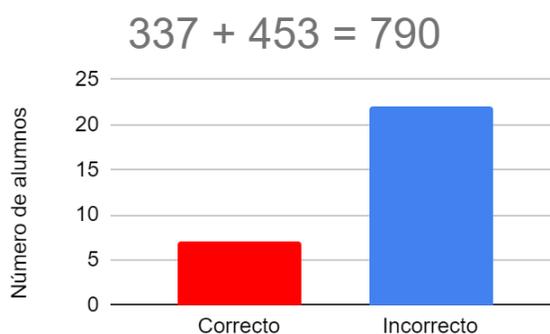


Nota. La figura muestra los resultados obtenidos del reactivo 4 de la evaluación diagnóstica. Elaboración propia.

De los reactivos de suma éste fue en el que el índice de estudiantes con una respuesta acertada fue mayor, siendo éstas un total de 13 contra 16 incorrectas. De éstas 16 incorrectas, 10 alumnos no respondieron a la operación, y aquellos que sí, se equivocaron por una unidad, dando como resultado 939 y 940.

Figura 5

Resultados obtenidos del Reactivo 5. Diagnóstico

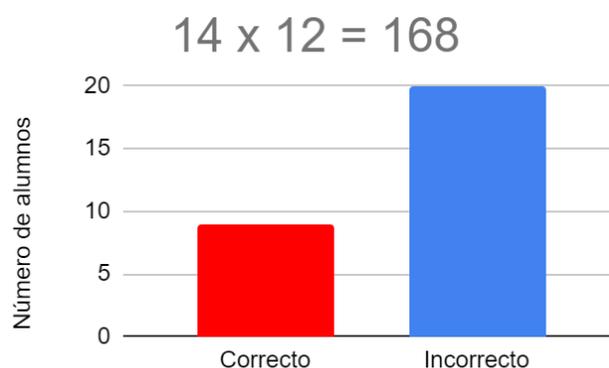


El reactivo tuvo un total de 7 respuestas correctas y 22 incorrectas, donde aquellos que se equivocaron fue principalmente porque (1) no respondieron a la operación y (2) porque se quedaron a mitad de la suma, es decir les faltó sumar alguna cantidad, por ejemplo: $337 + 400 = 737$ o $300 + 453 = 753$. Algunos otros dieron respuestas muy diferentes al resultado, tales como 138, 158 o 132, cuyo valor pudiera darse debido a que el resultado de la resta de ambos números es de 116.

La gráficas mostradas a continuación presentan los resultados del examen oral de la operación de multiplicación:

Figura 6

Resultados obtenidos del Reactivo 6. Diagnóstico

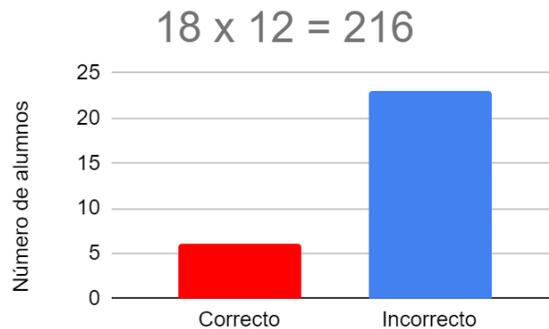


Nota. La figura muestra los resultados obtenidos del reactivo 6 de la evaluación diagnóstica. Elaboración propia.

En éste primer reactivo del apartado de la multiplicación, una gran parte de los alumnos no respondió a la operación, dando como resultado un total de nueve respuestas correctas y 20 incorrectas, además de que aquellos que sí respondieron pero obtuvieron un resultado erróneo dieron como resultado 158 y 400.

Figura 7

Resultados obtenidos del Reactivo 7. Diagnóstico

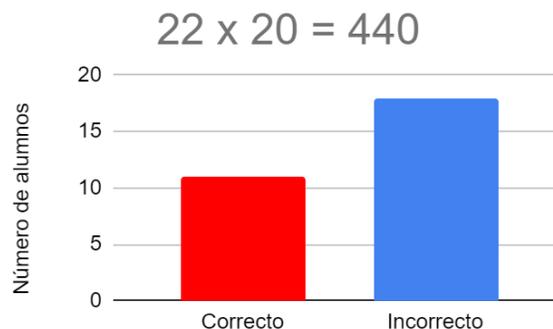


Nota. La figura muestra los resultados obtenidos del reactivo 7 de la evaluación diagnóstica. Elaboración propia.

En éste segundo reactivo hubo un total de 6 aciertos y 23 desaciertos, de los cuales 21 no respondieron y los otros dos dieron como respuesta 345 y 128. Ésta última se debe a que el alumno multiplicó únicamente $12 \times 10 = 120$, y en lugar de hacer la multiplicación de 12×8 , sumó éste último como unidad, es decir $120 + 8$.

Figura 8

Resultados obtenidos del Reactivo 8. Diagnóstico

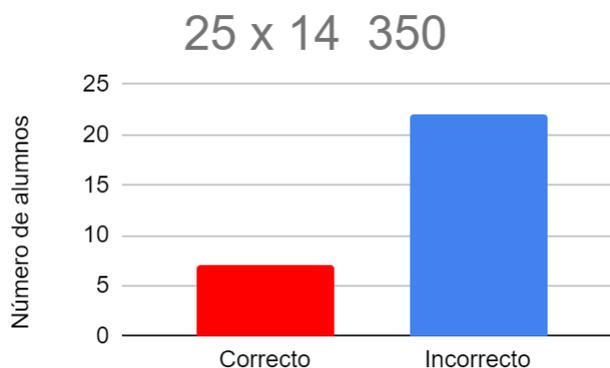


Nota. La figura muestra los resultados obtenidos del reactivo 8 de la evaluación diagnóstica. Elaboración propia.

La gráfica anterior muestra que un total de 11 estudiantes obtuvieron un resultado correcto, mientras que 18 alumnos obtuvieron uno incorrecto, de los cuales 15 no respondieron y los 14 restantes dieron resultados como 133, 200 y 220. Estos dos últimos pueden originarse debido a que al separar la multiplicación como producto de sumas, únicamente se multiplicó 20×10 (donde faltó multiplicar 20×12) y en que se multiplicó 22×10 (donde faltó multiplicar nuevamente 22×10).

Figura 9

Resultados obtenidos del Reactivo 9. Diagnóstico

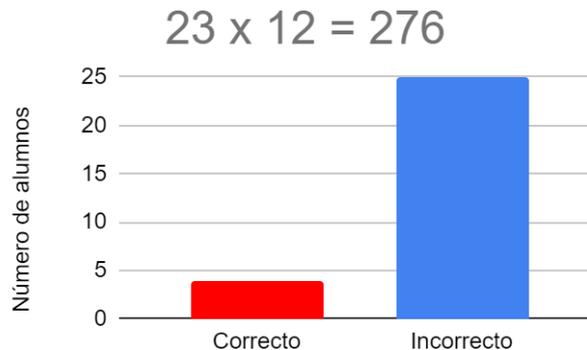


Nota. La figura muestra los resultados obtenidos del reactivo 9 de la evaluación diagnóstica. Elaboración propia.

En éste reactivo hubo un total de 7 respuestas correctas y 22 incorrectas, de las cuales 17 alumnos no respondieron y los restantes dieron como resultado 250 cuyo origen se considera que se debe a que multiplicaron únicamente 25×10 , así como que en el resultado de 351 el error fue por una unidad, el 280 siendo resultado de multiplicar 14×20 , pero falta de multiplicar 14×5 , y 356 de error por 6 unidades, y 230.

Figura 10

Resultados obtenidos del Reactivo 10. Diagnóstico



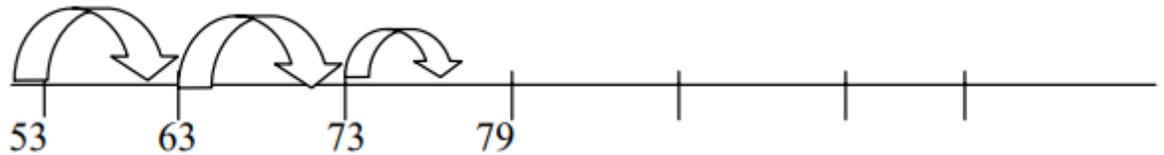
Nota. La figura muestra los resultados obtenidos del reactivo 10 de la evaluación diagnóstica. Elaboración propia.

En éste último reactivo hubo un total de 4 aciertos y 25 respuestas erróneas, de las cuales 23 no respondieron y dos de ellos respondieron 253 (que se debe a que multiplicaron 23×10 y le sumaron un 23, faltando sumar nuevamente 23) y 268.

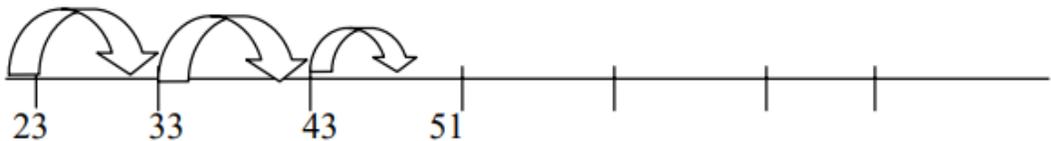
Al analizar las gráficas se observa cómo en ninguno de los 10 ejercicios los estudiantes obtuvieron una calificación aprobatoria superando la media de 15 estudiantes de 29 a los cuales se les aplicó en total, sobre todo en las operaciones de multiplicación donde la cantidad de alumnos que obtuvieron un resultado incorrecto supera por un alto nivel a aquellos que respondieron correctamente.

En el caso de la suma el porcentaje de aprobación más alto fue la operación de $117 + 821 = 938$ con un 44,85%, donde el posible proceso mental empleado pudo ser uno de los más sencillos y comunes: Línea numérica o saltos de 10, que de acuerdo con Ortega. et al se refiere a resolver sumas o restas de forma gradual, empleando sumas o restas con llevadas, tal como se ejemplifica a continuación (p.10, 2005):

Suma con llevadas: $57 + 26$: 57, 67, 77 + 6 = 83



Resta con llevadas: $51 - 23$: 23, 33, 43, $51 - 43 = 28$



En éste sentido la suma o resta con llevadas consiste en que a partir de una de las dos cifras se le suma la segunda cifra de manera separada en orden de posición, por ejemplo si se tiene $131 + 36$ se toma una decena de la segunda cifra para obtener $131 + 10 = 141$, enseguida se toma otra decena y se suma, obteniendo 151, nuevamente se toma otra decena dando como resultado 161 y finalmente se le suman las 6 unidades restantes, obteniendo así 167; es decir se va sumando mentalmente de centena por centena, decena por decena, unidad por unidad, y demás valores posicionales.

Así mismo en la multiplicación el porcentaje de aprobación más alto fue la operación de $22 \times 20 = 440$ con un 37.95%; donde el promedio general de aprobación de las operaciones de suma fue de 31.7% en comparación del promedio general de aprobación de las operaciones de multiplicación con un 25.5%. Aquí se pudo haber hecho uso de la estrategia multiplicativa de la descomposición donde se hace uso de cantidades menores que las dadas, para la cual Ortega da ejemplos específicos de su uso, tales como:

$$\text{La multiplicación de } 37 \times 12 = 37 \times 3 \times 4 = 111 \times 4 = 444$$

Y para éste ejemplo en específico el procedimiento a seguir pudo ser el siguiente:

$$22 \times 20 = 22 \times 10 \times 2 = 220 \times 2 = 440$$

Estos resultados dejan en evidencia la carente habilidad de aplicación de estrategias o procedimientos eficaces para la resolución de operaciones mentales, pues incluso en el tipo de operación considerada de las más básicas y esenciales siendo ésta la suma, el índice de aprobación se identifica como deficiente. Como segunda parte del diagnóstico está la evaluación escrita (véase anexo C) y cuyos resultados se presentan en la Tabla 1.

Tabla 1

Resultados del diagnóstico por operación

Operación	Respuesta correcta	Respuesta incorrecta
717 + 223 = 940	16	13
918 + 323 = 1241	20	9
416 + 329 = 745	18	11
691 + 484 = 1175	16	13
818 + 199 = 1017	12	17
43 x 8 = 344	9	20
77 x 5 = 385	11	18
18 x 18 = 324	4	25
29 x 9 = 261	6	23
17 x 12 = 204	3	26

Nota. Elaboración propia

La tabla y el análisis posterior de los datos permite rescatar datos interesantes como el hecho de que (1) la calificación promedio es del 4.8, en comparación con la del examen oral que es de 3.5; (2) el número de alumnos que obtuvieron una respuesta correcta disminuye considerablemente hacia la última operación; y (3) el número de estudiantes que obtuvieron una solución acertada es mayor en la operación de suma y menor en la operación de multiplicación.

Respecto al primer punto se considera que un factor importante que contribuye a éste aumento en el promedio es el hecho de que sea escrito, puesto que durante la aplicación del examen oral los estudiantes argumentaban que era complicado recordar las cantidades que debían de sumar y multiplicar, mientras que en el examen escrito se absolvieron de éste problema al poder tener las cantidades presentes sin necesidad de memorizarlas.

En cuanto al segundo punto se ha llegado a la conclusión de que el factor que influyó negativamente para que ésto sucediera fue el tiempo, puesto que para los primeros ejercicios el tiempo era mayor y mientras el alumno avanzaba en la resolución el plazo disminuye y por ende los últimos ejercicios quedaron sin respuesta (véase anexo D).

Finalmente respecto al tercer punto se identificó nuevamente (como en el examen oral) que los estudiantes presentan mayores dificultades en las operaciones de multiplicación que en las de suma, pues los estudiantes que respondieron a todas las operaciones de suma (es decir que hicieron el intento de responderlas, o bien porque conocían el algoritmo de la suma, o bien porque conocían un procedimiento para resolverlas mentalmente) dejaron de responder a todas las de multiplicación, dejando en evidencia que poseían dificultades para resolver mentalmente la multiplicación.

Respecto a la última dificultad señalada con anterioridad se presenta otra evidencia en la siguiente parte de la evaluación diagnóstica, donde los alumnos dejan en claro que las estrategias o conocimientos de procedimientos de operación mentales son en su mayoría respecto a las sumas (véase anexo F), y que a continuación se explica a detalle.

Como última parte del diagnóstico con lo que respecta a las estrategias o procedimientos mentales que los alumnos realizan para resolver algunas de las operaciones, 15 de ellos redactaron el procedimiento que siguieron con una operación de suma, 5 de ellos con una operación de multiplicación y el resto de ellos (9 alumnos) no hicieron descripción alguna, de manera que en su mayoría

reconocen el procedimiento o estrategia que utilizan para realizar las sumas de manera mental, y en su minoría de cómo realizar multiplicaciones de manera mental.

Los 15 alumnos que redactaron el procedimiento de suma que realizaron dieron una descripción de lo que podría entrar en el uso del algoritmo de la suma, pues en sus propias palabras describen: “los sumé según su orden igual vi los números que sobran”, “fui sumando los últimos números y escribiéndolos al final del resultado”, “empecé a sumar desde la derecha”, “lo que hice fue sumar el número por unidades, decenas, centenas”, “lo que hice fue imaginarme el 918 arriba de 323”, “separé mentalmente cada cifra y sumar cada una, por ejemplo el 3 con el 8, el 2 con el 1 (más uno que ya tenía), etc.”,

También se detectaron otros procesos mentales relacionados como: “empecé desde el último número sumándolo, luego con el penúltimo y el primero”, “visualicé mentalmente la cantidad más grande y sumé por casilla juntando los números formando el número 10 y el sobrante sumando a 10 y así sucesivamente”, “lo que hice fue imaginar la operación en mi mente y si me sobraban los números los marcaba en los números para que no se me olvidaran”, entre otras descripciones (véase anexo F).

Bajo ésta premisa se exhibe que los estudiantes no poseen una estrategia de cálculo mental para la suma, sino que en realidad realizan el algoritmo tradicional de la suma de forma mental, pues imaginan las cantidades en columna para poder comenzar a operar con los dígitos de derecha a izquierda (es decir, iniciando con las unidades) tal como el algoritmo convencional establece, o emplean “la suma con llevadas” que vendría a ser lo mismo, en concordancia con lo que en libros de texto describen como:

Cuando colocamos los sumandos uno sobre otro y hacemos coincidir las posiciones, empleamos el algoritmo de la suma. En este proceso sumamos primero las unidades, luego las decenas, las centenas y finalmente las

unidades de mil. Cuando un resultado es mayor a 9, se coloca la decena en la columna de la izquierda y se reagrupan las cifras. (El Bibliote, s.f., párr. 4)

Así mismo sus descripciones donde mencionan que al hacer la adición en columnas (o “una encima de otra”) van escribiendo el resultado al final o que al “sumar con llevadas” y tener una cifra mayor a 10 escribe el dígito de la decena (por ejemplo con el 10 sería el número 1) al lado del número que sigue por operar para así retener mejor los números que se están empleando, también deja en evidencia la baja capacidad del estudiante para memorizar y retener la información cuando se efectúa la operación.

Sin embargo es en la multiplicación donde los estudiantes enunciaron dos tipos de estrategias (véase anexo G); cuatro de ellos mencionan lo siguiente: “primero multipliqué 77×10 y el resultado lo divido entre 2”, “ primero multipliqué $17 \times 10 = 170$ y luego $17 \times 2 = 34$ y los sumé”, “primero multipliqué 70×5 y me dio 350 y luego 7×5 y me dio 25 y sume $350 + 25$ y me dio 385” y “multipliqué el número dos veces por los de arriba”.

El primer alumno describe lo que es la estrategia de sustitución donde en vez de hacer la multiplicación de 77×5 se sustituye el 5 por la operación de 10 entre 2, pues se tiene presente que el 5 es divisor de un dato, en éste caso 10 entre 2. El segundo, tercero y cuarto alumno describen la estrategia de descomposición, donde el segundo (operación de 17×12) descompone el 12 en $10 + 2$ y distribuye la multiplicación como:

$$(17 \times 10) + (17 \times 2) = 170 + 34 = 204$$

El tercer y cuarto alumno quienes también describieron la operación de 77×5 , al igual que el primer alumno, hicieron la descomposición de 77 en $70 + 7$, y distribuyen la multiplicación como:

$$(70 \times 5) + (7 \times 5) = 350 + 35 = 385$$

El quinto alumno no deja muy en claro la estrategia o procedimiento mental que emplea, pues enuncia que: “la resolví usando las multiplicaciones que yo recordaba”, probablemente dejando entre ver que utilizó el algoritmo convencional de la multiplicación.

Si bien la mayoría de estudiantes da una narración del proceso que usaron para resolver las sumas como se ha descrito en páginas anteriores, éstos carecen de estrategias de cálculo mental para la resolución de las mismas, mientras que en comparación con aquellos alumnos que explicaron su proceso de resolución de las multiplicaciones, estos enuncian dos estrategias de cálculo mental.

Finalmente es importante mencionar que al anotar el resultado la respuesta de cerca de 10 alumnos variaba por una unidad, una decena o una centena para estar en lo correcto, puesto que, por ejemplo, con cifras como 1232 (siendo ésta una respuesta correcta), los alumnos escribían 1231, 1242 o 1132, lo cual deja en evidencia que parte del problema de dar una respuesta errónea al cálculo mental de una operación es el hecho de no recordar bien las cantidades, olvidarlas o no memorizar los sumandos o factores (según sea el caso) exactamente.

1.2. Descripción y focalización del problema

A lo largo de la educación secundaria el cálculo mental tiene lugar como una habilidad que sirve de herramienta para obtener y estimar cifras numéricas que son útiles al momento de resolver un problema. Para ello el plan de estudios de educación básica en secundaria establece como propósito que el alumno logre “Utilizar de manera flexible la estimación, el cálculo mental y el cálculo escrito en las operaciones con números enteros, fraccionarios y decimales positivos y negativos” (p.162).

Es innegable que el uso del cálculo mental se da en cualquier contenido matemático, pues en todos ellos se requiere de la estimación de cifras y cantidades, ya sean aritméticas o algebraicas, como lo afirman Vallejo y Ortega

del Ricon (2010, como se citó en Gómez y Mireles, 2019), ya sean números naturales, enteros, en geometría o estadística, pues:

Dentro de cada punto se realizan las siguientes acciones que son parte del proceso matemático: ordenar, descomponer, doblar, obtener mitad, operar con los números, calcular longitudes perímetros, áreas volúmenes, probabilidades, porcentaje, entre otros, como se puede ver el cálculo mental es parte integrante del pensamiento matemático, solo que existen formas de desarrollarlo para que esto sea más habitual, más rápido y eficiente con la mente. (p.12)

Continuando con la premisa anterior, existen contenidos en el programa de estudios 2017 de educación básica de secundaria como el cálculo de porcentajes en donde se indica el uso del cálculo mental exacto y aproximado con cifra del 10% y 1% como base para hallar la cantidad a la que se le aplica el tanto por ciento (p.188).

También está el contenido de aproximación de raíces cuadradas, que como se indica por sí mismo, especifica que hay que indicar a los alumnos que el cálculo de la raíz cuadrada de un número que no es cuadrado perfecto constituye una aproximación, y que además hay que generar problemas y estrategias que le permitan al alumno hacer este cálculo de raíces cuadradas aproximado (p. 205).

Pero esto no inicia en la secundaria, puesto que inclusive en nivel primaria el cálculo mental tiene un papel relevante, argumentado como un propósito a lograr: “Utilizar de manera flexible la estimación, el cálculo mental y el cálculo escrito en las operaciones con números naturales, fraccionarios y decimales”, y en donde se observa cómo se transita hacia el trabajo con números con signo, puesto que se busca que “desarrollen procedimientos sistemáticos de cálculo escrito, accesibles para ellos, y también de cálculo mental” (p.166).

Gómez y Mireles (2019) en un estudio realizado sobre el tema, argumentan que se le ha restado importancia al cálculo mental desde el creciente uso de las

calculadoras y de la aparición de las Tecnologías de la Información y la Comunicación (p.11), puesto que ahora se recurre a estas para la resolución de simples operaciones que les eviten el trabajo de resolverlo por sí mismos, pues generalmente obtienen así una respuesta más rápida.

Añaden también que esto ha ocasionado que en las escuelas el cálculo mental no sea tomado con la suficiente seriedad, sobre todo por los maestros que muy poco frecuentemente le dedican tiempo al desarrollo de ésta habilidad, ocasionando que los estudiantes presenten dificultades de razonamiento, resolución de problemas, abstracción y trabajo mental, así como incapacidad para resolver operaciones diferentes a las ya memorizadas (p.14).

Con relación a esto último, Romero Moya (2019, como se citó en Hidalgo, 2015) indica que “ser bueno en cálculo mental significa algo más que acumular en la memoria una serie de hechos numéricos aislados [...] se debe ser capaz de interconectar, entender y dominar una gran cantidad de ideas y conceptos” (p.26), es decir que el memorizar cantidades o algoritmos escolarizados ya establecidos no es un indicio de que el estudiante sabe hacer cálculo mental, sino que por el contrario, debe amplificar su capacidad de razonamiento acerca de la composición y las propiedades de las operaciones, de manera que pueda hallar estrategias para tratar con ellos.

Para ello, Gómez y Mireles (2019) proponen que una manera efectiva de revertir estas dificultades en los estudiantes, a través del impulso de “estrategias didácticas de enseñanza y aprendizaje que sean más divertidas y que les incite a estar aprendiendo constantemente” (p.9), por lo que la secuencia a implementar será más efectiva si se aplica algún juego o actividad lúdica para complementar la resolución de las operaciones, además que es una ventaja que los alumnos vean el cálculo mental ya de por sí como un juego y no como una actividad aburrida y tediosa.

Es así como al identificar la problemática de “dificultad de razonamiento, abstracción y trabajo mental”, surge el siguiente cuestionamiento: **¿cómo**

favorece la implementación de estrategias de cálculo mental en los alumnos de segundo grado de secundaria al resolver operaciones de suma y multiplicación?, para lograr la adquisición de estrategias y agilidad mental al dar un resultado siendo capaces de razonar y abstraer los datos ya conocidos, para lo cual se realizó un diagnóstico.

