



BENEMÉRITA Y CENTENARIA ESCUELA NORMAL DEL ESTADO DE SAN LUIS POTOSÍ.

TITULO: El Conocimiento especializado del profesor de matemáticas como marco para mejorar la intervención docente en un grupo de primer grado de educación secundaria

AUTOR: Fernando Meléndez Lara

FECHA: 07/26/2024

PALABRAS CLAVE: Conocimiento especializado, Intervención docente, Formación inicial, Profesor profesional

**SECRETARÍA DE EDUCACIÓN DE GOBIERNO DEL ESTADO
SISTEMA EDUCATIVO ESTATAL REGULAR
DIRECCIÓN DE EDUCACIÓN
INSPECCIÓN DE EDUCACIÓN NORMAL**

**BENEMÉRITA Y CENTENARIA
ESCUELA NORMAL DEL ESTADO DE SAN LUIS POTOSÍ**

GENERACIÓN

2020



2024

**“EL CONOCIMIENTO ESPECIALIZADO DEL PROFESOR DE MATEMÁTICAS
COMO MARCO PARA MEJORAR LA INTERVENCIÓN DOCENTE EN UN
GRUPO DE PRIMER GRADO DE EDUCACIÓN SECUNDARIA”**

INFORME DE PRÁCTICAS PROFESIONALES

**QUE PARA OBTENER EL TÍTULO DE LICENCIADO EN ENSEÑANZA Y
APRENDIZAJE DE LAS MATEMÁTICAS EN EDUCACIÓN SECUNDARIA**

PRESENTA:

FERNANDO MELÉNDEZ LARA

ASESOR:

MTRO. JESÚS ARNULFO MARTÍNEZ MALDONADO

SAN LUIS POTOSÍ, S.L.P.

JULIO DE 2024



BENEMÉRITA Y CENTENARIA ESCUELA NORMAL DEL ESTADO DE SAN LUIS POTOSÍ
CENTRO DE INFORMACIÓN CIENTÍFICA Y TECNOLÓGICA

ACUERDO DE AUTORIZACIÓN PARA USO DE INFORMACIÓN DEL DOCUMENTO
RECEPCIONAL EN EL REPOSITORIO INSTITUCIONAL DE LA BECENE DE ACUERDO A LA
POLÍTICA DE PROPIEDAD INTELECTUAL

A quien corresponda.
PRESENTE. --

Por medio del presente escrito yo, Fernando Meléndez Lara
autorizo a la Benemérita y Centenaria Escuela Normal del Estado de San Luis Potosí, (BECENE) la
utilización de la obra Titulada:

“EL CONOCIMIENTO ESPECIALIZADO DEL PROFESOR DE MATEMÁTICAS COMO MARCO
PARA MEJORAR LA INTERVENCIÓN DOCENTE EN UN GRUPO DE PRIMER GRADO DE
EDUCACIÓN SECUNDARIA”

en la modalidad de: Informe de prácticas profesionales para obtener el

Elige Licenciatura en Enseñanza y Aprendizaje de las Matemáticas en Educación Secundaria

en la generación _____ para su divulgación, y preservación en cualquier medio, incluido el
electrónico y como parte del Repositorio Institucional de Acceso Abierto de la BECENE con fines
educativos y Académicos, así como la difusión entre sus usuarios, profesores, estudiantes o terceras
personas, sin que pueda percibir ninguna retribución económica.

Por medio de este acuerdo deseo expresar que es una autorización voluntaria y gratuita y en
atención a lo señalado en los artículos 21 y 27 de Ley Federal del Derecho de Autor, la BECENE
cuenta con mi autorización para la utilización de la información antes señalada estableciendo que se
utilizará única y exclusivamente para los fines antes señalados.

La utilización de la información será durante el tiempo que sea pertinente bajo los términos de los
párrafos anteriores, finalmente manifiesto que cuento con las facultades y los derechos
correspondientes para otorgar la presente autorización, por ser de mi autoría la obra.

Por lo anterior deslindo a la BECENE de cualquier responsabilidad concerniente a lo establecido en
la presente autorización.

Para que así conste por mi libre voluntad firmo el presente.

En la Ciudad de San Luis Potosí. S.L.P. a los 15 días del mes de Julio de 2024.

ATENTAMENTE.


Fernando Meléndez Lara

Nombre y Firma

AUTOR DUEÑO DE LOS DERECHOS PATRIMONIALES



San Luis Potosí, S.L.P.; a 27 de Junio del 2024

Los que suscriben, tienen a bien

DICTAMINAR

que el(la) alumno(a): C. MELENDEZ LARA FERNANDO
De la Generación: 2020 - 2024

concluyó en forma satisfactoria y conforme a las indicaciones señaladas en el Documento Recepcional en la modalidad de: Informe de Prácticas Profesionales.

Titulado:

EL CONOCIMIENTO ESPECIALIZADO DEL PROFESOR DE MATEMÁTICAS COMO MARCO PARA MEJORAR LA INTERVENCIÓN DOCENTE EN UN GRUPO DE PRIMER GRADO DE EDUCACIÓN SECUNDARIA

Por lo anterior, se determina que reúne los requisitos para proceder a sustentar el Examen Profesional que establecen las normas correspondientes, con el propósito de obtener el Título de Licenciado(a) en ENSEÑANZA Y APRENDIZAJE DE LAS MATEMÁTICAS EN EDUCACIÓN SECUNDARIA

ATENTAMENTE COMISIÓN DE TITULACIÓN

DIRECTORA ACADÉMICA

MTRA. MARCELA DE LA CONCEPCIÓN MÍRELES
MEDINA

DIRECTOR DE SERVICIOS ADMINISTRATIVOS

DR. JESÚS ALBERTO LEYVA ORTIZ

RESPONSABLE DE TITULACIÓN

MTRO. GERARDO JAVIER GUEL CABRERA

ASESOR DEL DOCUMENTO RECEPCIONAL

MTRO. JESÚS ARNULFO MARTÍNEZ MALDONADO

AGRADECIMIENTOS

Con esta investigación culmino mi formación inicial y una etapa de mi vida, esto no fue producto de la casualidad, cada logro y fracaso en el camino tiene detrás de sí un trabajo, dedicación, tiempo, esfuerzo propio y de muchas otras personas que me permitieron ser quien soy personal y académicamente.

Primero, quisiera agradecer y dedicar este éxito a mis abuelos que me dieron unos padres extraordinarios, quienes más allá de su papel en mi formación profesional han sido mi guía y mi apoyo permanente durante esta vida, y aunque hemos tenido tropiezos, siempre han sido mis más grandes héroes entregándose cada día para hacer lo mejor por su familia, espero poder retribuirles un poco de lo mucho que me han dado, hoy soy lo que soy por y para ustedes, los amo. Infinitas gracias.

Cada uno de los docentes que he tenido a lo largo de mi formación desde preescolar, primaria, secundaria y bachillerato han aportado un granito de arena para abrir mi conocimiento a nuevas fronteras y encaminarme en esta profesión, sin embargo, me gustaría hacer énfasis en los catedráticos de la BECENE quienes se mostraron competentes en cada una de las asignaturas.

Especialmente quiero agradecer al Mtro. Jesús Arnulfo Martínez Maldonado, pues cuando cursé la primera asignatura a su cargo, fue admirable en cada aspecto de su práctica. Además, su invaluable asesoría en este documento y su acompañamiento durante mi estancia en la licenciatura, junto con la Mtra. Catalina Araceli García Rosas, me llevó a una perspectiva diferente de la enseñanza de las matemáticas, siendo guías en mi formación. Reconozco su dedicación y pasión por esta noble profesión, así como su alto nivel de compromiso con la formación de profesores de matemáticas.

Finalmente, debo reconocer que todos mis compañeros (no solo de la BECENE) han contribuido de manera directa o indirecta para llegar a este punto, por esto les agradezco cada detalle y cada momento que pasamos juntos, especialmente a mis grandes amigos Randy Luna, Axel Llarena, Elizabeth Velázquez y especialmente a María Andrea Martínez Cebrián, gracias por caminar siempre juntos. Concluyo animando a que todo aquel que lea esto se plantee metas, luche y sea resiliente por ellas, pero que celebre su logro, es lo más importante.

ÍNDICE

INTRODUCCIÓN	1
Descripción de forma concisa el contenido del documento	2
Contextualiza la problemática planteada	3
Interés personal sobre el tema y responsabilidad asumida como profesional de la educación	6
Justificación de la relevancia del tema.....	8
Objetivo de la investigación.....	10
Competencias que se desarrollaron durante la práctica	10
Descripción de la institución donde se desarrolló la práctica profesional	11
PLAN DE ACCIÓN.....	14
Aportes teóricos (presupuestos psicopedagógicos).....	14
El profesor profesional de matemáticas	14
Hacia el conocimiento especializado del profesor de matemáticas (MTSK).....	15
El establecimiento del MTSK	18
El modelo del conocimiento especializado del profesor de matemáticas	20
Metodología de la investigación	28
Enfoque y tipo de diseño.....	28
Técnicas e instrumentos de recolección de datos.....	30
Procedimiento de la investigación	31
Principios de la investigación (presupuestos técnicos)	34
Aspectos Curriculares	35
Diagnóstico de la intervención docente: el punto de partida	37
Sesión 1	39
Sesión 2.....	43
Sesión 3.....	46
Sesión 4.....	49
Sesión 5.....	55
Sesión 6.....	59
Análisis de la intervención docente.....	64
Propósitos del primer plan de acción	66
Competencias desplegadas primer plan de acción	67
Planteamiento del primer plan de acción	68

DESARROLLO, REFLEXIÓN Y EVALUACIÓN DE LA PROPUESTA DE MEJORA

.....	72
Valoración del primer plan de acción y propuesta de mejora	72
Sesión 1	72
Sesión 2	76
Sesión 3	78
Sesión 4	81
Sesión 5	84
Sesión 6	88
Análisis retrospectivo del primer plan de acción	91
Propósitos del segundo plan de acción.....	97
Competencias desplegadas en el segundo plan de acción.....	97
Planteamiento del segundo plan de acción.....	98
Valoración del segundo plan de acción y propuesta de mejora	102
Sesión 1	102
Sesión 2	107
Sesión 3	110
Sesión 4	114
Sesión 5	119
Sesión 6	121
Sesión 7	127
Análisis retrospectivo del segundo plan de acción.....	130
CONCLUSIONES	136
REFERENCIAS.....	142
ANEXOS.....	147

INTRODUCCIÓN

Las matemáticas representan una disciplina que comúnmente se considera como difícil de aprender, en el mayor de los casos, para los estudiantes de educación secundaria. Esta situación se deriva de las experiencias escolares que se le brinda al estudiantado en las aulas de clase a partir de los procesos de enseñanza – aprendizaje. Así como la actividad matemática es fundamental para el que aprende, entonces la intervención docente del profesor de matemáticas debe girar en torno a dicha actividad.

Al respecto, no es posible para cualquier profesional dedicarse a la actividad de la enseñanza, en particular, de las matemáticas. Aquel que ejerza dicha profesión debe disponer y desplegar un conjunto de conocimientos que le permitan desempeñarse adecuadamente como educador matemático, es decir, quien tiene la tarea de formar o instruir a otros mediante las matemáticas, considerando a estas como objeto de educación para las personas cuya formación y desarrollo está contribuyendo.

Al hilo de estas ideas, las oportunidades de aprendizaje de las matemáticas dependen, en cierta medida, de la intervención docente del profesorado, que, a su vez, se sustenta en los conocimientos teóricos y prácticos adquiridos. Bajo este escenario, la formación del profesor de matemáticas ha cobrado un interés particular en el campo de la investigación en didáctica de las matemáticas, y en específico, sobre los conocimientos disciplinares y didácticos con los cuales debe equiparse (Aké, *et al.*, 2016).

Cuando uno se pregunta por el conocimiento necesario para enseñar, lo primero que viene a su mente es el qué enseñar, lo cual refleja una perspectiva muy reducida, pues también se requiere del cómo enseñar y el qué evaluar. Sobre esta línea, Martínez (2024) resalta que, es tan esencial para el profesorado de matemáticas, dominar el campo disciplinar, como conocer metodologías para su enseñanza que coadyuven para el aprendizaje.

En virtud de lo expuesto, el presente Informe de Prácticas Profesionales se centra en documentar la mejora de la intervención docente en la enseñanza de las matemáticas realizada en un grupo de primer grado de educación secundaria mediante el uso y apropiación del marco del Conocimiento Especializado del Profesor de Matemáticas.

Descripción de forma concisa el contenido del documento

El contenido de este documento se organiza y desarrolla en cuatro apartados. En la *introducción*, se adentra al lector en la situación educativa que dio lugar al presente trabajo académico y que surgió de un análisis retrospectivo de la propia práctica profesional del profesor en formación inicial. Se explicita el interés personal por la temática y su relevancia social. Además, se enuncian la pregunta y los objetivos de investigación, así como las competencias del perfil de egreso que se favorecieron en la elaboración del documento recepcional.

Dentro del apartado *plan de acción* se aborda la perspectiva teórica sobre el Conocimiento Especializado del Profesor de Matemáticas (MTSK), la cual permitió fundamentar la intervención docente en los planes de acción. Del mismo modo, se describe la metodología de la investigación empleada, así como la justificación del tipo de diseño, enfoque y ruta metodológica seguida al contemplar el modelo de un ciclo reflexivo. También se detallan los propósitos específicos del plan de acción y aspectos curriculares que permearon durante las prácticas profesionales. El apartado cierra con la presentación de los resultados del diagnóstico de la situación educativa, es decir, el estado que guardaba la intervención docente a la luz de los conocimientos que el profesor en formación inicial manifestaba y que se pretendió mejorar.

Respecto al apartado de *desarrollo, reflexión y evaluación de la propuesta de mejora*, se describe y analiza la intervención docente realizada mediante la ejecución de dos planes de acción inspirados en el marco del MTSK. En el primero, se abordó la enseñanza de un contenido algebraico y en el segundo, un contenido geométrico. En ambos casos se documenta una mejora significativa en la intervención docente, lo que permite dar cuenta de la pertinencia y consistencia de las propuestas alineadas con enfoques curriculares, competencias manifestadas, recursos y procesos de seguimiento a fin de replantear las propuestas.

El cuarto apartado es correspondiente a las *conclusiones*, donde se realiza un breve recorrido de las etapas de la investigación, en la que se pudieron comparar las concepciones iniciales de las diferentes dimensiones de la enseñanza de las matemáticas y se da cuenta de

la utilidad que tuvo la apropiación del MTSK para la mejora de la intervención docente determinada a partir de las experiencias y resultados derivados de la implementación de los planes de acción.

Finalmente se cuenta con el apartado de *referencias* sobre las cuales se sustenta el presente informe de prácticas profesionales, así como la sección de anexos donde se pueden encontrar algunos materiales que complementan cada uno de los demás apartados, tal como documentos de consentimiento, planificaciones o tablas de análisis.

Contextualiza la problemática planteada

En la experiencia personal, al cursar seis semestres en la Licenciatura en Enseñanza y Aprendizaje de las Matemáticas en Educación Secundaria (LEAMES), en la Benemérita y Centenaria Escuela Normal del Estado de San Luis Potosí (BECENE SLP), tuve la oportunidad de conocer diversas instituciones públicas de educación secundaria, en sus modalidades de generales y técnicas, como parte de las actividades del trayecto formativo de práctica profesional.

Durante los primeros semestres, las jornadas se desarrollaron con el objetivo de conocer el contexto y la cultura escolar de las escuelas secundarias, tanto en la educación a distancia como en la presencial. De forma paralela, realicé observaciones de clases, específicamente del profesorado de matemáticas, donde identifiqué aspectos como la dinámica de la clase, estrategias docentes, las dificultades en la enseñanza de las matemáticas, ente otros. Estas observaciones de clases coincidían con la práctica de aquellos docentes que me enseñaron matemáticas en secundaria, en la que prevalecía una enseñanza tradicional.

A partir del tercer semestre inicié con las prácticas profesionales desempeñándome frente a grupo en condiciones reales de trabajo. Las primeras planificaciones que diseñé eran distantes del enfoque de resolución de problemas dado el poco conocimiento curricular y didáctico que tenía en ese momento sobre cómo planear e impartir una clase de matemáticas, pues no tenía claridad de los elementos de la planeación, únicamente realizaba el llenado de un formato proporcionado.

En cuanto a la cuestión matemática, contemplaba un solo procedimiento para resolver las actividades que proponía en la planeación, sin embargo, éste no siempre coincidía con aquellos que empleaban los estudiantes, pues cuando ellos utilizaban un procedimiento distinto me resultaba complicado guiar las participaciones al no prever otras estrategias de resolución, inclusive las posibles preguntas que podía plantear a los estudiantes.

Aspectos como los descritos permearon en mi desempeño en la práctica, por ejemplo, al no desarrollar momentos de la clase más allá del inicio, desarrollo y cierre; así como el planteamiento de actividades que implicaran un desafío para los estudiantes congruente al contenido abordado. Dentro de las áreas de oportunidad señaladas por catedráticos de la LEAMES respecto a mi práctica docente se encontraban en mayor recurrencia: conocer el contenido, pero no saber cómo explicarlo; manejo de tiempo, movilidad en el aula, uso de material didáctico y estructuración de un plan de evaluación.

En jornadas de prácticas posteriores, del quinto y sexto semestres, traté de cubrir dichas áreas de oportunidad. Me di a la tarea de considerar procedimientos diferentes para resolver las actividades, no obstante, persistía la dificultad para diseñar una secuencia didáctica con actividades apegadas al contenido matemático abordado y su congruencia con el enfoque didáctico, estas situaciones se reflejaron en la intervención al no cubrir los momentos de una clase de matemáticas. Otro aspecto que no favoreció mi intervención docente fue la falta de materiales y recursos didácticos. En ocasiones, elaboraba los materiales, pero no los empleaba en las sesiones de clase o, al contrario, los implementaba, pero no eran indispensables para realizar la actividad propuesta, carecían de sentido.

Desde la arista del dominio de los contenidos matemáticos, tuve mayor experiencia al abordar temáticas relacionadas con la aritmética y la geometría. Dentro de la primera, el que más dificultad representó fue el concerniente a la conversión de fracciones decimales y no decimales a su escritura decimal y viceversa, por lo que tuve que indagar en diversos libros de texto y recursos audiovisuales para comprender y dominar el contenido matemático.

Los contenidos relacionados con geometría no resultaron tan desafiantes, pues al tratarse de temas tales como las fórmulas para el cálculo de áreas y perímetros, no tuve que indagar más allá de las actividades a desarrollar para aportar al dominio del tema. Al finalizar

las prácticas del sexto semestre, me di cuenta que uno de los retos que tenía era el relativo al diseño de una pertinente secuencia de actividades, pues en el proceso de planificación que realizaba recurría únicamente a ejercicios similares entre sí. Es claro que, si se trabaja en este aspecto se favorece el dominio sobre el contenido matemático.

Es importante mencionar que, para mí, el significado de didáctica se asociaba con tener conocimiento de ejemplos que pueden ofrecerse a los estudiantes sobre algún contenido matemático y en utilizar material didáctico en las clases, mientras que lo disciplinar representaba ese conocimiento respecto al dominio de conceptos y procedimientos de resolución de problemas, sin embargo, estas concepciones reduccionistas propiciaron que mi intervención docente en la enseñanza de las matemáticas no fuera la adecuada, durante las jornadas de práctica.

Dadas las circunstancias anteriores, la problemática educativa que se aborda en el presente informe de prácticas profesionales descansa en los conocimientos que, como profesor en formación inicial, debo consolidar, de tal suerte que mi desempeño en la intervención docente sea lo más cercana posible a la de un *profesor profesional de matemáticas*, lo cual requiere de la apropiación y puesta en escena de conocimientos didácticos y disciplinares para la enseñanza de las matemáticas. Significa entonces que, el PFI es el investigador principal y a la vez el sujeto de estudio, sin embargo, se contempla la participación de un investigador externo (asesor del documento) para el trabajo de análisis y evitar, en la medida de lo posible, sesgo en el estudio.

En esta tesitura, se recurrió al modelo del Conocimiento Especializado del Profesor de Matemáticas (MTSK, por sus siglas en inglés) para reconocer cuáles son las particularidades de esos conocimientos didácticos y disciplinares, y cómo a partir de su apropiación puede mejorar la intervención docente. Ante lo expuesto se planteó la pregunta de investigación: ¿Cómo mejorar la intervención docente en un grupo de primer grado de educación secundaria desde el marco del Conocimiento Especializado del Profesor de Matemáticas?

Interés personal sobre el tema y responsabilidad asumida como profesional de la educación

La principal razón personal por la cual me incliné en la temática central de este documento subyace a que, cuando cursé el cuarto semestre de la LEAMES, se me invitó para asistir al “Segundo Congreso de Investigación sobre el Conocimiento Especializado del Profesor de Educación Básica” celebrado en la Escuela Normal Rural Gral. Matías Ramos Santos, en la localidad de San Marcos, Zacatecas. Este evento académico representó para mí un parteaguas, dado que fue la primera vez que escuché sobre el modelo MTSK, sus implicaciones para la formación docente y para el ámbito de la investigación.

Como parte de las actividades del Congreso, participé en un taller denominado “Conocimiento especializado del profesor: la mirada del MTSK”, impartido por la Dra. Ana María Reyes Camacho. En este espacio tuve un contacto general e introductorio al modelo MTSK, mismo que permite organizar y entender el conocimiento en particular que el docente emplea, principalmente desde la dimensión matemática y didáctica. La experiencia derivada del Congreso me generó inquietud, motivación e interés por indagar más sobre el MTSK.

Bajo este escenario, decidí retomar dicho modelo para la elaboración del presente informe de prácticas profesionales con la intención de superar las limitaciones que se habían presentado en mi intervención docente al enseñar matemáticas, a fin de mejorarla mediante la apropiación, en mayor medida, de los conocimientos didáctico-disciplinares indispensables (desde la mirada del MTSK) para el abordaje didáctico de los contenidos matemáticos bajo la metodología de la investigación acción.

Cabe señalar que, como mencioné en apartados anteriores, durante el transcurso de mi formación inicial tenía ciertas nociones de lo que implicaban los conocimientos didáctico-disciplinares, sin embargo, el modelo MTSK me permitió identificar puntualmente aquellos conocimientos que debe disponer propiamente el profesor de matemáticas a través de los subdominios y categorías que establece, de tal suerte que al ser considerados desde el proceso de planificación de una clase puede favorecer la intervención docente.

En cuanto a la responsabilidad asumida como profesional de la educación, esta se ve reflejada desde el compromiso establecido con mi propia formación docente y para con la

sociedad, al buscar apropiarme y desplegar de forma consciente y reflexiva los conocimientos didácticos y disciplinares que permitan desempeñarme como un profesor profesional de matemáticas en la implementación del diseño de un plan de acción.

Del mismo modo, dicha responsabilidad se asume al considerar que el saber docente es un saber social que es determinado por la sociedad y que descansa sobre las prácticas sociales. Como lo refiere Tardif (2014) “el maestro trabaja con sujetos en función de un proyecto: transformar a los alumnos, educarlos e instruirlos. Enseñar es actuar con otros seres humanos, es saber actuar con otros seres humanos, es saber que enseño a otros seres humanos” (p. 12).

Podemos encontrar esta noción de responsabilidad social dentro de documentos emitidos por las instituciones oficiales tal como el “Marco para la excelencia en la enseñanza y la gestión escolar en Educación Básica” de la Secretaría de Educación Pública (SEP, 2021) que ayudan a comprender cómo el docente debe reconocer su papel en la transformación social que implica la educación.

En esta tesitura, el diseño e implementación de un plan de acción debe contribuir a la formación integral de los estudiantes, en este caso, de educación secundaria, lo cual significa que el estudiante adquiera conocimientos, habilidades, actitudes y valores que la sociedad actual demanda. En la medida en que la intervención docente se transforme, los resultados se reflejarán en el desempeño y aprendizajes de excelencia que alcancen los estudiantes que, aunque no es el punto central de esta investigación, representan un referente indispensable para valorar la intervención. De la misma manera se promueve una formación ciudadana al incitar en los estudiantes el pensamiento crítico y reflexivo, y el aprendizaje permanente, lo cual es congruente con los principios de la Nueva Escuela Mexicana (NEM).

Se plantea entonces que, la comprensión del modelo MTSK y su uso para guiar la intervención docente permite cubrir uno de los dominios establecidos por la Unidad del Sistema para la Carrera de las Maestras y los Maestros (USICAMM) en el marco para la excelencia mencionado previamente, el cual refiere a “Un maestro que genera ambientes favorables para el aprendizaje y la participación de todas las niñas, los niños o los adolescentes” (SEP, 2021) que subyace en el despliegue de la competencia didáctica, es decir

en los saberes docentes necesarios para que los estudiantes alcancen el máximo logro de los aprendizajes, por tanto es necesario determinar el qué, cómo y para qué enseñar.

Justificación de la relevancia del tema

Uno de los tópicos que recientemente se ha abordado en el campo de la investigación en didáctica de las matemáticas, es el referente a la formación del profesorado en torno a los conocimientos con los cuales debe equiparse para propiciar los procesos de enseñanza y aprendizaje de la disciplina en las clases. Es importante destacar que, las investigaciones en este campo se han inspirado en los trabajos de Shulman (1986), quien fue de los pioneros en indagar sobre qué conocimientos debe consolidar aquel se dedica a la enseñanza.

En este sentido, se han desarrollado modelos que se apoyan teóricamente en los planteamientos iniciales de Shulman, sin embargo, las didácticas específicas han adoptado tales planteamientos para el diseño de modelos que contemplan aquellos conocimientos particulares para el profesorado de las diversas disciplinas. En el caso de matemáticas, han surgido algunas perspectivas como el Conocimiento Matemático para la Enseñanza (MKT) y el Conocimiento Especializado del Profesor de Matemáticas (MTSK), por mencionar algunas.

Respecto al MTSK, cada dos años se celebra el Congreso Iberoamericano sobre Conocimiento Especializado del Profesor de Matemáticas, donde se difunden las contribuciones de este modelo en diversos países de Latinoamérica. Así mismo, se definen cuáles han sido los avances, desafíos y líneas de acción a considerar para futuras e inmediatas investigaciones.

En el análisis precedente de la memoria producida del “Quinto Congreso Iberoamericano sobre Conocimiento Especializado del Profesor de Matemáticas 2021” (CIMTSK) se plantearon avances respecto a la profundización e interrelación de subdominios y categorías que conforman el modelo dentro de distintas temáticas y niveles educativos, así mismo, se tuvo progreso en la interdisciplinariedad de este (Carreño, *et al.*, 2021).

Del mismo modo, se establecieron las principales líneas de acción para orientar e incrementar su uso. Entre éstas, destacan la investigación sobre el conocimiento del profesor con relación al subdominio de las creencias haciendo énfasis sobre lo afectivo, *realizar reflexiones más profundas sobre el impacto del modelo en la formación de profesores*, reconocer y desarrollar conexiones interconceptuales que forman parte del Conocimiento de los Estándares de Aprendizaje de las Matemáticas, *mostrar la funcionalidad de reconocer e interpretar los conocimientos especializados más allá del análisis de la práctica*, y conocimientos relativos a contenidos específicos (Carreño, *et al.*, 2021).

Por su parte, Carrillo, Climent, Montes, y Cinta (2022), reiteran la necesidad de introducir el modelo en la “formación de profesores en distintos niveles” (p. 16) dentro de su cuarta línea de acción, es aquí donde se inserta el presente informe de prácticas profesionales, dado que busca incorporar los elementos y dominios del conocimiento que plantea el MTSK en mi proceso de formación inicial por medio de su apropiación y uso.

Ahora bien, en México, las investigaciones que emplean el modelo MTSK para caracterizar los conocimientos del profesorado en la enseñanza de los contenidos matemáticos o para nutrir con aportes teóricos los dominios y subdominios, tienen sus inicios a partir del año 2013, sin embargo, en el caso local, de la Benemérita y Centenaria Escuela Normal del Estado de San Luis Potosí, no se identificaron, en su repositorio institucional, documentos de titulación (de licenciatura, maestría o doctorado) que retomaran este modelo. Del mismo modo, durante mi trayecto en los diversos cursos de la LEAMES, no se brindó un acercamiento teórico del MTSK como una temática necesaria de conocer.