Por ende es necesario responder a preguntas más específicas, tales como: ¿los alumnos realizan estrategias para el cálculo mental, o solo memorizan algoritmos? ¿qué estrategias usan?, ¿qué estrategias son más útiles para desarrollar?, ¿el cálculo debe de ser siempre exacto?, ¿las estrategias planteadas por la docente les sirvieron para desarrollar su habilidad?, ¿los alumnos consideran útil y relevante el cálculo mental?.

1.3. Propósitos del plan de acción

1.3.1. Propósito General

Mejorar la práctica docente a través de la aplicación de estrategias de resolución para favorecer el cálculo mental de las operaciones básicas de suma y multiplicación con alumnos de segundo grado de secundaria.

1.3.2. Propósitos específicos

- Identificar estrategias de cálculo mental para la mejor comprensión de los estudiantes de las operaciones de suma y multiplicación.
- Aplicar secuencias de estrategias de resolución para que el alumno fortalezca su habilidad de cálculo mental en la resolución de problemas y ejercicios.
- Valorar los resultados obtenidos de la implementación de estrategias para conocer el desarrollo de las habilidades de cálculo mental de los alumnos.

1.4 Revisión teórica que argumenta el plan de acción

1.4.1. Operaciones básicas

Sánchez, Legua y Moraño (2006, citados por Sandoval L., 2015) señalan a las operaciones básicas como los pilares fundamentales para el desarrollo de la inteligencia lógico-matemática, y dentro de las cuales se encuentran la suma, resta, multiplicación y división (p.21); de donde se puede retomar la mención de “ pilar fundamental” en el sentido de que se hace referencia a una base esencial para el trabajo con las matemáticas.

Mientras tanto Torres M. nombra a las operaciones básicas como “aquel conjunto de reglas base, que permitirán, a partir de una variedad de datos, obtener otros diferentes, a los cuales nombraremos resultados” (p.4, 2021), señalando la existencia de las que son la adición, la sustracción, la multiplicación y la división. De aquí se puede rescatar la mención de “conjunto de reglas base” con el propósito de resaltar que nuevamente se les considera primordiales.

Por consiguiente se puede definir a las operaciones básicas como aquellas herramientas matemáticas que permiten operar con cifras o valores para obtener un determinado resultado, y que además son fundamentales para realizar cálculos y manipular datos. La suma es aquella operación que consiste en combinar o añadir dos o más cifras, llamadas sumandos, para producir un resultado llamado suma; la resta consiste en tomar una o más cifras, llamadas sustraendo, de una primera cifra conocida como minuendo para obtener un resultado llamado diferencia.

La multiplicación es una forma abreviada de expresar una suma de sumandos iguales que hace uso de dos o más cantidades, llamadas factores, para producir otro valor al que se le denomina como producto; y por último la división consiste en separar una cantidad en partes iguales o equitativamente, en donde interviene el dividendo (valor que se divide), el divisor (valor por el cual se divide), el cociente (resultado de la división) y el residuo, que es la cifra restante.

El tratamiento y uso de éstas operaciones básicas en la educación formal no es un tema inherente a la educación secundaria, sino que desde los programas de estudio de educación primaria es un contenido relevante y principal que los alumnos/as han de aprender y fortalecer. El plan de estudios de educación básica 2017 de matemáticas indica que al término de la educación primaria el alumno debe de ser capaz de resolver operaciones con números naturales, fraccionarios y decimales.

Para ello, la dosificación de los aprendizajes esperados relativos al eje de número, álgebra y variación en los temas de " adicción y sustracción" y multiplicación y división" específica lo que se espera que logren en éste sentido (p.311):

- Resuelve problemas de suma y resta con números naturales, decimales y fracciones.
- Resuelve problemas de multiplicación con fracciones y decimales, con multiplicador natural y de división con cociente o divisor naturales.

Es en la educación secundaria en donde además de manejar lo anterior descrito, ahora se añaden los números con signo para trabajar la adición, sustracción, multiplicación y división con números enteros, fracciones y decimales. Sin embargo, es muy frecuente que los alumnos de educación primaria lleguen a la secundaria sin manejar siquiera las operaciones básicas con números naturales, por lo que mucho menos podrían llegar a trabajar con fracciones, decimales y números negativos.

Aportando a lo anterior descrito, Intriago Cedeño, quien realizó una investigación con estudiantes de bachillerato, llegó a la conclusión de que una de las principales dificultades en el proceso de aprendizaje de las matemáticas es que no tienen un dominio adecuado sobre las operaciones básicas que son imprescindibles para asimilar el conocimiento matemático en los siguientes años de estudio, se hace referencia a que aquel estudiante que no aprendió a sumar,

restar, multiplicar y dividir, tampoco comprendió el significado de esas operaciones y su aplicación, y que por consecuencia no cuenta con la capacidad de resolver aquellas operaciones de mayor dificultad (p. 16-17, 2021).

Murillo P. (2003, citado por Aristizábal, J.,2016) afirma que con relación a ello el estudiante requiere de construir su propio aprendizaje, de no recurrir a la memorización y la repetición, para lo cual deben demostrar su autonomía, pues es precisamente en éste tema donde se reconoce el avance del conocimiento adquirido (p.119).

Así pues, es necesario que el alumno sea capaz de comprender el cómo, el por qué y el para qué de lo que está aprendiendo, y esto lo logrará siendo más crítico con lo que observa y siendo capaz de reconocer patrones y diferencias entre los datos, que lo llevarán a entender en profundidad cómo es que funciona la matemática, en lugar de reproducir un algoritmo o proceso que ya ha sido establecido.

Así mismo Torres L. (2015) en un estudio realizado a alumnos de secundaria menciona la presencia de un serio problema en el trabajo con operaciones básicas entre los números racionales y en especial para diferenciar los procesos que deben seguir en cada operación, puesto que es muy común reproduzcan lo que han memorizado en vez de actuar por lógica y razonamiento, pues incluso llegan a confundir y combinar los procesos que requiere cada una (p.12).

El hecho de que los alumnos/as recurran a utilizar procesos y algoritmos que han sido mecanizados les impide desarrollar su capacidad de razonamiento para resolver problemas, pues al enfrentarse a uno diferente que lo relacionen con otro similar que han resuelto antes, los llevará a la conclusión de que se debe de seguir el mismo proceso y que las mismas reglas aplican en él, cuando pocas veces esto va a ser así y que por ende los llevará a caer en un error.

Es así como el trabajo con las operaciones básicas en secundaria es un tema importante a tratar a lo largo de los tres grados, pues se ha analizado cómo incluso en bachillerato siguen teniendo problemas con el manejo de ellas, y partiendo de esto es relevante iniciar con el tratamiento de las operaciones básicas con el tipo de número más sencillo y primordial: los números naturales, que son todos aquellos números pertenecientes al conjunto $N = \{1, 2, 3, 4, \dots\}$.

1.4.2. El cálculo mental en el razonamiento matemático

El programa de estudios a nivel secundaria 2017 proporciona una descripción a detalle de los contenidos que se deben abordar en los tres grados dependiendo de qué es lo importante y por qué es necesario aprenderlo, y dentro del apartado de la naturaleza de los contenidos se enuncia que el propósito de la educación básica es la formación integral del alumno, y que para ello se requieren de una variedad de contenidos de naturaleza diversa, entre ellos al razonamiento matemático: “será necesario asegurar la existencia de contenidos disciplinares que tradicionalmente se adquieren en la escuela. En este ámbito se incluyen [...] el razonamiento matemático” (p.108).

Bajo ésta premisa el razonamiento matemático se puede entender como:

Una habilidad a desarrollar en los estudiantes para transformar el lenguaje natural en lenguaje matemático a través del uso y relación de números, operaciones básicas, símbolos para producir, interpretar y resolver problemas de la vida diaria; por lo que su comprensión le permitirá desenvolverse en cualquier escenario en el que incurriere. (Chango A., 2021, p. 6)

Donde se identifica la relación entre el razonamiento matemático y la formación integral del estudiante como la habilidad que le permite al alumno resolver problemas de la vida diaria. Para ello, Zuñiga et al (2005) describe cómo es que para determinar que alguien posee razonamiento matemático es necesario que cumpla con las siguientes características:

- Estudiar un problema para decidir qué tipo de respuesta se requiere
- Utilización de la flexibilidad mental
- Selección de estrategias adecuadas para la resolución del problema
- Reconocimiento de las soluciones diversas que puede tener el problema
- Identificación y valoración de las alternativas
- Control de procesos y de resultados (p.5)

De modo que para lograr ésta flexibilidad mental y selección de estrategias de resolución se identifica como útil la capacidad de realizar operaciones y procedimientos aritméticos que vendría a formar parte de lo que es el cálculo mental, donde además como parte de la última característica, el calcular o estimar una cantidad antes de efectuar la operación o de resolver el problema en cuestión permite tener un mejor control del procedimiento que se va a seguir puesto que ya se han formulado previamente opciones de una ruta a seguir y por ende el obtener un resultado certero se vuelve más probable.

1.4.3. Definición de cálculo mental: sus características y funciones

En éste sentido se entiende al cálculo mental como un cálculo en el que, de acuerdo con los números y las operaciones, se selecciona un procedimiento particular adecuado a esa situación (SEP, 2017), que además no excluye el uso de lápiz y papel para hacer algunos cálculos intermedios, pero sí el uso de una calculadora. Sin embargo, con el objetivo de conocer diferentes definiciones de lo que es el cálculo mental, se presentan a continuación algunas de ellas:

Galeano y Ortiz (2008) lo definen como: “realización de cálculos sin tener en cuenta algoritmos preestablecidos, en la ejecución de un procedimiento razonado o mecánico para el cual se ha desarrollado rapidez, que no descarta la utilización de lápiz ni papel”.

Parra y Saiz, (1994, citados por Pardo A., 2016) aportan a éste punto pues mencionan que el cálculo mental no excluye la utilización de lápiz y papel, debido a que durante el proceso mental se necesita registrar los cálculos intermedios. Así mismo está Alarcón et al (1994) quien lo define como “la serie de procedimientos que el alumno desarrolla mentalmente para operar, es decir, sin el apoyo del lápiz y el papel o ningún instrumento de cálculo”.

Para Ríos et al es un:

Conjunto de procedimientos que se articulan sin recurrir a un algoritmo preestablecido para obtener resultados exactos o aproximados; este ayuda a generalizar y aumentar la velocidad del pensamiento matemático, pues las operaciones aritméticas en él se realizan a partir de los esquemas interiorizados de las relaciones simbólicas que poseen los niños” (2002, p. 20 - 21, citado por Galeano y Ortiz, 2008).

Pregal S. (2015, citando a Gómez B., 1988) caracteriza al cálculo mental como: “es de cabeza; se puede hacer rápidamente; se apoya en un conjunto limitado de hechos numéricos; requiere ciertas habilidades [...] buscando sustituir o alterar los datos iniciales para trabajar con otros más cómodos”.

Así mismo Parra (1994, citado por Pregal S., 2015) lo define como “un conjunto de procedimientos que, analizando los datos por tratar, se articulan sin recurrir a un algoritmo preestablecido, para obtener resultados exactos o aproximados”.

Si bien es cierto que éstos autores coinciden en que el cálculo mental requiere de reflexionar y analizar el problema u operación para saber qué procedimiento es más óptimo a seguir, también es importante la memorización o mecanización, lo cual vendría a formar parte de los dos tipos de cálculo mental, siendo el primero el cálculo reflexivo o pensado, y el segundo el cálculo mecánico o de estímulo - respuesta.

Ortega et al (2005) define al cálculo mecánico o de estímulo-respuesta como aquel que conlleva el empleo de una técnica automática; existiendo el riesgo de que cuando no se utiliza tiende a olvidarse rápidamente; mientras que al cálculo reflexivo o pensado le adjudica el uso de estrategias que pueden ser originales, tratando de relacionar, al mismo tiempo que efectúa los cálculos, los números y las operaciones.

Dentro del cálculo mecánico entraría lo que son las tablas de multiplicar, por lo cuál se ha delimitado para el presente trabajo que ambos tipos de cálculo son necesarios para la práctica en el aula del cálculo mental, ya que las tablas de multiplicar son una herramienta necesaria que permiten la aplicación de estrategias para alterar los datos iniciales y de ésta manera trabajarlos de manera más práctica, así mismo aunado a ésto Alfred J. (1984, citados por Ortega et al, 2002) observó que los alumnos más competentes en cálculo mental multiplicativo coinciden con los que retienen un mayor número de hechos (tablas de multiplicar hasta el 12, equivalencias, cuadrados, .).

Aportando a las características del cálculo mental Zuñiga et al (2005) establece las siguientes:

- I. Incluye la estimación de resultados como uno de sus procesos, funciones y justificaciones.
- II. Contribuye a la comprensión y sentido del número.
- III. Permite la utilización de papel y lápiz.
- IV. Es un conjunto de procedimientos que permite articular datos, sin recurrir a algoritmos preestablecidos.
- V. Estimula el análisis de situaciones numéricas.
- VI. Permite hacer cálculos aproximados o correctos.

- VII. Se apoya en las propiedades del sistema de numeración y en las de sus operaciones.
- VIII. Pone en juego diferentes formas de escribir los números y diversas relaciones entre ellos.
- IX. La rapidez no es una de sus características ni de sus valores.
- X. Fomenta el razonamiento, la comprensión y la toma de decisiones, entre otras habilidades.
- XI. Estimula la búsqueda de soluciones por caminos alternativos.
- XII. Facilita, enriquece y flexibiliza la asimilación de los algoritmos, a la vez que es su forma de control.
- XIII. Fomenta el desarrollo de estrategias personales.
- XIV. Promueve una alta autoestima. (p.6)

Por consiguiente se rescatan puntos valiosos que comparándolos con los autores mencionados con anterioridad se puede llegar a un punto de inflexión importante, siendo uno de ellos que el cálculo mental no es trabajar bajo los algoritmos ya establecidos, puesto que estos son aplicables para cualquier cantidad en un mismo orden siguiendo los mismos pasos, mientras que el cálculo mental es lo contrario, pues requiere de buscar diferentes procedimientos, caminos más cortos para resolver, procesos que aplican a determinadas cifras y sobre los cuales se ha de elegir una ruta a seguir para resolver el problema.

Es también muy frecuente leer que para efectuar el cálculo mental es necesario utilizar las propiedades de las operaciones y sus relaciones, puesto que para un alumno al cual se le presente una operación como 34×5 y que se le explique que ésta operación es lo mismo que realizar $(30 \times 5) + (4 \times 5)$ no tendría sentido si no conoce la propiedad distributiva de la multiplicación que establece que multiplicar un número por una suma es lo mismo que multiplicar el número por

cada uno de los sumandos y luego sumar los resultados, y la cual se puede expresar de la siguiente forma: $(A + B) \times C = (A \times C) + (B \times C)$.

Es habitual que los autores hagan mención al cálculo aproximado o estimado en sus definiciones de lo que es el cálculo mental, pues para la gran mayoría efectuar un cálculo mentalmente en la vida real no requiere de un resultado exacto, sino que basta con hacer una aproximación, inclusive en el aula cuando se le está dando la respuesta a un problema y es necesario resolver por ejemplo, una división, basta con estimar cuáles números son necesarios multiplicar para obtener una cifra menor por la que se está dividiendo.

Alarcón, J. et al en el Libro para el maestro de 1994 menciona que es necesario que se practique constantemente el cálculo mental y la estimación de resultados, puesto que ello dará paso a reforzar el aprendizaje de los hechos básicos (como lo pueden ser las propiedades de las operaciones y sus relaciones mencionadas con anterioridad), además de que les permitirá controlar y eventualmente corregir el resultado de sus cálculos, reduciendo así los errores.

Así mismo mencionan recurrentemente el tema del lápiz y el papel, que si bien se ha considerado importante de emplear en grados menores como lo puede ser primaria, es necesario ir desarrollando la habilidad de memorización (parte importante dentro del cálculo mental) conforme se avanza en la adquisición de estrategias.

Lo anterior se debe a que una parte importante que sustenta el presente trabajo es el hecho de que en la vida cotidiana el cálculo mental se emplea en situaciones que no se esperan y para las cuales se necesitan una respuesta inmediata, de manera que en esas situaciones es poco probable tener a la mano el lápiz y el papel para efectuar cálculos intermedios, por lo que el uso de éstos recursos no se incluye dentro de la definición propia.

Consecuentemente y retomando ideas de estos autores se ha considerado el planteamiento de la siguiente definición como parte importante para el trabajo

presentado, siendo ésta: El cálculo mental es el conjunto de procedimientos que se realizan de manera exclusivamente mental al operar con cantidades para obtener un resultado exacto o aproximado y para lo cual se requiere manejar hábilmente los números y sus propiedades, buscando rutas de solución que permitan realizar el proceso de manera más rápida y práctica.

1.4.4. Estrategias de cálculo mental

Las estrategias presentadas a continuación se retomaron de Pardo A. (2016) y Ortega et al (2005). Algunas de ellas se incluyeron dentro del plan de acción para poder ser trabajadas con los alumnos, sin embargo no todas se formalizaron, tales como la línea numérica o el complemento en una suma, sin embargo estas son de utilidad base para los alumnos al resolver sumas pero no se consideraron de gran relevancia para la institucionalización de estrategias.

1.4.4.1. Estrategias para la suma

1.4.4.1.1. Línea numérica.

También conocida como “con llevadas”, consiste en efectuar la suma de forma gradual tomando unidades, decenas, centenas, y demás valores posicionales. Por ejemplo al sumar $519 + 317$ se realiza de la siguiente manera:

519, 619, 719, 819, 829, 830, 836.

De manera que primero se suman las centenas del segundo sumando, posteriormente las decenas y por último las unidades. Se muestra un segundo ejemplo para su mejor comprensión, donde al sumar $714 + 215$ se efectúa de la siguiente manera: 714, 814, 914, 924, 929.

1.4.4.1.2. Complemento.

Al momento de efectuar una suma, es útil tener presente el complemento de uno de los números, de tal manera que al sumarlos den como resultado 10. La Tabla 2 muestra el complemento de los nueve primeros números.

Tabla 2

Complemento de los 9 primeros números

Número	Complemento
1	9
2	8
3	7
4	6
5	5
6	4
7	3
8	2
9	1

Nota. Tabla que muestra los números que son complemento de los 9 primeros dígitos. Elaboración propia

Un ejemplo del uso de ésta estrategia se da al momento de efectuar la suma $117 + 113$, donde se puede sumar el número 7 + el número 3 que por consiguiente dan como resultado 10, cantidad que se sumará a las dos restantes: $110 + 110 + 10 = 230$.

1.4.4.1.3. Descomposición.

En esta estrategia lo que se busca es descomponer uno de los números en términos de otros (usando cantidades menores que las dadas) de tal manera que se pueda buscar el complemento, para obtener el resultado de la adición (Pardo A., 2016) .

De un dato: $57 + 26 = 57 + 20 + 6 = (57 + 20) + 6 = 83$.

De un dato a complementar: $57 + 26 = 57 + 23 + 3 = 80 + 3 = 83$

Para emplear ésta estrategia es necesario analizar los números de tal manera que se detecten aquel que al descomponerlo vuelva la operación más sencilla de realizar, por ejemplo al sumar $47 + 23$ se puede descomponer el 43 en $40 + 3$ y el 23 en $20 + 3$, de tal manera que usando la estrategia del complemento se pueda sumar $3 + 7 = 10$ y $40 + 20 = 60$ para finalmente sumar $60 + 10 = 70$.

1.4.4.1.4. Compensación.

Ésta estrategia requiere de incrementar uno de los dos sumandos compensando el otro dígito adecuadamente. Tal es el caso de sumar $297 + 114$, donde se puede hacer el redondeo de 297 a 300 (sumando 3 unidades) y de 114 a 111 (restando las 3 unidades sumadas) para obtener una suma de $300 + 111$, que son cifras más sencillas de sumar, dando un resultado de 411. Ésta es útil cuando se tienen cifras cercanas a la decena, centena, millar, y demás, más próxima. Otro ejemplo se da al sumar $604 + 314$, donde se buscaría redondear el 604 a 600 restando 4 unidades, las cuales se le suman a 314 obteniendo 318, para finalmente sumar $600 + 318 = 918$.

1.4.4.2. Estrategias para la multiplicación

1.4.4.2.1. Artificios: Multiplicación por números como 101, 1 001, y similares.

Se le denomina artificio a aquellos trucos que sirven para específicamente un tipo de números, en éste caso se tiene a números del tipo 101, 1 001, 10 001, 100 001, y similares, es decir que inician y terminan con 1 y hay uno o más ceros en medio. Para ello es necesario que el otro de los factores sea de un dígito menos; por ejemplo al multiplicar 79×101 se coloca el 79 dos veces y éste sería el resultado, 7 979; o al tener $314 \times 1\,001$ se coloca nuevamente el 314 dos veces y el resultado sería 314 314.

1.4.4.2.2. Descomposición.

Que a su vez se puede realizar con adiciones o con multiplicaciones:

Con adiciones: se descompone uno de los factores en la suma de dos cifras a las cuales se les aplicará la propiedad distributiva de la multiplicación para efectuar la operación. Por ejemplo al tener 47×4 se descompone el 47 en $40 + 7$ y se aplica la propiedad distributiva, quedando como resultado.

$$(40 \times 4) + (7 \times 4) = 160 + 28 = 188$$

O al tener 87×8 se descompone el 87 en la suma de $80 + 7$ y se aplica la propiedad distributiva quedando:

$$(80 \times 8) + (7 \times 8) = 640 + 56 = 696$$

Con multiplicación: se descompone uno de los factores en la multiplicación de dos o más dígitos. Por ejemplo al tener 15×12 se descompone el 12 en 3×4 , quedando una multiplicación de $15 \times 3 \times 4 = 45 \times 4 = 180$. O el tener 25×8 se descompone el ocho en la multiplicación de 4×2 y queda como resultado $25 \times 4 \times 2 = 100 \times 2 = 200$.

1.4.4.2.3. Compensación

Al incrementar uno de los factores y compensar adecuadamente el otro. Para ello se presenta la estrategia del doble y mitad, cuando al efectuar operaciones como 75×6 se multiplica el 75 x 2 y por ende se divide el 6 entre 2, quedando como resultado una multiplicación de $150 \times 3 = 450$. O al tener 12×25 se divide el 12 entre 2 para obtener 6 y se multiplica el 25 por 2 para obtener 50, quedando como resultado una multiplicación de $6 \times 50 = 300$.

1.4.4.2.4. Sustitución.

Ésta estrategia consiste en tomar uno de los factores y sustituirlo por el resultado de una operación con la que sea más sencillo trabajar, o en éste caso teniendo presente ser divisor de un dato: Al multiplicar un número por 5, por ejemplo 98×5 , se sustituye el 5 como resultado de la operación de $10 \div 2$, es decir quedaría una operación de $98 \times 10 \div 5$:

$$98 \times 10 = 980, 980 \div 2 = 490$$

$$\text{O al tener } 63 \times 5: 63 \times 10 \div 2 = 630 \div 2 = 315$$

Ésta misma estrategia se puede utilizar con números decimales, por ejemplo al multiplicar 18×0.5 se sustituye al 0.5 por la división entre dos, obteniendo así una operación de $18 \div 2$ que es 9.

1.5. Descripción de las acciones y estrategias

Para poder llevar a cabo la implementación de la propuesta de mejora planteada fue necesario llevar a cabo una planificación de las estrategias de resolución seleccionadas que se aplicarían en el grupo de práctica, y para ello se presenta a continuación un cronograma que contiene las fechas, actividades, su descripción e intención didáctica, así como los recursos y herramientas a utilizar, en caso de ser necesario.

La secuencia que se siguió está basada en la propuesta de Ortega et al (2002), en donde parten de que el alumno desarrolle a lo que él llama como “los conocimientos básicos”, refiriéndose al conocimiento de los números y de las propiedades de las operaciones, para de esta manera ser capaz de efectuar las operaciones y problemas que se le propongan, para finalmente hacer una diversificación de los ejercicios a través de la implementación de juegos.