Por las consideraciones anteriores, se justifica la relevancia de incorporar este tema en el presente informe de prácticas profesionales, lo cual representa un enfoque innovador y a la vez original en los trabajos académicos que se realizan como modalidades de titulación en la BECENE. El conocimiento generado de esta investigación no tiene como finalidad abonar al estado del conocimiento científico como tal, pero sí brinda conocimiento en, desde y para la práctica, específicamente sobre la intervención en la enseñanza de las matemáticas.

Objetivo de la investigación

Emplear el marco del modelo de Conocimiento Especializado del Profesor de Matemáticas para mejorar la intervención docente en un grupo de primer grado de educación secundaria.

Competencias que se desarrollaron durante la práctica

A través de los cursos que contempla la LEAMES, fue posible conformar un perfil de egreso de la educación normal apegado a lo establecido en el plan de estudios de la licenciatura (SEP, 2018). Al respecto, la elaboración de este documento recepcional favoreció en mayor medida las competencias que se describen a continuación:

Competencia genérica

Por medio del análisis de la intervención docente se empleó el pensamiento crítico y creativo para realizar un balance de los conocimientos establecidos en el modelo MTSK, así como se involucra en la propuesta de alternativas de acción dentro del ciclo reflexivo para conformar dos planes de acción, por lo anterior se puede ver implícita la competencia de:

- Soluciona problemas y toma decisiones utilizando su pensamiento crítico y creativo.

Competencia profesional

La apropiación del modelo MTSK permitió desempeñarme como un profesor profesional de matemáticas. En este sentido, el despliegue y vinculación entre la dimensión del Conocimiento Matemático (MK) y el Conocimiento Didáctico del Contenido (PCK), representaron un pilar para mejorar y analizar la intervención docente, cristalizándose así la competencia:

- Articula el conocimiento de las Matemáticas y su didáctica para conformar marcos explicativos y de intervención eficaces.

Competencia disciplinar

Para la construcción de los planes de acción fue relevante la revisión de los contenidos de progresiones aritméticas y formas geométricas básicas, lo que se manifiesta dentro del MTSK como el Conocimiento de los Temas (KoT), manifestándose así las competencias:

- Recurre a la generalización y a la variación funcional para resolver problemas.

- Demuestra con argumentos coherentes las propiedades geométricas de figuras planas y sólidos en la construcción del pensamiento geométrico.

Descripción de la institución donde se desarrolló la práctica profesional

La institución educativa donde se desarrollaron las prácticas profesionales durante el ciclo escolar 2023-2024 fue la Escuela Secundaria Técnica No. 14, en su turno matutino, con clave 24DST0014V, ubicada en la calle Honduras S/N, dentro de la colonia Satélite, perteneciente a la Secretaría de Educación de Gobierno del Estado (SEGE), en la zona escolar 05.

En el contexto externo de la escuela se pueden encontrar distintos puntos de interés como la Unidad Deportiva Satélite, la parroquia de San Martín de Porres, tiendas de abarrotes y la concurrida avenida Juárez que alberga gran cantidad de comercios de distinta índole, además de la cercanía con las instalaciones de la Feria Nacional Potosina, existen algunas instituciones de educación secundaria y bachillerato. La mayoría del estudiantado arriba a la escuela en medios como bicicleta, motocicletas y autos particulares, otros llegan mediante la vía peatonal solos o en su caso, acompañados por algún familiar, dado que sus viviendas están cercanas al centro educativo.

La institución ofrece el servicio público educativo en dos turnos (matutino y vespertino). En el matutino se cuenta con una matrícula aproximada de 324 estudiantes distribuidos en 18 grupos, es decir, seis para cada grado. El número promedio de estudiantes por grupo es de 18. En la fase intensiva del Consejo Técnico Escolar (CTE) y Taller Intensivo de Formación Continua para Docentes (TIFC) llevados a cabo al inicio del ciclo escolar 2023-2024, se dio a conocer que la escuela tiene baja matrícula dado que, en la cercanía se encuentran otras instituciones de educación secundaria públicas que cubren de mejor manera las expectativas de los padres de familia considerándolas como de mayor prestigio para la formación de sus hijos.

En las sesiones de trabajo escolar mencionadas, se socializaron las diversas problemáticas identificadas a partir del análisis socioeducativo integral, realizado por el colectivo docente durante el ciclo escolar anterior, donde a partir de dimensiones establecidas se resaltó que la mayoría de las interacciones entre estudiantes son de conflicto, lo que se

entrelaza con disgusto por el trabajo en equipo, así como también una actitud evasiva por parte de los docentes.

El colectivo docente manifestó estar de acuerdo respecto a la problemática sobre el desempeño de los estudiantes relacionada con la falta de comprensión lectora reflejada en los resultados de la prueba diagnóstica propuesta por la Comisión Nacional para la Mejora de la Educación (MEJOREDU), siendo está integrada en el programa analítico de la institución en el ciclo 2023-2024. Durante el CTE, se determinó como problemática el bajo rendimiento del estudiantado a causa del poco interés escolar.

Con relación al horario de la jornada escolar, se da inicio a las 7:00 horas, siendo que cada sesión tiene una duración de 50 minutos. Entre el cuarto y quinto módulo, se da espacio al receso con una duración de 20 minutos, tiempo en el que los estudiantes ingieren su almuerzo o compran en la cooperativa, así mismo, la mayoría de los alumnos se dedica a conversar entre sí, y en menor medida hacen uso del teléfono celular o juegan futbol, después de ocho sesiones, la jornada concluye a las 13:40 horas.

Con relación al personal que labora en la institución, se cuenta con 55 integrantes, entre ellos, personal administrativo, de servicios, coordinación, trabajo social y docentes. La academia de matemáticas se conforma por cuatro docentes y seis componen el campo formativo de Saberes y Pensamiento Científico, mientras que el resto corresponde a los de Lenguajes; Ética, Naturaleza y Sociedades; De lo Humano y lo Comunitario. El organigrama de la institución está encabezado por el director Juvencio Rojas Cruz y en coordinación académica con la subdirectora Lya Sánchez Jarero.

Ahora bien, durante la jornada de observación del contexto escolar llevada a cabo al inicio del ciclo, se identificó que las relaciones interpersonales de los estudiantes están caracterizadas por la confianza entre sí, aunque en determinado momento esta puede ser causante de desorden dentro del aula. Por otro lado, la relación entre docentes es de respeto y cordialidad, lo cual se manifestó mediante su participación activa durante las sesiones de CTE y TIFC. Se observó que en ocasiones los docentes no llegan a tiempo al aula de clases, afectando la temporalidad de los módulos, o en su defecto, el desarrollo de la dinámica del CTE.

La institución tiene la misión de prestar un servicio de calidad acorde al currículo vigente, a través de conocimientos, valores y competencias para la futura educación superior como la vida en sociedad. Concerniente a la visión que establece la escuela secundaria, se basa en el compromiso con la calidad, equidad y pertinencia para llegar a una participación democrática, responsable y que contribuye a la conformación de la personalidad.

En cuanto a la infraestructura de la institución, se dispone de 19 aulas de trabajo, cada docente tiene asignada una. Estos espacios se encuentran en condiciones diversas pues dependen del cuidado del profesorado y la conducta de los estudiantes. En el aula de matemáticas, se cuenta con un espacio reducido, aunque suficiente para la cantidad de estudiantes, tiene alrededor de 20 mesas con 30 sillas que se organizan por medio de filas. Respecto a los materiales, el aula tiene tres pizarrones, pero solo uno está en óptimas condiciones para su uso, también se tiene acceso a juegos de geometría, proyector, televisión, libros de texto, computadora y pizarrón electrónico, mismos que son de uso recurrente por parte del docente titular.

Cabe señalar que, los estudiantes son quienes se trasladan de un salón a otro dependiendo del horario designado, esta situación genera que en ocasiones no lleguen puntualmente a la clase. Se tienen espacios determinados para laboratorios de ciencias y dos áreas de sanitarios, biblioteca, aula audiovisual, trabajo social, área médica que incluye asistencia dental, cinco canchas a disposición para actividades deportivas o académicas que así lo requieran. De igual forma, hay áreas verdes amplias con distintos tipos de vegetación lo cual brinda una buena imagen de las instalaciones.

Para el desarrollo de esta investigación acción, fue considerado el grupo de 1ºD, conformado por 17 estudiantes, de los cuales 11 son hombres y 6 son mujeres. En la jornada de observación realizada al inicio del ciclo escolar, se identificó que los estudiantes que integran el grupo mostraban interés y actitudes favorables hacia la clase de matemáticas. En los resultados derivados de la primera aplicación de la prueba diagnóstica de MEJOREDU el grupo obtuvo el mayor promedio de los grupos de primer grado. Son pocos los estudiantes que presentan dificultades en el trabajo matemático.

PLAN DE ACCIÓN

En este apartado se dan a conocer los aportes teóricos sobre el marco del Conocimiento Especializado del Profesor de Matemáticas, mismo que permitió analizar y sustentar la intervención docente en la implementación de los planes de acción. De igual forma, se detalla la metodología que direccionó la investigación a fin de dar respuesta a la pregunta general establecida en el presente trabajo académico. Se enuncia el enfoque, tipo de diseño, instrumentos y técnicas empleadas. También se describe el modelo de ciclo reflexivo empleado para el análisis de la intervención docente. Se explicitan los aspectos técnicos que fueron necesarios para la recuperación de información. Finalmente se da cuenta del diagnóstico de la situación educativa a partir de una primera intervención docente.

Aportes teóricos (presupuestos psicopedagógicos)

El profesor profesional de matemáticas

En la revisión de la literatura se identificaron pocos constructos teóricos con relación al término de intervención docente, sin embargo retomamos la postura de Martínez (2012) sobre práctica docente, acorde a esta noción comprendemos la intervención docente como el conjunto de acciones establecidas por el profesor desde la planificación, su implementación dentro del aula y reflexión, con relación a la enseñanza a fin de que los estudiantes alcancen los aprendizajes establecidos en planes y programas locales. En este sentido, la intervención docente se refiere al actuar del profesorado antes y durante la gestión de una clase, lo cual implica un conjunto de acciones pertinentes para que el estudiantado consolide los aprendizajes escolares.

Ahora bien, la intervención docente depende de un bagaje de conocimientos que se desprenden de la tarea que realiza el profesorado en su práctica profesional. Tardif (2014) define la práctica profesional como “el conjunto de saberes utilizados realmente por los profesionales en su espacio de trabajo cotidiano, para desempeñar todas sus tareas” (p. 188). Por su parte, Sosa y Ribeiro (2015) retoman las ideas de Tamir en las que subraya que el conocimiento profesional es aquel conjunto de conocimientos y habilidades indispensables para funcionar con éxito en una profesión en particular.

Sobre esta línea, Sosa y Ribeiro (2015) cristalizan el conocimiento profesional del profesor como “la conjunción de todos los saberes y experiencias que éste posee y de los que hace uso en el desarrollo de su trabajo docente, conocimiento que se va adquiriendo y construyendo desde su formación inicial y continua durante toda su carrera” (p. 2). A partir de estas nociones, se configura la idea de un *profesor profesional de matemáticas*, siendo éste, aquel educador matemático que dispone y usa los conocimientos matemáticos y didácticos para desempeñar, de forma pertinente y reflexionada, su intervención docente en la enseñanza de las matemáticas y afrontar, profesionalmente, situaciones que su labor conlleva.

Hacia el conocimiento especializado del profesor de matemáticas (MTSK)

Existen diversas perspectivas sobre lo que necesita saber el docente para lograr que los estudiantes adquieran el conocimiento matemático de manera adecuada, Hyman Bass (cit. por Muñoz, *et al.*, 2015) deja en claro que es imprescindible conocer en profundidad el campo, donde surgen dos requerimientos principales de diferente índole, los cuales se dan a partir del carácter pedagógico que tiene la intervención docente, y por otro lado, lo referente al trabajo matemático a enseñar, o expresándolo con palabras más claras, resolver los determinados problemas que surgen en la educación matemática buscando solución desde la matemática misma.

En la línea de investigación sobre la enseñanza, los primeros estudios partieron de lo psicopedagógico donde su enfoque fue el desempeño educativo de los estudiantes, centrando la atención en factores vinculados a los procesos cognitivos, tiempos de reacción o cómo trabajar con errores de los estudiantes. Es hasta que se comienzan a emplear las teorías educativas en la enseñanza que surge el campo de investigación de las “Matemáticas y su Didáctica”, donde se dan a conocer los primeros referentes sobre los dominios del conocimiento del profesor (Carrillo, *et al.*, 2013).

Lee Shulman fue de los pioneros en plantear la necesidad de redireccionar la tendencia de investigación hacia los conocimientos que debe poseer el profesorado considerando la especificidad del contenido a enseñar, dando paso a la concepción de esta

área como el “paradigma desaparecido” dentro de la investigación educativa (Carrillo, *et al.*, 2013).

Es entonces que, se realiza el primer aporte en la búsqueda por comprender los componentes del conocimiento del profesor a partir de su organización y categorización por lo que, Shulman (1986) propone los siguientes (cit. por Aguilar, *et al.*, 2013):

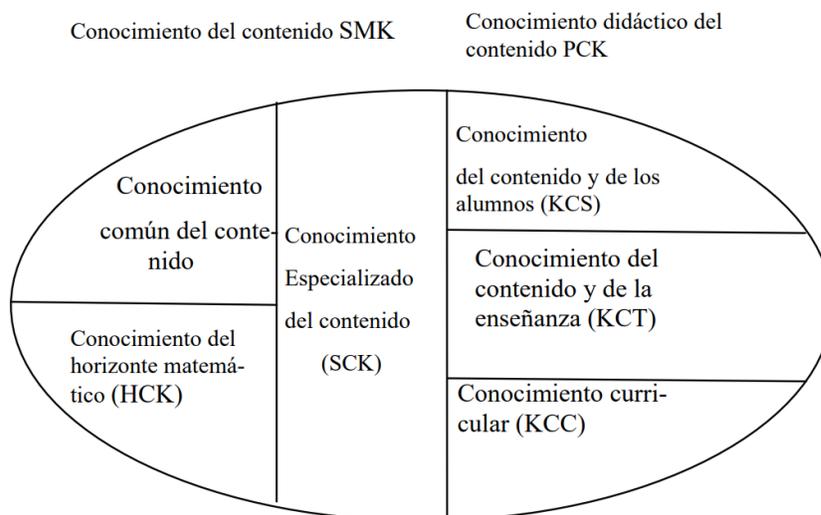
- Conocimiento de la materia,
- Conocimiento pedagógico general,
- Conocimientos del currículo,
- Conocimiento sobre los alumnos,
- Conocimiento de los contextos educativos,
- Conocimiento de los fines y valores educativos,
- Conocimiento didáctico del contenido.

Dentro de estas categorías, llamaron la atención el Conocimiento de la Materia, el Conocimiento del Currículo, y el Conocimiento Didáctico del Contenido mismo que Shulman (cit. por Bolívar, 2005) refiere como “la capacidad de un profesor para transformar su conocimiento del contenido en formas que sean didácticamente poderosas y aun así adaptadas a la variedad que presentan sus alumnos en cuanto a habilidades y bagajes” (p. 15). Este conocimiento fue el que destacó su contribución, ya que por primera vez se atendió a la importancia de contemplar el conocimiento didáctico a través del conocimiento disciplinar, poniendo sobre la mesa la viabilidad de establecer áreas didácticas específicas con conocimiento especializado (Carrillo, *et al.*, 2013).

Deborah Ball quien fuera discípula de Shulman estuvo entre aquellos que dieron seguimiento a esta nueva visión de la investigación educativa, por lo que en su intento por comprender sus características y organizar los conocimientos en una construcción teórica, creó en conjunto con Mark Thames y Geoffrey Phelps el modelo *Mathematics Knowledge for Teaching* (MKT) el cual se puede visualizar en la *Figura 1*, éste modelo logró conectar lo específico de la matemática con los conocimientos propuestos por Shulman.

Figura 1

Dominios del MKT



Nota: Dominios y subdominios del Mathematics Knowledge for Teaching (MKT). Tomado de Sosa y Carrillo (2010, p. 571)

Dentro de este modelo se propone una organización que toma como punto de partida dos de los dominios más importantes de Shulman desde la visión matemática, los cuales son Conocimiento de las Matemáticas (MK) por sus siglas en inglés, y el Conocimiento Didáctico del Contenido (PCK), de los cuales se desprenden seis categorías que se estructuran como se muestra en la *Tabla 1*:

Tabla 1

Subdominios del MKT

Conocimiento de las Matemáticas (MK)	Conocimiento Didáctico del Contenido (PCK)
Conocimiento Común del Contenido (CCK): Corresponde a los conocimientos matemáticos y habilidades que implican las tareas de los alumnos	Conocimiento del Contenido y los Estudiantes (KCS): Incluye habilidades para predecir lo que a los alumnos les parecerá fácil, difícil, interesante, aburrido, agobiante o motivador.

Conocimiento Especializado del Contenido (SCK): Corresponde a los conocimientos matemáticos y habilidades que solo tienen sentido para el profesor	Conocimiento del Contenido y de la Enseñanza (KCT): Sobre las representaciones más adecuadas para enseñar un contenido específico, así como diferentes métodos y procedimientos para enseñar ese contenido
---	---

Conocimiento del Horizonte Matemático (HCK): Trayectoria del contenido en las diversas etapas educativas y sus conexiones	Conocimiento Curricular (KCC): Estructura curricular del grado en el que se realiza la práctica
--	--

Nota: La tabla muestra los elementos que componen a los subdominios del conocimiento planteados en el modelo MKT de Deborah Ball. Tomado de Sosa y Carrillo (2010)

Así como en el caso de Shulman, se considera que su contribución más importante a esta línea de investigación fue el establecimiento del Conocimiento del Contenido y Didáctico del Contenido, del modelo de Deborah Ball se reconoce que el HCK y el SCK son las aportaciones más relevantes.

A pesar de presentarse como un modelo que ofrecía mayor especificidad en matemáticas que los planteamientos de Shulman, éste aun presentaba algunas limitaciones, pues al momento de trasladarse al campo era difícil la asociación entre lo que se observaba en el aula y los planteamientos del modelo, por lo cual se comenzaron a discutir algunos elementos para un refinamiento que permitiera poner de manifiesto los conocimientos del profesor de manera conceptual y práctica.

El establecimiento del MTSK

El grupo del Seminario de Investigación en Didáctica de la Matemática (SIDM) de la Universidad de Huelva en España, mismo que da origen al MTSK, comenzó su trayectoria en la década de los 90's mediante la impartición de cursos y talleres a docentes en la búsqueda de reflejar los beneficios que aporta la investigación educativa en matemáticas, a partir de la idea de reconocer aquellas razones que provocan la ineficacia de algunos cursos en la formación inicial y permanente.

Dado lo anterior, se llegó a determinar que cualquier programa formativo debe partir de no intentar cambiar las concepciones de los docentes, sino que, por el contrario, velar por

su comprensión, hacerlos explícitos y generar una conciencia de los mismos en los profesores para acercarse a la coherencia entre lo que se piensa y lo que se desea hacer, este planteamiento condujo a precisar una nueva finalidad para los talleres de formación que se desarrollaban por el SIDM, partiendo ahora de un modelo de investigación colaborativa en la búsqueda de entender el conocimiento de los profesores, pero tomando en cuenta a su vez las actitudes y capacidades que se vislumbran sobre la matemática y su enseñanza (Carrillo, *et al.*, 2022a).

En este sentido, el grupo de investigación puso en marcha el Proyecto de Investigación Colaborativo (PIC) que en un inicio estaba conformado por dos formadores e investigadores, además de dos profesores de primaria, donde el principal objetivo se dio en la mejora de la práctica, y siguiendo una línea de acción que se apega al desarrollo profesional más que la formación, entonces, se apostó por contar con profesionales reflexivos. En este nuevo modelo de trabajo, se siguieron los planteamientos de Shulman con respecto al conocimiento del docente, pero en esta ocasión adicionando aquellas concepciones, actitudes y capacidades propias de los profesores (Carrillo, *et al.*, 2022a).

En la búsqueda de incluir los objetivos de enseñanza y los tipos de comunicación, se lleva a cabo el traslado hacia el MKT. Una vez que se comienza a trabajar con el modelo de Deborah Ball se reconocen las áreas de oportunidad que presentaba en su estructura y se comienza a discutir sobre la interpretación de sus componentes, lo que posteriormente desembocaría en un modelo que buscaría pulir los dominios denominado MTSK, en el cual se incluye la especialización del conocimiento del profesor de matemáticas. Para continuar con su tarea de refinar esta línea de investigación, el SIDM buscó cubrir las necesidades identificadas en el MKT a partir del replanteamiento y reorganización del conocimiento con la generación de seis nuevos subdominios que fortalecieron los ya establecidos.

Primeramente, a partir del HCK (T) referente a las ideas y estructura de la disciplina, se desprendieron dos subdominios en la búsqueda de separar dos complejas áreas como lo son el Conocimiento de los Temas (*KoT*) y el Conocimiento de la Estructura Matemática (*KSM*), mientras que el HCK (P), que contempla el modo en que interactúan el razonamiento,

comunicación, definiciones y relaciones matemáticas para la construcción de los temas, fue replanteado y llamado Conocimiento de la Práctica Matemática (*KPM*).

A partir de un problema de ubicación dentro del modelo referente a los errores de los estudiantes y su razonamiento, se determinó la construcción de un nuevo subdominio perteneciente al PCK, el cual es denominado Conocimiento de las Características del Aprendizaje de las Matemáticas (*KFLM*).

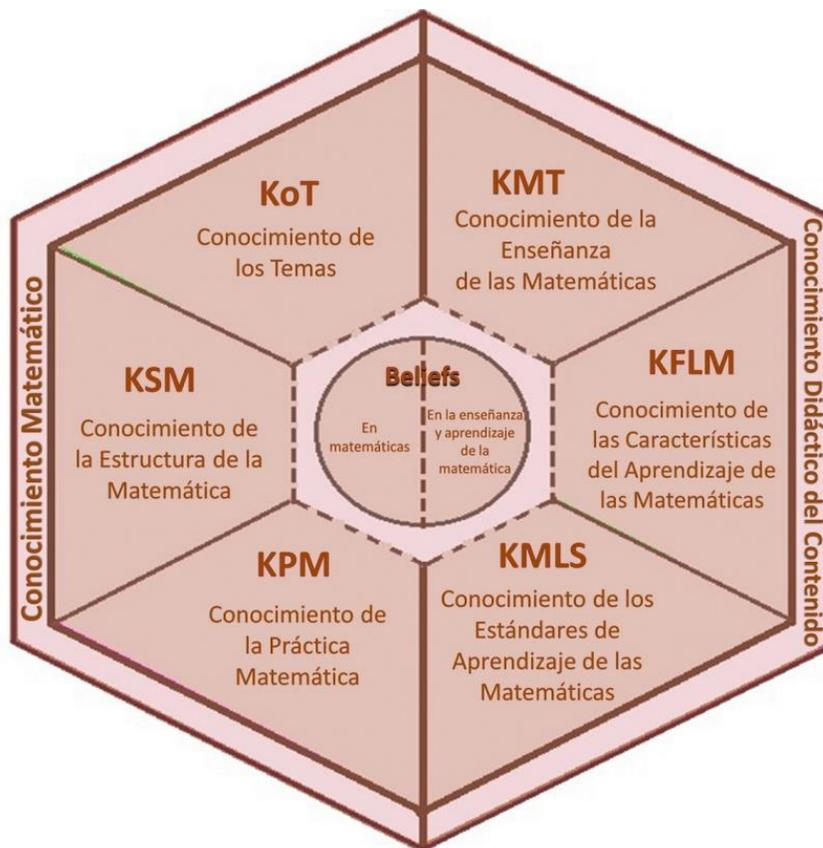
Así mismo, en el replanteamiento emerge el Conocimiento de la Enseñanza de las Matemáticas (*KMT*) considerando los medios didácticos que se ponen en práctica en la clase de matemáticas. Por último, se presenta el Conocimiento de los Estándares de Aprendizaje de las Matemáticas (*KMLS*), para darle un sentido diferente a lo que incluía el conocimiento curricular planteado por Shulman y Ball, incluyendo no solo los “parámetros” que plantea el currículo.

El modelo del conocimiento especializado del profesor de matemáticas

En 2013, el equipo del SIDM propone cinco comunicaciones dentro del VIII Congreso de la Sociedad Europea para la Investigación en Matemáticas, donde por primera vez se presentó el modelo del Conocimiento Especializado del Profesor de Matemáticas (MTSK por sus siglas en inglés) como una construcción teórica y como marco interpretativo-analítico (Carrillo, *et al.*, 2022a), el cual se puede observar en la *Figura 2*.

Figura 2

Esquema del modelo Conocimiento Especializado del Profesor de Matemáticas



Nota: Dominios y subdominios del Mathematics Teacher's Specialized Knowledge (MTSK). Tomado de Muñoz, *et al.* (2015, p. 1808)

Como puede verse en la *Figura 2*, el MTSK se divide en el Conocimiento Matemático (MK), mismo que se ocupa de dar sentido al conocimiento del profesor de matemáticas a partir de su concepción, estructura y precedencia. Dentro del MK se encuentra el *Conocimiento de los Temas* (KoT), este constituye el dominio en profundidad de los contenidos matemáticos, sus fundamentos, además de lo que se espera que los estudiantes aprendan, implica más que conocer los procedimientos propios del contenido, pues está más relacionado a aquellos conocimientos que le dan sentido, tal como la respuesta a los cuestionamientos de, cuándo y por qué se procede o aborda de determinada manera el tema, en conjunto con las características de los resultados (Vasco y Moriel, 2022). Las categorías que componen el KoT, se describen en la *Tabla 2*.

Tabla 2*Categorías del KoT*

Categoría	Descripción
Fenomenología y aplicaciones	Conocimiento de los fenómenos asociados a un tema matemático, su contexto de origen o situaciones en que se puede aplicar un tema para resolver un problema.
Definiciones, propiedades y sus fundamentos	Conocimiento acerca de lo que caracteriza y define un objeto matemático teórica, formalmente, con ejemplos o imágenes asociadas, sus propiedades, incluyendo el conocimiento del empleo de las propiedades correspondientes.
Registros de representación	Representaciones gráficas, simbólicas, en lengua natural, algebraicas o pictográficas que sirven como herramientas para la comunicación matemática, el pensamiento y el cálculo. Incluye notaciones.
Procedimientos	Se compone por las interrogantes: <ul style="list-style-type: none"> - ¿Cómo se hace?, los diferentes modos de proceder para solucionar problemas, - ¿Cuándo se hace?, condiciones necesarias para proceder, - ¿Por qué se hace así?, fundamentación de los algoritmos, - Características del resultado.

Nota: La tabla incluye las descripciones correspondientes a cada categoría que compone al subdominio del KoT (Vasco y Moriel, 2022).

El *Conocimiento de la Estructura de las Matemáticas* (KSM), parte de la concepción de que las matemáticas son una red de ideas interconectadas, entonces este se refiere al conocimiento de las formas en que se conectan los elementos matemáticos, las conexiones de las que se compone el subdominio son interconceptuales (auxiliares), de temporalidad (complejización y simplificación) y de transversalidad (Flores, 2022). Cada uno de los tipos de conexiones se describen en la *Tabla 3*.

Tabla 3*Categorías del KSM*

Categoría	Descripción
Conexiones de complejización	Trabajar elementos básicos y saber las implicaciones que dicho conocimiento tiene sobre otros más avanzados.
Conexiones de simplificación	Trabajar elementos avanzados y saber las implicaciones de otros elementos más elementales tuvieron sobre dicho conocimiento avanzado.
Conexiones transversales	Articulación de distintos contenidos existentes en el currículo, como conocer los distintos significados de elementos matemáticos.
Conexiones auxiliares	Conexiones de utilidad entre elementos que no forman un mismo objeto, no son únicas y dependerán de la posibilidad de tener más de una forma de auxiliar un proceso matemático.

Nota: La tabla incluye las descripciones correspondientes a cada categoría que compone al subdominio del KSM (Flores, 2022).

El *Conocimiento de la Práctica Matemática* (KPM) es descrito por Carrillo (cit. por Delgado, *et al.*, 2022) como “cualquier actividad matemática llevada a cabo sistemáticamente que representa un pilar de la creación matemática y que conforma una base lógica de la cual se pueden extraer reglas” (p. 57), incluyendo el conocimiento de construcción, validación, y comunicación, además de las demostraciones, conjeturas, definiciones y sus tipos, tanto como el conocimiento de estrategias para resolver problemas y aspectos de comunicación matemática. Las categorías correspondientes al KPM, se describen en la *Tabla 4*.

Tabla 4*Categorías del KPM*

Categoría	Descripción
Práctica de demostrar	Conocimiento sobre tareas de demostración que incluyan la exploración, formulación de conjeturas, la generalización y desarrollo de argumentos.

Práctica de definir	de	Establecer las condiciones necesarias para generar definiciones que cumplan con jerarquía, no redundancia, independencia en el cambio de representación, equivalencia y elegancia.
Práctica de resolver problemas	de	Hacer tangible y consciente la forma en que se desarrolla la resolución del problema, y extender este método a otras situaciones.
El papel del lenguaje matemático	del	Empleo de lenguaje específico de carácter formal, preciso y riguroso. Conocimiento sobre el significado sintáctico y semántico de los simbolismos formales y expresiones matemáticas, y su conocimiento sobre el papel de los símbolos en diferentes contextos.

Nota: La tabla incluye las descripciones correspondientes a cada categoría que compone al subdominio del KPM (Delgado, *et al.*, 2022).

El segundo dominio que incluye el MTSK, es el referente al Conocimiento Didáctico del Contenido (PCK), el cual de igual manera contiene dentro de sí, tres subdominios que ayudan a reconocer los conocimientos docentes sobre el contenido concibiéndolo como objeto de enseñanza-aprendizaje, y los alcances que se pueden tener (Flores, *et al.*, 2016).

El primero de los subdominios que se desprende del PCK, es el *Conocimiento de la Enseñanza de las Matemáticas* (KMT), el cual implica el conocimiento del profesor donde el contenido matemático condiciona la enseñanza. Considera el conjunto de teorías de enseñanza de las matemáticas ya sean personales o institucionales, los recursos didácticos físicos y digitales, así como las estrategias, técnicas, tareas y ejemplos llevados al aula de clase (Sosa y Reyes, 2022, p. 72). Las categorías que componen al KMT se caracterizan dentro de la *Tabla 5*.

Tabla 5

Categorías del KMT

Categoría	Descripción
Teorías de enseñanza de las matemáticas	de Conocimiento sobre teorías derivadas de la investigación educativa o desarrolladas por el propio profesor

	<ul style="list-style-type: none"> - Personales, que son teorías desarrolladas a partir de experiencia, reflexión y análisis, además de la observación del entorno de su actividad profesional, - Institucionales, aquellas que tienen el propósito de aportar elementos para estudiar la enseñanza de las matemáticas como la Teoría de Situaciones Didácticas de Guy Brousseau.
Recursos didácticos	<p>Se consideran los recursos físicos y digitales asociados al contenido</p> <ul style="list-style-type: none"> - Físicos, como libros de texto, regletas, pizarras analógicas y electrónicas, - Digitales, como Cabri, Matlab o GeoGebra. <p>No basta con que el profesor conozca los recursos, sino las características de los recursos que son útiles para la enseñanza de las matemáticas.</p>
Estrategias, técnicas, tareas y ejemplos	<p>Esta categoría considera:</p> <ul style="list-style-type: none"> - Estrategias, implica conocer estrategias (matemáticas-didácticas) para abordar un error o una dificultad que puedan presentar los estudiantes, - Técnicas, establecer acciones a partir de las cuales se pueden obtener datos para identificar un algoritmo matemático, - Tareas, se refiere al conocimiento para el diseño o selección de una tarea como una parte de las actividades del aula, dedicada a desarrollar una idea matemática particular, - Ejemplos, se refiere a un conjunto de objetos que se emplean en el aula con el fin de evidenciar una determinada característica (con base en la intencionalidad o momento).

Nota: La tabla incluye las descripciones correspondientes a cada categoría que compone al subdominio del KMT (Sosa y Reyes, 2022).

El *Conocimiento de las Características del Aprendizaje de las Matemáticas (KFLM)*, implica los conocimientos del profesor acerca de los procesos de aprendizaje matemático y las características inherentes a las matemáticas o a un contenido en particular que influyen

directamente en estos procesos (Escudero, 2022). Este subdominio se subdivide en cuatro categorías que se describen en la *Tabla 6*.

Tabla 6

Categorías del KFLM

Categoría	Descripción
Teorías de aprendizaje matemático	Conocimiento acerca de la didáctica de las Matemáticas, específicamente resultados respecto al aprendizaje de los contenidos matemáticos, estas pueden ser formales o personales (formuladas o adaptadas para la interpretación de constructos formales).
Fortalezas y debilidades en el aprendizaje de las matemáticas	Reconocimiento de las dificultades que comúnmente, pueden surgir en el proceso de aprendizaje de un contenido matemático, así como las fortalezas que pueden aprovecharse en su abordaje.
Formas de interacción de los estudiantes con el contenido matemático	Conocimiento sobre procesos y/o estrategias que los alumnos pueden desarrollar para enfrentarse a una tarea o concepto matemático, sobre el lenguaje y procesos al interactuar con el contenido.
Aspectos emocionales del aprendizaje de las matemáticas	Reconocimiento de las expectativas o intereses de los estudiantes sobre el contenido con el fin de identificar alternativas de trabajo con el tema.

Nota: La tabla incluye las descripciones correspondientes a cada categoría que compone al subdominio del KFLM (Escudero, 2022).

El último subdominio del PCK lleva por nombre *Conocimiento de los Estándares de Aprendizaje de las Matemáticas* (KMLS), considera los resultados de los aprendizajes de los estudiantes, así como el nivel de desarrollo conceptual o procedimental que poseen al enfrentarse a una actividad y el que se espera al término de esta, lo que tiene que ver con la secuenciación de los contenidos, relacionado a su vez con las expectativas del aprendizaje donde el docente interviene eligiendo los elementos que quiere o necesita desarrollar para dar sentido a su enseñanza. (Codes y Contreras, 2022). Las categorías correspondientes al KMLS se describen en la *Tabla 7*.

Tabla 7*Categorías del KMLS*

Categoría	Descripción
Resultados del aprendizaje esperados	Conocimiento acerca del qué enseñar, los contenidos matemáticos adecuados al nivel escolar, lo que se obtiene de documentos oficiales, asociaciones, la experiencia o reflexión de las capacidades a desarrollar en los estudiantes
Nivel de desarrollo conceptual o procedimental	Nivel de profundización al que se puede aspirar a llegar en un tópico específico en un momento escolar, por lo que es saber qué es y qué no es esperable que un estudiante alcance.
Secuenciación con temas anteriores y posteriores	Conocimiento de las potencialidades conceptuales y procedimentales que el trabajo actual tendrá para desarrollar un determinado tópico posterior y viceversa.
Expectativas de aprendizaje	Declaraciones generales u objetivos de aprendizaje específicos para un nivel educativo determinado (orientaciones respecto a contenidos, procesos o énfasis en determinados aspectos a enseñar)

Nota: La tabla incluye las descripciones correspondientes a cada categoría que compone al subdominio del KMLS (Codes y Contreras, 2022).

A pesar de que, el MTSK es un modelo más sólido que sus precedentes, aún no se considera como un modelo “terminado”. En 2020, a partir de la colaboración de diferentes países con el MTSK, se consolidó la *Red Iberoamericana sobre el Conocimiento Especializado del Profesor de Matemáticas (RED MTSK)*, donde diversos investigadores comparten los avances que se han realizado para el fortalecimiento del modelo, así como las líneas de acción de sus temáticas adyacentes, considerando que este trabajo representa un “desafío que va más allá de aportar un modelo más a los que ya existen, pues el propósito final es mejorar la enseñanza y el aprendizaje de las matemáticas, mediante la formación inicial y continua de los profesores” (Carreño, *et al.*, 2021, p. 12).

Metodología de la investigación

Enfoque y tipo de diseño

Con relación a la dimensión metodológica que considera el presente informe de prácticas profesionales, se aborda en primer lugar, el tipo de investigación en el que se circunscribe. Latorre (2005) asume la Investigación-acción como “una indagación práctica realizada por el profesorado de forma colaborativa, con la finalidad de mejorar su práctica educativa a través de ciclos de acción y reflexión” (p. 24). Congruente con esta perspectiva, la finalidad principal de esta investigación acción, en particular, se direcciona hacia la mejora de la intervención docente en la enseñanza de las matemáticas a través de la apropiación y puesta en escena de los conocimientos establecidos en el modelo del MTSK y visibilizados desde el diseño de propuestas didácticas hasta la actuación en el aula.

Del mismo modo, este tipo de investigación se caracteriza por “la figura de un profesorado intelectual, crítico, capaz de cuestionar, indagar, analizar e interpretar las prácticas y situaciones académicas que el quehacer docente conlleva” (Latorre, 2005, p. 12), destacando que los elementos a considerar para la investigación se dan en la misma práctica por medio de la identificación de aquellas “discrepancias” en lo que se desea y lo que ocurre realmente en el aula.

Se determinó desarrollar esta investigación-acción bajo una *modalidad práctica*, lo que implica la transformación de la conciencia de los participantes tanto como el cambio social, tiene como particularidades diferenciadoras el protagonismo y autonomía del profesor para guiar la investigación y las problemáticas, aunque destaca también la presencia de un investigador externo, que funge como un actor crítico según Stenhouse y Elliott (cit. por Latorre, 2005).

Para dar cauce a la investigación acción se decidió tomar como referente el ciclo reflexivo de Korthagen (cit. por Corrial y Ramos, 2015), ya que permite analizar la práctica a la luz de la experiencia derivada de la intervención docente. El ciclo reflexivo consta de cinco fases identificadas por las siglas en inglés ALACT (Alsina, 2007), tal como se muestran en la *Figura 3*:

1. Acción o experiencia: Poner en práctica procedimientos y habilidades dentro del aula para generar una comunidad de aprendizaje e investigación.
2. Mirar hacia atrás: concienciación de la actividad docente propia para identificar problemáticas, donde se comparan formas de pensar.
3. Determinar puntos importantes: Interrogación de la actuación para detectar elementos a mejorar en la práctica.
4. Buscar y preparar comportamientos alternativos: Búsqueda de respuestas para la mejora.
5. Comprobación en una situación (ensayo): Poner en práctica la transformación dando comienzo a un nuevo ciclo.

Figura 3

Modelo ALACT de Korthagen



Nota. Fases del Ciclo de Korthagen. Tomado de Corrial y Ramos (2015).

Los ciclos reflexivos, en su mayoría, son realizados de forma individual por quien realiza la intervención docente, sin embargo, para esta investigación se decidió transitar hacia los *ciclos reflexivos conjuntos* (entre el docente en formación y el asesor) pues estos resultan más fructíferos, ya que implican un mayor acompañamiento pedagógico, que consiste en abrir el aula para reflexionar conjuntamente sobre lo acontecido en cada sesión de clase con miras a la concienciación sobre la propia práctica y su potencial transformador posterior (Novillo y Alonso, 2016).

En este sentido, la participación del asesor en el ciclo reflexivo colaborativo permitió profundizar en la práctica reflexiva derivada del análisis de las secuencias didácticas implementadas a la luz del modelo MTSK, a fin de contar con una interpretación lo más fiel posible de la experiencia de intervención docente en la enseñanza de las matemáticas.

Ahora bien, la investigación-acción es caracterizada por ser y emplear medios cualitativos, siendo que este enfoque parte de ser meramente descriptivo en primera instancia, pues a partir del análisis de información obtenida por técnicas e instrumentos de esta índole, es posible dotar del significado que requiere la investigación sobre aquello que nos interesa abordar, y por consiguiente comprender la realidad de la problemática, de modo que con la observación, examinación y reflexión de esta, se pueda acercarse a transformar la situación educativa, en particular respecto al conocimiento especializado que requiere desarrollar un profesor profesional de matemáticas.

Finalmente, este trabajo académico descansa sobre los principios que establece la investigación formativa, pues, siguiendo la concepción de Cerda (cit. por Espinoza, 2020) es “parte de un proceso de preparación teórica, metodológica y técnica para la investigación, o sea formación de recursos humanos para la investigación” (p. 47), mismo que acompaña la idea de que con el presente documento, si bien no se genera un aporte científico al campo, si brinda conocimiento surgido en, desde y para la práctica docente, mismo que puede ser retomado para futuras intervenciones docentes en la enseñanza de las matemáticas en otros contextos.

Técnicas e instrumentos de recolección de datos

Al ser la intervención docente el foco de interés de este informe de prácticas profesionales, se optó por emplear técnicas e instrumentos cualitativos para recuperar la información necesaria a fin de identificar y dar seguimiento a aquellos conocimientos didácticos y matemáticos limitados en dicha intervención docente y su tratamiento en el diseño y a lo largo de la implementación del plan de acción. Se consideró la auto observación acompañada de instrumentos como videograbaciones de clase, el diario del profesor (Porlán y Martín, 1996) y análisis de evidencias (Martínez, 2020), entre ellas, las planeaciones didácticas, la libreta de resolución y cuaderno de los estudiantes.

Se determinó la videograbación de clases, dado que este recurso permite capturar y analizar en detalle la riqueza y complejidad de la intervención docente en el aula, así como acentuar aspectos o situaciones en las que se requiere prestar atención (Esteley, *et al.*, 2021). Del mismo modo, le permite a quienes analizan, realizar una observación con sentido, que implica poner en juego la práctica reflexiva crítica al dar cuenta de lo ocurrido, reflexionar e interpretar sobre ello para tomar decisiones de acción (Groenwald y Llinares, 2019).

El diario del profesor fue otro recurso metodológico que permitió recuperar información sobre situaciones significativas de cada sesión de clase, favoreciendo la toma de conciencia a través del relato sistemático de la intervención docente (Porlán y Martín, 1996) respecto a los conocimientos didácticos y matemáticos manifestados por el docente en formación.

En cuanto a las evidencias como las planeaciones y libreta de resolución, representaron otro insumo que permitieron inferir información a partir de su análisis (Martínez, 2020), pues son productos que realiza todo docente como parte de su ejercicio profesional. El haber contemplado los instrumentos descritos permitió identificar en mayor medida aquellos conocimientos establecidos en el MTSK que no es posible reconocer únicamente en la intervención docente en el aula, sino desde el propio proceso de planeación.

Por las consideraciones anteriores, al desarrollarse esta investigación dentro de mi proceso de formación inicial como docente, también me brindó la posibilidad de desplegar ciertas habilidades que debe dominar un investigador educativo (Martínez, 2020), tales como: identificar fenómenos y aspectos a estudiar, formular preguntas susceptibles de respuesta empírica, seleccionar acercamientos para obtener información, cuidar la calidad de la información obtenida, tratamiento de la información empírica y argumentar con base en evidencias.

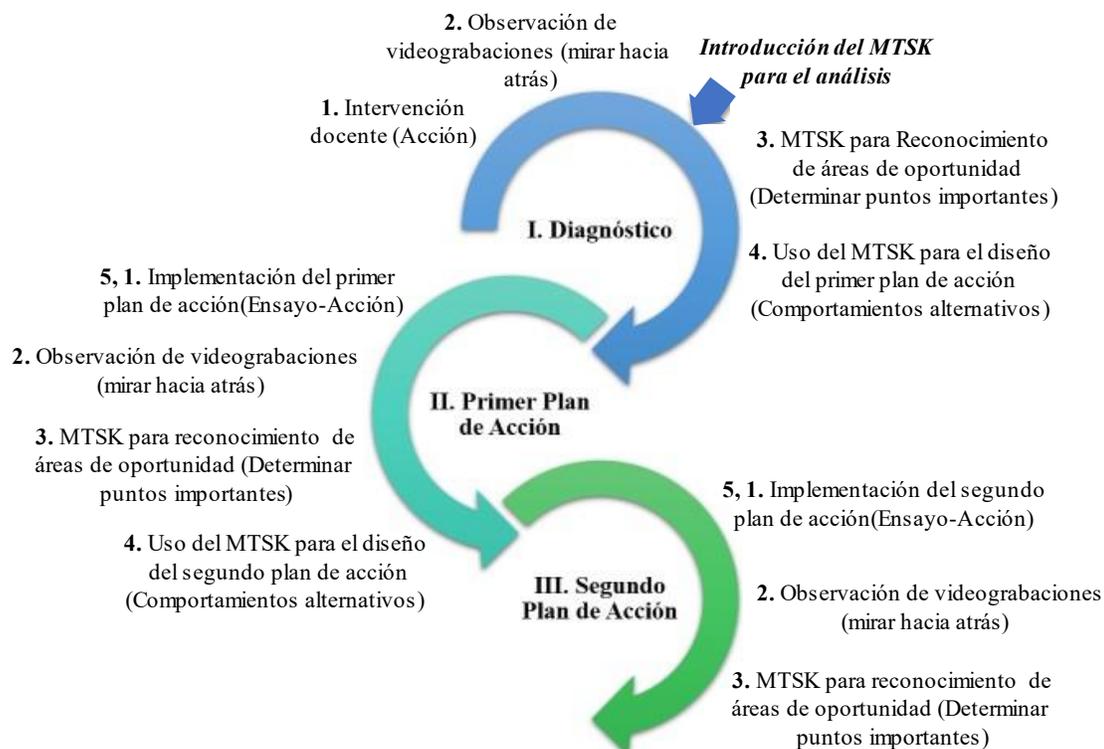
Procedimiento de la investigación

La investigación se desarrolló en tres momentos, el primero referido al diagnóstico de la propia intervención docente. En los dos momentos restantes se diseñaron y aplicaron dos planes de acción con la intención de mejorar la intervención docente de forma gradual mediante la apropiación y puesta en escena del MTSK. Se empleó el ciclo reflexivo de

Korthagen en cada uno de los tres momentos. Esta decisión se contempló dado que, como lo refiere Latorre (2005) “para lograr el potencial total de mejora y cambio, un ciclo de investigación acción no es suficiente” (p. 33).

Figura 4

Proceso metodológico de la investigación



Nota: La figura muestra el procedimiento de la investigación desarrollado a partir de las etapas del ciclo reflexivo ALACT. Elaboración propia.

Para el diagnóstico, se buscó analizar la intervención docente para reconocer áreas de oportunidad a la luz de los conocimientos establecidos en el marco del MTSK. Cabe señalar que, la intervención docente, desde la planeación hasta la actuación en el aula, se basó en los conocimientos y la experiencia en la práctica adquirida por el profesor en formación inicial, hasta el sexto semestre de la LEAMES, sin aún contemplar el MTSK, es decir, en este momento no se recurrió a los dominios, subdominios y categorías del modelo en el diseño de la propuesta didáctica, únicamente respecto al momento de análisis para reconocer los conocimientos manifestados inicialmente e identificar el punto de partida.

La secuencia didáctica diseñada para realizar el diagnóstico se conformó por seis planes de clase que se implementaron del 12 al 19 de octubre de 2023. Cada sesión de clase fue videograbada. Posterior a la aplicación, se llevó a cabo el análisis de la intervención docente, del 06 al 10 de noviembre de 2023, donde se recuperaron las videograbaciones, planeación didáctica, libreta de resolución de problemas y el diario de trabajo docente.

La dinámica consistió en propiciar reuniones sincronas entre el profesor en formación y el asesor de documento para generar el análisis de la intervención docente correspondiente a la fase *mirar hacia atrás y determinar puntos* importantes del ciclo reflexivo colectivo de Korthagen. En cada reunión se observaron las videograbaciones y conforme se avanzaba en su reproducción se realizaban cuestionamientos de episodios concretos promoviendo así reflexiones colectivas en torno a la intervención docente a lo largo de la secuencia de diagnóstico. Fue importante detonar el *recuerdo estimulado* (Barrios, 2004), entendiéndose este como “una técnica de investigación diseñada para obtener datos sobre los procesos cognitivos del profesor en el transcurso de su actividad docente sin que el instrumento empleado interfiera con la actuación del individuo” (pp. 39-40).

Del mismo modo, se retomaron los instrumentos como la planeación, libreta de resolución y el diario de trabajo docente para triangular información y profundizar en el análisis de la intervención docente con base en el MTSK. A partir de éste análisis se procedió con las fases de *buscar y preparar comportamientos alternativos y comprobar en una situación*, es decir, el análisis producto del diagnóstico permitió reconocer las áreas de oportunidad en la intervención docente sobre los conocimientos del MTSK que sirvieron como referentes para el diseño del primer plan de acción.

El segundo momento se caracterizó por la implementación del *primer plan de acción* que se diseñó con base en el análisis de la intervención docente en el diagnóstico. Previo a este momento, fue indispensable que el profesor en formación inicial se apropiara del marco del MTSK a fin de poner en juego los conocimientos didácticos y disciplinares desde la fase de planeación de la secuencia hasta su actuación en el aula. La aplicación fue del 13 al 22 de noviembre de 2023, donde se abordó la fase de actuación (experiencia) del ciclo reflexivo de Korthagen.

El análisis de la intervención docente siguió un proceso similar al del diagnóstico, se recuperaron las videgrabaciones de la totalidad de las clases, la planeación y el diario de trabajo docente. Una vez recolectada la información se procedió con las fases de *mirar hacia atrás y determinar puntos importantes* en reuniones síncronas con el asesor, donde se generaron las reflexiones colectivas en torno a la intervención docente realizada usando el MTSK como marco interpretativo. En este punto, nos interesaba dar cuenta en cómo la apropiación y uso del MTSK permitió la mejora de la intervención docente e identificar algunas limitaciones en la misma para el diseño de un segundo plan de acción orientado a favorecer, aún más, el quehacer en la enseñanza de las matemáticas. De esta manera culminó el segundo ciclo reflexivo.

El tercer momento implicó la implementación del segundo plan de acción diseñado con base en el MTSK, del 08 al 22 de marzo de 2024, dando inicio a la fase de actuación del tercer ciclo reflexivo colectivo. El proceso seguido para la recuperación de la información se realizó de la misma forma que en el segundo momento. La única diferencia en este proceso fue que, las fases de mirar hacia atrás y determinar puntos importantes se llevaron a cabo de forma paralela a la intervención docente, es decir, las reuniones síncronas con el asesor se realizaron inmediatamente posterior a la aplicación de cada plan de clase de la secuencia didáctica para generar reflexiones colectivas en torno a los conocimientos didácticos y disciplinares manifestados en la intervención docente.

Principios de la investigación (presupuestos técnicos)

Al desarrollarse las prácticas profesionales en la Escuela Secundaria Técnica Núm. 14, fue indispensable dar a conocer al director de la institución y titular de la disciplina de matemáticas, de forma oportuna, el proyecto de investigación: el objetivo, los momentos que contemplaba, el grupo con el que se intervendría y las técnicas e instrumentos de recolección de información considerados.

Con el fin de recuperar la intervención docente de cada una de las clases que conformaron los tres momentos de la investigación acción se contempló la videgrabación de cada sesión. Ante esto, resultó importante gestionar la autorización del personal directivo, docente y padres de familia a través de dos formatos de consentimiento informado, el primero

dirigido hacia directivos y docentes (*Anexo A*) y el segundo hacia los padres de familia del grupo de 1ºD (*Anexo B*).

Dentro de estos documentos se informó sobre el proyecto de investigación que se llevaría a cabo con el fin de mejorar y reflexionar sobre la intervención docente del profesor en formación inicial dentro del grupo mencionado, las fechas correspondientes a la implementación y la autorización para videogravar cada una de las clases.

Se especificó que, con la finalidad de salvaguardar la identidad de los estudiantes, los materiales audiovisuales únicamente serían usados con fines académicos y de investigación, a los cuales se les permitiría el acceso tanto al personal de la institución como a los padres de familia que lo solicitaran, atendiendo así a los principios ético-legales de la investigación. Se obtuvo una respuesta positiva por parte de los padres de familia, únicamente existió una respuesta negativa con un estudiante, por tanto, se procuró que no apareciera en las videograbaciones.

La decisión sobre la selección del grupo considerado para el desarrollo de la investigación se dio con base en las características actitudinales favorables mostradas en la clase de matemáticas que se identificaron durante la jornada de observación llevada a cabo al inicio del ciclo escolar.

Aspectos Curriculares

El ciclo escolar 2023-2024 se caracterizó por la transición del plan y programa de estudios 2017 “Aprendizajes Clave para la Educación Integral” hacia el plan de estudios 2022, el cual se alinea con el marco curricular de la llamada Nueva Escuela Mexicana (NEM), que propone un cambio en la educación desde distintas dimensiones principalmente por la formación humanista, intercultural e inclusiva que considera las necesidades e intereses del contexto del individuo, por lo que pone a la comunidad al centro para desarrollar aprendizajes permanentes en los niños, niñas y adolescentes.

La NEM establece un trabajo organizado por medio de “campos formativos”, estos buscan integrar las diferentes disciplinas del currículo para lograr una visión más compleja de la realidad que se desea estudiar, al considerar su pluralidad de saberes y conocimientos (SEP, 2022, p. 143). El campo formativo en el que se integran las matemáticas se denomina

“Saberes y Pensamiento Científico”, el cual tiene como objeto de aprendizaje “la comprensión y explicación de los fenómenos y procesos naturales” (SEP, 2022, p. 149) por medio del conocimiento científico. De la misma forma, plantea la necesidad de avanzar en el desarrollo del pensamiento matemático (algebraico, geométrico, variaciones, estadístico y funcional).

Sobre la estructura del programa sintético, cada grado escolar cuenta con un listado de contenidos a partir de los cuales se determinan los Procesos de Desarrollo de Aprendizaje (PDA), estos según el Diario Oficial de la Federación (2023), “representan recorridos o rutas posibles que dan cuenta de las formas en las que niñas, niños y adolescentes se apropian de aprendizajes que les permiten comprender el mundo que les rodea e intervenir en distintas situaciones” (p. 4).

Dentro de las metodologías que se promueven en este plan de estudios se establece el trabajo por proyectos para cada campo formativo. Se sugieren metodologías como: Aprendizaje Basado en Proyectos Comunitarios, Aprendizaje por Indagación con enfoque STEAM, Aprendizaje Basado en Problemas y Aprendizaje en el Servicio. Es importante remarcar que estas son, como su nombre lo dice, sugerencias metodológicas, sin embargo, uno de los principios del plan de estudios 2022 alude a la *autonomía profesional* del docente donde se le reconoce como un profesional de la educación capaz de decidir, con sustento pedagógico y, recuperando sus saberes y experiencias, sobre su práctica docente (SEP, 2022). Por tanto, el profesorado tiene la posibilidad de optar por otras metodologías que resulten pertinentes para el abordaje de los procesos de desarrollo de aprendizaje.

En este sentido los planes de acción se sujetaron a los planteamientos curriculares de la Nueva Escuela Mexicana, bajo el enfoque y metodología de resolución de problemas que implica “plantear situaciones problemáticas interesantes y retadoras que inviten a los alumnos a reflexionar, a encontrar diferentes formas de resolverlas y a formular argumentos para validar los resultados; empleando técnicas de resolución y el uso del lenguaje matemático” (SEP, 2017, p. 243). Esta decisión se tomó considerando la especificidad de los contenidos matemáticos para la intervención docente, de tal forma que permitiera la consolidación del perfil del profesor profesional de matemáticas.

Diagnóstico de la intervención docente: el punto de partida

El informe de prácticas profesionales es un documento analítico-reflexivo del proceso de intervención que realiza el docente en formación a partir de la experiencia vivida en las jornadas de práctica con la finalidad de documentar la mejora de algún aspecto de la propia práctica (SEP, 2018). Al respecto, la situación educativa que se aborda en este trabajo académico subyace en la mejora de la intervención docente en la enseñanza de las matemáticas en un grupo de primer grado de educación secundaria. El énfasis de esta investigación acción se centra en el docente en formación, en analizar críticamente su propia actuación con el fin de introducir cambios para mejorarla.

El diagnóstico de la intervención docente se realizó mediante el diseño e implementación de una secuencia didáctica (*Anexo C*) en la primera jornada de prácticas profesionales llevada a cabo en septiembre de 2023. La característica de esta secuencia fue que, el profesor en formación inicial planeó e intervino como comúnmente lo realizaba en jornadas de prácticas anteriores, es decir, con base en la experiencia y conocimientos adquiridos hasta el sexto semestre de la LEAMES. Los datos generales de dicha secuencia se muestran en la *Tabla 8*.