De manera más específica Ortega et al hace mención del seguimiento de diversas fases o etapas que el docente debe de seguir para el manejo e implementación del cálculo mental (2005, p.19), pues éstas le permiten al alumno un aprendizaje gradual que le proporcione las herramientas necesarias para ir aprendiendo progresivamente, y las cuales se enuncian a continuación:

- Numeración y conocimiento del número. Ésta primera etapa se refiere a la comprensión y manejo de los números y sus sistemas de numeración, tal como lograr identificar y nombrar cifras numéricas correctamente, comprender el valor posicional de los dígitos y que ello depende de su posición dentro de un número,

por ejemplo que 25 no es lo mismo que 52, pues en la primera cifra el 2 tiene un valor de decena y en la segunda su valor es de unidad. Aquí mismo se incluye que el alumno reconozca secuencias numéricas y con ello su capacidad de contar hacia delante y hacia atrás; y finalmente el poder comparar y ordenar números según sea su valor (mayor, menor, igual).

- Tablas y propiedades de las operaciones. Memorización de todas las tablas. Manejo de las propiedades aditivas y multiplicativas. En éste se abarcan aspectos importantes tales como lo son la memorización de las tablas de multiplicar, pues son de gran utilidad para realizar cálculos rápidos; también incluye a las propiedades aditivas de conmutatividad ($a + b = b + a$), de asociatividad ($[a + b] + c = a + [b + c]$) y de identidad ($a + 0 = a$); así como a las propiedades multiplicativas de conmutatividad ($a \times b = b \times a$), de asociatividad ($[a \times b] \times c = a \times [b \times c]$), distributiva ($a \times [b + c] = a \times b + a \times c$), de identidad ($a \times 1 = a$) y la propiedad del 0 que establece que cualquier número multiplicado por 0 da como resultado 0 ($a \times 0 = 0$)

- Equivalencias y productos notables. Que se refiere a conceptos que permiten entender las relaciones entre expresiones matemáticas, específicamente como lo pueden ser equivalencias matemáticas, que son aquellos datos que aunque parezcan diferentes representan el mismo valor o resultado, por ejemplo fracciones equivalentes.

- Ejercicios básicos. Preparados para facilitar los caminos de resolución de las estrategias. Aquí se definen los ejercicios que se implementarán para asegurarse de que los estudiantes practiquen y consoliden sus habilidades de resolución y con ello desarrollar estrategias para resolver los mismos, tales como la descomposición de números, la estimación y la aplicación de propiedades matemáticas.

- Estrategias. Se presentarán una serie de estrategias de carácter aditivo y multiplicativo; dedicado también la resolución de operaciones mediante estrategias libres. En este sentido es aquí donde se dará el espacio para que el alumno

consolide sus estrategias de cálculo mental con apoyo de sus compañeros y de la docente en formación.

- Aproximación y estimación. Con ejercicios relativos al redondeo o truncamiento del número. Es necesario para el cálculo mental puesto que permiten encontrar valores que son cercanos al resultado exacto, a través de la simplificación de cálculos, así como que permite evaluar una cantidad basándose en la observación de la misma a través de un cálculo rápido; así mismo, ayuda a desarrollar un sentido numérico y la capacidad para evaluar qué tan razonable es un resultado.

- Problemas y juegos. Dependiendo del tipo de operación que se trabaje, sirven como herramienta para mejorar las habilidades matemáticas de una manera entretenida, pues les permiten desarrollar rapidez y precisión en sus cálculos, así como fortalecer su capacidad para pensar de manera lógica y estrategia, fomenta la resolución de problemas así como el aumento en el interés de los alumnos por el tema.

Se eligió ésta secuencia pues se ha considerado pertinente que para que el alumno desarrolle la habilidad de cálculo mental ha de tener conocimiento de lo más básico que es el número y su composición, así como conocer las propiedades numéricas, de esta manera podrán aplicar las estrategias propuestas que les permitan agilizar la operación ya que lograrán comprenderlas, y finalmente aplicar lo que saben mediante un juego y mediante problemas contextualizados que le den sentido a lo que están aprendiendo.

Aunado a lo anterior mencionado sobre el desarrollo de las propiedades numéricas, del Campo (2004) indica que al llevar a cabo el cálculo mental es necesario que, de manera implícita, el alumno haga uso de las propiedades de la estructura algebraica, tales como la conmutativa, asociativa, distributiva, entre otras, mostrando a su vez la proximidad práctica de éstas (p.16).

No obstante, debido al nivel de educación de los estudiantes para quien se propuso la secuencia original de Ortega et al (2002) es tercer grado de primaria, se ha optado por modificar acorde al nivel de secundaria, en donde diariamente se estarán repasando las tablas de multiplicar (en lugar de las tablas de sumar) durante los primeros minutos del cálculo mental, lo cual formará parte de los conocimientos básicos relacionados con las operaciones (p,8).

De ésta manera la segunda parte está dedicada a la aplicación de la estrategia de suma o multiplicación elegida para ese día; además de ello se incluyen ejercicios con una mayor dificultad de resolución y se da prioridad a la aplicación formal de las estrategias, sin dejar de lado la implementación de problemas contextualizados y el juego en los últimos días de la secuencia.

1.5.1. Ciclo reflexivo de Smyth

Con el propósito de reflexionar la práctica en el aula en cuanto a la aplicación del plan de acción sobre las estrategias implementadas se trabajó bajo el ciclo reflexivo de Smyth, ya que de ésta manera se podrá hacer un análisis de la sesión de clase y con ello identificar qué estrategias funcionan, cuáles no, qué se puede modificar y como se puede mejorar. Para ello se cuentan con las siguientes fases:

Descripción: Referido al escrito que explica lo que sucedió en la sesión, cómo se organizó la actividad y cómo se llevó a cabo.

Interpretación: Donde se busca describir el porqué de las acciones que se suscitaron en la sesión, así como sus implicaciones.

Confrontación: Que brinda un sustento sobre la experiencia vivida en la clase, abre el panorama a detectar diferentes perspectivas de lo sucedido.

Reconstrucción: Para proponer cambios de mejora a la secuencia.

1.5.2. Metodología para la enseñanza del cálculo mental.

En este apartado se presenta la metodología y orientaciones a seguir para la enseñanza del cálculo mental, es decir la descripción de la manera en que se llevó a cabo la aplicación de la secuencia, donde además es importante mencionar que, respecto a la aplicación de las estrategias, será la establecido por estos mismos autores:

Los alumnos deben conocer los elementos en que se sustenta toda estrategia que se les presenta por primera vez, por tanto, es conveniente que siga los siguientes pasos: a) Hacer ejercicios básicos que tienen que ver con la resolución de la estrategia; b) Presentar la estrategia en la pizarra, mediante un ejercicio resuelto; c) Que el alumno entienda el desarrollo de la misma y las propiedades de las que se hace uso; d) Propuesta de resolución, con este procedimiento, de otras operaciones. (p.12)

Así mismo es necesario que las estrategia (paso 2) sea propuesta por el alumno, sin embargo de ser necesario la docente intervendrá para darla a conocer. Por último los cálculos se han de presentar de manera visual y oral, puesto que ambos aportan facetas formativas diferentes y ambos contribuyen a la familiarización con nuestro sistema de numeración y con las operaciones (Pregal S., 2015).

1.5.3. Cronograma de actividades

Tabla 3

Cronograma de actividades del Plan de Acción

Sesión	Actividad	Intención didáctica	Descripción de la actividad	Evaluación
1.	Descomponiendo números	Que el alumno realice ejercicios de suma relacionados con la descomposición de números	Memorización de la tabla del 6. Se dará a conocer la estrategia de descomposición de la suma.	Diario de clase Pruebas escritas de respuesta abierta

Sesión	Actividad	Intención didáctica	Descripción de la actividad	Evaluación
2.	Compensación de números	Que el alumno resuelva operaciones de adición mediante el incremento de uno de los dos datos compensando el resultado	Memorización de la tabla de multiplicar del 7. Se dará a conocer la estrategia de compensación de la suma.	Diario de clase Pruebas escritas de respuesta abierta
3.	Descomponiendo en sumas	Que el alumno aplique la estrategia de descomposición aditiva en operaciones de multiplicación.	Memorización de la tabla del 8. Se dará a conocer la estrategia de descomposición aditiva para multiplicar.	Diario de clase Pruebas escritas de respuesta abierta
4.	Doble y mitad.	Que el alumno resuelva operaciones de multiplicación por medio de la aplicación de la estrategia de compensación.	Memorización de la tabla de multiplicar del 9. Se dará a conocer la estrategia de compensación para la multiplicación.	Diario de clase Pruebas escritas de respuesta abierta
5.	Resuelvo problemas	Que el alumno resuelva problemas aplicando las estrategias trabajadas en sesiones anteriores.	Se dictarán una serie de problemas en donde deberán de aplicar lo aprendido de las estrategias pasadas.	Diario de clase Pruebas escritas de respuesta abierta
6.	Llegar a 100	Que los alumnos, por medio de un juego, apliquen sus habilidades de cálculo mental con el objetivo de adquirir agilidad en cálculo y estimación.	En parejas, el jugador I dirá un número del 1 al 9. El jugador II tendrá que sumar, restar, multiplicar o dividir a dicho número por otro. Gana quien obtenga 100 como resultado.	Diario de clase Pruebas escritas de respuesta abierta
7.	Aplico lo aprendido.	Que los alumnos resuelvan operaciones aplicando las estrategias aprendidas.	Aplicación del examen oral y escrito. Evaluación del nivel de interés de los alumnos por las estrategias trabajadas.	Diario de clase Pruebas escritas de respuesta abierta Lista de cotejo.

Nota. Cronograma de actividades del plan de acción. Elaboración propia

1.6. Prácticas de interacción en el aula

1.6.1. Sesión 1. Descomponiendo números

Intención didáctica: Que el alumno realice ejercicios mentales de suma relacionados con la descomposición de números.

Al inicio de la clase se repasará la tabla de multiplicar del número 6, para lo cual el primer alumno de la fila deberá de decir la primera multiplicación de 6×1 así como el resultado (6), el segundo deberá de decir la multiplicación y el resultado siguiente ($6 \times 2 = 12$), el tercer alumno deberá de decir la multiplicación de $6 \times 3 = 18$, y así sucesivamente hasta llegar a 180. Al finalizar este repaso se preguntarán al azar 10 tablas de multiplicar de manera aleatoria para que cualquiera de los alumnos responda y dé el resultado, por ejemplo iniciando con la primera fila de alumnos, después con la sexta fila, después con la tercera, y demás filas faltantes.

Como segunda actividad, a partir de una serie de 10 ejercicios de suma, para los cuáles únicamente deberán de anotar la respuesta en una hoja sin hacer cálculos escritos, los alumnos pondrán en evidencia su agilidad de resolución de operaciones de adición. Se seguirá la secuencia normal que se utilizará a lo largo del plan de acción, previamente descrita, en donde dispondrán de 10 segundos para cada ejercicio que serán contados por la docente en formación sin ser enunciados en voz alta para no presionar a los estudiantes, y en donde se grabará éste momento de la sesión por medio de audio de voz, para un posterior análisis de lo ocurrido en la clase.

A. $717 + 242 = 959$

B. $347 + 128 = 475$

C. $562 + 193 = 755$

D. $426 + 357 = 783$

E. $635 + 198 = 833$

F. $741 + 352 = 1,093$

G. $583 + 416 = 999$

H. $297 + 684 = 981$

I. $458 + 237 = 695$

J. $369 + 452 = 821$

Al finalizar la resolución, se preguntará al grupo cuál fue el procedimiento mental que siguieron para sumar las cantidades, y para ello se espera que al menos uno argumente que sumó “por partes” o “separando las cantidades” (según sea el vocabulario utilizado), refiriéndose a que descompusieron las cifras en unidades, decenas, centenas, y demás valores posicionales, para después sumar las cifras descompuestas según su valor de posición y así obtener el resultado final, esto de acuerdo con Ortega et al (2005, p.10); en éste caso el estudiante deberá de explicar la estrategia utilizada al grupo para obtener el resultado correcto.

Por el contrario, si ningún estudiante utiliza ésta estrategia se les mencionará y explicará a los alumnos para que puedan hacer uso de ella en la siguiente parte de la sesión. Para ésto se seleccionarán a 5 estudiantes a los cuáles se les dictará una operación de adición que deberán de resolver en voz alta hacía sus demás compañeros bajo el siguiente diálogo, al tener por ejemplo $72 + 16$:

Tengo un 6 y un 2, que son 8, más 70 y 10 que son 80, entonces 8 más 80 son 88.

72 más 6 son 78, y 78 más 10 son 88.

70 más 10 son 80, y 2 más 6 son 8, entonces 80 más 8 son 88.

A. $246 + 138 = 384$

B. $527 + 182 = 709$

C. $359 + 264 = 623$

D. $418 + 175 = 593$

E. $692 + 147 = 839$

El propósito de que el alumno resuelva la operación en voz alta es que los alumnos expresen cómo se hace la descomposición de números al separar las cantidades “por partes” de acuerdo con las centenas, decenas y unidades, de tal manera que los demás estudiantes asimilen el proceso que se sigue. Para finalizar, se dictarán otros 10 ejercicios para que los alumnos apliquen la estrategia mencionada y pongan a prueba su comprensión.

A. $315 + 278 = 593$

B. $467 + 124 = 591$

C. $589 + 236 = 825$

D. $721 + 184 = 905$

E. $643 + 172 = 815$

F. $428 + 357 = 785$

G. $296 + 413 = 709$

H. $541 + 268 = 809$

I. $374 + 195 = 569$

J. $682 + 143 = 825$

1.6.2. Sesión 2. Compensación de números

Intención didáctica: Que el alumno resuelva operaciones de adición mediante el incremento de uno de los dos datos compensando adecuadamente el resultado.

Al inicio de la clase se repasará la tabla de multiplicar del número 7, para lo cual el primer alumno de la fila deberá de decir el primer resultado (7x1), el segundo deberá de decir el resultado siguiente (7x2) y así sucesivamente hasta llegar a 140, para terminar con una última repetición de la tabla del 7 hasta el 70, es decir un total de 30 resultados. Al finalizar este repaso se preguntarán al azar 10 tablas de multiplicar de manera aleatoria para que cualquiera de los alumnos responda y dé el resultado.

Para la segunda parte, se dictarán una serie de 10 operaciones de suma que deberán de resolver individualmente en un lapso de 10 segundos por operación, durante los cuales se estará midiendo el tiempo que tardan en resolver cada una.

A. $245 + 138 = 383$

B. $376 + 194 = 570$

C. $512 + 387 = 899$

D. $689 + 254 = 943$

E. $743 + 126 = 869$

F. $598 + 371 = 969$

G. $427 + 359 = 786$

H. $846 + 172 = 1,018$

I. $573 + 296 = 869$

$$\text{J. } 418 + 297 = 715$$

Al finalizar se preguntará qué procedimiento utilizaron para resolver, para lo cual es posible que hayan aplicado la que se trabajó el día anterior (descomposición), sin embargo se especificará que existe otra estrategia que también es muy útil: la compensación. Se explicará que ésta se realiza mediante el incremento de uno o de los dos datos (sumandos) equilibrando adecuadamente el resultado, por ejemplo:

$$57 + 26 = (57 + 3) + (26 - 3) = 60 + 23 = 83$$

$$33 + 79 = (33 - 3) + (79 + 3) = 30 + 82 = 112$$

$$89 + 114 = (89 + 1) + (114 - 1) = 90 + 113 = 203$$

$$219 + 316 = (219 + 1) + (316 - 1) = 220 + 315 = 535$$

Para aplicar la propiedad de compensación en una suma es necesario aplicar también la propiedad de descomposición que se trabajó el día anterior, ya que si bien el agregar un sumando que al final se le restará ayuda a que la operación sea más sencilla, al momento de realizar la suma final es necesario y útil aplicar la propiedad de descomposición, por ejemplo en el primer y tercer ejercicio:

$$57 + 26 = (57 + 3) + (26 - 3) = 60 + 23 = 60 + 20 + 3 = 80 + 3 = 83$$

En el caso anterior se observa que al inicio se le suman 3 unidades a 57 para obtener un número más fácil de manejar (siendo 60 un múltiplo de 10), pero para ello éste debe de ser restado a la segunda cifra para poder equilibrar el resultado a través de la disminución de 3 unidades a 26.

$$89 + 114 = (89 + 1) + (114 - 1) = 90 + 113 = 90 + 110 + 3 = 200 + 3 = 203$$

En esta operación se le suma una unidad al 89 para obtener un número múltiplo de 10 (90) con el que sea más sencillo trabajar, y por ello esta misma

unidad es restada en el segundo sumando para mantener un equilibrio en la operación.

Se pedirá la participación de un máximo de 5 alumnos para que apliquen esta estrategia en la resolución de otra operación en voz alta de tal manera que los demás sepan cómo se resolvió.

A. $325 + 168 = 493$

B. $741 + 296 = 1,037$

C. $567 + 248 = 815$

D. $689 + 324 = 1,013$

E. $432 + 379 = 811$

Enseguida se les dictarán otras 10 operaciones que resolverán aplicando la estrategia ya establecida.

A. $234 + 157 = 391$

B. $376 + 249 = 625$

C. $512 + 398 = 910$

D. $689 + 267 = 956$

E. $743 + 189 = 932$

F. $598 + 423 = 1,021$

G. $427 + 368 = 795$

H. $846 + 194 = 1,040$

I. $573 + 325 = 898$

J. $418 + 297 = 715$

1.6.3. Sesión 3. Descomponiendo en sumas

Intención didáctica: Que el alumno resuelva multiplicaciones aplicando la estrategia de descomposición aditiva a través de la distribución.

Se dará inicio con el repaso de la tabla de multiplicar del número 8, para lo cual el primer alumno de la fila deberá de decir el primer resultado (8×1), el segundo deberá de decir el resultado siguiente (8×2) y así sucesivamente hasta llegar a 160, para terminar con una última repetición de la tabla del ocho hasta el 80, es decir un total de 30 resultados. Al finalizar este repaso se preguntarán al azar 10 tablas de multiplicar de manera aleatoria para que cualquiera de los alumnos responda y dé el resultado.

Se dictarán una serie de 10 operaciones de multiplicación para las cuales dispondrán de 10 segundos para resolver mentalmente y anotar el resultado en su hoja, se medirá el tiempo que tarden en responder a cada una.

A. $20 \times 15 = 300$

B. $48 \times 5 = 240$

C. $40 \times 12 = 480$

D. $18 \times 12 = 216$

E. $22 \times 14 = 308$

F. $25 \times 13 = 325$

G. $40 \times 15 = 600$

H. $15 \times 25 = 375$

I. $80 \times 15 = 1200$

J. $28 \times 5 = 140$

Al finalizar se les preguntará si hicieron uso de alguna estrategia o procedimiento en concreto al resolver, si se da el caso se pedirá la participación de los alumnos para que la compartan con los demás, para lo cual es probable que algunos hayan utilizado la descomposición sin saber que es así, de tal manera que se concretará de manera específica ésta estrategia que consiste en la descomposición aditiva a través de la distribución, la cual se ejecuta al descomponer uno de los factores en suma o resta y aplicar la propiedad distributiva de la multiplicación, de la siguiente manera:

$$48 \times 5 = (40 + 8) \times 5 = 200 + 40 = 240$$

$$40 \times 12 = 40 \times (10 + 2) = 400 + 80 = 480$$

$$8 \times 99 = 8 \times (100 - 1) = 800 - 8 = 792$$

Para continuar se pedirá la participación de 5 alumnos para que expliquen ésta estrategia en voz alta aplicada a una operación para que los demás puedan comprenderla con mayor profundidad.

- A. $23 \times 21 = 483$
- B. $30 \times 25 = 750$
- C. $30 \times 13 = 390$
- D. $60 \times 16 = 960$
- E. $90 \times 15 = 1350$

Finalmente se les dictarán una serie de 10 ejercicios más para que los estudiantes los resuelvan individualmente aplicando la estrategia trabajada.

- A. $90 \times 14 = 1260$
- B. $19 \times 11 = 209$
- C. $24 \times 9 = 216$

D. $97 \times 5 = 485$

E. $16 \times 7 = 112$

F. $18 \times 6 = 108$

G. $30 \times 13 = 390$

H. $40 \times 14 = 560$

I. $50 \times 15 = 750$

J. $31 \times 11 = 341$

1.6.4. Sesión 4. Doble y mitad

Intención didáctica: Que el alumno resuelva operaciones de multiplicación por medio de la aplicación de la estrategia de compensación.

Para comenzar se hará el repaso de la tabla de multiplicar del número 9, para lo cual el primer alumno de la fila deberá de decir el primer resultado (9×1), el segundo deberá de decir el resultado siguiente (9×2) y así sucesivamente hasta llegar a 180, para terminar con una última repetición de la tabla del nueve hasta el 90, es decir un total de 30 resultados. Al finalizar este repaso se preguntarán al azar 10 tablas de multiplicar de manera aleatoria para que cualquiera de los alumnos responda y dé el resultado.

Para la segunda parte, se dictarán una serie de 10 operaciones de multiplicación que los alumnos deberán de resolver en un intervalo máximo de 10 segundos por operación, y deberán de anotar únicamente el resultado en la hoja, así mismo se estarán midiendo los tiempos aproximados en que cada alumno resolvió los ejercicios.

A. $40 \times 14 = 560$

B. $16 \times 12 = 192$

C. $35 \times 22 = 770$

D. $23 \times 8 = 184$

E. $28 \times 35 = 980$

F. $35 \times 24 = 840$

G. $11 \times 12 = 132$

H. $16 \times 13 = 208$

I. $49 \times 18 = 882$

J. $19 \times 18 = 342$

Posteriormente se dará paso a preguntar qué estrategias utilizaron, si se da el caso de que un estudiante haya utilizado alguna estrategia se pedirá que la explique, sobre todo si ésta es la que se planeó previamente.

En caso contrario se procederá a explicarla, la cual consiste en un proceso de compensación, que se da mediante el incremento de uno o de los dos datos (factores) compensando adecuadamente el resultado, es decir obteniendo el doble y calculando la mitad (o viceversa):

$$28 \times 35 = 14 \times 70 = 980$$

$$35 \times 24 = 70 \times 12 = 840$$

$$16 \times 13 = 8 \times 26 = 208$$

$$19 \times 18 = 38 \times 9 = 342$$

Para aplicar la propiedad de compensación en una multiplicación es necesario aplicar también la propiedad de descomposición vista un día antes, ya que si bien el duplicar un factor y dividir el otro ayuda a que la operación sea más sencilla, al momento de realizar la multiplicación final es necesario (o muy útil)

aplicar la propiedad de descomposición, por ejemplo en el segundo y cuarto ejercicio:

$$35 \times 24 = 70 \times 12 = 70 \times (10 + 2) = 840$$

$$19 \times 18 = 38 \times 9 = (30 + 8) \times 9 = 342$$

Posterior a ello, se pedirá a 5 alumnos que expliquen la estrategia aplicada a una operación para que los alumnos la comprendan mejor:

A. $26 \times 12 = 312$

B. $11 \times 16 = 176$

C. $88 \times 5 = 440$

D. $6 \times 22 = 132$

E. $20 \times 24 = 480$

Enseguida se les dictarán otros 10 ejercicios para que los resuelvan mentalmente aplicando ésta estrategia de dividir un factor entre dos y duplicar el otro o viceversa:.

A. $6 \times 26 = 156$

B. $8 \times 32 = 256$

C. $12 \times 21 = 252$

D. $22 \times 24 = 528$

E. $8 \times 21 = 168$

F. $6 \times 31 = 186$

G. $14 \times 14 = 196$

H. $16 \times 16 = 256$

I. $18 \times 18 = 324$

J. $22 \times 22 = 484$

1.6.5. Sesión 5. Resuelvo problemas

Intención didáctica: Que el alumno resuelva problemas aplicando las estrategias trabajadas en sesiones anteriores.