Tabla 8

Datos generales de la secuencia didáctica fase de diagnóstico

Contenido	Extensión del significado de las operaciones y sus relaciones	
PDA	Comprueba y argumenta si cada una de estas operaciones básicas cumple las propiedades: conmutativa, asociativa y distributiva.	
Sesión	Intención didáctica	Recursos metodológicos
1 de 6	Que los alumnos se introduzcan en la noción de las propiedades de los números reales por medio del conteo y de la adición.	<ul style="list-style-type: none">• Diario de trabajo docente• Planeación• Videgrabaciones
2 de 6	Que los alumnos resuelvan problemas y operaciones, además que reflexionen sobre la propiedad conmutativa.	

3 de 6	Que los alumnos resuelvan problemas y operaciones para reconocer la propiedad asociativa
4 de 6	Que los alumnos resuelvan problemas y operaciones para reconocer la propiedad distributiva.
5 de 6	Que los alumnos comprueben y argumenten si cada una de las operaciones aritméticas básicas cumplen la propiedad distributiva.
6 de 6	Reafirmar el empleo de la propiedad asociativa en la multiplicación.

Nota: La tabla muestra el contenido, PDA, recursos e intenciones didácticas de las seis sesiones de la secuencia didáctica correspondiente a la fase de diagnóstico.

Para recuperar información sobre la intervención docente, se videograbaron las sesiones de clase y se hicieron registros en el diario de trabajo docente. Una vez culminado el primer periodo de prácticas profesionales se procedió a realizar el análisis de las videograbaciones a partir del ciclo reflexivo colectivo ALACT y empleando el MTSK como modelo analítico para identificar qué conocimientos didácticos y disciplinares se manifestaron en la intervención docente y sus limitaciones. Lo anterior, permitió centrar la atención en los conocimientos que requieren favorecerse en mayor medida para mejorar la intervención docente mediante la apropiación del MTSK y su uso en el diseño e implementación de los planes de acción.

A continuación, se presentan las descripciones detalladas de las sesiones de clase que conformaron la secuencia didáctica diagnóstica, mismas que se recuperaron de las narrativas registradas en el diario y se complementaron con las videograbaciones, a fin de plasmar, lo más fielmente posible, lo acontecido durante la práctica en torno a la intervención docente (fase experiencia). Cada descripción de clase se acompaña de un apartado donde se explicitan las reflexiones producto del análisis conjunto, entre el profesor en formación inicial y el asesor, a la luz del MTSK, dando cuenta de las fases de *mirar hacia atrás y concienciación de aspectos esenciales* del ciclo reflexivo ALACT.

En las descripciones se plasman fragmentos de diálogos que se generaron como parte de la dinámica de cada sesión. Para identificar el sujeto que participa en ellos se utilizan las siguientes abreviaturas:

PFI: Profesor en Formación Inicial

Es: Estudiantes

E: Estudiante

* *: Acciones que realizan los estudiantes o el Profesor en Formación Inicial

Sesión 1

Comencé la clase recapitulando sobre el contenido matemático visto en la sesión anterior, correspondiente al significado de las cuatro operaciones básicas y sus relaciones inversas para corroborar que no existieran dudas. Para ello, pregunté a los estudiantes qué recordaban del tema, entre sus respuestas mencionaron el empleo de los números enteros en operaciones de suma y resta. Enseguida dirigí una serie de cuestionamientos con la intención de reafirmar los aspectos más importantes de estas operaciones, tal como se muestra en el siguiente fragmento de clase:

PFI: En una resta, cuando se tienen signos iguales, ¿qué se hace?

Es: Se suman.

PFI: y ¿Qué signo se pone?

Es: El mismo signo.

PFI: Con signos diferentes, ¿Qué se hace?

Es: Se pone el símbolo mayor.

Se retomó también el caso particular de la resta empleando paréntesis, donde los estudiantes compartieron que el signo del número dentro del paréntesis que se resta, cambia o se “invierte”. Se dio la misma dinámica, pero retomando ahora las operaciones de multiplicación y división, en este punto los estudiantes recordaron los conceptos que construyeron en sesiones previas.

Una vez que se recapituló suficientemente los principios del PDA anterior, se pasó a la actividad de la sesión (*Anexo C*) que consistía en el planteamiento de un problema sobre distribución de verduras bajo ciertas condiciones para que los estudiantes identificaran la propiedad conmutativa. El plan fue diseñado para resolverse en equipos de cuatro integrantes a fin de aprovechar las virtudes del trabajo colaborativo.

En primera instancia, se dio espacio a los estudiantes para leer de manera individual la consigna e identificar lo que se tenía que hacer de acuerdo a las indicaciones, una vez que se terminó el tiempo cuestioné a los estudiantes sobre lo que comprendieron, inicialmente se obtuvieron respuestas sobre el planteamiento de la situación en que una familia de agricultores organizaban canastas con distintas combinaciones de verduras para aumentar sus ventas, posteriormente de manera colectiva se retomaron las tres condiciones que plantea la consigna para conformar cada canasta, aspecto importante para corroborar que no existieran dudas en los estudiantes en la resolución.

Los estudiantes comenzaron su actividad y me dediqué a monitorear el avance de cada equipo, al tiempo en que se les comunicó sobre la elaboración de una maqueta que representara las canastas tal y como las conformaran en su hoja de trabajo. Durante el monitoreo, las únicas dificultades de los estudiantes fueron sobre la comprensión de las condiciones planteadas en la actividad, por lo que la única acción realizada fue cuestionar sobre la correspondencia entre el planteamiento y los procedimientos desarrollados.

Al identificar el poco tiempo que quedaba disponible de la sesión y haber observado que los equipos habían realizado sus procedimientos en la consigna, decidí dar espacio para que el equipo que había terminado de resolver el problema y elaborado su maqueta, con el material didáctico brindado, explicara al frente cómo lo resolvieron, donde se dio la siguiente interacción:

PFI: ¿Cómo les quedaron las canastas Iker?

Iker: Las canastas nos quedaron de 9, 9 y 9.

PFI: En la primera, ¿Cuántas calabazas pusieron?

Iker: Dos calabazas, tres papas y cuatro zanahorias

PFI: Ok, vamos a ver si se cumplen las condiciones, ¿En esa primera canasta hay mínimo dos piezas de cada uno?

Es: Si

DEF: Wissin, ¿Se cumple que no se repiten cantidades?

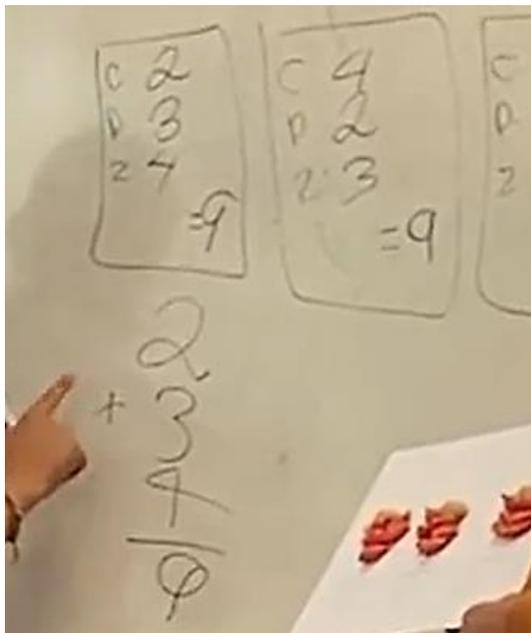
Wissin: Si

PFI: ¿Y suman nueve al final?

Es: Si

Figura 5

Procedimientos de estudiantes sesión 1



Nota: La imagen corresponde a los procedimientos compartidos por los estudiantes en la puesta en común de la actividad de la sesión 1.

Esta dinámica de validación se siguió para las tres canastas planteadas por el equipo, para concluir que su estrategia de resolución era correcta. Esto marcó el fin de la sesión debido al retraso de tiempo generado por la recapitulación realizada al inicio de la clase.

Reflexión de la intervención docente.

Cuando el PFI cuestiona a los estudiantes a través de preguntas sobre el contenido visto en sesiones previas evidencia el KoT en dos sentidos, el primero en torno a los registros de representación, pues al momento de preguntar ¿qué hicimos para plantear una resta cuando tenemos paréntesis?, los estudiantes no proporcionaron respuesta alguna. Al darse cuenta de esto, el PFI decide realizar una representación simbólica en el pizarrón no tan favorable matemáticamente.

El segundo conocimiento (del KoT) manifestado fue en torno a los procedimientos, este se visibilizó al instante en que el PFI señaló “cuando teníamos un número cualquiera, un signo negativo y un paréntesis, ¿qué pasaba con el número que estaba en el paréntesis?”, ante esto los estudiantes respondieron que se convertía y el PFI reiteró “si era positivo se convertía en negativo y si era negativo se convertía en positivo”. Aquí se refleja conocimiento sobre la ley de los signos en operaciones de suma y resta aunadas al uso de paréntesis, sin embargo, se reconoce como limitación el no dar cuenta del por qué matemático de estos hechos numéricos.

El KMT se evidenció desde el momento en que el PFI contempló la Teoría de Situaciones Didácticas para el desarrollo de la sesión, donde enfrenta a los estudiantes ante una situación matemática a fin de que el estudiantado utilice los conocimientos previos para su resolución. Del mismo modo, al efectuar la verbalización, la resolución y destellos de una puesta en común, sin embargo, los tres momentos no se desarrollaron exitosamente.

Otro aspecto necesario de reconsiderar es la identificación de las posibles dificultades que los estudiantes (KFLM) pueden tener al enfrentarse a la consigna planteada, ya que en este caso la actividad incluía preguntas poco claras que generaron inquietudes en los estudiantes al no saber que responder, lo cual se relaciona con el diseño de tareas matemáticas (KMT). Del mismo modo, resulta importante concientizar el proceso de construcción de una intención didáctica acorde a la actividad que se les presenta a los estudiantes, ya que se mostraron incongruentes entre sí, tal como se observó al hacer un análisis de la planeación elaborada.

Sesión 2

La clase comenzó retomando la puesta en común con las maquetas y resultados de los equipos que no lograron completar su trabajo durante la sesión anterior, para lo cual se siguió la misma modalidad que con los estudiantes que compartieron su avance, a causa de esto y la manera en que se planteó la actividad, el momento de validación fue similar en todos los equipos.

Ésta vez, se retomó la pregunta de reflexión que se incluye al término de la hoja de trabajo, la cual requería observar la operación resultante de cada canasta y emitir una conclusión sobre ello. Los diferentes equipos de trabajo tuvieron respuestas muy similares entre sí, en general determinaron que las tres sumas fueron diferentes por el orden de los sumandos, pero el resultado coincidía como se puede rescatar en el siguiente fragmento de clase:

PFI: ¿Qué respondieron en la última pregunta?

E₁: Que todas las canastas suman lo mismo, pero son distintas combinaciones

Agotadas las participaciones de los estudiantes, se les solicitó abrir su libro de texto de Saberes y Pensamiento Científico, para hacer la revisión conceptual de la propiedad conmutativa, con la intención de que los estudiantes relacionaran la actividad con el planteamiento del libro. Se llevó a cabo una lectura de la definición en colectivo por algunos estudiantes, y posteriormente se realizaron cuestionamientos que guiaron la institucionalización, momento que se describe a continuación:

PFI: ¿Se les hace familiar lo que dice la propiedad?

Es: Si, con lo que acabamos de ver ¿no?

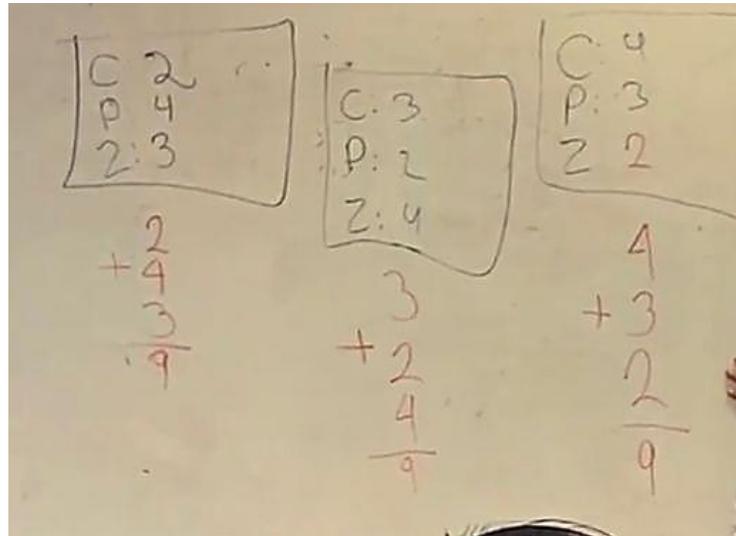
PFI: ¿Sí?, ¿Con qué lo relacionan?

Es: Con lo de la maqueta

PFI: Con lo de la maqueta, ¿verdad?, ¿Qué pasa aquí?, dijimos que eran diferentes ¿qué?

Figura 6

Procedimientos de resolución



Nota: Procedimientos desarrollados por los estudiantes dentro de la primera actividad de la secuencia didáctica.

Miguel: Diferentes combinaciones

PFI: Diferentes combinaciones, pero ¿Con los mismos qué?

Es: Con los mismos resultados

PFI: y se fijan, ¿estos números qué son?, ¿iguales o diferentes?

Es: Iguales

PFI: son iguales, ¿pero?

Es: En diferente orden

PFI: Entonces, ¿Qué propiedad podemos decir que se cumple ahí?, en la actividad de la maqueta, ¿Cómo se llamó esa propiedad?

Es: Conmutativa

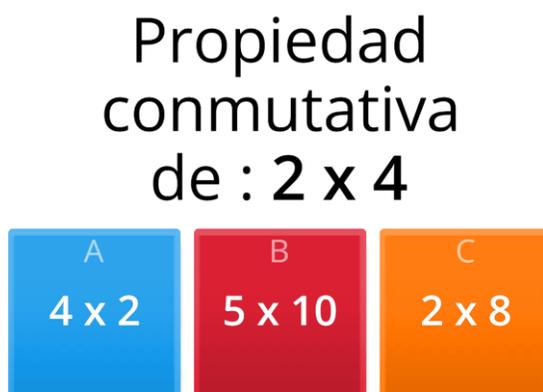
Posteriormente, cuestioné a algunos estudiantes con el fin de verificar su comprensión sobre relación entre la actividad y la propiedad, donde aquellos que respondieron lo hicieron de forma coherente. Momentos después, se continuó con la lectura del Libro de Texto Gratuito

(LTG), donde se plantean algunos ejemplos de la propiedad aplicada a la suma y a la multiplicación, los cuales se comprobaron de manera grupal, además se solicitó a un estudiante la elaboración de un cartel para exponer lo comprendido acerca de la propiedad durante la siguiente sesión.

Luego de que los estudiantes comprendieron e interactuaron con la propiedad conmutativa, se les solicitó que en su cuaderno dividieran una página a la mitad verticalmente para la siguiente dinámica, se les informó a los estudiantes que la actividad consistiría en escribir en la primera columna una multiplicación mostrada en la proyección de la pantalla, la cual tendrían que reescribir dentro de la segunda columna para hacer visible la propiedad conmutativa, además de escribir el resultado de dicha operación, este ejercicio se dio como una “competencia” donde los estudiantes únicamente tendrían diez segundos para organizar cada una de las diez multiplicaciones a desarrollar.

Figura 7

Actividad de multiplicación con propiedad conmutativa



Nota: Imagen de multiplicación incluida dentro de la actividad de propiedad conmutativa, Sesión 2.

Al terminar de proyectar los ejercicios, se llevó a cabo una coevaluación donde los estudiantes intercambiaron sus libretas y revisaron de acuerdo a la validación grupal que se hizo de cada una de las multiplicaciones planteadas en la actividad.

Reflexión de la intervención docente.

Como resultado del análisis de esta sesión de clase identificamos presencia del KoT en la intervención docente al finalizar la puesta en común, donde se acentuaron las diferentes representaciones tanto enactivas como simbólicas que los estudiantes emplearon. Del mismo modo, se evidenció el KMT desde el momento en que el PFI consideró usar como recurso didáctico la plastilina y cartón para que los estudiantes representarán las combinaciones numéricas. En este punto reflexionamos sobre su viabilidad y concluimos que, fue llamativo para los estudiantes, pero no útil para la enseñanza del contenido aritmético abordado.

El KMLS se manifestó cuando se solicitó a los estudiantes abrir el libro de texto con la finalidad de institucionalizar el conocimiento a partir de la definición de la propiedad conmutativa establecida en él. En este caso se consideró su uso con base en las sugerencias del profesor titular, además de que la definición abordada en el libro fue pertinente para el PFI, aunque no se profundizó en otras fuentes o materiales, lo que propicia una limitación respecto a entender el por qué y para qué de la propiedad conmutativa.

Al usar los ejemplos contenidos en el libro de texto, se evidenció el KMT, ya que se subrayó, a partir de éstos, la aplicación de la propiedad conmutativa en las operaciones de suma y multiplicación con números naturales. Al analizar la planeación de esta sesión, identificamos que la institucionalización no se alineó con la intención didáctica establecida lo cual generó que la intervención docente se centrara, en mayor medida, en ejercitar la propiedad conmutativa en multiplicaciones, siendo que la intención didáctica marcaba únicamente su uso para las sumas. Esta situación permite reconocer la importancia de diseñar tareas matemáticas pertinentes donde se retomen en profundidad los conocimientos que implica el KMT.

Sesión 3

La sesión dio inicio con la exposición de un estudiante, quien elaboró un cartel en el que incluyó la definición de la propiedad conmutativa, así como algunos ejemplos que él mismo desarrolló. Posteriormente realizó una conclusión sobre ésta propiedad, la cual se desarrolla en el siguiente fragmento de clase:

José: De lo que entendí, que en la propiedad conmutativa son operaciones que están ordenadas, que son el mismo número que nos da de resultado, pero cambia el orden de la multiplicación o la suma.

Al momento de sondear la comprensión de los demás estudiantes acerca de lo compartido por José, se pudo detectar que, en un caso aún no se tenía certeza sobre lo que implica la propiedad conmutativa, por lo que una vez más y de forma concreta, José replicó lo siguiente:

José: Como dije, la propiedad conmutativa, son multiplicaciones o sumas que vienen siendo como unas operaciones que lo único que cambia es el orden de cómo son multiplicados o sumados y eso no afecta el resultado de la operación.

Una vez que se corroboró una comprensión parcial en el grupo, se procedió con una dinámica similar a la que se aplicó al final de la sesión anterior. Se proyectaba a los estudiantes una serie de multiplicaciones de un dígito y ellos debían reescribirlas en su forma original y alternativa de acuerdo a la propiedad conmutativa, en esta ocasión, proporcionando a los estudiantes 20 segundos para completar la tabla solicitada y escribir el resultado de la multiplicación. Antes de comenzar, solicité la participación de un estudiante para retomar las indicaciones de la actividad, mismas que ya se habían definido en la sesión previa.

Cuando el tiempo de resolución llegó a su fin, se llevó a cabo una coevaluación entre el estudiantado. Se solicitó la participación voluntaria para colocar en el pizarrón el replanteamiento y respuesta a las multiplicaciones que se incluyeron en la actividad, mismas que los demás estudiantes evaluaban sobre el cuaderno de sus compañeros.

La clase avanzó con el reparto de la hoja de trabajo de esta sesión que daba continuidad a la comprobación de la propiedad conmutativa en la (Plan de clase 2, *Anexo C*). Primeramente, se dio espacio a los estudiantes para realizar la lectura individual de la actividad, después se solicitó a un estudiante que leyera en voz alta. Para asegurarme de que el grupo habían comprendido lo que debían realizar les pedí cerrar su libreta e implementé el proceso de verbalización solicitando a algunos estudiantes que reformularan el contenido de la consigna.

Después de rescatar la información relevante del planteamiento de la actividad, los alumnos se reunieron en binas y comenzaron su resolución, donde retomaron las cantidades dadas y las organizaron en una suma para encontrar el total de las ganancias de los agricultores durante el fin de semana, y posteriormente escribieron en el espacio dado, seis alternativas diferentes de organizar los sumandos. Al monitorear las parejas de trabajo, una duda constante de los estudiantes fue sobre dónde colocar su suma y resultado, dado que no reconocían la utilidad del cuadro que se les presentaba en la actividad, donde se consideraba que escribieran la suma.

El ritmo de trabajo fue diferente entre cada bina, dado que al presentar dudas como la expuesta anteriormente, algunos estudiantes no continuaban con la realización de la actividad, al ver que la mayoría ya había entendido lo que se solicitaba, se les procedió con compartir sus procedimientos en el pizarrón, no obstante, perdí la noción del tiempo restante, por lo que la clase finalizó y no pude hacer efectiva la puesta en común.

Reflexión de la intervención docente.

La intención didáctica de la sesión no tuvo correspondencia con la actividad de la clase, ya que se plantearon algunos ejercicios para que los estudiantes aplicaran la propiedad conmutativa en la multiplicación. En la planificación únicamente se consideró su reconocimiento en la suma, lo cual deja en claro el reto de diseñar tareas matemáticas pertinentes para la secuencia didáctica (KMT), así como preservar la progresión del aprendizaje respecto al contenido para atender a la secuenciación entre los temas (KMLS).

Hubo indicio el KoT cuando el PFI acentuó constantemente el procedimiento que se realiza al aplicar la propiedad conmutativa en multiplicaciones con dos factores, aunque no se explicitó el por qué matemático de ello. El KMT se evidencia en cómo se desarrolla la clase bajo la metodología de resolución de problemas sustentada en la TSD, sin embargo, la limitación se ubica al no cubrir cada uno de los momentos de la clase con base en la tipología de situaciones (acción, formulación, validación e institucionalización) que establece dicha teoría.

Sesión 4

La sesión comenzó dando continuidad a la actividad de la clase anterior realizando la puesta en común de los resultados obtenidos de la resolución. Con el objetivo de optimizar el tiempo, se compartieron resultados de manera grupal, es decir, por medio de la participación, se retomó primeramente la ganancia total de las ventas de los agricultores, y posteriormente las diferentes formas de escribir la suma de las cantidades dadas. Para retomar las seis diferentes formas, se cuestionó a los estudiantes si alguien tenía otras formas diferentes de representación.

Los alumnos participaron favorablemente para compartir la suma en un nuevo orden, solo en un caso específico se compartió una suma ya escrita, de lo cual me pude percatar al momento de escribir en el pizarrón, sin embargo, di espacio a que los estudiantes lo observaran y dieran otra alternativa.

Después de retomar las seis sumas posibles, se solicitó a los estudiantes que disponían de calculadora, comprobaran una de las diferentes operaciones planteadas para verificar que la propiedad conmutativa se cumple al obtener el mismo resultado en cada una de ellas, lo que marcó el cierre de la actividad.

Enseguida, se repartió la nueva hoja de trabajo para la sesión, con la cual se introdujo la noción de la propiedad asociativa (plan 3 del *Anexo C*). Posteriormente, los estudiantes tuvieron dos minutos para realizar la lectura de la actividad de manera individual y una vez que todos terminaron, se realizó una lectura en colectivo con la participación de los estudiantes, una vez hecho esto, se llevó a cabo la siguiente interacción:

PFI: Fíjense bien, ¿a qué creen que se refiera con agrupados?

Es: Juntados

PFI: Juntados ¿Verdad?, okey, en el primer espacio dice que vamos a dibujar 10 puntos, ¿Cuántos van a estar agrupados?

Es: 10

PFI: y ¿Cuántos no agrupados?

Es: 5

PFI: Okey, ¿en la segunda?

Es: 10

PFI: Vamos a dibujar 10 puntos agrupados, ¿y luego?

Es: y 3 no agrupados

PFI: ¿y luego?

Es: 10 y 7

PFI: ¿y acá abajo?

Es: 10 y 5

PFI: ¿y acá?

E₁: 3 grupos de 10

PFI: y al final ¿Qué queremos obtener?

E₂: El resultado

PFI: ¿El resultado verdad?, okey y ¿qué vamos a hacer entonces?

Es: Sumarlo

Después de retomar estos datos, se indicó a los estudiantes reunirse en parejas para resolver su consigna, donde algunos estudiantes comenzaron por realizar la representación de puntos planteada en las indicaciones de la actividad, mientras que la mayoría directamente sumaron las cantidades resultantes de cada conjunto.

Durante este periodo de resolución, realicé el monitoreo del avance para identificar las posibles complicaciones de los estudiantes, las cuales estuvieron principalmente asociadas con el significado de agrupar.

PFI: ¿Cómo vamos?, ¿Si entendimos?

E₁: No profe, ¿Qué tengo que hacer donde dice agrupar?

PFI: Solo nos indica que son puntos que están juntos, por ejemplo, ¿Cuántos puntos hay en la primera bolita?

E₁: 10 agrupados y 5 no agrupados

PFI: ¿y cuántos puntos hay en total?

E₁: 15

Con el paso del tiempo de la sesión identifiqué a una pareja de estudiantes que terminaron de contestar rápidamente la actividad, de la cual solicité a uno de los integrantes pasar a compartir sus procedimientos. Mientras que los demás compañeros terminaban, orienté al estudiante a relacionar que ambas sumas daban el mismo resultado, y que hay una peculiaridad entre estas, pues de la suma $15+13+17$, se puede agrupar 13 y 17 para formar 30, y si lo sustituimos en la suma original nos resulta $15+30$, que es la forma de la segunda suma que plantea la actividad, posteriormente el alumno compartió lo descrito en el siguiente fragmento de clase:

Cristofer: En la primera yo nada más sumé 10 más 5, y me dio 15, 10 más 3, 13, y 10 y 7, 17, que me dio 45

PFI: Okey, ¿Estamos de acuerdo con la primera?

Es: Si

PFI: ¿Si nos da 45?

Es: Si

PFI: Okey muy bien, ¿y en la segunda?

Cristofer: En la segunda es 10 más 5, 15, más 30 igual a 45.

PFI: Okey, ¿Aquí estamos de acuerdo con Cristofer?

Es: Si

PFI: Okey Cristofer, lo siguiente, lo que te dije ahorita

Cristofer: que de estos dos (13 y 17), se puede sacar el 30

PFI: ¿Están de acuerdo?

Es: Si

PFI: ¿Qué pasa si sumamos 13 más 17?

Es: Da 30

Posteriormente realicé la institucionalización de la clase realizando una analogía con el mismo ejercicio resuelto en la actividad dada, donde en esta ocasión, en lugar de agrupar 13 y 17 se agruparían 15 y 13, tal como se puede encontrar en el siguiente fragmento de clase:

PFI: Fíjense bien, aquí para pasar de esto $(15+13+17)$ a esto $(15+30)$, ¿Qué fue lo que dijo Cristofer que se podía hacer?

Es: Sumar 13 más 17

PFI: Okey, se acuerdan que cuando teníamos paréntesis, ¿Qué queríamos hacerles?

E₁: Convertirlos en un solo número

PFI: Convertirlos en un solo número, es lo primero que tenemos que quitar, entonces si los encerramos entre paréntesis a eso es lo que llamamos agrupar, ¿ya ven que en cada bolita decía agrupados y no agrupados?

Es: Si

PFI: A eso se refiere, cuando nos diga, “vamos a agrupar dos números”, vamos a colocarlos entre paréntesis y es lo primero que vamos a hacer

Una vez que se desarrolló esta situación se procedió con el análisis de la otra posibilidad de agrupación en el mismo ejercicio:

PFI: ¿Cuál sería otra forma de agruparlo?

Miguel: 15 más 13

PFI: 15 más 13, ¿es correcto Esteban?

Esteban: Si

PFI: Vamos a ver, ¿Cuánto es 15 más 13?

Es: 28

PFI: y si le sumamos 17, ¿Cuánto nos da?

Es: 45

PFI: ¿Esto es igual o diferente al resultado que nos había dado antes?

Es: Igual

PFI: Entonces, de estas dos operaciones ¿Qué podemos concluir?, ¿Los agrupamos de forma diferente verdad?

E₁: Si

PFI: Porque primero agrupamos el 13 y el 17, y nos dio 30 ¿verdad?

Es: Si

PFI: Okey, y ¿en el segundo cuáles agrupamos?

Es: 15 y 13

PFI: y ¿qué resultado nos dio?

Es: 28

PFI: ¿y al final?

Es: 45

PFI: Nos dio el mismo resultado verdad, ¿Qué podemos concluir de ahí?

E₂: La propiedad conmutativa ¿no?

PFI: Esta ya es otra propiedad, pero va relacionado

E₃: Que, aunque lo sume, va a dar el mismo resultado si son las mismas cantidades

PFI: Nos da el mismo resultado, pero ¿qué hay de diferente de esta $(15+(13+17))$ a esta $((15+13)+17)$?

Es: Las cantidades que se juntaron

PFI: Entonces, ¿Importa cómo las agrupemos?

Es: No

PFI: no verdad, ¿Por qué siempre nos va a dar qué?

Es: El mismo resultado

Una vez que se desarrollaron estas situaciones se realizó la revisión conceptual con apoyo del libro de texto para formalizar la propiedad asociativa, para lo cual los estudiantes leyeron la definición del libro. Después de repasarlo varias veces se les pidió cerrar su libro y se les preguntó en qué consiste esta propiedad, en un inicio se confundió con la propiedad conmutativa, pero al final se llegó a la conclusión enunciada por uno de los estudiantes.

Reflexión de la intervención docente.

Durante esta sesión se visualizó el KPM, específicamente a partir de indicios del conocimiento sobre la práctica de demostrar, ya que, en los momentos destinados a la puesta en común, se presentan algunas situaciones en las que se alentó a los estudiantes para identificar ciertas condiciones de la propiedad asociativa, sin embargo, estas no favorecieron del todo que los estudiantes formularan conjeturas, por lo que se evidencia que esta práctica implica que a través del razonamiento los estudiantes logren delimitar las ideas matemáticas que se desean. En otra categoría (dentro del KPM), fue importante desarrollar al inicio el concepto de agrupar, aunque este momento requiere adentrarse más acerca de las implicaciones de la práctica de definir para dar mayor claridad a los estudiantes en su resolución y evitar algunas dificultades relacionadas.

Durante la sesión, se manifestó el KFLM a partir de las formas de interacción que se realizaron durante varios fragmentos de la clase con la intención de orientar a los estudiantes mediante preguntas hacia la propiedad asociativa. En cuanto al KMT, la tarea propuesta permitió identificar una forma de agrupación, sin embargo, esta solo es una parte de las implicaciones de la propiedad asociativa. Se reitera la necesidad de diseñar tareas que no

presenten ejercicios, sino que promuevan el análisis para la construcción de conocimientos. El KMLS se identificó al considerar las definiciones que presentaba el libro de texto.

Sesión 5

Inicié la clase solicitando la participación de los estudiantes para retomar lo que se realizó en sesiones previas, lo que resultó primeramente en mencionar la propiedad asociativa, pregunté ¿Y qué vimos antes de la propiedad asociativa?, para que los estudiantes recordaran la propiedad conmutativa y lo que ésta implica, una vez que los estudiantes reconstruyeron el concepto, se cuestionó sobre el entendimiento de la propiedad asociativa con base en la actividad de la sesión pasada, donde los estudiantes dieron una respuesta negativa.

A partir de lo anterior, retomé la definición de la propiedad asociativa con apoyo del libro de texto de Saberes y Pensamiento Científico. Después de realizar la revisión conceptual que ofrece el libro, se retomó la operación resultante de la actividad de la sesión anterior, con la cual se hizo un análisis entre las siguientes dos operaciones:

$$15 + (13 + 17) = 45$$

$$15 + 30 = 45$$

PFI: Dijimos que cuando los poníamos entre paréntesis, ¿Cómo se llamaba?

E₁: Propiedad conmutativa

PFI: No

E₂: ¡Agrupaciones!

PFI: Aquí ¿cuáles números agrupamos?

Es: El 13 y el 17

PFI: y decíamos que cuando los agrupábamos entre paréntesis que era lo que tenemos que hacer primero

E₃: Sumarlos

PFI: Sumarlos porque los paréntesis es lo que queremos quitar primero, entonces en esta operación ¿Qué se debía realizar primero?

Es: Sumar

PFI: ¿Sumar qué?

Es: 13 más 17

PFI: ¿Cuánto me da eso?

Es: 30

PFI: y ahora ya puedo hacer la otra operación ¿verdad?

Después de retomar el concepto de agrupación y su ejemplificación con las operaciones resultantes en el desarrollo de la actividad anterior, se les cuestionó a los estudiantes sobre una forma distinta de agrupar estos sumandos, después de establecer que $(15 + 13) + 17$, es una alternativa de agrupación, se desarrollaron los cálculos pertinentes para llegar al análisis descrito en el siguiente fragmento de clase:

PFI: Entonces, ¿Qué podemos decir de estas dos formas de agrupar las operaciones?

E₁: Que dan los mismos resultados, pero con diferentes cantidades

PFI: ¿Diferente qué?

E₂: Agrupación

PFI: ¿Nos da el mismo resultado?

Es: Si

Al término de este análisis, se retomó una vez más el libro de texto con el fin de que los estudiantes comprendieran mejor la propiedad asociativa de manera conceptual, lo cual verifiqué con cuestionamientos espontáneos a diferentes estudiantes, además se dio lectura a los ejemplos que se incluyen después de la delimitación conceptual para hacer visible la propiedad también en la multiplicación.

Los estudiantes expresaron una aparente comprensión después de llevar a cabo la revisión, por lo que se procedió con la actividad de clase, en esta ocasión se tomaron en cuenta los ejercicios faltantes de la hoja de trabajo aplicada durante la sesión anterior la cual corresponde al plan 3 del *Anexo C*, previo a su resolución, se llevó a cabo la lectura de las indicaciones de la actividad con la participación de algunos estudiantes, al cuestionarlos sobre lo que se debía hacer.

Se comenzó la resolución de la actividad, momento durante el cual observé el trabajo de los estudiantes, primeramente, mostraron dificultad para organizar las operaciones en los espacios asignados dentro de la hoja, ya que consideraron que cada renglón estaba destinado a una sola forma de agrupación, como se describe en el siguiente fragmento de clase:

PFI: ¿Dudas?

E1: Aquí tengo que sumar esto *señalando los términos agrupados del lado izquierdo de la igualdad*, y ponerlo aquí abajo, luego bajo el 85 aquí, pero ¿qué tengo que poner en estos dos espacios?

PFI: Estos dos espacios son para desarrollar las operaciones de la otra forma de agrupación, para que comparen los resultados de los dos y verifiquen que se cumpla la propiedad.

Figura 8

Ejercicio planteado

$$\bullet (63 + 25) + 85 = 63 + (25 + 85)$$

$$\underline{\quad\quad} + \underline{\quad\quad} = \underline{\quad\quad} + \underline{\quad\quad}$$

$$\underline{\quad\quad} = \underline{\quad\quad}$$

Nota: Ejercicio planteado dentro de la tercera actividad de la secuencia didáctica.

Esta duda fue recurrente entre los equipos, lo que complicó el avance, al darme cuenta de esto, decidí intervenir en la resolución con el desarrollo de un ejemplo independiente a los

ejercicios de la consigna para que los estudiantes tuvieran certeza sobre lo que debían colocar en cada espacio de su ejercicio.

Después de esto, los estudiantes pudieron avanzar con mayor claridad en sus ejercicios. Al identificar aquellos estudiantes que presentaron mayor avance, se les solicitó compartir sus procedimientos con el grupo colocándolos en el pizarrón, mientras que el resto del grupo terminaba de contestar su consigna. La primera participación se describe en el siguiente fragmento:

Diego: Lo que yo hice fue restar 855 menos 216, y el total me dio 639 y luego al 639 le resté 344 y me dio -295.

Conforme el alumno explicaba la primera agrupación de $(- 855 + 216) + 344$, indicó la manera en que acomodó dentro de los espacios en el lado izquierdo de la igualdad, posteriormente, realizó la explicación de lo que realizó para la misma operación, pero agrupada de manera diferente en el lado derecho de la igualdad:

Diego: Sumé 216 más 344 y le resté 855 que me dio -295

La segunda participación siguió una dinámica muy similar a la primera, después de estas el tiempo de la sesión se terminó por lo que no se llegó a cerrar la clase con una institucionalización.

Reflexión de la intervención docente.

La recapitulación inicial fue adecuada en términos generales, pero también centró la atención en la propiedad conmutativa, lo cual pudo generar algunas confusiones conceptuales respecto a la asociativa, lo anterior involucra las implicaciones de la práctica de definir en cuanto a las condiciones necesarias (KPM). Además, en este mismo subdominio se involucró la práctica de demostrar mediante las intervenciones desarrolladas durante la puesta en común, donde a partir de las situaciones propuestas se abarcó la exploración de diferentes formas de agrupación de una misma suma.

El KMLS se visibilizó mediante la consideración del libro de texto para recuperar el concepto correspondiente a la propiedad asociativa, a pesar de que no se consultaron algunas

otras fuentes, esta conceptualización pareció pertinente a partir de su claridad y ejemplos que incluye.

El KMT se manifestó cuando el PFI recurrió al uso de ejemplos para guiar a los estudiantes en la solución de la actividad. Aunque fue un ejemplo que no formaba parte de la actividad, los estudiantes comprendieron a partir de su explicación e inmediatamente realizaron su ejercicio. Es importante reflexionar que, esta situación generó que los estudiantes únicamente aplicaran el procedimiento ejemplificado, por tanto, se requiere pensar adecuadamente en qué momento incorporar el uso de ejemplos y qué tipo de ejemplos emplear.

El KPM se involucró mediante la práctica de resolver problemas, específicamente respecto a hacer tangibles los procedimientos correspondientes en la estructuración de sumas con elementos agrupados, sin embargo, no se implica la concientización de ellos, lo que se evidenció por medio de las dificultades de los estudiantes en la resolución.

Sesión 6

Al comienzo de la sesión una de las estudiantes tuvo espacio para exponer lo que logró entender sobre la propiedad asociativa con base en las actividades desarrolladas en las dos sesiones previas.

Después de explicar el concepto de la propiedad, la ejemplificó con algunas operaciones, con las cuales el resto del grupo tuvo mayor claridad acerca de lo que implica. Al término de esta participación, se les cuestionó a los estudiantes si podían resolver ahora problemas que empleen la propiedad asociativa, obteniendo una respuesta positiva.

La actividad de clase no estuvo contemplada dentro de la secuencia didáctica elaborada inicialmente, dado que, al presentarse en los estudiantes la necesidad de reforzar el significado y uso de la propiedad asociativa, decidí construir una nueva consigna que permitiera usar la propiedad en la multiplicación (*Anexo D*).

Cuando todos los estudiantes contaban con su hoja de trabajo, procedí al momento de la verbalización se dio un lapso de dos minutos para realizar la lectura de la actividad, cuando el tiempo establecido se cumplió, se realizó una lectura en voz alta con la participación de un

estudiante, una vez hecho lo anterior, busqué verificar el entendimiento de la actividad por medio de preguntas de comprensión.

Cuando se identificaron los datos relevantes de los problemas, los estudiantes comenzaron su resolución de manera individual con el fin de valorar el aprendizaje de cada estudiante de manera particular, en este momento, me dediqué a monitorear el trabajo de cada uno para abordar las dificultades. Las más frecuentes fueron relacionadas al planteamiento de una operación errónea, pues en algunos casos los estudiantes establecieron que el procedimiento para encontrar el total de personas que el autobús lleva en la semana consistía sumar las 36 personas que transporta en un trayecto, más los ocho trayectos que hace, más los 7 días de la semana como se representa a continuación:

$$36 + 8 + 7$$

Al darme cuenta de esta dificultad se dio la siguiente interacción:

PFI: ¿Qué necesitamos calcular?

E₁: El total de personas que lleva en una semana

PFI: Okey, ¿qué datos te da el problema?

E₁: Cuántas personas lleva en un trayecto y los trayectos que hace un día

PFI: Primero, ¿Cómo puedes calcular cuántas personas lleva en un día?

E₁: Sumando 36 más 8

PFI: ¿Seguro?, ¿Cuántas personas lleva en un trayecto?

E₁: 36

PFI: ¿Cuántas lleva en dos?

E₁: 72

PFI: ¿Qué hiciste para encontrar ese 72?

E₁: Sumé 36 más 36

PFI: ¿Cuántas veces tienes que sumar para calcular lo de un día?

E₁: 8

PFI: ¿Con qué operación representamos la suma de un mismo número varias veces?

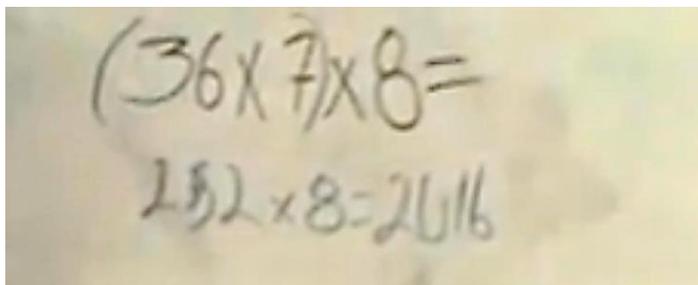
E₁: Multiplicación

Esta dificultad puede estar relacionada con que hasta el momento de la clase solo se trabajaron ejercicios de la propiedad asociativa con la suma, y no con la multiplicación. Después del momento de resolución se compartieron los procedimientos y resultados que se obtuvieron en los problemas a partir de la participación de dos estudiantes, la primera de ellas se da en el siguiente fragmento de clase:

Cristofer: Yo hice la multiplicación de 36 por 7, y me dio 252, y lo multipliqué por 8 y me dio 2016

Figura 9

Procedimiento de resolución



The image shows a student's handwritten work on a piece of paper. The first line is $(36 \times 7) \times 8 =$. The second line is $252 \times 8 = 2016$. The numbers are written in a cursive, slightly slanted style.

Nota: En la figura se puede observar la agrupación realizada por el estudiante Cristofer para resolver el primer problema de la actividad en la sesión 6.

Después de que este primer estudiante compartiera con el grupo su desarrollo, se cuestionó sobre la existencia de algún otro procedimiento, donde se logró identificar que una estudiante realizó la operación con una agrupación diferente, lo cual se desarrolla en el siguiente fragmento de clase:

Alison: Yo primero quería ver cuántas personas llevaba en todos los trayectos por día, entonces como dijo que en un trayecto llevaba a 36 personas lo multipliqué por los 8 trayectos que hace en un día y me dio 288, entonces por día sumando todos los

trayectos, lleva 288 personas, pero nos pregunta que cuánto es por 7 días, entonces lo que hice fue multiplicar la cantidad de un día por 7 que son los días, y me dio 2016.

Figura 10

Procedimiento de resolución 2

$$\begin{array}{r} 36 \\ \times 8 \\ \hline 288 \end{array} \quad \begin{array}{r} 288 \\ \times 7 \\ \hline 2016 \end{array}$$

R=2016 per

Nota: En la figura se puede observar un procedimiento alternativo realizado por la estudiante Alison para resolver el primer problema de la actividad en la sesión 6.

Una vez que la estudiante concluyó su argumentación, se buscó integrar la propiedad asociativa en su procedimiento, momento en el cual tuvo lugar la siguiente interacción:

PFI: Entonces, de la operación inicial, así como la había escrito Cristofer, ¿Cuáles números agrupaste?, ¿Cuáles factores de la multiplicación?, acuérdense que cuando los agrupamos ¿Qué queremos señalar?

Es: Las diferentes agrupaciones

E₁: Profe, lo hizo igual que yo, agrupamos el 36 por el 8

PFI: Okey, Alison escríbelo por favor, como quedaría agrupado

Alison: Es que no lo entiendo

E₁: Que lo hagas, así como la operación de Cristofer

E₂: Entre paréntesis

PFI: ¿Cuáles quedarían entre paréntesis?

Es: 36 por 8

PFI: ¿Por qué?

Es: Porque fue lo que agrupó y después ya multiplicó por 7.

Una vez que se representaron ambas formas de agrupación posibles para la resolución del primer problema, se realizó la misma dinámica con el segundo, donde de igual forma se presentaron las dos maneras de agrupar la multiplicación con la participación de dos estudiantes más.

Al término de la puesta en común, se realizó la institucionalización, la cual se describe en el siguiente fragmento de clase:

PFI: Se acuerdan que, en la actividad de ayer, después de que les decía “planteen como se puede resolver esta operación agrupando de diferente manera”, al final les decía subrayen la expresión que fue más fácil de resolver, ¿Se acuerdan?

Es: Si

PFI: Para eso nos sirve esta propiedad también, para que en el caso de que al agrupar ciertos números nos sea más fácil de desarrollar una de las agrupaciones, pongamos esa agrupación.

Por último, para cerrar la secuencia se llevó a cabo una recapitulación sobre las propiedades conmutativa y asociativa, para verificar que no existieran dudas en los estudiantes al enfrentarse a la evaluación de la sesión siguiente.

Reflexión de la intervención docente.

Esta sesión cumplió con su intención de emplear la propiedad asociativa con la multiplicación, lo cual se relaciona con el diseño de una tarea matemática pertinente para el aprendizaje de los estudiantes (KMT), pero, por otro lado, este plan es producto de que las actividades diseñadas inicialmente no cubrieron de forma congruente el PDA, lo cual tiene que ver con limitaciones en el KMLS.

El KoT se manifestó mediante el dominio de las definiciones asociadas a la adición, multiplicación que fueron necesarias para atender las dificultades de los estudiantes en la resolución, aunque dentro de este (KoT), no se consideraron los fundamentos

correspondientes a la propiedad asociativa. Durante la intervención se manifiesta el conocimiento de las teorías de la enseñanza de las matemáticas (KMT) al desarrollar los momentos de verbalización, resolución del problema y puesta en común de acuerdo a sus intenciones correspondientes.

La presencia del KPM se reconoce a partir del conocimiento acerca de práctica de resolver problemas implícita en el monitoreo del avance de los estudiantes, ya que conocer estos procedimientos y su razonamiento correspondiente permitió hacer tangible y consciente el método seguido y transitarlo hacia otro problema.

Análisis de la intervención docente

El llevar a cabo la fase de *determinar puntos importantes* del ciclo reflexivo colectivo, entre profesor en formación y el asesor de documento, permitió analizar la intervención docente realizada a lo largo de la aplicación de la secuencia didáctica, la cual se caracterizó por no considerar el uso del MTSK en su diseño, ya que se empleó únicamente como modelo analítico-interpretativo. En los resultados de este análisis se reconocieron destellos de conocimientos desde los dos dominios del MTSK en la intervención docente registrados en el instrumento construido que se encuentra en el *Anexo E*, mismo que además de mostrar el registro de los conocimientos manifestados por cada sesión, sirve como un colorigrama que permite distinguir las categorías que están presentes pero requieren trabajo inmediato (con color rojo), las que muestran un cierto desarrollo (amarillo), las que están presentes y tienen un nivel adecuado (verde). A continuación, se hace un recuento de ellos.

Primeramente, en el dominio del Conocimiento Matemático (MK), se destaca un área de oportunidad en el Conocimiento de los Temas (KoT), al no considerar en el proceso de planeación la fenomenología relacionada a las propiedades conmutativa y asociativa, con el objetivo de comprender por y para qué se consideran las mismas, algo que se puede relacionar con la poca profundización en cuanto a los significados relacionados, así como los procedimientos que se hacen presentes en el desarrollo de estas propiedades, situación que condiciona la congruencia entre la intención didáctica y lo que se observa en la clase. Se requiere tomar en cuenta los diversos registros de representación de tal forma que los estudiantes puedan comprender en mayor medida el contenido matemático.

Con relación al Conocimiento de la Estructura de las Matemáticas (KSM), poco se contempló el papel de las conexiones, por ejemplo, de complejización dada la vinculación que existe entre las propiedades abordadas y el trabajo algebraico al que los estudiantes se enfrentarán dentro de contenidos posteriores. Del mismo modo, resulta indispensable pensar en las conexiones auxiliares, es decir, en aquellos conocimientos previos matemáticos que son de utilidad para enfrentarse a las tareas matemáticas.

Sobre el Conocimiento de la Práctica Matemática (KPM), es importante avanzar con relación al conocimiento de las formas de demostración, ya que al no tener claridad en este aspecto se generó una confusión entre los estudiantes que poco favoreció la construcción conceptual en determinado momento, dentro de este subdominio también destaca un incipiente manejo de símbolos y lenguaje formal durante las sesiones de clase.

En cuanto al dominio del Conocimiento Didáctico del Contenido (PCK), durante las sesiones de la secuencia didáctica se manifestó ligeramente el KFLM en las categorías de formas de interacción y sobre el abordaje de las posibles dificultades que los estudiantes presentaron en la resolución de las actividades. Se tiene como reto potenciarlas aún más y considerar aspectos emocionales. La incorporación de teorías del aprendizaje específicas para las matemáticas, por ejemplo, sobre didáctica de la aritmética, son un insumo valioso que, sin duda, realzan el desempeño en la intervención docente. Esta estuvo ausente durante toda la secuencia, tanto en la planeación como en la actuación en el aula. A través de su incorporación es posible justificar las actividades y la gradualidad de la secuencia, lo cual se relaciona con el KSM.

Sobre el Conocimiento de la Enseñanza de las Matemáticas (KMT), se hizo visible la incorporación de la TSD como teoría de la enseñanza, no obstante, se requiere profundizar e implementar adecuadamente la tipología de situaciones aunada a los momentos de la clase, ya que estos no cumplieron su función en algunos casos. Dentro de este subdominio se identificó una limitación relacionada con la elaboración y uso de recursos didácticos. Una categoría que se acentuó durante la intervención fue la necesidad de diseñar tareas matemáticas idóneas para el contenido, y un adecuado uso de ejemplos durante la intervención docente.

Por último, en el subdominio del Conocimiento de los Estándares de Aprendizaje de las Matemáticas (KMLS), se encuentra poco conocimiento del nivel procedimental de los estudiantes en casos particulares, aunque la limitación que más destaca en el KMLS refiere a la secuenciación de las tareas planteadas con los temas antecesores y sucesores generando una ruptura de la congruencia entre las intenciones de cada una de estas con la progresión del Proceso de Desarrollo de Aprendizaje.

Los resultados de este análisis permitieron identificar en mi intervención docente aquellos conocimientos que se contemplan en el MTSK y a partir de esta caracterización, se reconoce que el desempeño docente durante la fase de diagnóstico mantuvo un nivel incipiente al manifestar superficialmente algunos conocimientos, tal es el caso del KoT, mismo que tuvo destellos respecto a la categoría de las definiciones asociadas al contenido, sin embargo, estas no se consolidaron ya que los estudiantes aun presentaban algunas dudas conceptuales al final de la secuencia didáctica. Otro ejemplo dentro de este subdominio es el conocimiento de las formas de representación, ya que, si bien se abordó la representación numérica del contenido, hubo poca diversificación de representaciones siendo que era posible retomar el contenido desde el álgebra.

La situación descrita anteriormente no permitió que los estudiantes consolidaran una comprensión suficiente del PDA ya que, aunque se vislumbraron indicios de algunos conocimientos del MTSK no se emplearon de forma adecuada. Por tanto, se evidencia la necesidad de la apropiación de cada categoría del modelo y su uso en mayor medida con el enfoque de que la intervención docente sea lo más cercana posible a la de un profesor profesional de matemáticas manifestando más claramente otros conocimientos docentes especializados que se involucran, y a su vez se refleje en los aprendizajes de los estudiantes.

Propósitos del primer plan de acción

A partir de los resultados obtenidos en el diagnóstico, se establecieron los siguientes propósitos para la construcción y desarrollo del primer plan de acción que permitiera mejorar la intervención docente a la luz de los conocimientos establecidos en el MTSK.

- Diseñar un proceso de intervención docente basado en el MTSK para enseñar la representación algebraica de sucesiones con progresión aritmética.

- Implementar un proceso de intervención docente basado en el MTSK para enseñar la representación algebraica de sucesiones con progresión aritmética.
- Valorar los resultados de la implementación de un proceso de intervención docente basado en el MTSK al enseñar la representación algebraica de sucesiones con progresión aritmética.

Competencias desplegadas primer plan de acción

De las competencias que marca el Plan de Estudios 2018 de la LEAMES, en el primer plan de acción se favorecieron, en mayor medida, las siguientes:

- Soluciona problemas y toma decisiones utilizando su pensamiento crítico y creativo.

En el proceso de construcción de la secuencia didáctica fue necesario emplear el pensamiento crítico y creativo para retomar o diseñar aquellos planes de clase y recursos didácticos necesarios para desarrollar en los estudiantes un aprendizaje respecto a la representación algebraica de una sucesión con progresión aritmética.

- Articula el conocimiento de las Matemáticas y su didáctica para conformar marcos explicativos y de intervención eficaces.

El empleo del modelo MTSK desde su naturaleza permite reconocer algunas relaciones entre los subdominios del conocimiento matemático y el conocimiento didáctico del contenido los cuales se conjugaron en las tareas matemáticas propuestas, las consideraciones dentro de la planificación, los materiales e intervenciones previstas para casa sesión de clase. Con el fin de facilitar a los estudiantes la construcción de su aprendizaje respecto a las sucesiones con progresión aritmética.

- Recurre a la generalización y a la variación funcional para resolver problemas.

En el diseño e implementación de la secuencia didáctica se implicó la representación algebraica de las sucesiones con progresión aritmética, la cual apoyada en la revisión teórica realizada parte de la generalización para resolver determinados problemas.

Planteamiento del primer plan de acción

El contenido considerado para esta segunda intervención fue “Regularidades y patrones” específicamente el PDA referente a la representación algebraica de sucesiones con progresión aritmética. En el diseño del proceso de intervención se construyó una secuencia didáctica conformada por seis planes de clase, tal como se muestra en la *Tabla 9*. Cabe señalar que, para este momento fue indispensable, para el profesor en formación inicial, apropiarse previamente del marco del MTSK, de tal forma que le posibilitara emplear los conocimientos didácticos y matemáticos para mejorar la intervención docente en el abordaje del contenido matemático referido, frente al grupo de primer grado de secundaria.

Tabla 9

Intenciones-Conocimientos MTSK (Plan de acción 1)

Sesión/fecha	Intención didáctica	Conocimientos del MTSK
	Que los estudiantes:	Implícitos
1 de 6 (13/11/23)	Expliquen la generalización en una sucesión de figuras con progresión aritmética y la comuniquen en un escrito	<ul style="list-style-type: none">• KMLS• KFLM• KoT• KMT
2 de 6 (14/11/23)	Construyan sucesiones con progresión aritmética a partir de distintas informaciones	<ul style="list-style-type: none">• KPM• KFLM• KMT• KMLS
3 de 6 (15/11/23)	Determinen la regularidad de una sucesión con progresión aritmética y la apliquen para encontrar términos faltantes o continuar la sucesión	<ul style="list-style-type: none">• KPM• KSM• KFLM• KMLS
4 de 6 (16/11/23)	Identifiquen y apliquen la regularidad en una sucesión con progresión aritmética para encontrar términos cercanos	<ul style="list-style-type: none">• KPM• KFLM• KMLS

5 de 6 (21/11/23)	Construyan sucesiones de números con progresión aritmética a partir de la regla dada en lenguaje común	<ul style="list-style-type: none"> • KoT • KPM • KFLM • KMLS
6 de 6 (22/11/23)	Formulen, en lenguaje común, reglas generales que permitan determinar cualquier término de sucesiones con progresión aritmética	<ul style="list-style-type: none"> • KPM • KMT • KSM • KFLM • KMLS

Nota: La tabla muestra los Conocimientos del modelo MTSK considerados para el diseño del primer plan de acción.

Para el diseño de la secuencia didáctica y su implementación fue necesario determinar qué conocimientos del MTSK permitirían una adecuada intervención docente congruente con el contenido matemático asignado. De esta manera, se fundamentó la planeación didáctica (*Anexo F*) con base en lo siguiente.

En cuanto al subdominio del KoT, fue relevante comprender qué es una sucesión aritmética. Se indagó en diversas fuentes para considerar aquella *definición* que fuera lo más clara posible y que permitiera formalizar el conocimiento en la institucionalización de cada sesión de clase. Dicha comprensión permitió reconocer diferencias entre una sucesión con progresión aritmética respecto a una sucesión geométrica. Otra categoría que se profundizó fue sobre los *procedimientos*, dado que cada actividad propuesta implicó la búsqueda y ejecución de varias estrategias de solución que fueron plasmadas en la libreta de resolución, por ejemplo, el procedimiento que se realiza para formular la regla general algebraica de una sucesión con progresión aritmética. El papel de las *representaciones* también se tomó en cuenta, pues al ser un contenido algebraico se consideró pertinente emplear los diferentes modos de representación del concepto: verbal o literal, numérica y figural.