Esta sesión se enfocará en la resolución de problemas donde los estudiantes puedan utilizar las estrategias ya vistas, para ello se les dictarán 10 problemas y se les dará la indicación de que pueden hacer uso de las estrategias ya trabajadas con anterioridad o utilizar estrategias propias. Se les asignará un lapso de 15 segundos por problema para resolverlo.

Problema 1: En un almacén había 458 cajas de productos y llegaron otras 237 cajas más. ¿Cuántas cajas hay en total después de la llegada de las nuevas?

Problema 2: Durante dos días consecutivos, una fábrica produjo 583 unidades de un producto el primer día y 416 unidades el segundo día. ¿Cuál es la cantidad total de productos producidos en esos dos días?

Problema 3: En una biblioteca, inicialmente había 376 libros en un estante y luego se agregaron 194 libros más. ¿Cuántos libros hay en total en ese estante ahora?

Problema 4: Una tienda vendió inicialmente 512 productos y luego recibió un nuevo lote con 387 productos. ¿Cuántos productos tiene la tienda en total?

Problema 5: Un estudiante tenía 598 puntos en un juego y ganó 371 puntos más. ¿Cuántos puntos tiene en total después de su última victoria?

Problema 6: En una tienda, hay 30 paquetes de galletas y cada paquete contiene 13 galletas. ¿Cuántas galletas hay en total en la tienda?

Problema 7: Un agricultor tiene 60 filas de maíz en su campo, y cada fila tiene 16 plantas de maíz. ¿Cuántas plantas de maíz hay en total en el campo?

Problema 8: Un repartidor de periódicos tiene 90 clientes y cada cliente le compra 15 periódicos. ¿Cuántos periódicos entrega en total a sus clientes?

Problema 9: Una tienda vende camisetas en paquetes de 6 unidades, y un cliente compra 22 paquetes. ¿Cuántas camisetas compró en total?

Problema 10: Una tienda vende paquetes de 20 tornillos, y un cliente compra 24 paquetes. ¿Cuántos tornillos compró en total?

Posteriormente se recogerán las hojas con sus respuestas y se les leerá nuevamente un par de los 10 problemas y se les preguntará qué era lo que debían de calcular en cada uno (qué es lo que el problema solicitaba) y cómo lo resolvieron, es decir qué datos utilizaron, qué operación u operaciones efectuaron y qué estrategia o procedimiento aplicaron, de tal manera que lo expliquen al grupo en general.

Por ejemplo en el problema número 10 al preguntarles qué es lo que debían de calcular se espera que respondan que era el total de tornillo que el cliente compró, y que para resolverlo debían de realizar una multiplicación puesto que cada paquete tiene 20 tornillos y el cliente compró 24 paquetes. Así mismo en cuanto al procedimiento estrategia, es posible que respondan que primero multiplicaron 24×10 dando como resultado 240, y este dígito había que multiplicarlo por 2, obteniendo en total 480 tornillo; para éste caso en específico se observa el empleo de la estrategia de descomposición.

1.6.6. Sesión 6. Llegar a 100.

Intención didáctica: Que los alumnos, por medio de un juego, apliquen sus habilidades de cálculo mental con el objetivo de adquirir agilidad en cálculo y estimación.

Se llevará a cabo un juego en parejas, en donde cada alumno tendrá una hoja con un recuadro que contenga números del 1 al 9. El jugador I dirá un número cualquiera del cuadro, ya que posteriormente el jugador II tendrá que sumar, restar, multiplicar o dividir a dicho número por otro que esté en su misma fila o columna, diciendo la operación en voz alta.

Después el jugador I volverá a hacer lo mismo con el número que obtuvo el segundo jugador, y así sucesivamente. Ganará quien llegue a obtener el 100 como resultado exactamente. Las restricciones son que los jugadores no pueden utilizar dos veces seguidas la misma operación, ni pueden escribir nada en la hoja, puesto que todo es mental.

Ejemplo:

Jugador I dice: el número 5

Jugador II dice: $5 \times 2 = 10$

Jugador I dice: $10 + 1 = 11$

Y continúan hasta llegar a 100.

El propósito de ésta última actividad es que los estudiantes adquieran agilidad en el cálculo mental así como en su capacidad de estimación al tener que aproximarse a una cifra y una operación que les pueda permitir hacer un cálculo de 100 exactos, por ejemplo que busquen conseguir al 50 como resultado para que al multiplicarlo por 2 obtengan 100, u obtener 25 para multiplicarlo por 4.

1.6.7. Sesión 7. Aplico lo aprendido

Intención didáctica: Que los alumnos resuelvan operaciones mentalmente aplicando las estrategias aprendidas (descomposición y compensación), así como sus propias estrategias.

Como instrumento de evaluación final, se le dictarán al alumno una serie de 10 operaciones de suma y multiplicación en donde les sea posible aplicar las

estrategias utilizadas, así como otras 10 operaciones por escrito. Deberán anotar únicamente el resultado en sus hojas, y con el objetivo de hacer la comparación entre la evaluación inicial y la final, se aplicará el mismo examen, de esta manera se podrá hacer una comparación del promedio de resolución posterior a la implementación de la secuencia didáctica y al inicio de ésta.

Para terminar y con apoyo de una escala Likert realizada y adaptada con base en la propuesta por Visceglie K. (2023), cada estudiante evaluará el nivel de interés y de utilidad que le da a la aplicación de la secuencia de estrategias del cálculo mental, así como el desempeño de la docente en formación en la aplicación de la misma, esto debido a que es importante conocer y tomar en consideración los resultados de la evaluación para poder trabajar en el desarrollo de las competencias que se esperan lograr en el perfil de egreso pues es de suma importancia, tal como lo da a conocer la Universidad de Colima, para mejorar paulatinamente el desempeño de la práctica docente a través de acciones y estrategias (2011, p.28).

Tabla 4

Tabla para la evaluación del cálculo mental (Escala Likert)

Criterios	1	2	3	4	5
Disfruté de las actividades de cálculo mental durante las clases.					
Sentí que el cálculo mental hizo que las matemáticas fueran más interesantes.					
Logré aplicar las estrategias de cálculo mental de manera efectiva en diferentes situaciones.					
Observé una mejora en mi velocidad para realizar cálculos mentales a lo largo del tiempo.					
Encontré útiles las estrategias de cálculo mental para resolver problemas del mundo real.					
Fue fácil para mí recordar y aplicar las técnicas de cálculo mental aprendidas.					
Percibí una conexión entre el cálculo mental y otras áreas de las					

Criterios	1	2	3	4	5
Disfruté de las actividades de cálculo mental durante las clases.					
Sentí que el cálculo mental hizo que las matemáticas fueran más interesantes.					
Logré aplicar las estrategias de cálculo mental de manera efectiva en diferentes situaciones.					
Observé una mejora en mi velocidad para realizar cálculos mentales a lo largo del tiempo.					
Encontré útiles las estrategias de cálculo mental para resolver problemas del mundo real.					
matemáticas.					
Tuve la oportunidad de compartir y discutir mis estrategias de cálculo mental con mis compañeros.					
Soy capaz de implementar estrategias de cálculo mental en cualquier operación matemática.					
Considero que mi habilidad de cálculo mental ha mejorado.					

Nota. La tabla muestra los criterios que los alumnos de secundaria evaluarán respecto a la aplicación del cálculo mental.

De igual manera, tal como indica Cámara M. (2018):

La evaluación del desempeño docente mediante la opinión de los alumnos [...] permite obtener la visión y juicio de los beneficiarios de la docencia –los alumnos–, quienes son testigos cotidianos del desempeño de sus profesores. Para evaluar el desempeño de los docentes a través de este modelo, se emplean preponderantemente cuestionarios que integran las acciones que, de acuerdo con la institución, deben realizar los profesores en el escenario de la enseñanza-aprendizaje. (p.8)

Es por ello que se ha considerado importante conocer la opinión de los estudiantes quienes son testigos diarios del desempeño de la docente en el aula y de cómo se llevó a cabo la secuencia, pues así se podrán realizar las mejoras pertinentes para una mejor aplicación en ocasiones futuras, ésto sin dejar de lado

la consideración de otros instrumentos de evaluación que permitan obtener una perspectiva más completa de la labor docente.

1.7. Referentes teóricos y metodológicos

Barrera et al. (2018) indica que el cálculo mental influye en la capacidad de resolución de problemas, ya que permite que el alumnado establezca relaciones numéricas y obtenga conclusiones a partir de las mismas, y en consecuencia les facilita el procedimiento a seguir al tener la posibilidad de sustituir largos algoritmos de resolución por procedimientos más rápidos y sencillos que les propicien llegar al mismo resultado en un tiempo menor. Haciendo la comparativa con el plan de estudios 2017 se detecta a la resolución de problemas como parte esencial de la enseñanza de las matemáticas, específicamente respecto a lo que es el enfoque didáctico de las matemáticas, que señala que:

El enfoque didáctico para el estudio de las matemáticas es la resolución de problemas [...] que inviten a los alumnos a reflexionar, a encontrar diferentes formas de resolverlas y a formular argumentos para validar los resultados; así como también que favorezcan el empleo de distintas técnicas de resolución y el uso del lenguaje matemático para interpretar y comunicar sus ideas. (p. 243)

Por lo anterior, el desarrollo de la habilidad de cálculo mental viene a ser una herramienta útil para aportar al cumplimiento del enfoque didáctico de las matemáticas, ya que en primera instancia le permite al alumno resolver un problema con mayor rapidez cuando no se dispone de una herramienta tecnológica fomentando su autonomía y autoestima, como segunda parte permite explorar distintas vías de solución o estrategias que a su vez aumenta la flexibilidad en la resolución, y así mismo en última instancia está la estimación de lo que podría ser la solución que contribuye a plantear una o más rutas a seguir.

Así mismo, parte importante del desarrollo de la habilidad del cálculo mental en el aula es la actividad reflexiva de cada alumna y de cada alumno sobre sus

procesos, sobre sus producciones y sobre su saber ante la resolución de problemas (Zuñiga et al, 2005), puesto que es lo que le permite construir sus nuevos conocimientos a través de la reflexión de aquellos que ya posee junto con los de sus demás compañeros a través de una articulación entre ambos.

Debido a ello es necesario que al efectuar la práctica de actividades para el desarrollo de cálculo mental los estudiantes tengan un espacio para compartir sus estrategias y procedimientos mentales junto con sus compañeros para (1) detectar errores en sus procedimientos, (2) aprender nuevas estrategias y (3) mejorar el desarrollo de sus propios procesos.

Aunado a ello Barrera et al. (2018, citando a Cobb et al., 1991) expone que:

El aprendizaje es un proceso continuo que se lleva a cabo en una comunidad, en donde se construyen significados o entendimientos considerados como compartidos, ya que cada estudiante interpreta una experiencia y organiza cierto conjunto de ideas en términos de su propia estructura cognitiva (p. 129)

Con relación al programa de estudios de educación secundaria 2017 que establece, como parte de las orientaciones didácticas, que conviene insistir en que sean los alumnos quienes propongan el camino a seguir, en éste caso al compartir las estrategias que utilizan para resolver la operación o problema mentalmente, puesto que al ofrecer a los estudiantes la posibilidad de expresar sus ideas y enriquecerlas con las opiniones de los demás les permite desarrollar la habilidad para fundamentar sus argumentos, además de que esto facilita la puesta en común de los procedimientos que encuentran y así conocer múltiples maneras de resolver un solo problema u operación.

II. DESARROLLO, REFLEXIÓN Y EVALUACIÓN DE LA PROPUESTA DE MEJORA.

2.1. Pertinencia y consistencia de la propuesta.

La propuesta sugería la implementación de estrategias de cálculo mental para la resolución de operaciones de suma y multiplicación, donde la intención primordial fue que los estudiantes aplicaran las estrategias preparadas en la resolución mental de una serie de operaciones y problemas matemáticos y que con ello les fuera más sencilla y rápida la ejecución.

Sin embargo a pesar de llevar ya una propuesta de qué tipo de procedimientos mentales podían realizar, se priorizó que los alumnos emplearan aquellas estrategias propias que les fueran más útiles, pues es importante darles la libertad de utilizar otros tipos de procedimientos que para ellos sean más comprensibles y eficaces, pues el objetivo final fue que desarrollarán su capacidad de reconocer cuándo es factible emplear una estrategia o un procedimiento que les permita llegar al resultado de manera más rápida y sin realizar necesariamente el algoritmo convencional de suma y multiplicación que ocupa mayor tiempo y esfuerzo.

En este sentido, la propuesta es pertinente para implementarla en futuras secuencias, inclusive de una manera diaria en el aula, puesto que el ejercicio de la capacidad de pensamiento y conocimiento del número así como del manejo del mismo realiza un gran aporte hacia el desarrollo del sentido numérico y con ello del razonamiento sobre las relaciones entre números, que le permitirá al estudiante saber identificar cuándo se puede implementar alguna estrategia.

Para ello, Barrera et al (2018) (citando a a Reys et al., 1995) argumenta diciendo que el cálculo mental es parte fundamental del sentido numérico que a su vez es relevante y útil en la vida diaria, además de que al ser un requerimiento el dar respuesta a los ejercicios y problemas de manera rápida los obliga a pensar de manera más ágil y que se vean en la necesidad de aplicar alguna estrategia.

Así mismo se identificaron otros beneficios fuera del ámbito matemático, pues los estudiantes mostraron un mayor interés en la clase al considerar las actividades como un juego o un reto mental, siendo un incentivo al iniciar la clase que aumentó su estado de atención con la clase y los preparó para atender al tema principal sin sentirlo como una completa ruptura entre la asignatura anterior y matemáticas.

Además, fue de gran valor dar voz a que los propios estudiantes hayan enunciado las estrategias que implementaron y así dar lugar a que sus compañeros pudieran refutar si era correcto utilizarla o qué cambios se podían hacer, o por el contrario dejarse guiar cuando alguno de ellos hacía su aporte para posteriormente aplicarlas por sí mismos en la secuencia de ejercicios.

2.2. Enfoques curriculares y su integración en el diseño de las secuencias de actividades.

El cálculo mental es un propósito a lograr desde la educación primaria que se menciona en el plan y programa de estudios 2017 (SEP) como el "Utilizar de manera flexible la estimación, el cálculo mental y el cálculo escrito en las operaciones con números naturales, fraccionarios y decimales", y donde al llegar a la educación secundaria se conserva el mismo propósito pero añadiendo los números negativos: "Utilizar de manera flexible la estimación, el cálculo mental y el cálculo escrito en las operaciones con números enteros, fraccionarios y decimales positivos y negativos " (SEP, 2017).

Así mismo en el plan de estudios 2011 ya se tiene contemplado como un propósito del estudio de las matemáticas donde de manera muy similar al plan 2017 enuncia que: "Utilicen el cálculo mental, la estimación de resultados o las operaciones escritas con números enteros, fraccionarios o decimales, para resolver problemas aditivos y multiplicativos (SEP, 2011).

De ésta manera lo más destacable entre ambos programas es que en el 2011 se especifica el uso del cálculo mental y escrito en operaciones de suma y

multiplicación, lo cual se puede interpretar como un inicio efectivo para el desarrollo de estrategias y procedimientos mentales, para dar un posterior entendimiento más claro a la resta y la división.

Además en este último se añade como una competencia matemática, incluida dentro del manejo de técnicas eficiente, que especifica que:

Esta competencia no se limita a usar de forma mecánica las operaciones aritméticas, sino que apunta principalmente al desarrollo del significado y uso de los números y de las operaciones, que se manifiesta en la capacidad de elegir adecuadamente la o las operaciones al resolver un problema; en la utilización del cálculo mental y la estimación; en el empleo de procedimientos abreviados o atajos a partir de las operaciones que se requieren en un problema. (p. 23)

De ésta manera se puede observar la importancia curricular que se le ha dado al cálculo mental desde planes anteriores al considerarlo como una necesidad para el empleo de rutas de atajo en diversos tipos de problemas que le faciliten al alumno el trabajo con los números y cantidades y no únicamente emplear los algoritmos convencionales de las operaciones que en comparación son más tediosos y tardados de aplicar.

Más sin embargo el cálculo mental no tiene lugar en el actual programa de educación básica 2022, puesto que en ninguna parte se le menciona o hace referencia, cuando es una de las principales herramientas que le permite al estudiante resolver problemas de su vida cotidiana y que constantemente, a veces sin darse cuenta, aplican en la vida real, por lo que a pesar de no ser un propósito a lograr sigue siendo necesario considerarlo en el aula.

Para ello tiene lugar un aspecto muy importante dentro de las orientaciones didácticas del plan 2017 que enuncia dos metas a lograr:

Plantear rutas de solución.

“Conviene insistir en que sean los alumnos quienes propongan el camino a seguir [...] los alumnos compartirán ideas y se expresarán con libertad”

Trabajo en equipo.

“[...] ofrece a los alumnos la posibilidad de expresar sus ideas y enriquecerlas con las opiniones de los demás [...] y facilita la puesta en común de los procedimientos que encuentran”

Lo anterior se puede ver reflejado en la metodología utilizada durante la aplicación del plan de acción, donde se dio oportunidad a los estudiantes de expresar sus procedimientos a sus demás compañeros, así como que los demás tuvieran la libertad de refutar si la estrategia era correcta o factible de usar y expresar sus dudas, de manera que entre sí mismos aprendieran de las ideas, procedimientos y estrategias utilizadas por sus compañeros.

2.3. Competencias desplegadas en la ejecución del plan de acción.

El plan de estudios de la licenciatura en enseñanza y aprendizaje de las matemáticas (SEP, 2018) se guía bajo un enfoque basado en competencias que están conformadas de distintos tipos de conocimientos beneficiosos para “resolver de manera adecuada las demandas y los problemas que la vida personal, profesional y laboral plantea” (p.4) y que se desarrollan al momento de enfrentarse a situaciones problemáticas que requieran poner a prueba capacidades y habilidades.

Por ello se integran en competencias genéricas, profesionales y disciplinares, que a su vez se basan en cinco dimensiones que “permiten precisar el nivel de alcance de acuerdo con el ámbito de desarrollo profesional y conducirán a la definición de un perfil específico para desempeñarse en la educación obligatoria” (p.9), siendo estas:

- Un docente que conoce a sus alumnos, sabe cómo aprenden y lo que deben aprender.

- Un docente que organiza y evalúa el trabajo educativo, realiza una intervención didáctica pertinente.
- Un docente que se reconoce como profesional que mejora continuamente para apoyar a los alumnos en su aprendizaje.
- Un docente que asume las responsabilidades legales y éticas inherentes a su profesión para el bienestar de los alumnos.
- Un docente que participa en el funcionamiento eficaz de la escuela y fomenta su vínculo con la comunidad para asegurar que todos los alumnos concluyan con éxito su escolaridad (p.9)

Es así como la primera dimensión intervino en el aspecto de que para poder implementar en un inicio el plan de acción se requirió de conocer el programa de estudios de nivel secundaria para identificar qué es lo que se espera que logre el alumno, pues sin ello no se habría podido plantear un propósito inicialmente sobre el cual trabajar.

Respecto a la segunda dimensión se destaca la pertinencia de evaluar la secuencia de actividades implementadas para analizar si en efecto fueron fructíferas, qué errores hubo de parte del docente y del discente, así como las mejoras que se pueden aplicar, lo que a su vez se relaciona con la tercera dimensión como parte de que una de las finalidades de la evaluación es la mejora de la práctica en el aula para abonar al aprendizaje de los alumnos.

Pasando a las competencias genéricas, referidas al “ tipo de conocimientos, disposiciones y actitudes que todo egresado de las distintas licenciaturas para la formación inicial de docentes debe desarrollar a lo largo de su vida” (p.10) que a su vez integra ámbitos sociales, culturales y científicos, y dentro de las cuales se desplegaron:

- Soluciona problemas y toma decisiones utilizando su pensamiento crítico y creativo. Observada en momentos en que se enfrentó a situaciones problemáticas,

tales como que los alumnos tenían dificultades para comprender a sus compañeros o a la docente, o cuando debían de aplicar las estrategias y lo hicieron de manera errónea o cuando los procedimientos propuestos no funcionaron como se esperaba, de tal modo que se tomaron decisiones que permitieron solucionarlos y avanzar hacia el siguiente paso.

- Aprende de manera autónoma y muestra iniciativa para autorregularse y fortalecer su desarrollo personal. Que fue un aspecto indispensable para la aplicación de la secuencia que requirió de una planeación previa realizada autónomamente, así como en un momento posterior donde al momento de evaluar se procuró analizar propuestas de mejora que aportaran a la enseñanza docente.

- Aplica sus habilidades lingüísticas y comunicativas en diversos contextos. Que fue importante para poder guiar al conocimiento al alumno, siendo indispensable el elegir las preguntas adecuadas que les permitieran cuestionar sus ideas y procesos mentales, además de que a través de la reflexión posterior a la clase se logró un reconocimiento de aquellas preguntas mal formuladas y cómo podrían modificarse o reemplazarse por otras para aumentar la comprensión.

En lo que respecta a las competencias profesionales que “sintetizan e integran el tipo de conocimientos, habilidades, actitudes y valores necesarios para ejercer la profesión docente en los diferentes niveles educativos” (p. 10) y que proporcionan habilidades de resolución de situaciones y problemas en contextos escolares y aquello referido a la profesión docente, se logró desarrollar las siguientes:

- Utiliza conocimientos de las Matemáticas y su didáctica para hacer transposiciones de acuerdo con las características y contextos de los estudiantes a fin de abordar los contenidos curriculares de los planes y programas de estudio vigentes. Debido a que se requirió de la capacidad de reconocer y comprender el enfoque de las matemáticas así como su influencia en la enseñanza y el aprendizaje para poder plantear rutas de acción acordes a los aspectos didácticos, así como en la adaptación de los propósitos del conocimiento matemático que se

quiso desarrollar en los estudiantes para poder intervenir con la aplicación de estrategias que fueran acorde a estos mismos sin dejar de lado el objetivo a lograr.

- Diseña los procesos de enseñanza y aprendizaje de acuerdo con los enfoques vigentes de las Matemáticas, considerando el contexto y las características de los estudiantes para lograr aprendizajes significativos. Que fue aplicada continuamente para analizar el desarrollo de la clase con los estudiantes y acorde a ello adaptar la secuencia y realizar cambios beneficiosos.

- Evalúa los procesos de enseñanza y aprendizaje desde un enfoque formativo para analizar su práctica profesional. Que se ejecutó al momento de realizar una introspección y reflexión de la secuencia de clase y los resultados obtenidos, y la relación entre ésta y aspectos teóricos que se investigaron para concluir en un análisis satisfactorio que permitiera la mejora de la clase y del proceso de enseñanza.

- Gestiona ambientes de aprendizaje colaborativos e inclusivos para propiciar el desarrollo integral de los estudiantes. Pues fue indispensable que los alumnos mostraran respeto y escucha activa de lo que sus compañeros compartían con ellos y que además les fue de ayuda para integrar ideas dispersas que tuvieron sobre sus procedimientos realizados y generar nuevas.

- Utiliza la innovación como parte de su práctica docente para el desarrollo de competencias de los estudiantes. Que visto desde el punto de vista del cual los estudiantes no habían tenido un acercamiento con ésta secuencia de actividades de cálculo mental al inicio de sus clases, se considera innovador para ellos puesto que rompió con la dinámica normal de clases y llamó su atención e interés.

- Actúa con valores y principios cívicos, éticos y legales inherentes a su responsabilidad social y su labor profesional con una perspectiva intercultural y humanista. Que como todo profesional y docente en formación es indiscutible el saber cómo actuar ante un aula de clases y con actores escolares, y poner en práctica los valores que como ciudadanos se requiere.

Por último respecto a las competencias disciplinares, referidas al campo de las matemáticas y que “ponen de relieve el tipo de conocimientos que en el ámbito de los campos de formación académica requiere adquirir cada docente para tratar los contenidos del currículum”, se desplegaron las siguientes:

- Construye argumentos para diseñar y validar conjeturas en todas las áreas de las Matemáticas en diferentes situaciones. Puesto que fue necesario argumentar el por qué determinadas estrategias eran válidas de usarse, y que tienen una razón de ser al momento de decidir utilizarlas.
- Resuelve problemas a partir del análisis de la información cuantitativa y cualitativa derivada del pensamiento matemático. Particularmente en la resolución mental de los problemas propuestos donde les fue necesario identificar datos y las operaciones que los relacionaban.

2.4. Descripción de las secuencias de actividades

A continuación se da a conocer el desarrollo de la secuencia de clase aplicada al grupo de secundaria, donde además se incluyen los diálogos sucedidos entre docente y alumno, al cual se le dio denominación alfanumérica de acuerdo con su número de lista para así mantener su identidad oculta, por ejemplo: Alumno 1. Alumno 2, Alumno 3... Alumno 32, los cuales fueron rescatados de las grabaciones de audio hechas durante la sesión de clase.

Es importante recalcar que si bien los alumnos poseen su propia etiqueta como alumno/a 1, 2, 3... 32, durante la secuencia de tablas de multiplicar no se llevó en orden de lista ya que los alumnos se encuentran ubicados en sus mesabancos de manera estratégica, de manera que sucedió que tablas como 6×9 fueran respondidas por el Alumno 7, o 7×19 ser respondida por el Alumno 2.

Para el caso de la docente en formación se ha asignado la abreviación de DF como etiqueta para los diálogos correspondientes. De igual manera se incluye

una reflexión por clase de los objetivos logrados, dificultades que se presentaron y la efectividad de la aplicación de cada plan.

2.4.1. Sesión 1. Actividad: Descomponiendo números

Fecha de aplicación: 13 de febrero del 2024

Intención didáctica: Que el alumno resuelva ejercicios de suma relacionados con la descomposición de números y el conocimiento del número, así como que emplee ésta estrategia para facilitar su resolución.

Organización de la actividad. En primera instancia se les pidió a los alumnos ponerse de pie en sus mismos lugares para iniciar con el repaso de las tablas de multiplicar, en específico con la tabla del 6. Enseguida se les explicó que la dinámica consistía en dar un repaso a la tabla de multiplicar del 6, y que para ello se iniciaría con el primer alumno de la primera fila quien diría en voz alta “6”, seguido del alumno número dos quien diría “!2” y así sucesivamente. Los alumnos comprendieron rápido la actividad y con ello se dio inicio.

Los primeros 6 alumnos enunciaron de manera veloz su cifra, tardando un tiempo de no más de 2 segundos, sin embargo al llegar al séptimo alumno o en este caso a la multiplicación de 6×7 el tiempo aumentó ligeramente, pasando a un aproximado de 3 segundos, consecutivamente sucedió lo mismo con los alumnos restantes, quienes se tomaban un tiempo mayor para pensar la respuesta. Para ello se recopiló el siguiente diálogo:

Alumna 15: Seis por catorce...

Alumno 13: ¡Es 84!

Alumna A: Shhh le dijeron a Alumna 15.

Alumno 13: ¡Pues que nada más le sume 6 al número anterior!

Alumna 15: ¿84?

DF: ¿Por qué?

Alumna 15: Porque $78 + 6$ es igual a 84

Los alumnos se apoyaron entre sí mismos para poder calcular adecuadamente la tabla de multiplicar, y específicamente para ésta sesión seguían la dinámica de sumar 6 al número anterior. Se continuó con la segunda parte en que se escribieron cada una de las operaciones al frente en el pizarrón y se les explicó que dispondrían de 10 segundos para resolverla y anotar la respuesta en su hoja (véase anexo H) sin realizar ninguna operación.

Posterior a la primera parte se les pidió intercambiar hojas para revisar los resultados de sus compañeros, de manera que se les dictaron las respuestas y se les pidió anotar al final el número de aciertos (véase anexo Q). Enseguida se llevó a cabo la puesta en común, donde se discutieron los procedimientos que los alumnos utilizaron para resolver algunas de las operaciones, y para ello se rescataron los siguientes diálogos que fueron relevantes para llegar a la estrategia de descomposición:

DF: ¿Quién quiere describir el procedimiento que siguió para resolver la siguiente operación ($717 + 242$)?

Alumno 3: Yo primero sume 7 más 2 y me dio 9, luego 1 y 4 que son 5 y al final ya solo puse el 9... que fue del 7 más 2, y entonces son 959

Alumno 18: Maestra yo primero sumé el 7 y el 2, luego el 4 y el 1 y al final 7 y 2 y da lo mismo

Alumno 23: Yo lo que hago es imaginarmelos uno arriba del otro

DF: ¿Cómo?

Alumno 23: Sí, puse el 717 arriba y el 242 abajo y empecé a sumar el 7 y 2 que son 9 y puse que iba al final, luego el 4 y 1 que son 5 y pues ese va en medio, y ya después el 7 y 2 que son 9 y ese va al inicio.

DF: ¿Y éste siguiente cómo lo resolvieron ($347 + 128$)?

Alumno 6: Pues yo empecé con las centenas, luego docenas . ah no decenas, y ya después las unidades.

DF: ¿Puedes describirlo?

Alumno. Sí maestra, son 3 y 1 son 4 o sea 400, luego 4 y 2 son 6, o sea 60, entonces llevo 460, y como al final 7 y 8 suman 15 pues se lo sumo y da 475.

Se observó una respuesta favorable en gran parte de los alumnos, aquellos que participaron en su mayoría ya empleaban ésta estrategia sin conocer el nombre, sin embargo como se muestra algunos de ellos recurren a imaginar los números uno sobre otro para realizar la suma con el algoritmo convencional, pues para ellos es necesario tener los números en columna e iniciar a sumar desde la unidad hacia la centena.

DF: La estrategia que la mayoría de ustedes está utilizando es la descomposición, que es descomponer cada cifra en otras sumas más pequeñas y fáciles de manejar, por ejemplo el primer dígito (717) se puede separar por centenas, decenas y unidades, ¿cómo sería esto?

Alumna 11: Sería 700 más 10 más 7

DF: ¿Y el segundo (242)?

Alumnos: 200 más 40 más 2

DF: Y entonces después sumamos centena con centena, decena con decena y unidad con unidad, Alumno 13 ¿me puedes ayudar a hacer la suma en voz alta?

Alumno 13: ... sería... 7 + 2 son 9... 1 y 4 son 5... y 2 y 7 son 9

DF: ¿Y cuál es la respuesta?

Alumnos: ¡¡¡959!!!

DF: Vamos a hacer éste mismo procedimiento pero con $458 + 237$, ¿quién lo quiere realizar en voz alta?

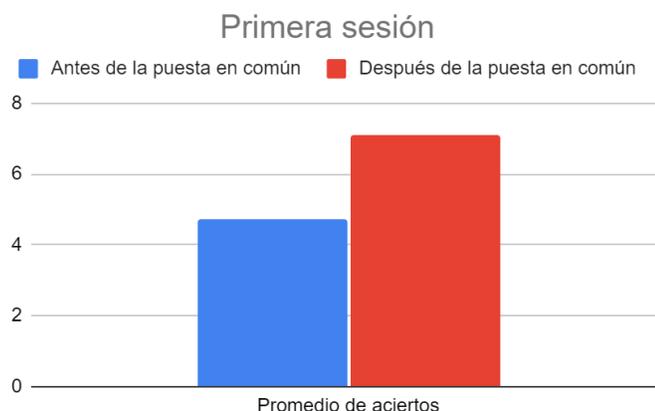
Alumno 14: ¡Yo! Serían 4 y 2 son 6 o sea 600, 5 y 3 son 8 o sea 80, luego 7 y 8 que son 15, entonces... si tenía 680 más 15 entonces son... 695!

No fue difícil que los alumnos comprendieran el proceso, sin embargo donde presentaron dificultad fue cuando, con ejemplos como el último, debían de agregar una decena o una centena porque la suma de dos dígitos era mayor a 10. Posteriormente se aplicó la segunda parte de las operaciones, para donde nuevamente se les escribió una por una las operaciones en el pizarrón y se les dio un tiempo de 10 segundos para responder.

A continuación se muestra la gráfica que indica los resultados de los alumnos antes y después de la puesta en común, así como la tabla de resultados por alumno (Véase anexo I). Es importante mencionar que aquellos puntos donde la gráfica está en ceros es generalmente por motivos de inasistencia, y en ocasiones porque los alumnos directamente obtuvieron un 0.

Figura 11

Evaluación de la primera sesión.



Nota. Comparación de resultados antes y después de la aplicación. Elaboración propia

Reflexión.

Durante el desarrollo de la puesta en común los alumnos mostraron interés en participar, sin embargo al momento de tomar la palabra fue complicado para algunos describir el proceso en voz alta, pues sí bien sabían ejecutarlo mentalmente y explicar el proceso de manera general, cuando lo aplicaron a una de las operaciones desistieron de participar, pues se considera que experimentaron nervios de equivocarse, lo cual afectó negativamente el desarrollo de la puesta en común.

Pese a ello se llegó a la explicación de lo que era la estrategia ya que el proceso de descomposición fue mencionado en reiteradas veces por los alumnos que participaron (en sus propias palabras), mencionando la suma por centenas, decenas y unidades, o de izquierda a derecha por dígito, de manera que no fue complicado llegar a ello, incluso al momento de que se realizó el ejercicio en voz alta con apoyo de los estudiantes no hubo mayor dificultad que retener los dígitos mentalmente.

Con apoyo de la gráfica anterior se puede observar que la cantidad de aciertos aumentó posterior a la aplicación de la estrategia (área roja), así mismo el promedio de respuestas correctas aumentó de un 4.7 a un 7 (véase anexo I), por lo que se puede determinar que la aplicación de la estrategia de descomposición generó un cambio favorable en los alumnos.

Finalmente sería favorable que para una próxima aplicación se dé oportunidad a una mayor cantidad de alumnos de describir el proceso de resolución posterior a la explicación de la estrategia, pues para ésta sesión solo se pidió la participación posterior de 2 alumnos por el poco tiempo que restaba enteramente para el tema principal de la sesión.

2.4.2. Sesión 2. Actividad: Compensación de números

Fecha de aplicación: 14 de febrero del 2024

Intención didáctica: Que el alumno resuelva operaciones de adición mediante el incremento de uno de los dos datos compensando adecuadamente el resultado.

Organización de la actividad.

Se inició la clase con el repaso de la tabla de multiplicar del número 7, para lo cual no hubo mayor dificultad que el hecho de que los estudiantes solían presentar dificultades en la multiplicación del 7 por factores mayores a 13, sin embargo con la ayuda de sus compañeros hacían la suma correspondiente del número 7 al resultado anterior.

Continuando con la estrategia del día que es la compensación de números, se comenzó anotando cada una de las 10 operaciones propuestas, dejando un lapso de 10 segundos entre una y otra para responder. Al finalizar la resolución se intercambiaron la hoja entre sus mismos compañeros para revisar la cantidad de aciertos. Posteriormente se llevó a cabo la puesta en común de procedimientos o estrategias que siguieron para resolver, y cuyos diálogos se enuncian a continuación:

DF: ¿Quién quiere compartir el procedimiento que siguió para resolver ésta operación?

Alumno 31: Primero sumé las centenas, luego las decenas y al final las unidades, y de resultado me dio 969

Alumno 18: Yo primero hice 5 más 3 y ya me dio 8, y como vi que luego seguía el 9 y el 7 se vuelve 900, y ya luego puse el 6 y sumé 8 y 1 y ya me dio 9

DF: Una manera más sencilla de resolver puede ser redondeando alguna de las cifras para poder trabajar con ellas más fácil, por ejemplo, ¿cuál de éstas dos cifras puedo redondear a un número con el que me sea fácil trabajar?

Alumnos: el 598

DF: ¿A cuál número?

Alumno 7: a 600

DF: Es decir, ¿cuánto le sumé?

Alumnos: dos

DF: (hace la suma en el pizarrón de $600 + 371$) ¿Entonces ésto a cuánto es igual?

Alumnos: a 971

DF: Pero si yo le sumé dos unidades a la primera cifra, ¿qué tengo que hacer ahora con esas dos unidades?

Alumnos: Restarlas

DF: ¿Y entonces el resultado cuánto me daría?

Alumnos: 969

Alumna 17: Así está más difícil maestra

Alumnos: Nooo, así está más fácil

DF: Vamos a resolver otro ejemplo del que les dicté (Anota la operación en el pizarrón $573 + 296$) ¿cómo lo resolveríamos si yo hago el redondeo?

Alumno 31: A 296 le agregamos 4 redondeándolo a 300, $300 + 573$ da 873, menos cuatro da 869

DF: Muy bien ¿alguien más quiere compartir cómo se resolvería?

Alumno 7: Al 296 le sumo 4 y serían 300, más 573 son 873 y 873 menos 4 son 869.

DF: Así es da 869, vamos a repasar uno más (anota $846 + 192$), ¿quién quiere compartir cómo se resuelve?

Alumno 4: Redondeo el 846 y le sumamos 4, y ya luego sumamos y da 1042 y le restamos los 4 que le sumamos y da 1038.

DF: Por último haremos lo siguiente ($418 + 297$), ¿quién quiere realizar el procedimiento en voz alta?

Alumno 12: ¡Yo, yo!

DF: Adelante

Alumno 12: Primero redondeo el 297 a 300 y le sumo 418 que me da 718, y ya solo le resto 3 que son 715.

Fue así que con ayuda de los alumnos se llegó a una estrategia en la que pudieran sumar números cercanos a la centena, decena, millar, y demás, según sea el caso. Se continuó con la segunda parte de las operaciones siguiendo la misma dinámica de anotar cada operación en la pizarra y asignándoles un lapso de 10 segundos para responder a cada una. La Figura 12 muestra la comparación entre el resultado de aciertos antes de la puesta en común y posterior a ella. Así mismo en el anexo J se exhibe la tabla con los resultados por alumno.

Figura 12

Evaluación de la segunda sesión. Comparación de resultados antes y después de la aplicación



Nota. Comparación de resultados antes y después de la aplicación. Elaboración propia

Reflexión.

Durante el desarrollo de la actividad se observaron a algunos alumnos confundidos respecto a la estrategia sugerida, sobre todo porque argumentaron que eran muchas operaciones, sin embargo si bien esto es cierto al momento de hacerlo con lápiz y papel (o en este caso en el pizarrón) puesto que se debe hacer una suma y una resta extras, al realizar el procedimiento mental el proceso es más sencillo pues basta con identificar cuál de los números está más cercano a la centena próxima y hacer la suma y resta correspondiente.

Al avanzar con los ejemplos resueltos en voz alta se iban aclarando las dudas de más alumnos pues su reacción ya era diferente, como de sorpresa. Gracias a la gráfica se puede observar cómo la cantidad de aciertos posteriores aumentó en comparación con la primera parte de la aplicación, pues el área de color rojo se nota ligeramente en mayor proporción. Así mismo con la tabla de las calificaciones por alumno (véase anexo J) se observa un aumento en el promedio de aciertos correctos, pasando del 5.9 al 7.

Sin embargo las áreas de oportunidad en otras aplicaciones podría ser el (1) pedir la participación y resolución de más operaciones a otros estudiantes, de ser posible cada una de las 10, (2) procurar dejar más en claro que la estrategia tiene su base en buscar la centena más cercana, por ejemplo en el caso de 297 la

centena más cercana sería 300 sumándole 4 unidades, y (3) hacer notar la propiedad uniforme de la igualdad que establece que si $a = b$, entonces

$$a + c = b + c, \text{ y}$$

$$a - c = b - c,$$

puesto que si se tiene la suma de, por ejemplo, $297 + 314$, al sumarle una cantidad C que no tiene lugar entre la igualdad de la suma y su resultado, entonces hay que restarla al final para mantener ésta equivalencia.

2.4.3. Sesión 3. Actividad: Descomponiendo en sumas

Fecha de aplicación: 15 de febrero del 2024

Intención didáctica: Que el alumno aplique la estrategia de descomposición aditiva en operaciones de multiplicación.

Organización de la actividad.

La sesión empezó con los alumnos mencionando en voz alta la tabla de ocho en orden, nuevamente como en las sesiones anteriores la dificultad que presentaban era al momento de multiplicar el ocho por números mayores a la decena, en éste caso específicamente fue a partir del número 12, pues fue donde los alumnos aumentaron el tiempo en que respondían a la tabla que estaban enunciando.

Posterior a ello se continuó con la siguiente parte, para ello se les escribió una a una las operaciones en el pizarrón, para lo que dispusieron de 10 segundos para responder. Enseguida intercambiaron sus hojas para hacer la revisión correspondiente y anotar el total de aciertos. Se avanzó a la parte de la puesta en común para que discutieran sus estrategias entre sí, en éste sentido se rescatan los siguientes diálogos:

DF: ¿Quién quiere compartir cómo resolvió la operación (40×12) ?

Alumno 7: Primero multiplico 40×10 y me da 400, y después 40×2 es igual a 80 y me da 480

DF: Como menciona su compañero, una manera más sencilla de hacer la operación es descomponiendo uno de los factores, por ejemplo en éste se separó el 12 en $10 + 2$ y cada uno de ellos se multiplica por el 40 (procede a hacer la operación por partes en el pizarrón). Ahora repasemoslo con el siguiente ejemplo de 25×13 , ¿cómo lo haríamos?

Alumna 5: Sería 25 por 10 y luego por 3

DF: ¿Puedes realizar la operación en voz alta?

Alumna 5: 25 por 10 son 250 y 25 por 3 son 75, entonces son...

Alumnos: 325

DF: Levanten la mano por favor para que solo uno lo haga en voz alta

Alumno 7: Yo primero hice 25 por 10 que son 250, luego 25 por 3 que son 75 y 250 más 75 con 325

DF: Muy bien, y entonces 40×15 ¿cómo lo hacemos?

Alumno 14: Son 600

DF: ¿lo puedes hacer en voz alta?

Alumno 14: Sí, primero 40 por 10 que es 400, luego 40 por 5 que son 200 entonces 400 más 200 son 600.

DF: ¿Y si tuviera 15×15 ?

Alumno 7: Sería 10 por 15 y 5 x 15, que son 150 más 75

Alumnos: Y son 225

DF: Vamos a hacerlo en el pizarrón, ¿cuál número puedo descomponer?

Alumnos: El que sea por qué es el mismo

DF: ¿Y en cuánto descompongo el 15?

Alumnos: 10 y 5

DF: ¿Y ahora 15 x 10?

Alumnos: Son 150

DF: ¿Y 15 x 5?

Alumnos: 75

DF: ¿Y 150 más 75?

Alumnos: 225

Como el diálogo muestra, no fue complicado que los alumnos comprendieran la estrategia, o al menos con su apoyo se pudo llegar a la comprensión de la misma, pues el hecho de que en voz alta repasaron las operaciones aplicando la estrategia lo hacía más entendible. Sin embargo la parte en la que sí hubo complicaciones fue al momento de que los alumnos debían de retener mentalmente los datos de las dos multiplicaciones que debían de hacer y hacer la suma mental, pues para ejemplos como el de 80×15 donde había que multiplicar.

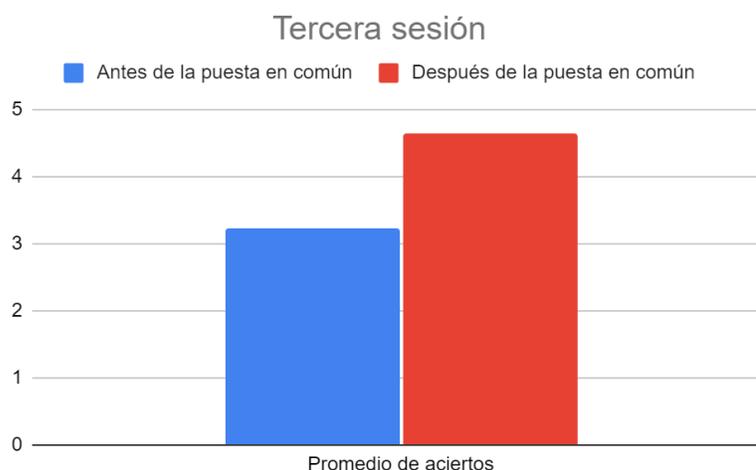
$22 \times 10 = 220$ y $22 \times 4 = 88$

y posteriormente hacer la suma de $800 + 400 = 1200$, solían tardar más tiempo e incluso llegar a equivocarse en el resultado de la suma a pesar de haber hecho las multiplicaciones correctamente, dando resultados como, en éste caso en específico, de 288, 318 o sencillamente no daban respuesta, por lo que se rescata que un aspecto que influye negativamente al resolver es la capacidad de retención de los datos.

Se prosiguió con la segunda parte de operaciones para finalmente hacer el recuento de aciertos por alumno, la Figura 13 proporciona los resultados de la evaluación antes y después de la puesta en común, así como también se encuentra la tabla de evaluación por alumno (véase anexo K).

Figura 13

Evaluación de la tercera sesión. Comparación de resultados antes y después de la aplicación



Nota. Comparación de resultados antes y después de la aplicación. Elaboración propia

Reflexión

Es de suma importancia que para una aplicación del cálculo mental en la que se disponga de una mayor cantidad de tiempo para su implementación, que el cálculo mental de la suma sea algo de lo que los alumnos se apropien completamente y que puedan realizar sumas de al menos dos cantidades sin mayor problema, puesto que fue recurrente observar que a pesar de que la mayoría de los alumnos lograron realizar la multiplicación, presentaban dificultades al momento de sumar ambos datos, y que sí bien la multiplicación es

algo que aún debe trabajarse, el hecho de que la suma para ellos sea un problema también afecta negativamente en la multiplicación mental.

Adicionalmente la gráfica permite observar la comparativa de resultados, donde el área roja se denota en mayor proporción, y además el promedio que en momento anterior era de 3.5 y en uno posterior aumentó a 4.7 (véase anexo K), muestra una mayor cantidad de aciertos que puede indicar que la estrategia en determinada medida generó cambios positivos, pero aún así sigue siendo un índice bajo para indicar que los estudiantes manejan sin problemas la multiplicación mental.

2.4.4. Sesión 4. Actividad: Compensación de números

Fecha de aplicación: 19 de febrero del 2024

Intención didáctica: Que el alumno resuelva operaciones de multiplicación por medio de la aplicación de la estrategia de compensación.

Organización de la actividad. Por orden de filas se inició a repasar la tabla del 9, en ésta hubo complicaciones desde el inicio prácticamente, pues en tablas como la del 9 x 6 en adelante los alumnos ya se llevaban un tiempo mayor en responder. Hubo un cambio en la dinámica donde al finalizar el repaso se preguntaron las tablas al azar a algunos estudiantes, y nuevamente tardaban en responder, sin embargo fue de apoyo para que se mantuvieran atentos e incluso ayudaron a sus compañeros a responder tablas como la del 9 x 14, donde se detectó que aplicaban la estrategia de descomposición al multiplicar 9 x 10 y 9 x 4.

Se continuó a la primera parte de las operaciones de multiplicación como de costumbre, y al finalizar la revisión se suscitó la puesta en común, donde los estudiantes mencionaron lo siguiente:

Maestra: ¿Cómo resuelvo ésta operación (28 x 35)?

Alumno 7: Primero multiplico 28 por 10 que son 280, y como es 30 entonces son 3 veces, y entonces 280 por 3 es...840, luego ya ... lo multiplicó por 5 que sería 280 a la mitad... que son 140, y ya lo sumo todo.

El Alumno 7 fue el único que quiso participar, y se puede observar cómo aplicó la estrategia de descomposición que él ya aplicaba, sin embargo presentó dificultades al momento de sumar el total de los datos pues se quedó mucho tiempo pensando y ya no logró culminarla. Los alumnos argumentaron que éstas operaciones les parecieron más complicadas, pues de hecho el propósito era ese, que notaran una mayor complejidad que posteriormente los llevaría a analizar que aplicar la nueva estrategia es más factible de realizar, de manera que posterior a su aplicación se generó el siguiente diálogo para repasar su aplicación:

DF: ¿Cómo resuelvo ésta operación (25 x 32)?