Del KSM, se involucraron las conexiones de complejización y de simplificación mismas que relacionan el conocimiento matemático en torno a elementos de distintas temporalidades. En cuanto a las *conexiones de complejización* se reconoce que el trabajo con sucesiones aritméticas tiene implicaciones sobre otros contenidos más avanzados como

sucesiones geométricas y cuadráticas, como también con ecuaciones. Así mismo, se involucran *conexiones de simplificación* con algunos elementos del mismo objeto matemático como la interpretación de situaciones en lenguaje algebraico.

Desde el KPM, en cada una de las sesiones se busca que la intervención docente cubra la *práctica de definir* al establecer las condiciones necesarias para que los estudiantes generen definiciones asociadas a las progresiones aritméticas comenzando desde regularidad, constante aditiva, entre otras. Además, se anticipan algunos espacios de la *práctica de demostrar* durante las sesiones de clase, a partir de las participaciones y producciones de los estudiantes propiciando métodos de verificación, validación, búsqueda de patrones y de generalización, lo cual se promueve con el estudio de contenidos algebraicos. Del mismo modo, la *práctica del lenguaje matemático* se promueve mediante los simbolismos del contenido, y expresiones propias que demandan un significado preciso.

Para el KFLM se llevó a cabo una revisión teórica sobre el aprendizaje del álgebra a fin de tener presente una *teoría del aprendizaje matemático* que diera sustento a la secuencia didáctica. En este sentido, se retomó la perspectiva teórica de Mason, Pimm y Gower (1985) quienes señalan que, “para aprender el lenguaje del álgebra, es necesario que se tenga algo que decir, [...], se debe percibir un patrón o regularidad, y luego tratar de expresarlo de forma sucinta, para que pueda comunicarse a alguien” (pp. 16-17). Al respecto, en cada tarea matemática se contemplaron los procesos cognitivos de “ver” (un patrón identificar mentalmente), “decir” (articular en palabras) y “registrar” (movimiento hacia símbolos).

La categoría sobre *fortalezas y debilidades en el aprendizaje* se empleó para anticipar posibles dificultades de los estudiantes frente a la resolución de las tareas matemáticas, lo que permite prever ciertas preguntas o señalizaciones necesarias para su pertinente atención en caso de presentarse. Esta categoría se relaciona con la de *formas de interacción* con miras a identificar posibles estrategias que pueden emplear los estudiantes en cada actividad (identificar la regularidad, incorporar el patrón en una expresión algebraica, el tanteo, etc.) y cómo desde la intervención docente puede guiarse el proceso. Los aspectos emocionales también se consideraron, pues se determinaron actividades no muy cotidianas para el abordaje del contenido matemático, a fin de entusiasmar al estudiantado para aprender.

Dentro del KMT se retomó la categoría de *estrategias, técnicas, tareas y ejemplos* dado que cada actividad propuesta en el plan de acción se apejó a los procesos cognitivos de “ver, decir y registrar”. También es importante destacar el conocimiento de las *teorías de enseñanza*, ya que las sesiones están estructuradas a partir de la metodología que se desprende de la Teoría de Situaciones Didácticas, en donde fue necesario resignificar lo que implica cada uno de los momentos de la clase.

Finalmente, en cuanto al KMLS, la secuencia considera el *nivel de desarrollo conceptual y procedimental de los estudiantes* para el diseño de los planes de clase. Para ello, se hizo una revisión curricular de los programas de estudios 2017 (Aprendizajes clave) de educación primaria para identificar qué aprendizajes se relacionaban con el contenido matemático, así como también los PDA previos en la educación secundaria en el programa sintético del plan de estudios 2022, a partir de los cuales se consolidó la progresión de la secuencia elaborada.

DESARROLLO, REFLEXIÓN Y EVALUACIÓN DE LA PROPUESTA DE MEJORA

Valoración del primer plan de acción y propuesta de mejora

Para realizar el análisis de la intervención docente durante la implementación del primer plan de acción, se siguió una modalidad similar a la de la fase de diagnóstico, ya que, para recuperar información de primera mano, se realizó la videograbación de cada una de las sesiones, mismas que, de manera conjunta con el asesor, fueron analizadas para acentuar la mejora en la intervención docente producto del uso y apropiación del MTSK, así como reconocer posibles limitaciones. A continuación, se presentan las narrativas de cada sesión de clase y sus respectivos apartados de reflexión y análisis. El PDA que se abordó fue de sucesiones con progresión aritmética.

A continuación, se presentan las narrativas de cada sesión de clase y sus respectivos apartados de reflexión y análisis que van mostrando evidencia de la elaboración de un *perfil* (Latorre, 2005) sobre el desarrollo temporal de un proceso de enseñanza aprendizaje después de introducir una innovación (plan de acción), a fin de que el lector pueda ir reconociendo la mejora de la intervención docente comparada con la que se realizó en la fase diagnóstica.

Sesión 1

La clase comenzó con el reparto de la actividad (plan de clase 1, *Anexo F*). el propósito estaba orientado a para que los estudiantes desarrollaran la generalización a partir de una sucesión de figuras con una progresión aritmética y comunicarla mediante un escrito, es importante destacar que se elaboraron dos hojas de trabajo distintas entre sí para que las binas de estudiantes pudieran contrastar la importancia de contar con un patrón correctamente definido para que la generalización corresponda a la sucesión asignada. Por lo tanto, se le otorgó a cada fila de parejas un patrón de figuras igual, siendo que a la primera de ellas se le otorgó el tipo 1 (en forma de T) y a la fila contigua el tipo 2 (en forma de X) con el fin de que entre binas no observaran el trabajo de los demás.

Después de que los estudiantes leyeron la actividad, planteé preguntas de comprensión dirigidas hacia algunas binas, por ejemplo: ¿Qué se necesita dibujar?, ¿qué número de figura deben dibujar?, ¿Qué condiciones debe de cumplir el escrito?, en este punto

los estudiantes por medio de la participación voluntaria retomaron los aspectos relevantes que permitieron dar paso a la resolución de la actividad.

Mientras los estudiantes resolvían su actividad, observé el trabajo realizado. Las binas comenzaron por dibujar la figura consecuente a la secuencia dada en la consigna, para lo cual replicaban la figura anterior y agregaban cuatro mosaicos en su lugar correspondiente, además lograron calcular los elementos que tendría la quinta figura de la secuencia a través de la observación y siguiendo el patrón identificado, con lo cual no tuvieron dificultad.

Una vez que las binas se centraron en la escritura del mensaje correspondiente a las indicaciones de construcción de la secuencia, me encontré con que únicamente contemplaban el patrón, por lo que realicé cuestionamientos con el fin de orientar su escrito de mejor manera, lo cual se describe en el siguiente fragmento de clase:

PFI: ¿Para qué vamos a escribir el mensaje?

E₁: Para que otro equipo dibuje la misma secuencia

PFI: ¿Con esto una persona que no está viendo la hoja puede dibujar la secuencia?

E₁: No

PFI: ¿Qué tendría que describir primero?

E₁: Que hay cinco cuadros

Las dudas entre los equipos fueron similares a la descrita, por lo que únicamente se guio para que cada vez fueran más específicas las indicaciones del escrito. Al finalizar con la hoja de trabajo, se le otorgó a cada bina una cartulina, primeramente, los equipos que trabajaron con la secuencia de tipo 1, tendrían que escuchar y reproducir las indicaciones que se plantearon por las binas que trabajaron con la secuencia de tipo 2, y al término de esta actividad se haría el proceso contrario.

Voluntariamente una bina leyó en voz alta su escrito, donde los equipos dibujantes reproducían a la par, es importante destacar que, a pesar de lo concreto de los escritos generados en las hojas de trabajo como “poner un cuadro en medio y a los lados sumarles cuatro en forma de x”, los equipos que brindaron las indicaciones pudieron reformular de

manera verbal sus indicaciones para hacerlas más precisas, algunas de estas se describen en el siguiente fragmento de clase:

Miguel: Primero pones un cuadro, y en la esquina de cada cuadro pones otro, tomando la forma de una X

Alison: En la segunda figura, hay un cuadro en el centro y tienes que poner dos cuadros en cada esquina

PFI: Néstor, ¿Cómo quedaría la indicación para la tercera?

Néstor: Es un cuadro en el centro, y tres en cada esquina.

De igual manera, se solicitó a los estudiantes que dieran una sugerencia sobre cómo encontrar la siguiente figura de la secuencia:

PFI: A partir de estas figuras, ¿Qué podrían decir para encontrar la forma de la figura número cuatro?

Néstor: Agregándole un cuadrito en cada esquina

Alison: En cada esquina de la X.

Al final se aseguró que ningún otro equipo tuviera alguna indicación que no se mencionara inicialmente. Se dieron dibujos completamente acordes a la secuencia a reproducir a pesar de que los escritos generados fueron muy generales, es posible que los estudiantes hayan visualizado las secuencias de otros equipos lo que permeó en el proceso. Dado que el tiempo dedicado a la puesta en común se prolongó más de lo esperado, el momento de institucionalización se recorrió a la siguiente sesión.

Reflexión de la intervención docente.

Dado que los estudiantes lograron identificar el patrón de la sucesión con progresión aritmética de la actividad, así como también les fue posible comunicarlo a sus compañeros con una secuencia distinta, se considera que la intención didáctica de la sesión se cumplió. Dentro de esta sesión se visibiliza un avance en el dominio del Conocimiento Matemático (MK), particularmente con relación a las formas de representación del contenido matemático

y sus aplicaciones, dado que, a partir de la revisión de la fenomenología de las sucesiones con progresión aritmética, se pudo dar cuenta del KoT por medio de la construcción de un plan de clase idóneo para el inicio de la secuencia.

Así mismo, se identifica la puesta en escena del KPM, mediante el reconocimiento de formas de validación y demostración del contenido lo cual se ve implícito dentro de las preguntas planteadas a los estudiantes con el fin de lograr una argumentación, además esto se relaciona con el papel que juegan los símbolos y el lenguaje formal, lo cual se dio de manera adecuada durante la sesión, sin embargo, es importante reconocer que no se propiciaron las condiciones necesarias para generar definiciones, al no llegar a la institucionalización del saber.

Por otro lado, en el dominio del Conocimiento Didáctico del Contenido (PCK), el KFLM, fue uno de los conocimientos que permitió una mejora en la intervención docente, pues al considerar las teorías específicas del aprendizaje del álgebra fue posible desarrollar la generalización de los estudiantes mediante la construcción del escrito, al respecto Mason, *et al.*, describen que “La generalidad es la vida de las matemáticas, y el álgebra es el lenguaje con el que se expresa esa generalidad, [...], usted debe percibir un patrón o regularidad y luego tratar de expresarlo de manera sucinta” (1985, p. 16), esto corresponde entonces al proceso de introducción al álgebra en las etapas de ver (identificación mental), decir (intento de articular) y registrar (hacer visible el lenguaje) (Mason, *et al.*, 1985). La consideración de las dificultades también fue crucial dentro de momentos como la resolución del problema con lo cual se pudieron establecer cuestionamientos que se anticiparon a estas situaciones con el fin de guiar al estudiante.

En el KMT, los recursos materiales empleados fueron de gran relevancia dado que el uso de las cartulinas permitió visibilizar cómo los estudiantes podrían comunicar aquello que fue producto del proceso de ver, decir y registrar, así como la capacidad de identificar esta generalidad después de ilustrar su secuencia. Además, se identifican categorías como las teorías de la enseñanza de las matemáticas o la construcción de tareas matemáticas adecuadas a la fenomenología y características de los estudiantes.

Sesión 2

Para iniciar esta sesión fue necesario retomar la actividad de la clase anterior. Solicité de las participaciones de los estudiantes para que recordaran las secuencias de figuras revisadas de tal forma que expresaran la generalidad de forma verbal a partir del patrón identificado en cada secuencia. Posteriormente, formalicé el conocimiento matemático, para lo cual mencioné que una sucesión puede estar determinada por figuras o números que cumplen con un cierto patrón o regularidad, el mismo modo, que, el número sumado que se identificó entre cada figura de la secuencia recibe el nombre de constante aditiva, patrón que no cambia entre cada elemento de la sucesión.

Enseguida se dio continuidad con la secuencia didáctica. Se hizo entrega de la actividad 2 (*Anexo F*), y se procedió con la lectura individual. Luego, se verbalizó para verificar la comprensión de las indicaciones retomando información mediante preguntas como ¿Qué es lo que se pide hacer?, ¿Cuántos términos debemos calcular?, ¿Todas las sucesiones empiezan en el mismo número? Antes de comenzar con la resolución se retomó el concepto de término, los estudiantes desconocían el significado, para lo cual se mencionó que se refiere a cada número de una sucesión.

Al monitorear el trabajo de resolución por las binas, identifiqué que el primer problema no representó dificultad alguna para los estudiantes, dentro de las estrategias de resolución empleadas se encontraba el conteo o sumar siete al número inicial y así sucesivamente. No fue así para el segundo problema ya que hubo confusión respecto al significado de término consecutivo, la cual se despejé al cuestionarles ¿cuál es el consecutivo de dos?, ¿cuál es la diferencia que hay entre cinco y siete?, de esta manera los estudiantes comprendieron que el consecutivo hace referencia a un número que sigue de otro.

Después de la resolución, se realizó la puesta en común, donde primeramente seleccioné a un equipo de menor avance y con un error en sus respuestas, con el objetivo de que el grupo validara o no la propuesta del equipo, lo cual se describe en la siguiente interacción:

PFI: ¿Cómo les quedó el segundo problema José?

José: A nosotros nos quedó de 9, 21, 32, 43, 54, 65, 76, 87, 98 y 109

PFI: Los demás equipos ¿están de acuerdo?

Es: No, a mí me salió 118

PFI: Okey, ¿desde dónde comenzó a ser diferente?

Es: Desde el 32

Se seleccionaron dos equipos más los cuales compartieron con el resto del grupo las sucesiones correspondientes a cada inciso, lo cual de manera simultánea fue validado por los demás estudiantes. Es importante destacar que una bina desarrolló una explicación en lenguaje común de cada sucesión, mientras que para la última plantearon una expresión algebraica bajo la sugerencia del docente titular, la cual no comprendieron por completo a pesar de demostrarlo mediante la sustitución.

Al término de la puesta en común se formalizó, retomando participaciones de los estudiantes, que las secuencias de números y figuras con las que se trabajó reciben el nombre de sucesiones, haciendo énfasis que en particular se trata de sucesiones con progresión aritmética, las cuales se caracterizan porque cada número es igual al anterior, más un número que es constante, todo lo anterior se corroboró tomando como base la primera sucesión del plan y representándola en el pizarrón a fin de ejemplificar la solución.

Reflexión de la intervención docente.

Al realizar el análisis de esta sesión se identificó que la intención didáctica se cubrió exitosamente, dado que los estudiantes fueron capaces de construir las sucesiones con progresión aritmética a partir de la información proporcionada. En cuanto a la intervención docente, se puede dar cuenta del Conocimiento Matemático (MK), desde dos subdominios, primeramente, en el KoT, al tener en cuenta la definición y propiedades de una sucesión con progresión aritmética, mismo que se ve implícito desde el proceso de planificación, hasta el momento de institucionalización. Por otro lado, en el subdominio del KPM, se hicieron presentes el uso adecuado del lenguaje formal, así como también se considera que se plantearon las condiciones necesarias para generar definiciones a partir de la actividad dada.

Desde el dominio del Conocimiento Didáctico del Contenido (PCK), la intervención docente resaltó los tres subdominios que lo conforman, primeramente, en el KFLM destaca la consideración de las fortalezas y dificultades de los estudiantes para con la actividad, lo cual se hace visible en el momento de resolución del problema, donde mediante el monitoreo se logró despejar las posibles dificultades que se anticiparon desde la planeación.

Además, en el subdominio del KMT, se hacen presentes tanto las teorías de la enseñanza al estructurar una sesión de acuerdo a los momentos de la clase de matemáticas, así como también se refleja una adecuada consideración de estrategias, técnicas y tareas matemáticas. Cabe señalar que, el KMLS, se contempló desde el proceso que se debe seguir para que los estudiantes consoliden el aprendizaje sobre las sucesiones aritméticas (desde lo curricular). Sin embargo, en esta sesión el docente titular del grupo propuso a una bina de estudiantes plantear una expresión algebraica, lo cual provocó un tropiezo en la secuenciación contemplada sobre ir de lo sencillo a lo complejo, involucrando además que el resto del grupo mostrara confusión.

Sesión 3

Para dar comienzo con la sesión fue importante brindar una retroalimentación sobre lo que se había revisado en clases previas respecto al contenido abordado, a partir de la recuperación de conocimientos de los estudiantes se acentuó que las progresiones aritméticas se refieren a una lista ordenada donde todos los números que la conforman son igual que el anterior sumándole una cantidad fija, para lo cual me apoyé del material didáctico, con el fin de ejemplificar esta definición.

Enseguida, se entregó a los estudiantes la actividad correspondiente al tercer plan (*Anexo F*). Los estudiantes tuvieron un lapso para su lectura, después de este, se llevó a cabo la verbalización con el fin de corroborar la comprensión de las indicaciones planteadas mediante cuestionamientos como ¿Qué tenemos que identificar?, si no cumple las condiciones de una progresión aritmética ¿Vamos a resolver las sucesiones?, ¿Qué les pide calcular?, ¿Qué tenemos que escribir?, al dar respuesta a estas preguntas se dio continuidad a la sesión.

Durante el monitoreo de los equipos de trabajo en el momento de resolución, pude identificar que la mayoría de los estudiantes aceptaron el desafío matemático, por lo cual estuvieron inmersos en su resolución, las únicas dudas que surgieron fueron con relación a desatenciones a las indicaciones por lo que únicamente recuperé las preguntas de la verbalización una vez más, en casos particulares donde los estudiantes preguntaban cuáles sucesiones debían resolver, se llevaron a cabo los diálogos descritos en el siguiente fragmento de clase:

PFI: ¿Cuáles son las sucesiones que tienen una progresión aritmética?

E₁: A las que se le va sumando un número

PFI: ¿El número cambia o es fijo?

E₁: Fijo

PFI: Si no se cumple esto, ¿es una progresión aritmética?

E₁: No

Así mismo, el monitoreo permitió observar que las parejas no tuvieron dificultad en identificar las sucesiones que presentaban una progresión aritmética, por lo que la determinación del orden de los equipos para la puesta en común se dio a partir del desarrollo conceptual sobre la regla general descrita, ya que el cálculo del octavo término de la sucesión fue correcto en cada bina.

Mientras los estudiantes presentaban sus resultados, busqué propiciar un debate con el grupo con el fin de validar los resultados, el primer equipo desarrolló una explicación general de cada una de las sucesiones de la actividad destacando por qué el inciso B y E no cumplían con las características de una progresión aritmética, a partir de su comportamiento de aumento sucesivo en la constante aditiva y la multiplicación de la constante respectivamente.

La segunda pareja realizó un análisis similar, pero únicamente sobre aquellas sucesiones que consideraron que cumplen con una progresión aritmética, es importante destacar que incluyeron la sucesión con progresión geométrica, lo cual el resto del grupo

cuestionó y manifestó no estar de acuerdo sobre la participación de los estudiantes con lo cual cerraron su participación. Por último, la tercera bina de manera similar a lo realizado por el primer equipo, desarrolló un escrito sobre la regularidad identificada en cada sucesión, lo cual fue correcto en cada caso, lo más importante a considerar es el manejo del lenguaje formal por parte del equipo y el razonamiento que realizaron a comparación del resto del grupo pues mencionaron que “en el inciso E, el octavo término es 19, 383 y va multiplicándose por tres, si tiene una progresión, pero no es aritmética”.

Finalmente, se procedió con la institucionalización donde se formalizó que las sucesiones con progresión aritmética siguen un determinado patrón que se determina a partir de la suma o resta de una cantidad fija, lo cual definirá si se trata de una progresión ascendente si se suma la constante o descendente si se resta, así mismo se recalcó que tal como lo mencionó la tercera bina, hay progresiones que no son aritméticas como el último inciso donde la constante se multiplica las cuales reciben el nombre de progresiones geométricas, que aunque no se abordan dentro del Proceso de Desarrollo de Aprendizaje, es importante reconocerlas.

Reflexión de la intervención docente.

Dentro de esta sesión, los estudiantes identificaron aquellas sucesiones que cuentan con una progresión aritmética, a partir de la regularidad que siguen, misma que les permitió encontrar el octavo término solicitado, es por tanto que se reconoce el logro de la intención didáctica y un aprendizaje. En lo correspondiente al dominio del Conocimiento Matemático (MK), el KoT vuelve a presentarse mediante el reconocimiento de las definiciones y propiedades asociadas al comportamiento ascendente o descendente de una progresión aritmética, así como de otros casos específicos como las progresiones geométricas.

En el subdominio del KPM, destaca la presencia de las formas de validación y demostración las cuales se visibilizan durante la puesta en común cuando se buscó debatir de manera grupal las respuestas de los equipos. De igual modo, aunque en la sesión se realizó un adecuado uso de los símbolos y el lenguaje formal por parte del profesor en formación inicial, es importante destacar que no se domina por completo, pues en el caso específico de la constante aditiva, se refirió a la misma como una cantidad fija.

En el campo del Conocimiento Didáctico del Contenido (PCK), iniciando con el KFLM se destaca la anticipación desde la planificación de las dificultades de los estudiantes al enfrentarse al plan de clase en cuanto a confusiones entre conceptos, identificación de patrones o características de las progresiones aritméticas, estas dificultades se solventaron mediante cuestionamientos con el fin de guiar a los estudiantes.

Desde el KMT, se identifican las teorías de la enseñanza implícitas a partir de la dinámica de la clase y los momentos que contempla, así mismo, se relacionan con una estructuración de una tarea matemática adecuada dentro del plan de clase, a la vez que se presentaron ejemplos adecuados en momentos como la recapitulación inicial, la cual permitió dar cuenta de la definición de una sucesión con progresión aritmética en cuanto a la relación donde cada término es igual al anterior más una constante.

Sesión 4

Para iniciar la sesión consideré pertinente generar una lluvia de ideas sobre los conocimientos que se han trabajado a través de preguntas como ¿qué fue lo que hicimos en la última sesión?, ¿qué característica cumplen las sucesiones que tienen progresión aritmética? A partir de las participaciones acertadas de los estudiantes, resalté que, en sucesiones con progresión aritmética siempre se cumple que se suma o resta un número constante, lo cual determina si la sucesión es ascendente o descendente, una vez hecho esto se repartió la actividad cuatro (*Anexo F*).

Para la verbalización, se proporcionó un tiempo para la lectura e inmediatamente se plantearon preguntas que me permitieron identificar que los estudiantes habían comprendido en qué consistía la actividad, pues las reformulaciones que explicitaron sobre la consigna eran correctas.

Durante el monitoreo pude identificar que los estudiantes se responsabilizaron en la resolución de su actividad y que resultó efectivo el aprendizaje entre pares pues las parejas discutían entre sí para estructurar su respuesta sobre la regularidad identificada. El procedimiento de resolución más recurrente entre los equipos se dio a partir de la suma iterada de la constante aditiva, y solo hubo dos casos particulares que optaron por otras alternativas.

Una de las binas intentó realizar su procedimiento mediante una multiplicación, sin embargo, a pesar de que su razonamiento era adecuado, tuvieron un error, dado que multiplicaron la constante aditiva (en este caso 7) por el número de folio buscado, es decir 13, lo cual sumaron al folio del quinto ganador que corresponde a 132, busqué que los estudiantes comprendieran que únicamente tendrían que multiplicar por 8, pues al sumar el quinto folio ya se contempla la suma de la constante aditiva 5 veces, para esto, les hice cuestionamientos como ¿Cuántas veces más tendría que sumar la constante para llegar al folio 13?, ¿Cómo representamos una suma de un número varias veces? El otro equipo que desarrolló un procedimiento diferente buscó plantear una regla general, sin embargo, no formularon la expresión algebraica, pues únicamente desarrollaron las operaciones.

Estas propuestas diferentes dan cuenta de que los estudiantes emplean procedimientos formales para resolver sus problemas, que son señales claras del aprendizaje adquirido sobre el contenido hasta el momento, además, durante este periodo definí el orden de los cuatro equipos considerados para la puesta en común, siendo que los dos primeros emplearon la suma, otro la multiplicación y el último una regla general. Cada equipo pasó al frente y mostró la cartulina donde habían escrito sus procedimientos y resultados, para explicar a sus demás compañeros las estrategias de resolución, del mismo modo, mi intervención se dirigió a generar un debate matemático entre los estudiantes para que validaran o no las respuestas.

Los primeros dos equipos coincidieron en el procedimiento seguido para seleccionar los folios ganadores de la rifa fue la aplicación de la regularidad, es decir, sumar de siete en siete al número de folio anterior. La mayoría de los estudiantes manifestó estar de acuerdo con esta respuesta resaltando el valor de la constante aditiva que obtuvieron a partir de la diferencia entre el primer número de boleto con el segundo y así sucesivamente, validando de esta manera la respuesta. Esta estrategia fue la que empleó la mayoría de las binas.

Posteriormente se solicitó al equipo que realizó una multiplicación que explicara cuál fue el razonamiento que los llevó desarrollar ese procedimiento, justificaron su uso para evitar realizar la suma iterada de 7 hasta llegar al ganador número 13, y finalmente sumaron el folio inicial. Por último, el equipo que intentó plantear una regla general, explicó el razonamiento realizado tal como lo muestra el siguiente fragmento de clase:

PFI: ¿Cómo le hicieron para encontrar el folio número 13

E₁: multiplicamos 7 por 13, y luego le sumamos 97 que son lo que resta para llegar

PFI: ¿Por qué le sumaron 97?

E₁: Porque tomamos la primera cantidad y la restamos la segunda, nos dio 7, luego multiplicamos 7 por 1 y nos dio 7, y más 97 nos da 104.

En el fragmento anterior se puede identificar que la pareja ya comprendía cómo obtener la regla general, sin embargo, presentó dificultad para representarlo en una expresión algebraica, tanto como para reconocer su utilidad, pues al cuestionarlos sobre si la regla era aplicable para calcular cualquier término, respondieron que no todos dependiendo del orden.

Después de compartir los resultados, se dio paso al momento de institucionalización, donde primeramente se retomó que una sucesión con progresión aritmética tiene una constante que se suma o se resta, lo cual se determinará dependiendo si la serie de números es creciente o decreciente, además se destacó que la regularidad permite encontrar términos cercanos pero que en la próxima sesión se aprendería como obtener una regla general a partir del patrón.

Reflexión de la intervención docente.

Esta sesión permitió que los estudiantes encontraran términos cercanos en una sucesión a partir de la identificación del patrón o regularidad, específicamente para los siguientes ganadores y el número término número 13, por lo que al identificar que los estudiantes no tuvieron dificultad con ello es posible decir que la intención didáctica de la sesión fue cubierta. En el análisis del Conocimiento Matemático (MK), particularmente en el subdominio del KoT, se puede dar cuenta de la inclusión las definiciones y propiedades propias de las sucesiones con progresión aritmética, específicamente de la regularidad o patrón al momento de delimitar la utilidad de la misma para identificar términos cercanos. Por otro lado, en el KPM, la sesión resalta por el manejo adecuado de los símbolos y el lenguaje formal principalmente en el inicio e institucionalización de la clase.

En el dominio del PCK, el hecho de considerar las posibles dificultades de los estudiantes en la resolución de la consigna fue crucial, pues el contar con cuestionamientos específicos sobre elementos como la constante aditiva o cómo identificarla permitió que los estudiantes pudieran aclarar sus dudas. En cuanto al KMT, se reconoce una correcta estructuración de la tarea matemática planteada, la cual favoreció el desarrollo de los conceptos deseados.

Sesión 5

La actividad desarrollada durante la sesión es la correspondiente al quinto plan de la secuencia (*Anexo F*), misma que tiene como finalidad transitar de la regla general en lenguaje común al lenguaje algebraico. Se comenzó con la lectura de la consigna de manera individual donde los estudiantes rescatarían elementos importantes.

Al término del tiempo dado, se llevó a cabo la verbalización con cuestionamientos como ¿Qué números se ingresan?, ¿Qué términos necesitamos encontrar?, identifiqué que los estudiantes no rescataron la información relevante, por lo que se buscó retomar los elementos necesarios observando la hoja de trabajo, destacando principalmente lo que realiza la máquina al ingresar los números de posición de la sucesión.