Alumno 13: Maestra pero si divido 25 entre 2 me da punto decimal, son 12.5

DF: Por eso hay que buscar trabajar con números enteros, si yo divido 25 entre dos me da con punto decimal, y por eso es más conveniente multiplicarlo por 2 y el otro número dividirlo entre dos, no al 25

Fue importante lo que el alumno mencionó ya que él se quedó con la idea de que siempre el primero se divide entre dos y el segundo se multiplica por dos, cuando en realidad puede ser cualquiera, pues lo importante es saber analizar las cantidades para determinar qué número es conveniente multiplicar por dos y cuál es conveniente dividir entre dos.

Alumno 30: Primero es 25 x 2

DF: ¿Y cuánto es?

Alumnos: son 50

DF: ¿y después?

Alumno 28: 32 entre 2, que son 16

DF: Y entonces, 50×16 , ¿cuánto me da?

Alumno 30: 576

Alumno 19: ¿530?

Alumno 25: ¡800!

DF: ¿Por qué?

Alumno 25: Porque 50×10 son 500 y 50×6 son 300, entonces da 800

DF: ¿Y cómo sería con ésta operación (35×24)?

Alumno 12: ... mmm 70

DF: ¿Y después?

Alumno 12: 28 entre 2

DF: ¿Y cuánto es?

Alumnos: 14

DF: ¿Y ahora cómo resuelvo la multiplicación que me quedó (70×14)?

Alumno 4: 4 por 7 y se le pone el 0, después...

Alumno 31: Son 70 por 10 y 70×4

DF: ¿eso cuánto me da? ¿lo puedes hacer?

Alumno: 70 por 10 son 700... y 70 por 4 son 280, y ya se suma

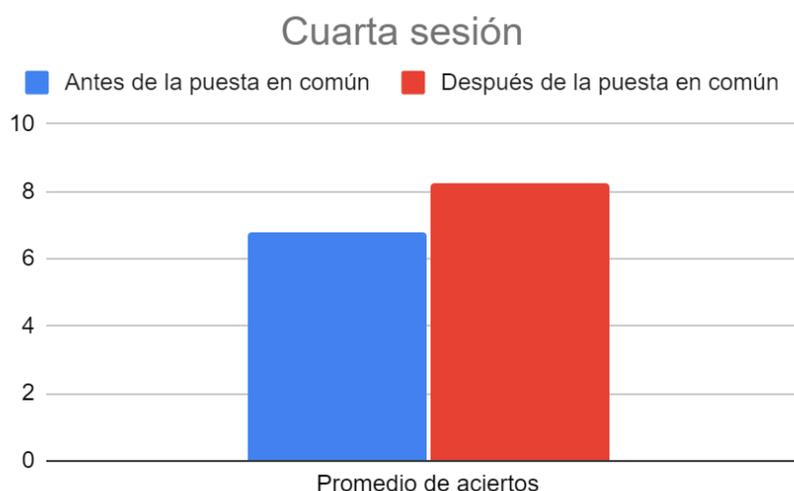
DF: ¿entonces cuánto me da?

Alumnos: ¡980!

Los alumnos sí lograron identificar que para éstas operaciones era más sencillo aplicar la estrategia de compensación, sin embargo algunos argumentaron que era más complicado pues eran más operaciones, por lo que no todos estuvieron de acuerdo en implementarla, ya que nuevamente había que retener más datos mentalmente. Se continuó con la segunda parte de operaciones y la posterior evaluación, y en la que a continuación la Figura 14 da a conocer la comparativa antes y después de la puesta en común.

Figura 14

Evaluación de la cuarta sesión. Comparación de resultados antes y después de la aplicación



Nota. Comparación de resultados antes y después de la aplicación. Elaboración propia

La gráfica evidencia que en general desde la aplicación de los primeros ejercicios, antes de la puesta en común, hubo una buena respuesta, sin embargo posterior a la formalización de la estrategia aplicada aumentó el número de aciertos, obteniendo un promedio que pasó del 6.7 al 8.2 (véase anexo L), lo cual denota una aplicación útil de la estrategia de compensación.

Reflexión.

Durante la institucionalización de la estrategia fue complicado que los alumnos comprendieran el por qué de la misma, es decir por qué se multiplica uno por dos y el otro se divide entre dos, por lo que para éste aspecto sería conveniente repasar la propiedad de la igualdad, donde si se altera la operación original (en este caso multiplicando o dividiendo por 2), al resolverla es necesario revertir ésta operación con su inversa (si la primera cifra se multiplica por 2, la segunda cifra se debe de dividir entre 2), pues incluso pudiera darse el caso donde sea conveniente multiplicar y dividir por 3 u otros dígitos, tal es el caso de 11×12 , donde:

$$11 \times 3 = 33$$

$$12 / 3 = 4$$

$$33 \times 4 = 132$$

o que inclusive se pudiese volver a aplicar la estrategia de doble y mitad sobre ésta operación y que resultaría en una multiplicación más sencilla:

$$33 \times 2 = 66$$

$$4 / 2 = 2$$

$$66 \times 2 = 132$$

En este sentido sería enriquecedor ver éste tipo de ejemplos donde de una operación que a simple vista pareciera muy complicada, con la práctica para el manejo de los números, la aplicación de ésta estrategia resulta en una operación mucho más sencilla y por ende efectiva.

2.4.5. Sesión 5. Actividad: Resuelvo problemas.

Fecha de aplicación: 27 de febrero del 2024

Intención didáctica: Que el alumno resuelva problemas aplicando las estrategias trabajadas en sesiones anteriores (descomposición y composición).

Organización de la actividad. Al iniciar la clase se les explicó a los alumnos que en éste día no se trabajaría con operaciones si no con problemas, que para ello se les leería en voz alta y se repetiría una sola vez el enunciado (en total lo escucharon dos veces), además de que dispondrían de 15 segundos para resolverlo y dar la respuesta en su hoja.

Al momento del dictado se notaba una confusión en la mayoría, que podría tener origen en que no lograban identificar qué operación había que aplicar para resolver, pues incluso al final de la resolución estaban compartiendo que los primeros cinco problemas eran sumas y los cinco restantes eran multiplicaciones, además de que era muy frecuente e estar escuchando que por favor repitiera el problema, pues no recordaban los datos mencionados.

DF: ¿cómo les parecieron los problemas?

Alumno 7: Difíciles

DF: ¿por qué?

Alumno 13: Pues porque se me olvidaban los números maestra

Al finalizar se llevó a cabo la puesta en común, de donde se rescataron los siguientes diálogos:

DF: ¿cómo resuelvo el primer problema? En un almacén había 458 cajas de productos y llegaron otras 237 cajas más, ¿cuántas cajas hay en total después de la llegada de las nuevas?

Alumno 7: ¡Sumando!

DF: ¿Por qué? ¿Qué debo sumar?

Alumna 19: Las cajas maestra, porque dice que llegaron unas nuevas

DF: ¿Y entonces cómo lo sumo?

Alumno 13: Maestra escriba los números en el pizarrón porque se me olvidan

Alumno 12: si sumo 4 y 2 son 6, luego 5 y 3 que son ocho y ya después solo le simo lo del 15, que son... ay no maestra mejor pregúntele a alguien más, ya se me olvidó

Alumno 7: 400 más 200 son 600, luego 50 y 30 son 80 entonces van 680, pero como al final son 15 entonces da 695

DF: ¿Y el último problema cómo lo resuelvo? Una tienda vende paquetes de 20 tornillos, y un cliente compra 24 paquetes, ¿cuántos tornillos compró en total?

Alumno 17: Se multiplica maestra

DF: ¿y cómo hago la multiplicación?

Alumna 17: Son 20 por 24, entonces hago 24 por 10 que son 240, después...

Alumno 14: son 480 porque es por 2

Al momento de hacer directamente la operación no hubo mayor dificultad que las que habitualmente se dan de retención de los datos, sin embargo sí hubo una alta dificultad para retener los datos que se les estaban mencionando, pues era constante oír murmullos de “¿cómo maestra?” o “repítalo maestra”, a pesar de que se les leía dos veces.

La estrategia más repetida en la operación de suma fue directamente la descomposición, al igual que en la multiplicación, pues para los alumnos es más sencillo pensar en la menor cantidad de operaciones implícitas. La Figura 15 muestra la proporción de estudiantes que obtuvieron una respuesta acertada, sin embargo como se observan resultados deficientes, además de que el promedio fue reprobatorio de un 5.03 (véase anexo M), lo cuál se estima fue bajo por el

tener que aplicar la operación dentro del problema y no directamente, pues había que analizar el problema, identificar qué operación se debía que hacer, retener los datos y operar.

Figura 15

Evaluación de la quinta sesión. Comparación de resultados antes y después de la aplicación



Nota. Comparación de resultados antes y después de la aplicación. Elaboración propia

Reflexión

La aplicación de problemas demostró cómo para los alumnos denota un proceso más largo y complejo de realizar, y cuyos resultados son evidentes al obtener una calificación reprobatoria con un promedio de respuestas acertadas del 5.03 y un promedio de respuestas incorrectas del 4.96. Con base en ello se hace la inferencia de que una primera opción a seguir sería aplicar problemas sencillos en el cálculo mental de manera diaria para acostumbrar a los estudiantes a analizar la información y a retener una mayor cantidad de datos, así como que una segunda opción sería imprimir los problemas en una hoja donde sólo debían de dar la respuesta sin hacer operaciones escritas, pues así se centrarían

principalmente en los datos y el análisis que en retener la información o memorizar.

El análisis de la gráfica solo deja en evidencia que para los alumnos la resolución de problemas aún es un aspecto que se debe de trabajar en clase ya que a pesar de que en la puesta en común no hubo dificultad para resolver, el hecho de detectar qué operación se debe de utilizar en cada problema es algo que les toma tiempo y que por ende disminuye su tiempo para resolver.

2.4.6. Sesión 6. Actividad: Llegar a 100

Fecha de aplicación: 13 de febrero del 2024

Intención didáctica: Que los alumnos, por medio de un juego, apliquen sus habilidades de cálculo mental con el objetivo de adquirir agilidad en cálculo y estimación.

Organización de la actividad.

La aplicación inició explicando a los alumnos que el juego consistía en que por parejas, asignadas por la docente en formación, se turnaron para que en primera instancia el jugador I diría un número cualquiera del 1 al 9, ya que posteriormente el jugador II tendría que sumar, restar, multiplicar o dividir a dicho número por otro diciendo la operación en voz alta, enseguida el jugador I volvería a hacer lo mismo con el número que obtuvo el segundo jugador, y así sucesivamente, en donde ganaría quien obtuviera el 100 como resultado exacto; además se anotaron los dígitos del 1 al 9 en el pizarrón y también las reglas importantes, como que los jugadores no podían utilizar dos veces seguidas la misma operación ni podían hacer ninguna operación escrita.

Fue complicado para gran parte del grupo entender la actividad así que fue necesario ejemplificar con uno de los alumnos, de tal manera que al final no quedaron dudas. Se les dio un tiempo aproximado de 5 minutos para jugar cada quien en su propia bina (véase anexo N), y se observó a 3 parejas que lograron

terminar el juego, es decir que lograron llegar exactamente al número 100. Fue así como posteriormente se eligieron a tres de las parejas para que pasaran al frente a ejemplificar el proceso que habían seguido para obtener un resultado exacto de 100. Los diálogos a continuación pertenecen a la primer pareja (véase anexo Ñ):

Alumno 31: Primero tomamos el 7 y el 5 que nos dio 12

Alumno 18: Luego el 12 lo multiplicamos por 9 que da...

Alumno 31: 108

Alumno 18: Y ya nada más le restamos ocho

La explicación de los alumnos fue rápida, pues argumentaron que el proceso lo hicieron entre los dos para hallar las operaciones y números que les dieran un resultado de 100, de manera que no lo expusieron a modo de juego si no como una explicación en pareja. Enseguida los diálogos a continuación corresponden a la tercer bina (véase anexo O):

Alumno 17: Yo primero hice $1 + 2$ que me dio 3

Alumno 21: Luego sería 3 al cuadrado

DF: (Pregunta al grupo en general) ¿Se puede hacer 3 al cuadrado?

Alumnos: Nooo

DF: ¿Por qué?

Alumno 31: Porque 3 al cuadrado es 3×3 y entonces repetiría el número

Alumno 21: Entonces 3×9

Alumno 17: son 27... y más 8 son 35

Alumno 21: 35 por 3

Alumno 17: 35 por 3... son 90, y 15... 105... 105 menos 5

DF: ¿Y eso cuánto es?

Alumno 17: ¡100!

De la bina anterior fue relevante observar cómo el alumno 17 realizó en voz alta la aplicación de la estrategia de descomposición para multiplicar 35×3 , puesto que realizó primero la multiplicación de $30 \times 3 = 90$, y después $5 \times 3 = 15$ y finalmente sumó ambos, dando un resultado de 105. Al finalizar el juego se les preguntó si les había gustado, la mayoría exclamó que sí, aunque también mencionaron que era difícil encontrar los números y operaciones exactas para obtener con 100; posteriormente se les preguntó qué otros números y operaciones eran posibles de utilizar para obtener una solución de 100, y el alumno 7 enunció:

Alumno 7: Si 5×4 son 20 luego más 5 son 25 y lo multiplicó por 4 y ya me da 100 (alumnos se muestran confundidos)

DF: ¿Sí entendieron?

Alumnos: ¡¡¡Noooo!!!

Alumno 7: Pues primero multiplicamos 5×4 , me da 20, luego sumándole 5 son 25, y ya si lo multiplico por 4 me da 100

Alumno 31: Si hago 6×5 es igual a 30, por 3 me da 90, más 9 son 99, luego menos 1 son 98 y más 2 son 100

Alumno 13: Maestra pero multiplicó dos veces

Alumno 21: ¡Yo maestra yo! Son $5 \times 5 = 25$, luego por 4 y ya

DF: ¿Está correcto?

Alumnos: ¡No!

DF: ¿Por qué?

Alumno 4: Porque hizo puras multiplicaciones

Reflexión

Fue muy interesante la realización de la puesta en común pues se rescataron diferentes procedimientos para llegar al 100, así mismo la actividad logró el cometido de incitar a los estudiantes a operar con los números de maneras diferentes y hacer diversas combinaciones para obtener resultados variados, promoviendo así el sentido numérico al momento de resolver las operaciones, promoviendo que al exhibir diferentes rutas de solución comprendieran que no hay una sola solución a seguir.

De igual manera se observó que durante la primera parte del juego donde cada quien estaba con su bina, todos respetaron el acuerdo de no hacer operaciones escritas o con calculadora, por lo que se identificó cómo es que los estudiantes realizaban operaciones de manera mental y que con ello había que poner a prueba su capacidad de calcular mentalmente con las cuatro operaciones básicas. De ésta manera se considera que la actividad se logró con éxito, ya que se captó el interés de los alumnos, promoviendo en ellos la búsqueda de distintas soluciones, el manejo de números y sus combinaciones, el cálculo mental y la estimación de resultados.

2.4.7. Sesión 7. Evaluación final

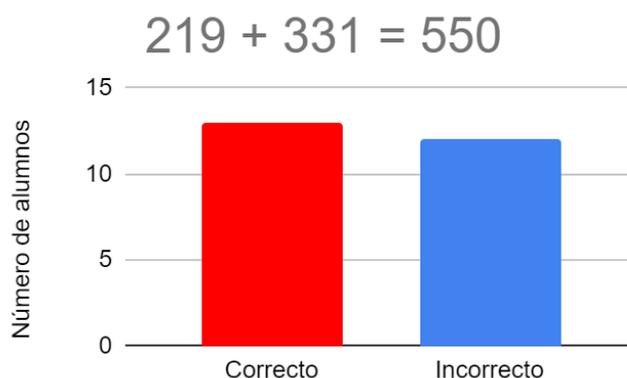
Fecha de aplicación: 13 de febrero del 2024

Intención didáctica: Que los alumnos resuelvan operaciones mentalmente aplicando las estrategias aprendidas, así como sus propias estrategias.

Para la evaluación final se decidió aplicar el mismo examen diagnóstico aplicado al inicio de la secuencia, de tal manera que el examen consistía en dos partes: una oral y otra escrita (véase anexo A y B). Los resultados del examen oral se muestran en la Figura 16, en donde se contó con la asistencia y evaluación de 25 de los estudiantes; la barra roja muestra el total de aciertos correctos por operación y la barra azul el número de respuestas incorrectas.

Figura 16

Resultados obtenidos del Reactivo 1. Evaluación Final

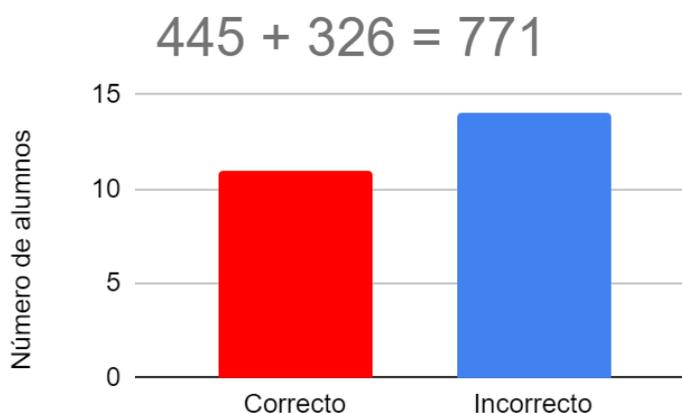


Nota. Resultados del reactivo 1 del examen final. Elaboración propia

La gráfica muestra un total de 13 aciertos y 12 respuestas incorrectas, lo que evidencia que si bien el resultado es reprobatorio, siendo el promedio ligeramente mayor a 5, el número de alumnos que respondieron correctamente es mayor por 3 aciertos en comparación con el diagnóstico inicial (10 respuestas correctas).

Figura 17

Resultados obtenidos del Reactivo 2. Evaluación Final

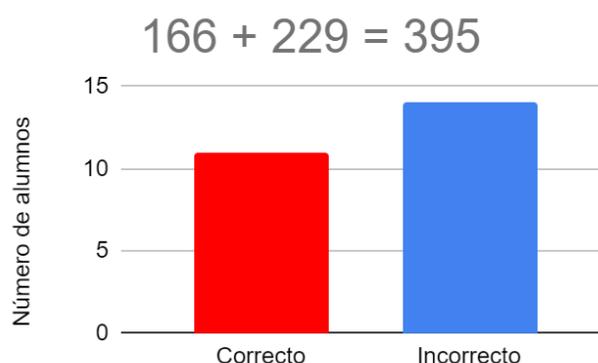


Nota. Resultados del reactivo 2 del examen final. Elaboración propia

En ésta segunda gráfica, se muestra un resultado de 11 aciertos y 14 desaciertos, donde nuevamente el índice es reprobatorio, sin embargo en comparación con el diagnóstico inicial hubo un aumento en los aciertos de un total de 6 a 11 de la evaluación final.

Figura 18

Resultados obtenidos del Reactivo 3. Evaluación Final

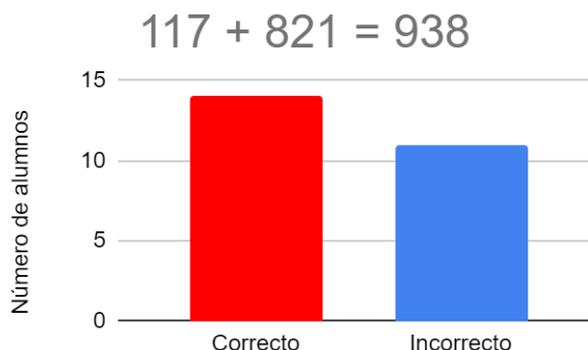


Nota. Resultados del reactivo 3 del examen final. Elaboración propia

El total de respuestas correctas es de 11 mientras que las incorrectas son 14, y que en comparación con el diagnóstico inicial, hubo un aumento de un acierto, pasando de 10 a 11 en la evaluación final.

Figura 19

Resultados obtenidos del Reactivo 4. Evaluación Final

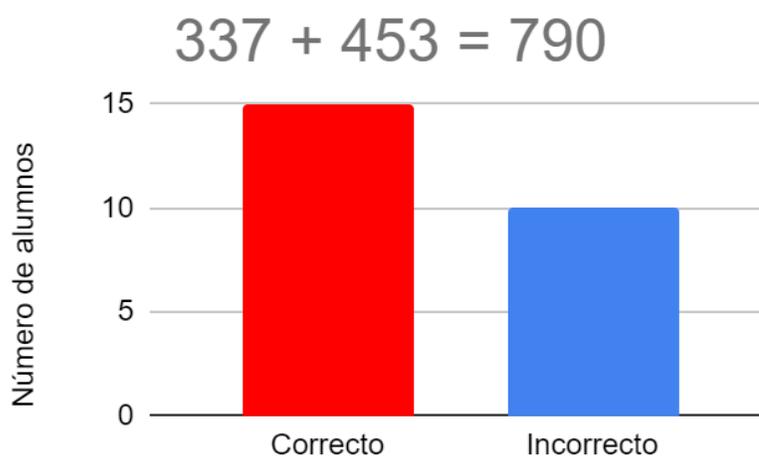


Nota. Resultados del reactivo 4 del examen final. Elaboración propia

En la cuarta operación se observa un total de 14 respuestas correctas y 11 incorrectas, de tal manera que la cantidad de alumnos que respondieron correctamente es mayor que aquellos que dieron un resultado erróneo, además en comparación con el examen diagnóstico el número de aciertos se mantuvo pero el número de desaciertos disminuyó.

Figura 20

Resultados obtenidos del Reactivo 5. Evaluación Final

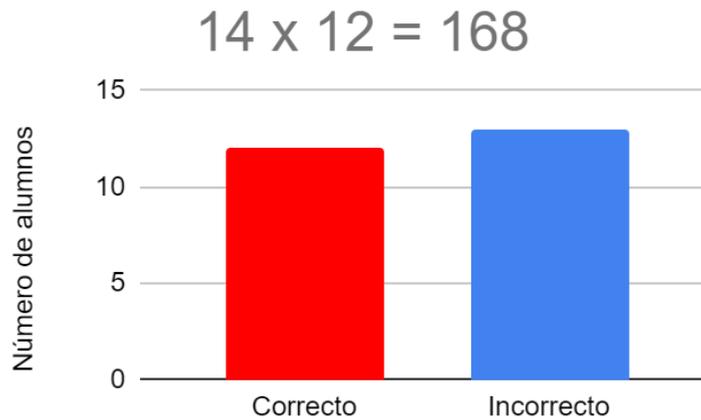


Nota. Resultados del reactivo 5 del examen final. Elaboración propia

En ésta última operación de suma, el número de aciertos es mayor a aquellas respuestas erróneas, siendo éstas 15 y 10 respectivamente, además de que en comparación con la prueba diagnóstica que se aplicó anteriormente a la secuencia, el número total de aciertos aumentó en 9, es decir pasó de 6 a 15 respuestas correctas.

Figura 21

Resultados obtenidos del Reactivo 6. Evaluación Final

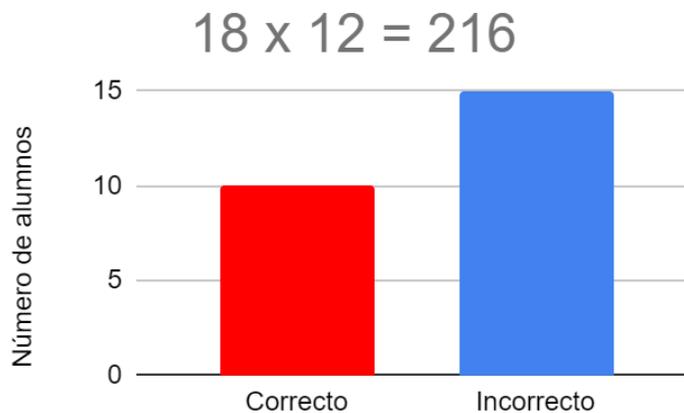


Nota. Resultados del reactivo 6 del examen final. Elaboración propia

Los resultados en la primera operación de multiplicación son de 12 aciertos contra 13 desaciertos, lo cual es un índice reprobatorio, sin embargo al comparar con la prueba diagnóstica se observa un aumento de 3 aciertos, es decir de 9 a 12.