Después de dejar en claro la actividad, se dio paso al momento de resolución del problema en donde los estudiantes no presentaron dudas más allá de confusión sobre los números que emplearían para introducir en la máquina, por lo que en estos casos particulares, se retomó la lectura del esquema que representaba el problema, con lo cual los estudiantes identificaban que los números de posición estaban representados en el recuadro izquierdo, y con estos se realizarían los cálculos planteados en la regla general.

Dado el planteamiento de esta actividad, en el monitoreo del trabajo realizado por cada bina pude identificar que los procedimientos desarrollados fueron iguales, algunos estudiantes tuvieron más dificultad que otros por lo que fue necesario retomar los números que se ingresaron y las indicaciones de la máquina. A partir del orden en que finalizaron se seleccionaron cuatro equipos, solo uno de los ellos difirió en la forma de representar sus datos, pues los organizaron por medio de una tabla, lo cual es muy útil para relacionar de manera visual el número de posición con el término de la sucesión.

Durante la puesta en común las cuatro binas explicaron que el procedimiento seguido fue el que indicaba la regla general, es decir, cada número de posición se multiplicó por dos y posteriormente se restaron dos, obteniendo así los términos 20, 24, 28, 30, 34 y 38, siendo estos resultados correctos. En este punto enfatiqué que, el número del término es diferente al número de posición, ya que los estudiantes no eran precisos al emplear este lenguaje en sus explicaciones. Otro de los equipos, explicó que usó el mismo procedimiento para calcular los términos de las posiciones 50, 100, 500 y 1000, obteniendo los términos 98, 198, 998 y 1998, correspondientemente. Los estudiantes validaron los resultados con base en la regla general proporcionada en la actividad.

Luego pasó un equipo que seleccioné de forma estratégica, dado que ellos usaron una tabla para organizar los datos proporcionados en el problema. En la parte superior ubicaron el número de posición, mientras que en la parte inferior el número del término obtenido. En este sentido, resalté esta situación a partir de la interacción siguiente:

PFI: ¿Qué observan en los resultados de sus compañeros?, ¿Qué utilizaron para representar los datos?

Es: Una tabla

PFI: Para las sucesiones también nos sirve mucho hacer las tablas para tener un orden y no nos confundamos.

Fue importante que los estudiantes consideraran esta forma de representación, dado que sirve como base para que puedan identificar de mejor manera la relación entre el número de posición y el término correspondiente. Después de que todas las parejas seleccionadas compartieran sus resultados, se pasó al momento de institucionalización. Primeramente, se destacó que la regla general a comparación de la regularidad o patrón permite encontrar cualquier término de una sucesión sin importar lo alejado que esté de los términos que se muestren.

Se destacó que este tipo de reglas corresponden al tipo de representaciones que realizó uno de los estudiantes durante sesiones anteriores la cual está conformada por números y

letras, por lo que especificó que los números representan las cantidades conocidas, mientras que las letras las cantidades desconocidas o que varían.

Una vez delimitadas las ideas matemáticas anteriores, se desarrolló la expresión algebraica correspondiente a la regla general empleada en la actividad, para este fin, primeramente, se retomaron las distintas formas de representar una multiplicación, con el fin de identificar que cuando se tiene un número y una literal sin ningún signo entre ellos se refiere a una multiplicación, posteriormente, se estructuró la expresión, donde n representa el n ésimo término:

$$2n - 2$$

Al contar con la regla general representada en lenguaje algebraico, se analizó la procedencia de cada elemento, para lo cual primeramente se identificó la diferencia entre cada término, misma que se consideró como una suma iterada, por lo que se realizó la pregunta ¿Cómo representamos una suma de un mismo número varias veces?, al recuperar la participación de los estudiantes, se relacionó la diferencia entre cada término con el número que multiplica a la n , es decir el número de posición y al resultado obtenido se le agrega o quita cierta cantidad (en este caso se le suma 2), a fin de obtener el término que corresponde en cada número de posición.

Para fortalecer la comprensión se aplicó y comprobó el procedimiento en uno de los ejercicios planteados en sesiones previas por medio de la participación de los estudiantes, analizando primeramente la diferencia constante 7, misma se suma al término anterior, por lo cual esta constante sería la que se multiplica por el número de posición, sin embargo, al desarrollar esta expresión con la primera posición aun no correspondía con 4 (primer término de la sucesión), por lo que se preguntó a los estudiantes, ¿Qué tengo que hacer con el siete para llegar al cuatro?, con lo cual los estudiantes reconocieron que era necesario restar tres, participación con la cual se completó la expresión algebraica:

$$7n - 3$$

Reflexión de la intervención docente.

En esta sesión se logró el tránsito de la regla general desde el lenguaje común al lenguaje algebraico, además de emplearla para calcular términos solicitados, por lo tanto, se cumplió con la intención didáctica. En el análisis de esta sesión, se puede identificar desde el dominio del Conocimiento Matemático (MK), el reconocimiento de las *definiciones, propiedades y fundamentos* de la regla general de una progresión aritmética, lo cual da cuenta de la presencia del Conocimiento de los Temas (KoT) junto con los correctos *registros de representación* para este contenido en particular. El conocimiento sobre procedimientos se desplegó al institucionalizar la regla general como una estrategia para resolver problemas de sucesiones con progresión aritmética, donde se puede calcular el término que corresponde en cualquier número de posición, avanzando así en la complejidad del PDA.

Se destaca el Conocimiento de la Práctica Matemática (KPM) desde la consideración de adecuadas formas de validación y demostración en momentos como la puesta en común o institucionalización, además de que la intervención propició redirigir el uso adecuado del *lenguaje matemático* para que los estudiantes comprendieran los simbolismos de la expresión algebraica, términos y expresiones propias que tienen un significado preciso y particular.

En el subdominio del Conocimiento Didáctico del Contenido (PCK), se hace presente el Conocimiento de las Características de Aprendizaje de las Matemáticas (KFLM), al reconocer las posibles dificultades y fortalezas de los estudiantes en el desarrollo del plan de clase, ya que, al contar con instrucciones muy precisas fue posible anticipar que las dificultades no serían procedimentales, sino más bien sobre la comprensión de representaciones o enunciados.

La tarea matemática propuesta para esta sesión resultó idónea para transitar desde la regularidad o patrón hacia la regla general, así como del lenguaje cotidiano al lenguaje algebraico, lo anterior deja en claro la existencia de los conocimientos asociados a la Enseñanza de las Matemáticas (KMT).

Sesión 6

La sesión comenzó directamente con el reparto de consignas a los estudiantes, en esta ocasión la actividad considerada es la correspondiente al sexto plan de la secuencia didáctica (*Anexo F*), la intención didáctica marcaba que los estudiantes formularan en lenguaje común y algebraico la regla general que les permitiera encontrar cualquier término de una progresión aritmética representada con figuras.

Primeramente, los estudiantes tuvieron un lapso de dos minutos para dar lectura a su actividad, después de este tiempo, se realizaron algunos cuestionamientos con el fin de verificar su comprensión, por ejemplo, ¿qué tenemos que identificar en las figuras?, ¿Qué tenemos que completar en la tabla?, además de completar el número de cuadros de cada figura ¿Qué otra cosa necesitamos contestar en la tabla?, ¿Qué tenemos que formular?, ¿Cómo vamos a escribir la regla matemática?, ¿Qué representa n ?, dado que se tuvo dificultad al retomar algunas de las interrogantes, fue necesario ejemplificar con el desarrollo realizado en el cierre de la sesión anterior.

Durante el momento de resolución, el monitoreo del trabajo de cada bina, me permitió identificar que la mayoría de los estudiantes se adentraron en su actividad y lograron completar los datos faltantes de la tabla, para lo cual no requirieron más que la observación y cálculo mental, así mismo, reconocieron fácilmente la regularidad o patrón que sigue la sucesión, sin embargo, la regla general fue un aspecto difícil de formular por al menos tres binas.

Dado lo anterior, fue necesario recapitular sobre conceptos desarrollados en las sesiones anteriores, tal como se muestra en el siguiente fragmento de clase:

E₁: ¿Qué es una regla general?

PFI: Es como la que hicimos ayer aquí, van a sacar una regla para calcular cuál es el término en cualquier posición, a partir del número de posición que representábamos con la letra n .

E₂: Es como cuando multiplicábamos por 4 y le quitábamos 2.

Así mismo, fue necesario retomar de manera general el razonamiento que permite deducir la regla general, para esto se realizaron algunos cuestionamientos como, ¿Qué características tiene una sucesión con progresión aritmética?, ¿Cómo representamos que vamos a estar sumando este número fijo muchas veces?, ¿Por qué elemento vamos a multiplicar la constante?, una vez que los estudiantes realizaban la relación entre la constante aditiva y el número de posición, se les solicitó que comprobaran si $4n$, correspondía a la sucesión, lo cual se describe en el siguiente fragmento de clase:

PFI: Para comprobar con la primera posición, ahora ya no multiplicaríamos 4 por n , tendría que ser 4 por ¿qué?

E₁: Por 1

PFI: 4 por 1 ¿Cuánto es?

E₁: 4

PFI: ¿Si nos da el número de cuadrados de la primera figura?

E₂: No

PFI: ¿Qué nos falta hacer?

E₂: Sumar 1

Después de llegar a este razonamiento, los estudiantes buscaron comprobar su regla general con las demás figuras, este proceso fue iterativo en algunos equipos, mientras que, en algunos casos, los estudiantes únicamente buscaban reafirmar su respuesta. Posteriormente, se dio paso a la puesta en común donde cuatro equipos compartieron sus resultados, las parejas coincidieron en que primeramente se dedicaron a completar la tabla con los datos correspondientes al número de cuadros y la diferencia entre cada figura. Posteriormente el escrito acerca de la regularidad o patrón de la sucesión fue descrito con distintas palabras, pero siempre sobre la idea de que “por cada figura se va aumentando 4 cuadros”, mientras que la participación correspondiente a la regla general se describe en el siguiente fragmento de clase:

E₁: La primera regla es $4n+1$, es 5

PFI: Acuérdense que la regla es una nada más, la regla no cambia, lo que cambia es cuando nosotros comprobamos con base en el número de posición.

E₂: Solo cambia el resultado que represente dependiendo de la n .

PFI: Para la segunda figura ¿Qué operaciones hicieron?

E₁: Multiplicar 4 por 2, para que nos diera 8, y le sumamos 1 para que nos diera 9

Así mismo, se cuestionó a cada pareja si la regla formulada les permitió encontrar el número de cuadros de cada posición de la figura, para validar así la regla general tanto por los propios estudiantes al frente, como por el resto del grupo. Es importante destacar que una de las binas escribió la regla general como $n4+1$, el grupo rechazó esta representación, pues todos los equipos anteriores habían escrito la regla como $4n+1$, sin embargo, se buscó apoyar al equipo para validar su trabajo mediante la pregunta ¿Se acuerdan de la propiedad conmutativa?, ¿Importa el orden en que se encuentren los números que multiplicamos?

Finalmente, se institucionalizó mediante la participación de los estudiantes que una forma de encontrar la regla general de una sucesión con progresión aritmética es multiplicar el número de posición del término por la constante aditiva y a partir de esto, analizar que se tiene que sumar o restar para que se corresponda a los términos de la sucesión que se observen.

Reflexión de la intervención docente.

En el análisis de la sesión, se identifica que los estudiantes lograron retomaron los datos relevantes de la sucesión presentada para construir una regla general que les permitiera encontrar cualquier término, lo cual permite dejar en claro que se cumplió con la intención didáctica planteada.

En el análisis desde la perspectiva del modelo MTSK, es importante mencionar que el Conocimiento Matemático (MK), se hace presente desde el subdominio del Conocimiento de los Temas (KoT), al implicarse definiciones y propiedades asociadas a la regla general de una progresión aritmética, pues el desarrollo de estas permitió estructurar un plan de clase que condujera a los estudiantes a construir la regla, también relacionado con el conocimiento

de los registros de representación y las aplicaciones del contenido visibles en la secuencia de figuras, y tabla considerada, además de involucrarse al formalizar estos saberes en el momento de institucionalización.

Desde el Conocimiento Didáctico del Contenido (PCK), fue relevante considerar las fortalezas y dificultades de los estudiantes desde la planeación ya que, al reconocer aspectos como confusión sobre el significado de n , el porqué de multiplicar la constante o el análisis necesario después de multiplicar la constante por el número de posición, permitió contar con las herramientas necesarias para guiar el trabajo de los estudiantes.

Sobre el Conocimiento de la Enseñanza de las Matemáticas (KMT), resalta la inclusión de las teorías de la enseñanza al desarrollar momentos de la clase de acuerdo a una intención específica, además, este subdominio también se ve relacionado con la intervención al reconocer un desafío matemático adecuado para el desarrollo del contenido, específicamente para que el alumno lograra vincular los saberes desarrollados a lo largo de la secuencia en el planteamiento de una regla general de una progresión aritmética.

Análisis retrospectivo del primer plan de acción

El monitoreo respecto al avance en la mejora de la propia intervención docente realizada a partir de la implementación del primer plan de acción se valoró en cada una de las reflexiones realizadas a lo largo de las descripciones de las sesiones de clase, donde se reconocen los conocimientos derivados del MTSK puestos en escena por el profesor en formación inicial y cómo estos favorecieron el logro de las intenciones didácticas relacionadas con el aprendizaje de los estudiantes en torno a las sucesiones con progresión aritmética.

Las descripciones de clase y reflexiones son producto de la técnica de observación, donde cada registro permite reconocer cambios planificados que dan cuenta paulatinamente de un perfil, en este caso, de la mejora en la intervención docente del profesor en formación inicial. Al respecto Latorre (2005) señala que, “los perfiles “son registros de una situación o persona que proporcionan una visión de los mismos... son de mucha utilidad para constatar la presencia de cambios planificados” (p.64).

Bajo este escenario, se realiza un balance general de la intervención realizada en el primer plan de acción, a fin de dar cuenta de los avances alcanzados, pero también de las limitaciones en la propia intervención docente que requieren seguir fortaleciéndose para considerarlas en el diseño de un segundo plan de acción. Para esto, se construyó la tabla correspondiente al *Anexo G*, la cual permitió realizar un registro de los conocimientos puestos en juego durante cada una de las sesiones analizadas, por medio del reconocimiento de las categorías que contempla el modelo MTSK en sus respectivos subdominios, además señalando mediante un colorigrama los avances respecto a cada conocimiento implícito. Cabe destacar que, no todos los conocimientos se pueden identificar en cada sesión de clase o a lo largo de una secuencia, ya que su presencia depende de la naturaleza del contenido matemático que se aborde.

Es importante señalar que, existieron conocimientos que se pusieron en juego desde el diseño de la secuencia didáctica con el objetivo de generar cambios significativos en la intervención docente al implementar el primer plan de acción en comparación a la intervención realizada en la fase diagnóstica.

El KoT se fortaleció desde la elaboración de la libreta de resolución de problemas que permitió tener una comprensión profunda del contenido matemático abordado (sucesiones con progresión aritmética), lo cual se evidenció en las institucionalizaciones realizadas en cada sesión de clase de conceptos como diferencia, patrón, regularidad, regla general, entre otros, que fueron fundamentales para la construcción del aprendizaje en los estudiantes.

Del mismo modo, hubo avance al considerar diferentes registros de representación como lo fue la icónica (uso de imágenes y tablas) y simbólica (expresiones algebraicas) para que los estudiantes reconocieran una sucesión con progresión aritmética en sucesiones figurativas y numéricas, atendiendo así al PDA, sin embargo, se reconoce que debe seguirse trabajando en este conocimiento. Otra categoría del KoT que se favoreció fue la de procedimientos, donde fue indispensable resolver cada actividad propuesta de forma anticipada para dominar los procedimientos informales y expertos para reconocer sucesiones con progresión aritmética, calcular la constante aditiva, determinar una regla general y formular una expresión algebraica para calcular el n -ésimo término.

Respecto al KSM se evidenció cierta limitación en la intervención docente, pues las únicas conexiones temáticas empleadas fueron transversales al involucrar conceptos como regularidad o patrón y lenguaje algebraico en distintas sesiones dependiendo del contexto en el que sería útil, es decir, desde el inicio de la secuencia, se realizó una conexión sobre el patrón identificado en una secuencia de figuras, pues, en el contexto del primer plan de clase, fue relevante familiarizar al estudiante con el patrón, sin embargo, fue hasta sesiones posteriores, donde se reconoció su limitación al permitir calcular solo términos cercanos de la sucesión, así como también es hasta los últimos planes cuando la regularidad se toma como base para conformar una regla general.

El KPM, se reflejó mediante el establecimiento de las condiciones necesarias y suficientes para generar definiciones, lo cual se propició desde la construcción de la planificación con el establecimiento de planes de clase y el actuar docente durante la intervención acorde a lo establecido para guiar cada momento en la sesión con el fin de culminar formalizando el conocimiento. Existió cierta presencia de la práctica de demostrar cuando se solicitaba a los estudiantes justificar o validar sus respuestas en las puestas en común.

El uso de símbolos y lenguaje formal en la intervención fue adecuado ya que en la intervención docente era importante usar el lenguaje matemático pertinente, por ejemplo, para referirse a regla general, término, número de posición. Aunque hubo avance en su uso a comparación de la intervención en la fase diagnóstica aún representa un área de oportunidad a considerar, ya que en ocasiones se hacía referencia a número fijo en lugar de constante o patrón.

El KFLM se favoreció en la intervención docente en el plan de acción, pues la secuencia didáctica se sustentó en una *teoría del aprendizaje del álgebra*, lo cual no ocurrió en la fase diagnóstica. Se recurrió a los planteamientos teóricos de Mason, Graham, Pimm y Gowar (1985), quienes establecen la generalización como una ruta para dar comienzo al trabajo algebraico a partir de favorecer los procesos de ver, decir y registrar, evitando así el caer en la trampa de correr en la introducción inmediata de la x . Ante esto, la secuencia

contempló actividades donde los estudiantes transitaran por dichos procesos y se promovieron en cada sesión desde la intervención docente.

La consideración de *fortalezas y dificultades* de los estudiantes se presentó en todas las sesiones, pues la selección de actividades, así como la elaboración de la libreta de resolución de problemas, permitieron reconocer estas dificultades y anticiparlas mediante cuestionamientos incluidos contemplados en la planeación. Esta categoría evidenció avances en la intervención docente, pero también limitaciones identificadas en las descripciones de clases.

En el KMT, los recursos materiales considerados fueron adecuados y suficientes, sin embargo, estos no destacaron por su presencia en la mayoría de las sesiones, es importante resaltar que no se hace alusión a que no existan recursos para el contenido, sino que cada temática es más o menos susceptible al empleo de recursos didácticos específicos.

La Teoría de las Situaciones Didácticas (TSD) se empleó como *teoría de la enseñanza de las matemáticas*, lo cual permitió desarrollar desde la intervención docente en lo que concierne a cada uno de los momentos de la clase: verbalización, resolución del problema, puesta en común e institucionalización, no obstante, requiere de mejoría. Las tareas matemáticas propuestas en la secuencia didáctica fueron adecuadas para que los estudiantes consolidaran progresivamente el Proceso de Desarrollo de Aprendizaje, esto se relaciona a su vez con el conocimiento de formas de ejemplificar el saber matemático.

Desde el subdominio del KMLS, materiales como la libreta de resolución de problemas, tanto como el proceso de planificación desde la revisión del currículo en grados antecesores, permitió reconocer a lo largo de la intervención docente cual es el nivel de desarrollo conceptual y procedimental de los estudiantes, lo cual dio paso a la estructuración de intenciones didácticas y una evaluación que correspondiera a estos parámetros. La secuenciación con temas anteriores y posteriores fue de mucha relevancia en esta intervención docente, ya que cada sesión generó definiciones que se emplearían en planes de clase posteriores, así como en cada uno de ellos se echó mano de las concepciones delimitadas sesiones anteriores para la resolución de las actividades y la construcción de nuevos conceptos.

A partir de este primer ejercicio de análisis se reconoce una ligera mejora en la intervención docente en comparación a la que se realizó en la fase diagnóstica, la cual se propició al desplegar y dar indicios de aquellos conocimientos que contempla el MSTK. En este primer plan de acción se distingue que el desempeño docente presentó un nivel medio al emprender acciones que encausaron la presencia de más conocimientos del modelo antes y durante la intervención docente dado que fue un proceso más consciente respecto a los conocimientos especializados, lo que permitió que la intervención docente fuera más pertinente para el PDA y por lo tanto para un mayor logro del aprendizaje de los estudiantes.

Esto se refleja desde algunos subdominios destacados como el KoT respecto a las representaciones del contenido, ya que se desarrolla numérica, geométrica y algebraicamente. También se reconoce un avance significativo respecto al KFLM al considerar en cada sesión las fortalezas y dificultades de los estudiantes para cada plan de clase.

Sin embargo, aún se requiere dar continuidad y fortalecer aquellos conocimientos que presentan limitaciones y aquellos que aún no han sido manifestados por el profesor en formación inicial, lo cual se verá favorecido con el uso del modelo en el diseño de una propuesta didáctica sobre un contenido distinto que permita analizar categorías diferentes y comprobar el nivel de desempeño a partir de la apropiación de estos conocimientos. Entre los subdominios del MTSK que reflejaron limitaciones se encuentran:

El KSM, las conexiones entre el contenido no estuvieron implícitas en la intervención docente de manera clara, pues a pesar de involucrar conceptos y definiciones entre clases, lo que puede relacionarse en cierta medida con las conexiones transversales, se dejan de lado las conexiones de complejización, auxiliares y de simplificación, por lo cual este subdominio aun representa un área de oportunidad en la intervención docente.

Respecto al KPM, dentro de la implementación del primer plan de acción se logró identificar más claramente la presencia en la intervención docente de los elementos que integran al subdominio, sin embargo, las formas de validación del contenido matemático aún fueron intermitentes, lo cual comprometió la efectividad de momentos como la puesta en común al no tomar en consideración cuestionamientos o ideas matemáticas específicas.

El uso adecuado de símbolos y lenguaje formal estuvo presente solo en algunas sesiones, ya que fue recurrente emplear expresiones como “número fijo”, “regla matemática” o “lenguaje matemático”, siendo estos los conceptos centrales del PDA, es por tanto que se debe considerar aún como aspecto a mejorar, como también se deberá buscar reflejar los procesos asociados a la resolución de problemas y prácticas particulares del quehacer matemático.

En el KFLM, fue un acierto la revisión de las teorías del aprendizaje, pero no fue posible identificar fácilmente el reconocimiento de las formas de interacción con el conocimiento matemático, así como fue escasa la consideración de los intereses y expectativas de los estudiantes.

Respecto al KMT se manifestó poca presencia de recursos materiales y virtuales, sin embargo, hay que reconocer que el contenido más allá de los recursos empleados tiene poco margen para la elaboración de algunos otros materiales, mientras que en el caso del KMLS, no se establecieron o tomaron en cuenta las expectativas del aprendizaje de los estudiantes para la intervención docente.

Producto de la reflexión colaborativa se destaca la importancia de ser consciente de los conocimientos que como profesor profesional de matemáticas deben cristalizarse, dado que si no se toman en cuenta será complejo lograr una intervención eficaz. Lo anterior tiene sustento considerando el antecedente del diagnóstico de la situación educativa, donde al pasar por alto estos conocimientos la intervención presentó áreas de mejora desde distintas dimensiones. Es importante mencionar que a pesar de que aún existe un margen de mejora, la implementación del plan de acción generó una satisfacción personal a partir de la mejora tanto en la enseñanza y el aprendizaje visibilizados a lo largo de las sesiones de clase descritas.

Propósitos del segundo plan de acción

A partir de las limitaciones identificadas en el análisis de la intervención docente realizada en el primer plan de acción, se establecen los siguientes propósitos para el segundo plan de acción:

- Diseñar un proceso de intervención docente basado en el MTSK para enseñar las formas geométricas básicas.
- Implementar un proceso de intervención docente basado en el MTSK para enseñar las formas geométricas básicas.
- Valorar los resultados de la implementación de un proceso de intervención docente basado en el MTSK al enseñar las formas geométricas básicas.

Competencias desplegadas en el segundo plan de acción

Respecto a las competencias que se desarrollaron durante el segundo plan de acción están:

- Soluciona problemas y toma decisiones utilizando su pensamiento crítico y creativo.

En el diseño de la secuencia didáctica correspondiente fue importante poner en práctica el pensamiento crítico y creativo, tanto para identificar los conocimientos del MTSK que representaron limitaciones a considerar en las intervenciones previas, como para el diseño de los planes de clase de acuerdo a lo anterior y para responder a las necesidades de los estudiantes respecto al PDA.

- Articula el conocimiento de las Matemáticas y su didáctica para conformar marcos explicativos y de intervención eficaces.

Dentro de este segundo plan de acción se involucraron los dominios del Conocimiento Matemático y el del Conocimiento Didáctico del Contenido, ya que en el diseño de los planes de clase se recurrió primeramente a una revisión teórica que permeó toda la intervención docente, así mismo, las sesiones permitieron establecer un puente entre ambos dominios al pasar del plano didáctico al disciplinar al formalizar cada idea geométrica desde las definiciones, fundamentos y propiedades (KoT) de las formas geométricas abordadas.

- Demuestra con argumentos coherentes las propiedades geométricas de figuras planas y sólidos en la construcción del pensamiento geométrico.

La secuencia didáctica construida requirió de desarrollar la capacidad de poner en práctica las propiedades geométricas de rectas y ángulos en el diseño de cada plan de clase con una finalidad específica respecto al aprendizaje del PDA.

Planteamiento del segundo plan de acción

En la construcción de este segundo plan de acción se elaboró una secuencia didáctica que contempla siete planes de clase correspondientes al contenido de “Rectas y ángulos”, particularmente con el PDA de exploración de las formas geométricas básicas como rectas, ángulos y su notación. Para describir y organizar cada una de las intenciones didácticas de las sesiones, se incluye la *Tabla 10*, la cual también muestra los conocimientos que se manifiestan en las sesiones correspondientes.

Tabla 10

Intenciones-Conocimientos MTSK (Plan de acción 2)

Sesión/fecha	Intención didáctica Que los estudiantes:	Conocimientos del MTSK implicados
1 de 7 08/03/24	Construyan los conceptos de segmento de recta, semirrecta y recta a partir de sus representaciones con trazos	<ul style="list-style-type: none"> • KoT • KPM • KFLM • KMT • KMLS
2 de 7 11/03/24	Identifiquen y clasifiquen ángulos rectos, agudos y obtusos según sus características	<ul style="list-style-type: none"> • KoT • KPM • KFLM • KMT • KMLS
3 de 7 12/03/24	Identifiquen y clasifiquen ángulos llanos, entrantes y perigonales según sus características	<ul style="list-style-type: none"> • KoT • KSM • KPM • KFLM

		<ul style="list-style-type: none"> • KMT • KMLS
4 de 7 13/03/24	Estimen mediante deducciones simples las medidas de ángulos en situaciones concretas	<ul style="list-style-type: none"> • KoT • KSM • KPM • KFLM • KMT • KMLS
5 de 7 19/03/24	Calculen, tracen y midan ángulos empleando el transportador como instrumento de medida	<ul style="list-style-type: none"> • KSM • KPM • KFLM • KMT • KMLS
6 de 7 20/03/24	Conceptualicen lo que son las rectas paralelas, secantes y perpendiculares a partir de sus representaciones en el geoplano	<ul style="list-style-type: none"> • KoT • KSM • KPM • KFLM • KMT • KMLS
7 de 7 21/03/24	Identifiquen rectas paralelas, secantes y perpendiculares en un mapa local	<ul style="list-style-type: none"> • KoT • KSM • KPM • KFLM • KMT • KMLS

Nota: La tabla muestra los Conocimientos del modelo MTSK considerados para el diseño del segundo plan de acción.

El proceso de construcción de la secuencia didáctica (*Anexo H*) parte de la dinámica seguida en el primer plan de acción, determinando los conocimientos del MTSK que darían sustento a la planificación para el logro de la mejora en la intervención docente a partir del contenido

asignado y dando seguimiento a los subdominios que no fueron fáciles de identificar en la primera intervención.