Figura 22

Resultados obtenidos del Reactivo 7. Evaluación Final

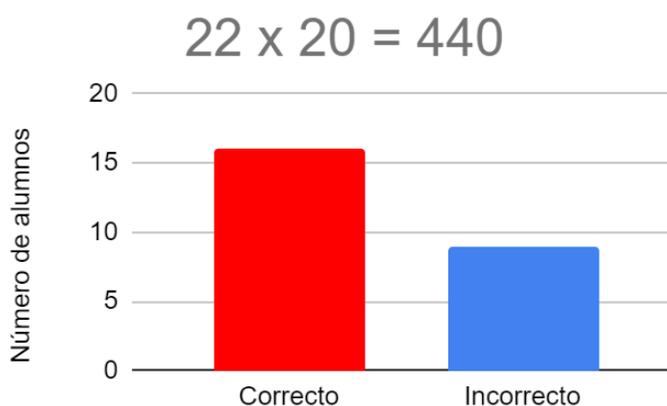


Nota. Resultados del reactivo 7 del examen final. Elaboración propia

Un total de 10 alumnos obtuvieron un resultado correcto en comparación con 6 alumnos del examen diagnóstico, mientras que el total de respuestas incorrectas es de 15; en este sentido si bien el promedio de aciertos es reprobatorio, hubo un aumento en aquellos estudiantes que respondieron correctamente en comparación con los de la prueba diagnóstica aplicada al inicio de la secuencia.

Figura 23

Resultados obtenidos del Reactivo 8. Evaluación Final

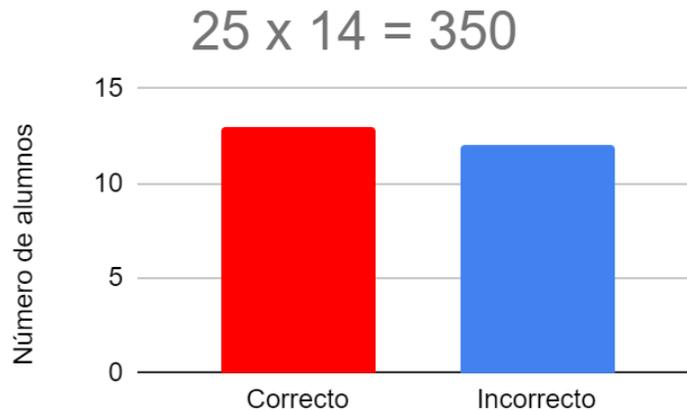


Nota. Resultados del reactivo 8 del examen final. Elaboración propia

En la figura anterior se muestran los resultados del reactivo 8 de la operación de multiplicación, donde se observa que el número total de aciertos que obtuvieron los alumnos es mayor a las respuestas incorrectas, siendo éstas 16 y 9 respectivamente; así mismo, al comparar las respuestas obtenidas con la prueba diagnóstica aplicada al inicio de la secuencia, hubo un aumento en los aciertos de 11 a 16.

Figura 24

Resultados obtenidos del Reactivo 9. Evaluación Final

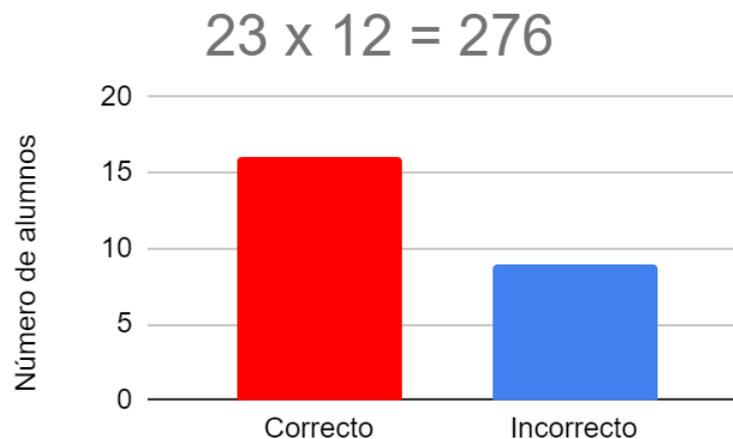


Nota. Resultados del reactivo 9 del examen final. Elaboración propia

Nuevamente el número de aciertos es mayor que los desaciertos con un total de 13 y 12 respectivamente, por lo que hubo un aumento de 6 aciertos en comparación con el diagnóstico (pasando de 7 a 13).

Figura 25

Resultados obtenidos del Reactivo 10. Evaluación Final



Nota. Resultados del reactivo 10 del examen final. Elaboración propia

En ésta última operación hubo un aumento significativo en comparación con el diagnóstico, pues aumentó de cuatro aciertos a 16 aciertos, con nueve respuestas erróneas. Del mismo modo la Tabla 5 muestra la comparación entre las respuestas correctas e incorrectas de los alumnos en el examen escrito.

Tabla 5

Resultados de la evaluación final escrita

Operación	Respuesta correcta	Respuesta incorrecta
$717 + 223 = 940$	17	8
$918 + 323 = 1241$	19	6
$416 + 329 = 745$	16	9
$691 + 484 = 1175$	16	9
$818 + 199 = 1017$	15	10
$43 \times 8 = 344$	14	11
$77 \times 5 = 385$	10	15
$18 \times 18 = 324$	6	19
$29 \times 9 = 261$	8	17
$17 \times 12 = 204$	5	20

Nota. Elaboración propia.

Para poder realizar un análisis de qué tan efectiva fue la aplicación del plan de acción es necesario hacer una comparativa entre la evaluación diagnóstica y la final. En éste sentido los resultados de la primera evaluación muestran un porcentaje de aciertos correctos del 31% en cuanto a la operación básica de suma, mientras que el porcentaje de aciertos correctos en la segunda evaluación es del 51%.

Si bien el porcentaje es aún reprobatorio pues en promedio la mitad de los estudiantes han dado una respuesta correcta, se muestra un avance en cuanto a la suma. Así mismo el porcentaje de aciertos correctos en la primera evaluación de la operación de multiplicación fue de 25% en comparación con un 53% de la evaluación final.

Es evidente que ambos promedios continúan siendo reprobatorios, sin embargo es importante que los alumnos hayan mostrado un avance en su resolución de ambas operaciones básicas, pues esto indica que muy posiblemente con una continua práctica del cálculo mental los estudiantes lograrán un mayor avance de manera progresiva.

Así mismo es importante mencionar que para la evaluación final se contó con la presencia de un menor número de estudiantes, específicamente de aquellos cuyos resultados de acierto a lo largo del plan de acción fue bajo, por lo que esto pudo influir en que el porcentaje de aciertos aumentara en comparación con el inicio de la aplicación.

Así mismo la tabla evidencia un punto importante a notar que es que justamente las últimas 4 operaciones tienen un índice mayor de respuestas incorrectas, lo cual permite llegar a la conclusión de que es probable que estos alumnos no hayan dado una respuesta correcta o hayan dejado el ejercicio sin responder por falta de tiempo, lo cual se puede tomar a consideración para una futura aplicación bajo dos aspectos: (1) reducir el número de operaciones a 6 o 7, o (2) aumentar el tiempo destinado a la resolución, es decir que en lugar de un minuto y medio sean dos minutos.

Finalmente se aplicó la evaluación a través de una escala Likert donde el valor de 1 representa “Totalmente en desacuerdo” y 5 “Totalmente de acuerdo” que deja en evidencia la satisfacción de los estudiantes con la implementación de las actividades del plan de acción (véase anexo P), y cuyos resultados se muestran en la siguiente tabla. Es importante mencionar que ésta evaluación se aplicó en día distinto a la fecha en que se aplicó el examen final anteriormente descrito, por lo que la cantidad de alumnos difiere de la evaluación anterior.

Tabla 6*Resultados de la evaluación de satisfacción de la aplicación del cálculo mental*

	1 (Totalmente en desacuerdo)	2 (En desacuerdo)	3 (Poco de acuerdo)	4 (De acuerdo)	5 (Totalmente de acuerdo)
Enunciado 1	2	3	5	7	12
Enunciado 2	3	2	6	4	14
Enunciado 3	4	2	8	5	10
Enunciado 4	3	2	11	5	8
Enunciado 5	3	4	3	8	11
Enunciado 6	2	5	11	4	7
Enunciado 7	2	4	7	7	9
Enunciado 8	4	2	4	3	16
Enunciado 9	3	0	12	5	9
Enunciado 10	2	0	8	7	12

Nota. Resultados de la evaluación de satisfacción aplicada a los estudiantes. Elaboración propia

Es así como los resultados muestran distintas áreas de oportunidad para mejorar la implementación en una futura aplicación, por ejemplo en dar un mayor espacio a la puesta en común y que de ésta manera los estudiantes tengan una mayor posibilidad de comprender el proceso que se lleva a cabo para resolver determinadas operaciones, así como explicar en qué consiste cada estrategia con mayor detalle y/o ejemplos, pues el tiempo de aplicación fue un aspecto que jugó en contra para no dar pie a una mejor explicación o resolución de dudas.

Sin embargo, más de la mitad de los alumnos se muestran al menos “de acuerdo” y “totalmente de acuerdo” con cada enunciado, lo cuál se puede inferir con una aplicación del plan de acción con repercusión positiva, además de que el análisis permite detectar que aquellos que se mostraron “totalmente en desacuerdo” o en “desacuerdo” fueron generalmente quienes obtuvieron una baja cantidad de aciertos.

CONCLUSIONES Y RECOMENDACIONES

Posterior a la aplicación de la secuencia didáctica para el cumplimiento del objetivo de reflexionar sobre la práctica docente para una analizar la efectividad de la aplicación del cálculo mental y con ello mejorar la habilidad en la aplicación de estrategias para el mismo, es posible analizar la efectividad y utilidad de la misma en la secundaria de prácticas.

En este sentido y de acuerdo con la pregunta general de investigación: ¿cómo favorecerá la implementación de estrategias de cálculo mental en los alumnos de segundo grado de secundaria? y a las preguntas específicas: ¿los alumnos realizan estrategias para el cálculo mental, o solo memorizan algoritmos? ¿qué estrategias usan?, ¿qué estrategias son más útiles para desarrollar?, ¿el cálculo debe de ser siempre exacto?, ¿las estrategias planteadas por la docente les sirvieron para desarrollar su habilidad?, ¿los alumnos consideran útil y relevante el cálculo mental?, se puede rescatar lo siguiente:

La aplicación y uso de estrategias para el cálculo mental generó un impacto positivo en la resolución mental de las operaciones básicas de suma y multiplicación, brindándoles una perspectiva diferente a la que se tenía de resolver aplicando los algoritmos de suma y multiplicación e "imaginando las cifras una arriba de la otra" para poder resolver, y así mismo les fue de utilidad para abrir su panorama a nuevos métodos de resolución que pudieran utilizar para resolver más rápidamente una operación, puesto que se dieron cuenta que aplicar el algoritmo tradicional no resultaba eficiente para resolver operaciones de manera rápida, sino que al contrario esto requería de mayor tiempo y esfuerzo.

Se identificó que al menos la mitad de los estudiantes aplican sus propias estrategias para el cálculo mental, mientras que la mayoría utiliza un algoritmo tradicional de resolución que requiere de un mayor tiempo para dar respuesta, además de que trae consecuencias como que al olvidar un solo paso del algoritmo ya no sepan qué hacer o cómo resolver, puesto que no generan un sentido y conocimiento del número y sus propiedades, encasillando la resolución en un solo

método. Aquellos alumnos que ya utilizaban estrategias de resolución recurrían únicamente a la descomposición para el caso de sumas y multiplicaciones, y de sustitución para el caso de multiplicaciones por la cantidad de 5, siendo la primera la más común y que generó una mejor comprensión en los alumnos.

Así mismo se identificó que es de suma importancia que las estrategias para resolver sumas mentalmente queden entendidas y comprendidas en la mayor medida de lo posible, puesto que al aplicar las estrategias de multiplicación, el hecho de que los alumnos no dominan las sumas les generó dificultades, siendo que tanto la descomposición y compensación de multiplicaciones requiere de resolver sumas durante su proceso de solución, en éste sentido es pertinente dedicar un mayor tiempo (sesiones) a que el estudiante domine el cálculo mental de sumas.

Si bien cada operación requiere de un resultado exacto para considerarse correcta, la habilidad matemática de estimar es sumamente necesaria en el cálculo mental, pues sin la aplicación de ésta el alumno no sería capaz de saber cuándo hay que aplicar determinada estrategia, cuál dígito conviene descomponerse (en estrategias de descomposición), cual digito conviene ser redondeado a una cifra mayor y por ende cuál requiere de ser compensado (estrategia de compensación), o cuál dígito será conveniente de duplicar y cuál dividir a la mitad (estrategia de compensación en la multiplicación).

Si el alumno no es capaz de hacer estimaciones requerirá constantemente de que se le indique qué hacer con cada número para aplicar la estrategia, lo cual recaería en la mecanización, por lo que para ello se sugiere practicar con cifras distintas, invertir el orden de las cantidades, hacer preguntas sobre ¿qué pasaría si duplicó la cifra restante y no ésta?, ¿qué pasa si descompongo la cifra restante y no ésta?, entre otras más que los inciten a la reflexión.

Fue indispensable que se les diera el espacio a los estudiantes de participar activamente en la generación de éstas estrategias y en la aplicación de las mismas a una operación en concreto puesto que es importante tener distintas

perspectivas para enriquecer su propia comprensión, que puedan compartir ideas, debatirlas, identificar los errores y encontrar un método óptimo de solución, además de que el explicar a los demás lo que se conoce trae consigo un refuerzo del aprendizaje que ya se tiene, y que en caso de ser incorrecto pueden identificar las áreas de oportunidad o los aspectos en los que necesitan más práctica.

Con respecto a ello se observó una mejora en el desenvolvimiento de la explicación de la estrategia por los alumnos, pues además de haber una mayor participación, la forma en que describen el procedimiento utilizado mejoró, recurriendo a dar ejemplos de lo descrito, detallar cada paso acorde a la operación en voz alta, lo que fue de gran apoyo para la comprensión de los demás alumnos.

Sin embargo hay alumnos que en la lista de cotejo evidenciaron que no disponían del suficiente tiempo para compartir sus procesos de resolución, ya que en efecto el tiempo llegó a ser un límite para la ejecución de la secuencia. Para ello una alternativa puede ser que por día participen 3-5 alumnos diferentes, para no repetir participaciones y que otros estudiantes tengan la posibilidad de hablar y aportar al tema.

En lo que respecta a la evaluación de satisfacción (lista de cotejo), se observa una respuesta positiva en cuanto a la aplicación del cálculo mental puesto que más de la mitad de los alumnos argumentó estar de acuerdo o totalmente de acuerdo en el haber disfrutado de ésta dinámica al inicio de las clases, señalando además que volvía la clase más interesante, se rescata que lo que más captó la atención de los alumnos fue el juego matemático de “Llegar a 100”, por lo que es pertinente aplicar este tipo de juegos una vez por semana para mantener la expectativa e interés.

La mitad de los estudiantes aún no logra aplicar estrategias de cálculo mental fuera la clase de matemáticas o incluso fuera de únicamente los 10-15 minutos de la clase destinados al cálculo mental, lo que indica que aún es necesario persistir en la inclusión de ésta dinámica durante la clase, donde además se puede promover el uso de las mismas a lo largo de la clase, tal como

preguntando a los alumnos “para realizar ésta operación, ¿se puede utilizar una estrategia de las ya vistas en las clases?”, de manera que se diversifiquen las áreas y situaciones en que se pueden emplear.

Así mismo una alternativa puede ser que diariamente se le pida al alumno llevar un registro donde por día detecte una situación donde al efectuar alguna operación pudo haber empleado una estrategia y al día siguiente se trabaje sobre éste ejemplo en clase, situaciones sencillas como repartir un postre, comprar algo, pagar el pasaje en un taxi o camión, entre otras.

Respecto al enunciado de si los alumnos consideran haber mejorado en su velocidad de resolución, menos de a mitad de ellos observó una mayor agilidad mental, lo cual es de esperarse ya que para disminuir el tiempo de resolución es necesario mejorar la habilidad del cálculo y por ende aplicar una mayor cantidad de estrategias en las operaciones, ésto deja en claro que cada uno de los elementos mencionados es indispensable para lograr el siguiente.

El último enunciado preguntaba a los alumnos si consideraban que su habilidad de calcular de forma mental había aumentado, a lo cual poco más de la mitad estuvo de acuerdo y totalmente de acuerdo, lo cual demuestra un avance en lo que los alumnos perciben de sus propias habilidades al resolver operaciones, pues afirman haber tenido una mejora en la resolución.

Para una aplicación a lo largo del ciclo escolar, que es lo que se sugiere, sería beneficioso modificar la parte metodológica en cuanto a trabajar bajo una sola estrategia por semana, de tal manera que en un lapso de un mes se trabaje bajo una sola operación fundamental (suma, resta, multiplicación, división, potenciación, radicación) con números enteros, para después pasar al trabajo de estas mismas operaciones pero con números negativos, decimales, fracciones, porcentajes y demás de acuerdo con su grado escolar y procurando que el nivel de dificultad vaya en aumento.

De la misma manera se sugiere reducir la cantidad de operaciones o aumentar el tiempo destinado para que los alumnos resuelvan, pues se observó que en la resolución escrita los estudiantes no terminaron los últimos ejercicios, dejando en evidencia que el tiempo destinado no era suficiente, para lo cual es conveniente comenzar con un intervalo inicial superior a 15 segundos por operación e ir reduciéndolo de manera progresiva.

Es así como de manera general se considera que se ha cumplido con el objetivo general del presente documento al ser capaz de identificar aquellas ventajas de la aplicación de estrategias de cálculo mental con los alumnos, pues es evidente que en comparación con la resolución de operaciones básicas con el algoritmo tradicional, el utilizar procedimientos más rápidos y eficaces permite al alumno obtener una respuesta más rápida y sin tanto esfuerzo, además de que en la dinámica del aula el cálculo mental representa una actividad interesante para ellos y una manera diferente de iniciar la clase.

Finalmente, se invita a aquellos que deseen considerar ésta propuesta como útil para futuras investigaciones o prácticas educativas, puesto que la resolución constante permitirá que el alumno practique sus propias estrategias y las nuevas estrategias que sus compañeros les compartan en diferentes tipos de cifras y cantidades, logrando así una mejora progresiva en el manejo de las operaciones básicas que son indispensables para cualquier tema matemático, y que por ende afectará de manera positiva en su desempeño en la materia y lo puedan aplicar en la vida real.

REFERENCIAS

- Alarcón Bortolussi, J., Bonilla Rius, E., Nava Álvarez, R., Rojano Cevallos, T., y Quintero, R. (1994) *Libro para el maestro. Matemáticas, Secundaria*. SEP. [Archivo PDF]. <https://www.uv.mx/personal/grihernandez/files/2011/04/libromaestro.pdf>
- Aristizábal, J. H., Colorado, H., y Guitiérrez, H. (2016). El juego como una estrategia didáctica para desarrollar el pensamiento numérico en las cuatro operaciones básicas. *Sophia*, 12(1), 117-125. http://www.scielo.org.co/scielo.php?script=sci_arttext&pid=S1794-89322016000100009
- Autoridad Educativa Federal de México. (2018). *Licenciatura en Enseñanza y Aprendizaje de las Matemáticas en Educación Secundaria. Plan de Estudios de la Licenciatura en Enseñanza y Aprendizaje de las Matemáticas en Educación Secundaria*. Dirección General de Educación Normal y Actualización del Magisterio. [Archivo PDF]. <https://www.aefcm.gob.mx/dgenam/ENSM/archivos/licenciatura/matematicas.pdf>
- Barrera Mora, F., Reyes Rodríguez, A., y Mendoza Hernández, J. G. (2018). Estrategias de cálculo mental para sumas y restas desarrolladas por estudiantes de secundaria. *Educación matemática*, 30(3), 122-150. https://www.scielo.org.mx/scielo.php?script=sci_arttext&pid=S2448-80892018000300122

- Chango Á. (2021). *Actividades lúdicas para el fortalecimiento del razonamiento matemático en los estudiantes de noveno grado*. [Tesis de Maestría, Pontificia Universidad Católica del Ecuador] Repositorio Institucional - Pontificia Universidad Católica del Ecuador. <https://repositorio.pucesa.edu.ec/handle/123456789/3220>
- El Bilibote (s. f.). *Algoritmo de la suma, adición*. elbibliote. https://elbibliote.com/libro-pedia/manual_matematica/?tag=algoritmo-de-la-suma#:~:text=Cuando%20colocamos%20los%20sumandos%20uno,finalmente%20las%20unidades%20de%20mil
- Fernández J. (2004). *Del Cálculo Mental* (1st ed). [Archivo PDF] http://sid.usal.es/idocs/F8/FDO10450/del_calculo_mental.pdf
- Galeano Ramírez, M. Y., y Ortiz Ruíz, D. S. (2008). *El cálculo mental como estrategia para desarrollar el pensamiento numérico* [Tesis de grado, Universidad de Antioquía]. Repositorio Institucional - Universidad de Antioquía. <https://bibliotecadigital.udea.edu.co/handle/10495/27610>
- Gómez Rosales, M., y Mireles Medina, A. (2019). Cálculo mental como estrategia para el aprendizaje de los contenidos matemáticos en la educación primaria. *Revista de Ciencias de la Educación*, 3(10), 8-19. https://www.ecorfan.org/republicofperu/research_journals/Revista_de_Ciencias_de_la_Educacion/vol3num10/Revista_Ciencias_de_la_Educaci%C3%B3n_V3_N10.pdf#page=16
- Gómez L. (2015). *Actividades lúdicas como estrategia para el aprendizaje de operaciones básicas aritméticas*. [Tesis de grado, Universidad Rafael

- Landívar]. Repositorio Institucional - Universidad Rafael Landívar. [Archivo PDF] <http://recursosbiblio.url.edu.gt/tesiseortiz/2015/05/86/Gomez-Luis.pdf>
- Mendoza Moreira, F. S., y Intriago Cedeño, O. J. (2021). *Las operaciones básicas en la adquisición del conocimiento matemático*. [Tesis de maestría, Universidad San Gregorio de Portoviejo]. Repositorio Institucional - Universidad San Gregorio de Portoviejo. <http://repositorio.sangregorio.edu.ec:8080/handle/123456789/2510>
- Ortega del Rincón, T., Ortiz Vallejo, M., y Gómez Monge, D. (2005). *Cálculo mental. 3º Ciclo de Educación Primaria*. Departamento de Análisis Matemático y Didáctica de la Matemática. [Archivo PDF]. <http://seiem.es/docs/educacion/CM3ciclocompleto.pdf>
- Pacheco Cámara, M. L., Ibarra Bocardo, I., Iñiguez Galindo, M. E., Lee García, H., y Sánchez Sánchez, C. V. (2018). La evaluación del desempeño docente en la educación superior. *Revista Digital Universitaria UNAM*, 19(6), 11. <http://doi.org/10.22201/codeic.16076079e.2018.v19n6.a2>
- Pardo Abondano, A. G. (2016). *¿Y qué del cálculo mental?* [Tesis de grado, Universidad Pedagógica Nacional]. Repositorio Institucional - Universidad Pedagógica Nacional. <http://hdl.handle.net/20.500.12209/2158>
- Pregal Cabello, S. (2015). *Cálculo mental en educación primaria* [Tesis de grado, Universidad de Zaragoza]. Repositorio Institucional - Universidad de Zaragoza. [Archivo PDF]. <https://zaguan.unizar.es/record/47778/files/TAZ-TFG-2015-1180.pdf?version=1>

- Ríos Higuera, S., y Espinoza Cid, R. A. (2019). Diagnóstico sobre la comprensión lectora de estudiantes normalistas. *Educación*, 43(2), 24. <https://www.scielo.sa.cr/pdf/edu/v43n2/2215-2644-edu-43-02-00574.pdf>
- Romero Moya, M. F., y Escalona Hernández, M. K. (2019). *Guía didáctica de juegos interactivos para desarrollar el cálculo mental en educación básica media*. [Tesis de maestría, Universidad Israel]. Repositorio Institucional - Universidad Israel. <http://repositorio.uisrael.edu.ec/handle/47000/1990>
- SEP. (2017). *Aprendizajes clave para la educación integral. Plan y programas de estudio para la educación básica* (1st ed.). SEP. [Archivo PDF]. https://www.sep.gob.mx/work/models/sep1/Resource/10933/1/images/Aprendizajes_clave_para_la_educacion_integral.pdf
- SEP. (2022). Diagnóstico Integral de la Escuela. In *Plan de Estudio para la educación preescolar, primaria y secundaria*. SEP. [Archivo PDF]. <https://educacionbasica.sep.gob.mx/wp-content/uploads/2023/03/Diagnostico-integral-de-la-escuela.pdf>
- Torres L. (2015). *Estrategias lúdicas para la aprehensión y diferenciación de las operaciones básicas con números racionales*. [Tesis de grado, Institución Universitaria Los Libertadores]. Repositorio Institucional - Institución Universitaria Los Libertadores. <http://repository.libertadores.edu.co/handle/11371/162>
- Torres Zarza., M. (2021). Uso correcto de operaciones básicas al resolver un problema. *Dilemas Contemporáneos: Educación, Política y Valores.*, 9 (Edición Especial), 11.

https://www.scielo.org.mx/scielo.php?script=sci_arttext&pid=S2007-78902021000800020

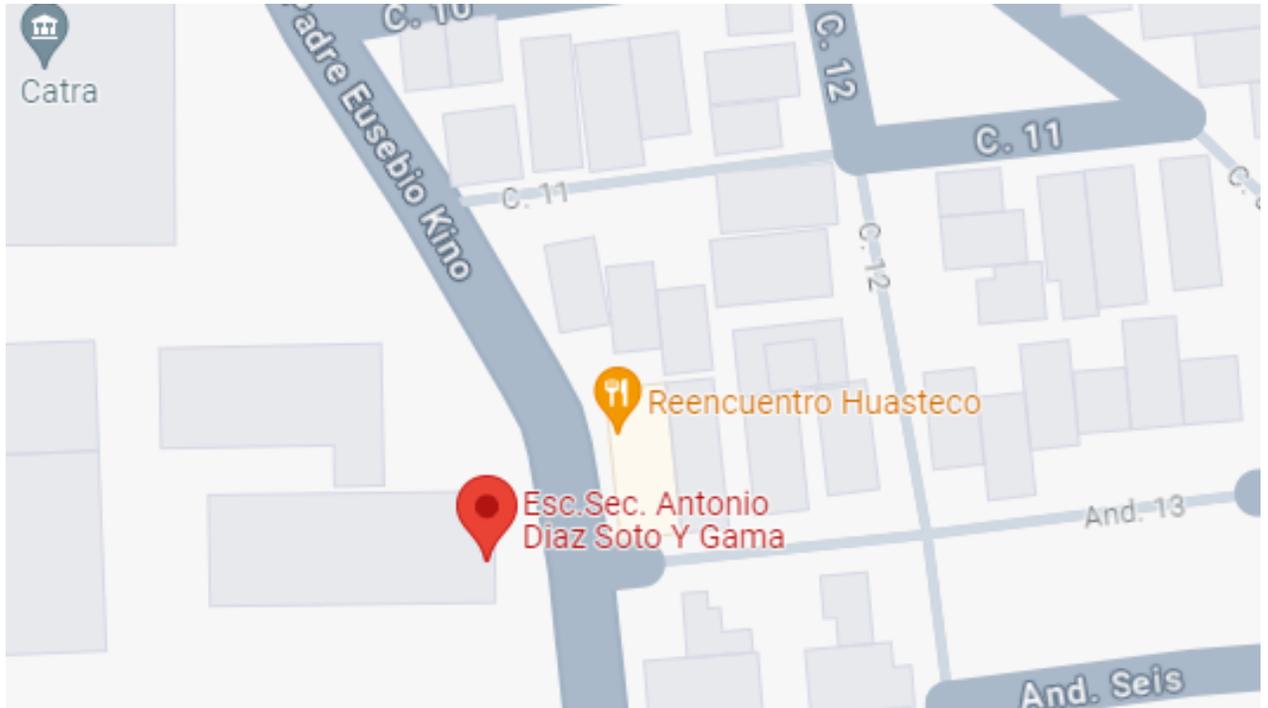
Universidad de Colima (2011). *Revisión del proceso de evaluación docente por los estudiantes*. Universidad de Colima. [Archivo PDF].
<https://portal.ucol.mx/content/micrositios/118/file/evaluacionDocente.pdf>

Zúñiga Topete, J. A., Zúñiga Topete, E., y Zúñiga Topete, I. (2005). *Cálculo mental y estimación de resultados*. Editorial Progreso.
https://books.google.es/books?hl=es&lr=&id=GbW_Medu_LUC&oi=fnd&pg=PA3&dq=calculo+mental&ots=Pdi0Y1LRzG&sig=y7VFRidsy7R8FMTNhkDD1KioatQ

ANEXOS

Anexo A.

Ubicación vía satélite de la escuela secundaria Antonio Díaz Soto y Gama



Anexo B.

Examen oral de la prueba diagnóstica.

A. $219 + 331 = 550$

B. $445 + 326 = 771$

C. $166 + 229 = 395$

D. $117 + 821 = 938$

E. $337 + 453 = 790$

F. $14 \times 12 = 168$

G. $18 \times 12 = 216$

H. $22 \times 20 = 440$

I. $25 \times 14 = 350$

J. $23 \times 12 = 276$

Anexo C

Examen escrito de la prueba diagnóstica.

A. $717 + 223 = 940$

B. $918 + 323 = 1241$

C. $416 + 329 = 745$

D. $691 + 484 = 1175$

E. $818 + 199 = 1017$

F. $43 \times 8 = 344$

G. $77 \times 5 = 385$

H. $18 \times 18 = 324$

I. $29 \times 9 = 261$

J. $17 \times 12 = 204$

Anexo D

Evidencias que indican que los alumnos experimentaron limitaciones de tiempo al responder durante el examen diagnóstico escrito.

- $717 + 223 = 940$ ✓
- $918 + 323 = 1241$ ✓
- $416 + 329 = 745$ ✓
- $691 + 484 = 1175$ ✓
- $818 + 199 = 1017$ ✓
- $43 \times 8 = 344$ ✓
- $77 \times 5 = 385$ X
- $18 \times 18 = 4$ X
- $29 \times 9 = 1$ X
- $17 \times 12 =$ X

- $717 + 223 = 940$ ✓
- $918 + 323 = 1241$ ✓
- $416 + 329 = 745$ ✓
- $691 + 484 = 1175$ ✓
- $818 + 199 = 1017$ ✓
- $43 \times 8 = 344$ ✓
- $77 \times 5 = 385$ ✓
- $18 \times 18 =$ X
- $29 \times 9 =$ X
- $17 \times 12 =$ X

- $717 + 223 = 940$ ✓
- $918 + 323 = 1241$ ✓
- $416 + 329 = 745$ ✓
- $691 + 484 = 1175$ ✓
- $818 + 199 =$ X
- $43 \times 8 =$ X
- $77 \times 5 =$ X
- $18 \times 18 =$ X
- $29 \times 9 =$ X
- $17 \times 12 =$ X

- $717 + 223 = 930$ X
- $918 + 323 = 1241$ ✓
- $416 + 329 = 745$ ✓
- $691 + 484 = 1175$ ✓
- $818 + 199 = 1107$ X
- $43 \times 8 =$ X
- $77 \times 5 = 385$ ✓
- $18 \times 18 =$ X
- $29 \times 9 =$ X
- $17 \times 12 = 4$ X

Anexo E

Evidencias que indican que los alumnos presentan mayor dificultad al responder operaciones de multiplicación durante el examen diagnóstico escrito.

- $717 + 223 = 940$ ✓
- $918 + 323 = 1241$ ✗
- $416 + 329 = 745$ /
- $691 + 484 = 1175$ ✗
- $818 + 199 = 1017$ ✗
- $43 \times 8 =$
- $77 \times 5 =$
- $18 \times 18 =$
- $29 \times 9 =$
- $17 \times 12 =$ 2

- $717 + 223 = 940$ ✓
- $918 + 323 = 1241$ ✓
- $416 + 329 = 745$ ✓
- $691 + 484 = 1175$ ✓
- $818 + 199 = 1017$ ✓
- $43 \times 8 =$ ✗
- $77 \times 5 =$ ✗
- $18 \times 18 =$ ✗
- $29 \times 9 =$ ✗
- $17 \times 12 =$ ✗

- $717 + 223 = 340$ ✗
- $918 + 323 = 1241$ ✓
- $416 + 329 = 745$ ✓
- $691 + 484 = 1175$ ✓
- $818 + 199 = 1007$ ✗
- $43 \times 8 =$ ✗
- $77 \times 5 =$ ✗
- $18 \times 18 =$ ✗
- $29 \times 9 =$ ✗
- $17 \times 12 =$ ✗

- $717 + 223 = 940$ ✓
- $918 + 323 = 1241$ ✓
- $416 + 329 = 745$ ✓
- $691 + 484 = 1175$ ✓
- $818 + 199 = 1017$ ✗
- $43 \times 8 =$ ✗
- $77 \times 5 =$ ✗
- $18 \times 18 =$ ✗
- $29 \times 9 =$ ✗
- $17 \times 12 =$ ✗

Anexo F

Evidencias de las estrategias propias y procedimientos mentales que los estudiantes ya implementan en operaciones de suma.

<p>$918 + 323$</p> <p>lo que hice fue imaginarme el 418 arriba de 323 así eso me lo facilitó</p>	<p>1,017</p> <p>818 +199 ----- 1,017</p> <p>mi estrategia fue sumarlos todo mentalmente para no tener y usarlo más rápido</p>	<p>$918 + 323$</p> <p>La estrategia que usé fue separar mentalmente cada cifra y sumarla cada una, por ejemplo, el 3 con el 8, el dos con el uno (más el 1 que tenía) etc.</p>
<p>$918 + 323$</p> <p>lo unico fue en mi mente imaginarme la operación y empezar a sumar</p>	<p>$416 + 329 =$</p> <p>lo que hice fue imaginar la operación en mi mente y si me sobraban números los marcaba en los números para que no se me olvidara</p>	<p>lo que hice para resolver esta operación fue sumar el número por Unidades, decenas, centenas.</p>
<p>visualizé mentalmente lo relativo más 2 volte y sume por cosas</p> <p>Duplicado los números formados el núm. 10 y el sobrante su múltiplo o 10 y así sucesivamente</p>	<p>$918 + 323$</p> <p>El procedimiento que utilice fue empezar desde el ultimo número sumandolo luego con el penultimo y el primero.</p>	<p>$416 + 329$</p> <p>Lo que yo hice fue sumar las unidades, después las decenas y por ultimo las centenas.</p>

$$717 + 223 = 940$$

yo fui sumando los
ultimos numeros y
escribiendolos al final
del resultado y asi
fui con cada uno

$$691 + 484:$$

La resolvi viendo
cuanto varian los nu-
meros y empecé a
sumar desde la
izquierda, como el
4 y el 1.

pues primero sumo

$$7 + 2 = 9 \text{ y despues}$$

$$4 + 2 = 6 \text{ y despues}$$

$$7 + 3 \text{ que me da}$$

$$9 diez y ha fue$$

$$todo to que hice$$

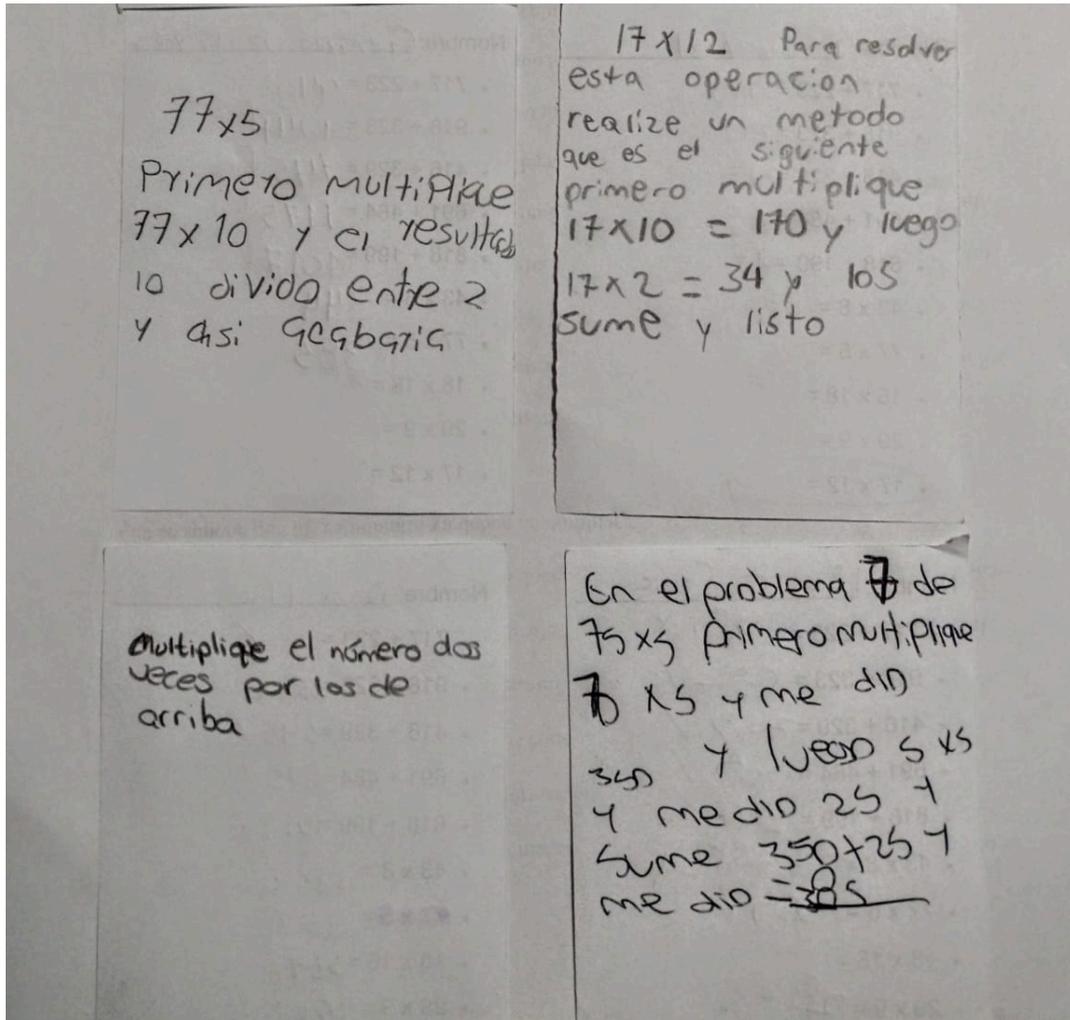
yo solo vi los
numeros, los diñe
segun su orden igual
vi los numeros que
me sobraban

$$918 + 323 = 1241$$

Lo que ise fue tomar
los numeros de la
derecha y sumarlos y
fui tomando los
numeros de enmedio y
de la izquierda

Anexo G

Evidencias de las estrategias propias y procedimientos mentales que los estudiantes ya implementan en operaciones de multiplicación.



Anexo H

Hoja de trabajo de los alumnos para escribir los resultados del cálculo mental

CÁLCULO MENTAL

Nombre: _____

	LUNES	MARTES	MIÉRCOLES	JUEVES	LUNES	MARTES
1						
2						
3						
4						
5						
6						
7						
8						
9						
10						
TOTAL						

	LUNES	MARTES	MIÉRCOLES	JUEVES	LUNES	MARTES
1						
2						
3						
4						
5						
6						
7						
8						
9						
10						
TOTAL						

Anexo I

Aciertos de los estudiantes antes y después de la puesta en común de la aplicación de la estrategia de descomposición de números para la operación de suma (sesión 1)

	Aciertos	
	Antes de la puesta en común	Después de la puesta en común
Alumno 1	8	9
Alumno 2	No asistió	No asistió
Alumno 3	1	7
Alumno 4	5	8
Alumno 5	6	6
Alumno 6	No asistió	No asistió
Alumno 7	8	10
Alumno 8	0	7
Alumno 9	0	0
Alumno 10	9	10
Alumno 11	9	8
Alumno 12	8	10
Alumno 13	9	9
Alumno 14	5	10
Alumno 15	No asistió	No asistió
Alumno 16	1	8
Alumno 17	3	8
Alumno 18	4	5
Alumno 19	8	10
Alumno 20	0	4
Alumno 21	4	6
Alumno 22	3	0
Alumno 23	4	5
Alumno 24	No asistió	No asistió
Alumno 25	No asistió	No asistió
Alumno 26	0	0
Alumno 27	5	9
Alumno 28	7	9
Alumno 29	1	8
Alumno 30	9	10
Alumno 31	6	8
Promedio	4.730769231	7.076923077

Anexo J

Aciertos de los estudiantes antes y después de la puesta en común de la aplicación de la estrategia de compensación de números de suma (sesión 2).

	Aciertos	
	Antes de la puesta en común	Después de la puesta en común
Alumno 1	2	6
Alumno 2	8	9
Alumno 3	9	10
Alumno 4	9	8
Alumno 5	7	7
Alumno 6	No asistió	No asistió
Alumno 7	10	10
Alumno 8	1	6
Alumno 9	0	0
Alumno 10	10	10
Alumno 11	3	4
Alumno 12	10	10
Alumno 13	8	9
Alumno 14	8	10
Alumno 15	1	0
Alumno 16	6	10
Alumno 17	7	10
Alumno 18	4	6
Alumno 19	9	10
Alumno 20	5	6
Alumno 21	3	7
Alumno 22	6	6
Alumno 23	6	7
Alumno 24	No asistió	No asistió
Alumno 25	0	3
Alumno 26	0	0
Alumno 27	No asistió	No asistió
Alumno 28	9	6
Alumno 29	6	8
Alumno 30	10	10
Alumno 31	10	10
Promedio	5.964285714	7.071428571

Anexo K

Aciertos de los estudiantes antes y después de la puesta en común de la aplicación de la estrategia de descomposición de números para la operación de multiplicación (sesión 3).

	Aciertos	
	Antes de la puesta en común	Después de la puesta en común
Alumno 1	2	8
Alumno 2	No asistió	No asistió
Alumno 3	2	4
Alumno 4	0	4
Alumno 5	4	6
Alumno 6	5	8
Alumno 7	10	10
Alumno 8	0	0
Alumno 9	0	0
Alumno 10	7	5
Alumno 11	No asistió	No asistió
Alumno 12	No asistió	No asistió
Alumno 13	3	8
Alumno 14	5	8
Alumno 15	0	0
Alumno 16	No asistió	No asistió
Alumno 17	No asistió	No asistió
Alumno 18	No asistió	No asistió
Alumno 19	5	8
Alumno 20	0	0
Alumno 21	8	6
Alumno 22	7	7
Alumno 23	6	5
Alumno 24	No asistió	No asistió
Alumno 25	No asistió	No asistió
Alumno 26	0	0
Alumno 27	3	4
Alumno 28	4	4
Alumno 29	0	0
Alumno 30	9	10
Alumno 31	2	4
Promedio	3.565217391	4.739130435

Anexo L

Aciertos de los estudiantes antes y después de la puesta en común de la aplicación de la estrategia de compensación de números para la operación de multiplicación (sesión 4).

	Aciertos	
	Antes de la puesta en común	Después de la puesta en común
Alumno 1	10	10
Alumno 2	6	9
Alumno 3	10	10
Alumno 4	9	9
Alumno 5	7	10
Alumno 6	7	10
Alumno 7	9	10
Alumno 8	0	0
Alumno 9	0	0
Alumno 10	7	10
Alumno 11	4	9
Alumno 12	10	10
Alumno 13	8	9
Alumno 14	10	9
Alumno 15	1	6
Alumno 16	No asistió	No asistió
Alumno 17	10	10
Alumno 18	7	10
Alumno 19	9	10
Alumno 20	8	10
Alumno 21	8	7
Alumno 22	5	10
Alumno 23	No asistió	No asistió
Alumno 24	1	7
Alumno 25	No asistió	No asistió
Alumno 26	0	0
Alumno 27	9	8
Alumno 28	7	7
Alumno 29	8	10
Alumno 30	10	10
Alumno 31	10	10
Promedio	6.785714286	8.214285714

Anexo M

Aciertos de los estudiantes en la aplicación de problemas con operaciones de suma y multiplicación (sesión 5).

	Aciertos
Alumno 1	9
Alumno 2	No asistió
Alumno 3	5
Alumno 4	5
Alumno 5	2
Alumno 6	6
Alumno 7	10
Alumno 8	0
Alumno 9	0
Alumno 10	3
Alumno 11	5
Alumno 12	7
Alumno 13	7
Alumno 14	8
Alumno 15	0
Alumno 16	No asistió
Alumno 17	8
Alumno 18	9
Alumno 19	6
Alumno 20	6
Alumno 21	5
Alumno 22	5
Alumno 23	No asistió
Alumno 24	No asistió
Alumno 25	No asistió
Alumno 26	0
Alumno 27	5
Alumno 28	6
Alumno 29	3
Alumno 30	6
Alumno 31	5
Promedio	5.038461538

Anexo N

Binas trabajando en el juego "Llegar a 100"



Anexo Ñ

Presentación de la primera bina de trabajo en el juego "Llegar a 100".



Anexo O

Presentación de la tercer bina de trabajo en el juego “Llegar a 100”.



Anexo P

Evidencia de la evaluación de satisfacción de los alumnos respecto a la aplicación del cálculo mental.

1 Disfrute de las actividades de cálculo mental durante las clases	3
2 Senti que el cálculo mental hizo que la clase fuera más interesante	3
3 logre aplicar estrategias de cálculo mental de manera efectiva en diferentes situaciones	2
4 Observe una mejora en mi velocidad para realizar cálculo mental a lo largo del tiempo	4
5 Encuentro útiles las estrategias para resolver problemas del mundo real	5
6 fue fácil para mí recordar y aplicar las estrategias aprendidas	2
7 Percibo una conexión entre el cálculo mental y otras áreas de las matemáticas	3
8 Tuve la oportunidad de compartir y discutir mis estrategias de cálculo mental con mis compañeros	1
9 Soy capaz de implementar estrategias en cualquier operación matemática	3
10 Concuerdo que mi habilidad de cálculo mental se mejoró	4

130

Anexo Q

Hoja de trabajo de los alumnos para escribir los resultados del cálculo mental contestada.

Cálculo mental

MI nombre es: _____

Lunes	Martes	Miércoles	Jueves	Viernes
1. 550 ✓	1. 959 ✓	1. 383 ✓	1. 300 ✓	1.
2. 771 ✓	2. 475 ✓	2. 570 ✓	2. 240 ✓	2.
3. 395 ✓	3. 755 ✓	3. 899 ✓	3. 480 ✓	3.
4. 938 ✓	4. 783 ✓	4. 943 ✓	4. 216 ✓	4.
5. 790 ✓	5. 833 ✓	5. 920 ✓	5. 308 ✓	5.
6. 168 ✓	6. 1093 ✓	6. 969 ✓	6. 325 ✓	6.
7. 216 ✓	7. 999 ✓	7. 823 ✓	7. 600 ✓	7.
8. 440 ✓	8. 981 ✓	8. 1038 ✓	8. 375 ✓	8.
9. 350 ✓	9. 685 ✓	9. 869 ✓	9. 1200 ✓	9.
10. 276 ✓	10. 831 ✓	10. 715 ✓	10. 140 ✓	10.
TOTAL 10	8	10	10	