Para el subdominio del KoT, se consideró la *fenomenología y de aplicación* del contenido, categoría que fue difícil de reconocer en las intervenciones anteriores, por lo que se atiende a esta situación, involucrando problemas que se relacionan con el contexto de la institución y aplicaciones de este contenido en ámbitos específicos que permitieran brindar una perspectiva diferente al contenido, dando pie además a la concientización de los *procedimientos* correspondientes ya que al desarrollar la libreta de resolución de problemas se exploraron las diferentes formas de resolver los desafíos planteados.

Además, se desarrolló una revisión teórica, para reconocer las *definiciones, propiedades y fundamentos* correspondientes a las formas geométricas básicas, ángulos, notaciones y simbología, que representan herramientas para formalizar las ideas geométricas en los estudiantes a partir de las actividades propuestas. Están implícitos también los *registros de representación* del contenido, pues en los planes de clase se diversificó en cuanto a materiales y representaciones (enactiva, icónica y simbólica) con el fin de aportar a la conceptualización de los objetos geométricos involucrados.

Sobre el KSM, dominio que no fue manifestado claramente en las intervenciones anteriores, en esta secuencia intervienen conexiones transversales y de complejización. Respecto a las *conexiones transversales*, los conocimientos desarrollados en cada sesión son empleados en la resolución de otras actividades posteriores, como también en la construcción de otros conceptos geométricos, por ejemplo, el concepto de segmento de recta formalizado en la sesión uno, es retomado para conceptualizar el ángulo en la sesión dos, y en el caso contrario, se puede retomar el concepto de ángulo para formalizar las relaciones que existen entre dos rectas al intersectarse. En la línea de las *conexiones de complejización*, se realiza una relación entre el contenido desarrollado y su aplicación en momentos posteriores dentro de la construcción de gráficas y figuras circulares. Así mismo, se realiza una *conexión auxiliar* al involucrar procedimientos de resolución para problemas de relaciones proporcionales en el cálculo, medida y trazo de ángulos, siendo que a pesar que no forman parte de un mismo objeto, si tienen una conexión de utilidad (Flores, 2022).

Todas las sesiones de la planificación responden al KPM en cuanto a la *práctica de demostrar* al designar espacios durante la puesta en común para que los estudiantes validen o no las participaciones de sus compañeros, para lo cual se establecieron algunos cuestionamientos o planteamientos para orientar las intervenciones de los estudiantes. El momento de institucionalización además de ser un espacio donde se desarrolla la *práctica de definir*, también se promueve la demostración de las ideas geométricas que los estudiantes expresen en sus participaciones. Así mismo se tomó en cuenta el *papel que tiene el lenguaje matemático*, ya que al formalizar los conceptos y simbología correspondientes a las formas geométricas que se abordan a lo largo de la secuencia, se verá implícito el manejo correcto de los símbolos y el lenguaje formal.

En cuanto al KFLM, se retomaron los planteamientos teóricos sobre el aprendizaje de la geometría que establecen López y García (2008) respecto a las habilidades que deben favorecerse para el abordaje de contenidos geométricos, entre las que se encuentran: la visualización, la construcción y la comunicación. Dentro de la planificación (*Anexo H*), se retoman las *fortalezas y debilidades* de los estudiantes en el aprendizaje, mismas que fueron anticipadas para cada uno de los desafíos matemáticos propuestos y a partir de estas se determinaron algunas acciones pertinentes.

Al ser un contenido geométrico sobre el cual gira el plan de acción, el KMT se contempló con la consideración de diversos *recursos didácticos*, además dando cuenta de la conciencia acerca de los *aspectos emocionales del aprendizaje de las matemáticas*, mediante el reconocimiento de los intereses y expectativas de los estudiantes al considerar estrategias como el doblado de papel, uso del geoplano y análisis de mapas locales para diversificar y favorecer el aprendizaje. Dentro del KMT, respecto a las *teorías de la enseñanza de las matemáticas* se debe mencionar que solo en algunas sesiones se siguen los momentos de la clase derivados de la TSD, ya que, como parte de la indagación teórica llevada a cabo, se identificó que existen diferentes tipos de *tareas* geométricas requieren estructurar la sesión de diferente manera para su finalidad.

Dentro de este plan de acción, se contemplan tareas de *conceptualización*, en las cuales se construyen conceptos y relaciones geométricas más allá de definiciones, de

investigación donde el alumno indaga sobre características, propiedades y relaciones entre objetos para generar significados, y de *demostración* con el fin de desarrollar en los alumnos la capacidad de elaborar conjeturas y explicarlas para argumentar su veracidad (López y García, 2008). El KMLS es retomado desde la concientización sobre los *niveles de desarrollo conceptual y procedimental* de los estudiantes en cada sesión, lo cual se considera para la construcción de los planes de clase y establecer la *secuenciación* de las actividades.

Valoración del segundo plan de acción y propuesta de mejora

En el análisis del segundo plan de acción se mantuvo la dinámica seguida durante las dos intervenciones previas, es decir, cada una de las sesiones de clase fueron videograbadas con el fin de contar con los insumos necesarios para desarrollar el análisis colaborativo de la intervención docente, mismo que se llevó a cabo con el asesor para determinar los conocimientos manifestados que permitieron la mejora de la intervención docente y los que es necesario seguir consolidando.

La secuencia didáctica (*Anexo H*) se conformó por siete planes de clase correspondientes al contenido de rectas y ángulos, y el PDA de “Figuras básicas como rectas, ángulos y su notación”, para cada una de las sesiones se redactó una narrativa con los acontecimientos importantes y la reflexión pertinente. De igual manera, mientras se avanza en la descripción de las sesiones, se van representando destellos del perfil (Latorre, 2005) que permiten reconocer la mejora de la intervención docente a la luz de los conocimientos del MTSK manifestados por el profesor en formación inicial en comparación con la intervención realizada en los momentos de diagnóstico e implementación del primer plan de acción.

Sesión 1

Para dar comienzo con la sesión se mencionó a los estudiantes que revisaríamos un nuevo tema relacionado con la geometría en el cual explorarían las formas geométricas básicas, posteriormente se procedió con el reparto del plan uno (*Anexo H*), el cual tenía como finalidad que los estudiantes conceptualizaran lo que es una recta, un segmento de recta y una semirrecta mediante el doblado de papel.

Como primera actividad, se les proporcionó la hoja de trabajo y les solicité representar el trazo de una recta, un segmento de recta y una semirrecta según sus conocimientos previos. Algunos estudiantes expresaron no saber a qué se referían estas formas geométricas, por tanto, se les indicó que, en caso de no recordar la representación de estas podrían dejar el espacio en blanco. Los trazos de los estudiantes no fueron correspondientes a los conceptos solicitados, pues para los tres casos la mayoría trazó una línea en diferentes posiciones. Un caso particular en el trazo de la recta fue que los estudiantes buscaron representar una recta numérica.

Después de un lapso de dos minutos, se les solicitó a los estudiantes compartir con su compañero de mesa sus trazos y compararlos para identificar semejanzas o diferencias entre ellos. Dado que algunos no realizaron los trazos, el proceso de comparación fue complicado y solo en casos particulares manifestaron “coincidir”. Al término de este ejercicio, se les cuestionó si recordaban estos conceptos, la respuesta fue negativa por parte del estudiantado, posteriormente se les hizo saber que con la actividad siguiente se podría dar claridad al significado de cada una de estas formas geométricas.

Se dio continuidad con el reparto de seis recuadros de hojas de colores diferentes a cada uno de los estudiantes, haciendo saber que estas serían empleadas para realizar los trazos mediante dobleces. Es importante mencionar que, aunque los estudiantes se encontraban inmersos en el desarrollo de la actividad se les solicitó prestar especial atención a cada una de las indicaciones de los dobleces con el fin de que las representaciones coincidieran con las formas deseadas.

Como primera indicación, se les solicitó tomar una de las hojas de color, se les señaló que la hoja representaba un plano. Luego les indiqué marcar con su lápiz dos puntos cuales quiera y nombrarlos A y B. Posteriormente, se les pidió realizar un doblez que representara el trazo de una línea recta que pasara por los puntos que marcaron previamente, en este momento los estudiantes comenzaron a tener confusión acerca de cómo realizarlo, algunos buscaron que uno de los lados de la hoja sirviera como esa línea que pasara por los dos puntos, sin embargo, se les indicó que la línea a trazar tendría que ser la que se marcaba a partir del doblez de la hoja.

Al identificar que algunos estudiantes no comprendieron la indicación, fue necesario que una de las estudiantes compartiera con el resto del grupo su forma de realizar el trazo, donde apoyándose con una regla alineo los dos puntos y posteriormente el doblado de la hoja. Cabe destacar que esta dinámica se siguió con los tres trazos para dar más claridad a aquellos que tuvieron dificultades.

Para el segundo trazo, los estudiantes tomaron otro trozo de papel y de nueva cuenta se les solicitó marcar dos puntos y nombrarlos A y B, enseguida, se indicó que, en este caso a comparación del trazo anterior, únicamente se tendrían que unir los dos puntos mediante un doblado. Los estudiantes no tuvieron claridad sobre esto en un inicio, pues únicamente reproducían lo que se les solicitó anteriormente marcando una línea que pasara por ambos puntos. En un caso en específico, uno de los estudiantes remarcó con su lápiz el segmento de recta, sin embargo, se le indicó que, aunque esa es la forma que se buscaba con este doblado, no se debía marcar más allá del doblado de la hoja. Otra dificultad presentada se dio cuando uno de los estudiantes buscó unir los puntos de tal manera que se tocara uno con el otro, marcando entonces la mediatriz de la recta, para que el estudiante reflexionara y redireccionara su trazo, se le cuestionó si ambos puntos estaban unidos por la línea que se generaba al hacer el doblado.

Respecto al tercer trazo, se indicó marcar solo un punto sobre la hoja (plano) y nombrarlo A, y a partir de este realizar un doblado para representar una línea que se prolongara hacia cualquier lado de la hoja. Uno de los estudiantes realizó un doblado que atravesaba el punto, pero se extendía a lo largo de toda la hoja, lo cual dio pie a la interacción que se describe a continuación:

PFI: ¿En dónde empieza?

E₁: En el punto A

PFI: ¿Seguro?, porque aquí yo veo que la línea continúa para los dos lados, tiene que empezar en el punto A, y continuar hacia cualquier lado, pero solo hacia un lado.

Al concluir con esta primera parte, se les solicitó a los estudiantes usar las tres hojas restantes para reproducir nuevamente la trina de dobleces, pero en alguna posición diferente. Una de

las dificultades que se anticiparon desde la planificación se hizo presente dado que en algunos casos los estudiantes cuestionaban si tendrían que volver a ubicar los puntos en el mismo lugar, a lo cual se les recordó la indicación de tener diferente posición.

Una vez realizadas las representaciones necesarias, los alumnos reunieron cada par de trazos correspondientes a las formas geométricas abordadas, en este momento formalicé que, el primer par de trazos representaba una recta, el segundo par un segmento de recta y el tercer par una semirrecta. Enseguida indiqué a los estudiantes que construyeran y escribieran un concepto para cada una de las formas representadas. Las producciones escritas no fueron del todo favorables al mostrarse muy generales o sin sentido hacia la forma, por ejemplo, tomando en consideración el color de las hojas o que tan separados estaban los puntos, dado que el tiempo de la sesión se recorrió a partir de la dificultad para el trazo, únicamente se orientó de manera general cuestionando a los estudiantes sobre si estos aspectos eran importantes para conformar la forma en particular.

Para la puesta en común, se les solicitó a cuatro binas compartir con el resto del grupo los conceptos construidos, encontrando que la recta fue considerada como “algo que une”, o que “se ponen dos puntos y se unen sin importar que el doblez los pase”, el segmento de recta como “una línea que une el punto A con el punto B”, o descrito como que “se ponen dos puntos y se unen, pero no se tienen que pasar”, y la semirrecta como “un punto A que une con un lado de una hoja”, “línea que empieza en un punto y se extiende a cualquier lado”.

Después de que los estudiantes compartieron las definiciones construidas con base en la actividad de doblado de papel, procedí a retomar algunas de ellas para complementarlas mostrándoles otra representación a partir del uso del software de GeoGebra. En este caso, les proyecté la representación de una recta y aproveché el recurso digital para acercar o alejar el objeto geométrico con la intención de que el estudiantado identificara que, una recta no tiene un punto de inicio o fin, que una semirrecta tiene un punto de origen, pero no tiene un final, no obstante la respuesta de los estudiantes no fue la esperada, por lo que decidí plantear interrogantes que llevaran al análisis, como ¿qué es lo que pasa con la recta al alejarnos?, ¿tiene principio?, ¿tiene fin?

A partir de las principales características de cada una de las formas pude institucionalizar, solicitando a los estudiantes tomar su libreta para apuntar el concepto de punto como la forma más simple que no tiene medida y se identifica con una letra mayúscula, la recta como una línea formada por una cantidad infinita de puntos que se nombra con una letra minúscula, el segmento de recta como una porción de una recta que está delimitada por dos puntos, y la semirrecta como una línea que comienza desde un punto y se extiende hacia cualquier lado.

Reflexión de la intervención docente.

A partir de la identificación de los conocimientos previos de los estudiantes al inicio de la sesión y comparar con las conceptualizaciones que cada uno realizó tanto de manera verbal como escrita, es posible decir que la intención de la sesión fue lograda, pues el doblado de papel en conjunto con la representación apoyada en GeoGebra, permitieron que los estudiantes conceptualizaran e identificaran las características distintivas de una recta, segmento de recta y semirrecta.

Es importante destacar que las dificultades anticipadas respecto a la inadecuada conceptualización inicial de los estudiantes se hizo presente en la primera actividad, además también la referente al doblado de papel se manifestó al existir la necesidad de recalcar la diferencia entre el primer y segundo trazo a partir de la confusión de los estudiantes, también en relación a las construcciones conceptuales de los estudiantes al considerar factores como el color o posición de los puntos que no tienen relación con las formas geométricas que se desarrollaron. Por otro lado, existieron aspectos que no se consideraron como la dificultad que algunos estudiantes tuvieron para reconocer que la línea que se solicitaba debía corresponder a la marca que se genera al realizar el doblado, se debe reconocer que, aunque se consideró, no se visualizó que los estudiantes presentaran problema alguno relacionado a la medida de los trazos iniciales.

Tomando en consideración los conocimientos del MTSK reflejados en la intervención docente, se evidenció el KoT a partir de la consideración de las definiciones y propiedades asociadas a las formas geométricas abordadas, así mismo fue relevante retomar en la construcción del plan de clase las diferentes formas de representación que permitiera a los

estudiantes su conceptualización. En cuanto al KPM, destaca el establecimiento de las condiciones necesarias para que los estudiantes generaran definiciones, dado que el conjunto de materiales y representaciones lo permitieron.

Analizando el dominio del Conocimiento Didáctico del Contenido, dentro del KFLM anticipar las dificultades de los estudiantes fue importante para hacer frente a las interrogantes que se presentaran, y a pesar de que fue útil existieron algunas dificultades no identificadas por lo que, aunque se muestra favorablemente este conocimiento aún tiene margen de mejora. Desde el KMT se destacan primeramente los recursos empleados, pues estos permitieron desde diferentes representaciones (relacionado con el KoT) aportar a la conceptualización de las formas geométricas, lo que se relaciona a su vez con un adecuado diseño de la tarea dada y el papel importante que tuvieron los ejemplos para dar claridad a los trazos de los estudiantes en su resolución.

Sesión 2

La sesión comenzó retomando brevemente los conceptos de recta, segmento de recta y semirrecta formalizados en la clase anterior para contextualizar a los alumnos que no desarrollaron dicha actividad, lo cual permitió identificar mediante la participación de los estudiantes la correcta conceptualización de las formas geométricas abordadas. Posteriormente se realizó el reparto de las hojas de trabajo correspondientes al plan dos (*Anexo H*).

Cuando todos contaban con su consigna se llevó a cabo la lectura de la misma retomando la participación de varios estudiantes. A partir del interés de los estudiantes en la actividad durante la verbalización se recuperó que la ilustración muestra diferentes ángulos, así como la indicación de formar tres grupos según sus características, para finalmente definir lo que es un ángulo.

Al dar comienzo con la actividad los estudiantes tuvieron dificultad para realizar la categorización, por lo que se les orientó únicamente mencionando que debían observar que aspecto tenían en común los ángulos. El monitoreo permitió identificar que la mayoría de los estudiantes realizó la categorización correctamente por lo que al abordar a cada equipo sólo

se cuestionaba acerca de la primera categoría establecida, para después retomar en qué característica se basaron para distinguirlos.

Identifiqué dos propuestas de clasificación de ángulos en las respuestas de los estudiantes, una donde con propias palabras describieron la apariencia de los ángulos y otras en las que reconocieron el ángulo recto y su medida. En el primer caso, uno de los estudiantes reconoció el ángulo obtuso a partir de la forma del arco que genera el ángulo al estar más “ovalado”, mientras que los grupos restantes los ángulos están “más cerrados”. Por otro lado, en los equipos que identificaron el ángulo de 90° , se cuestionó cómo los distinguieron, una de las estudiantes compartió que a partir de la forma que tiene el arco del ángulo (L), y porque son los que tiene un cuadrado.

Una vez que todos los estudiantes clasificaron los ángulos fue relevante orientarlos para la descripción de las características de cada grupo, mencionándoles que tendrían que escribir las diferencias o características únicas de cada categoría. Durante el monitoreo, se observó que una bina ubicó un ángulo obtuso en una categoría diferente, por lo que fueron seleccionados como los primeros en compartir con el resto del grupo en la puesta en común. Durante su explicación se dieron cuenta de que el ángulo no correspondía con las características del grupo en el que lo habían ubicado, además, llevaron a cabo la descripción de cada una de las categorías a partir de sus medidas.

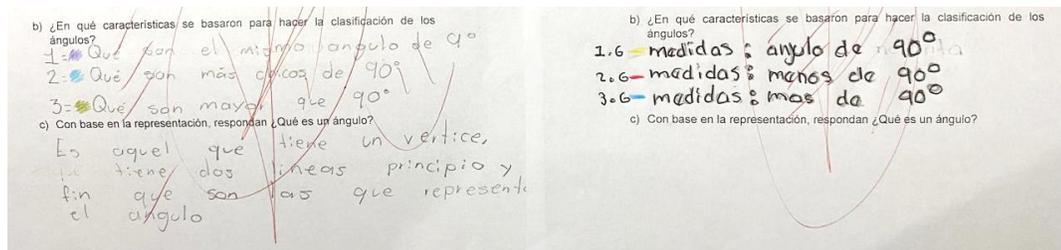
La segunda bina justificó que para hacer la clasificación de los ángulos contemplaron su abertura, retomaron la medida de los ángulos para comunicar su clasificación. Al cuestionar al resto de los equipos, de igual manera mencionaron que una de las categorías establecidas fue sobre aquellos ángulos que tienen una medida de 90° , los cuales identificaron por la forma del arco, otra en la que se encuentran los ángulos que miden menos de 90° y finalmente un tercer grupo que contempla ángulos de más de 90° .

Resultó complicado que las otras binas validaran o no las intervenciones de los estudiantes que compartieron con el grupo sus clasificaciones, ya que se identificó que no había más aportaciones en relación acerca de la clasificación pues ésta se encontró congruente entre las binas. Se solicitó la participación de distintos estudiantes para organizar los ángulos que se elaboraron como recurso didáctico, con el fin de comparar visualmente

cada grupo, más allá de la clasificación por colores que realizaron. Se debe retomar que no se abordaron los conceptos de ángulo construidos por los estudiantes a partir del tiempo restante en la sesión, sin embargo, los conceptos generados variaron en cuanto a su claridad tal como se muestra en la *Figura 11*.

Figura 11

Descripción de categorías y concepto de ángulo



Nota: La imagen muestra el contraste entre el concepto de ángulo elaborado por una estudiante y la dificultad para su construcción en otro estudiante

A partir de lo anterior se organizaron las tres diferentes categorías de ángulos representados en cartulina retomando la participación de dos estudiantes. Una vez que se realizó el acomodo correcto, se formalizó que un ángulo se refiere a la abertura que hay entre dos rectas, segmentos de recta o semirrectas (lados), los cuales tienen un vértice y se miden en grados, posteriormente se dio a conocer su simbología, cómo se nombran a partir de los puntos en el caso de estar conformados por segmentos de recta y finalmente para su categorización de acuerdo a su medida se retomó la participación de los estudiantes para que completaran las ideas asociadas al nombre que reciben los ángulos.

Reflexión de la intervención docente.

Desde las producciones elaboradas por cada una de las binas, además de las participaciones durante la puesta común, se considera que la intención didáctica de la sesión se logró, pues los estudiantes llevaron a cabo la clasificación de los ángulos según su abertura, lo cual permitió desarrollar las ideas geométricas formalmente a partir de sus aportaciones.

Es importante mencionar que aún se presentaron áreas de oportunidad para hacer más eficientes momentos como la verbalización con el fin de que los estudiantes tengan mayor claridad sobre el desarrollo de la actividad, además de prestar más espacio al desarrollo de la

puesta en común. Cabe señalar que, cuando los estudiantes resolvían la actividad, el docente titular tuvo la inquietud de proporcionarles transportadores. Al respecto, se le pidió no hacerlo dado que la actividad estaba diseñada para que los estudiantes pusieran en juego la habilidad de visualización, misma que les permitió realizar la clasificación de los ángulos.

Retomando los conocimientos que establece el MTSK, se hace presente el KoT al considerar las definiciones asociadas a los ángulos y su clasificación a partir de su abertura, así como también de sus representaciones, por ejemplo, que no estuvieran en una sola posición. Respecto al KPM, destacó en esta sesión el uso adecuado de los símbolos y el lenguaje formal, además del hecho de que la actividad permitió dar pie a que los estudiantes generaran definiciones a partir de los ángulos abordados.

Por el dominio del PCK, es importante mencionar que la situación anticipada desde la planificación respecto a la intención del uso del transportador por parte de los estudiantes se presentó por lo que se pudo realizar la aclaración pertinente tanto al docente titular como a los estudiantes, lo cual permite reafirmar el KFLM. En cuanto al KMT, se recupera la utilidad que tuvieron los materiales didácticos para dar mayor solidez a la institucionalización de las ideas desarrolladas acerca de cada categoría de ángulos, además en este subdominio se destaca el diseño de la tarea matemática propuesta, pues esta permitió a los estudiantes un aprendizaje en torno a los ángulos, lo cual vuelve a hacer referencia al KPM.

Sesión 3

La sesión comenzó retomando lo visto en la clase anterior respecto a los ángulos. Se le solicitó a uno de los estudiantes representar en el pizarrón un ángulo cualquiera, para que entonces un estudiante más nombrara cada uno de los vértices señalados por el primero, los cuales fueron designados con las letras mayúsculas A, O y B, a partir de esta participación se logró nombrar y representar simbólicamente el ángulo como $\sphericalangle AOB$, lo cual permite dar cuenta del aprendizaje obtenido de la actividad previa donde se formalizó la nomenclatura de ángulos a partir de los puntos que delimitan sus lados. Para reafirmar este conocimiento se trazó un ángulo nuevamente a partir de los puntos Z, O y N, cuestionándoles, ¿Cómo se nombraría este otro ángulo?, donde la participación grupal de los estudiantes fue acertada.

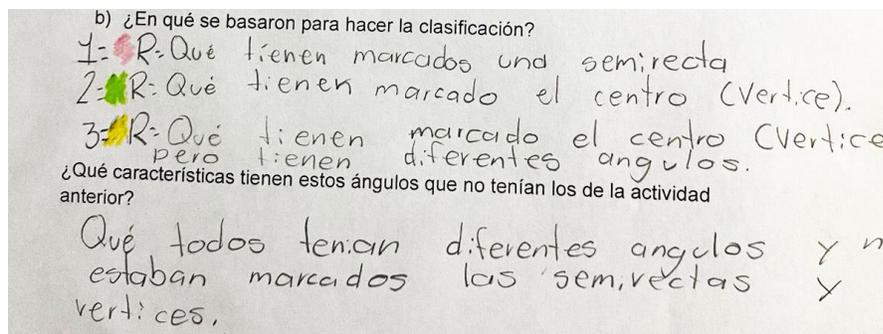
Después de activar los conocimientos de los estudiantes, se dio paso con la actividad tres (*Anexo H*). La lectura de la actividad se dio de manera grupal retomando la participación de cuatro estudiantes de manera alternada con el fin de mantener la atención. Pasando con la verbalización se cuestionó a varios estudiantes sobre lo que debían realizar en la actividad primeramente se recuperó que la ilustración muestra un conjunto de ángulos, para entonces retomar que se tendrían que formar tres grupos diferentes a partir de las características que describirían después de realizar la clasificación, así como encontrar las diferencias respecto a los ángulos considerados en la actividad anterior. Una vez que identifiqué la comprensión de la actividad por parte del estudiantado, les indiqué que debían proceder a su resolución, brindándoles un tiempo de 12 minutos, dado que era una actividad muy parecida a la de la sesión anterior.

De entrada, me di cuenta que la actividad generó un interés en los estudiantes por lo que estuvieron inmersos en su realización. Los estudiantes que requirieron mayor apoyo fueron aquellos que no asistieron a la clase previa, por lo que sus dudas fueron asociadas a cómo realizar la clasificación, dado que todos parecían similares, al cuestionar sobre por qué de esta idea, la respuesta obtenida fue que a partir de que todos estaban conformados por líneas, entonces fue relevante llevar a los estudiantes a reflexionar por medio de preguntas como ¿Son iguales el ángulo L y el ángulo M?, ¿Hay alguno que coincida con las características del ángulo L?, con esto los estudiantes tuvieron mayor claridad y pudieron continuar con su actividad.

Por otro lado, es importante destacar que el resto de los estudiantes no tuvo problema para realizar su clasificación, sus dificultades fueron asociadas a la elaboración de la descripción de cada categoría, dando importancia a otros elementos como los segmentos que lo conforman y los vértices (*ver Figura 12*).

Figura 12

Descripción de categorías



Nota: La imagen muestra las características descritas según cada categoría establecida por los estudiantes.

En una bina, los estudiantes reconocieron ángulos de 180° y 360° , aunque sin recordar su nombre. Una vez que los estudiantes terminaron de realizar su clasificación, se les solicitó anotar en sus pizarrones mágicos la clasificación que habían realizado de los ángulos de la actividad, en tres grupos. Luego para la puesta en común, se indicó a todas las binas mostrar al resto del grupo sus producciones de tal forma que los demás debían observar si había coincidencias y diferencias entre las respuestas de cada bina.

Los estudiantes expresaron que solo una de ellas realizó una clasificación diferente con las demás, por lo que se les solicitó a ambos estudiantes usar el material didáctico (ilustración de ángulos elaborados a escala) para agrupar los 10 ángulos de la actividad en tres tipos, y que los demás pudieran visualizar de mejor manera su categorización y comenzar el debate matemático. Cuando se realizó el acomodo, se cuestionó a los estudiantes:

PFI: ¿En qué característica se basaron para establecer el primer grupo?

E₁: Para el primero, en donde está ubicado (el arco del ángulo)

Algunos estudiantes consideraban el ángulo como el arco que se forma entre los lados, mismo que en el caso del ángulo perigonal se encuentra sobre uno de los lados de las rectas superpuestas, fue necesario cuestionar al estudiante para que profundizara acerca de esto y dar mayor claridad a los estudiantes que escuchaban.

PFI: y ¿en dónde están ubicados los ángulos de este primer grupo?

E2: *Señala el vértice del ángulo perigonal*

PFI: ¿No hay otro ángulo que esté en esa ubicación?

Es: El M

Respecto a los ángulos llanos, mencionaron que la ubicación del ángulo es entre los dos puntos, sin embargo, se cuestionó al resto del grupo para retomar alguna otra característica y al encontrar que no se identificó la forma peculiar de este tipo de ángulos se cuestionó ¿Qué forma hacen los ángulos de esta categoría?, con lo cual se formalizó que una forma de reconocer este tipo de ángulos es a partir del medio círculo que forma el arco. Finalmente, respecto al ángulo entrante, la bina solo identificó que tenían diferente medida, por lo que fue relevante la participación de un estudiante que mencionó que miden más de 180° .

Una vez que el resto de los estudiantes estuvieron de acuerdo grupalmente en las tres clasificaciones de los ángulos que explicaron en la puesta en común, procedí con la institucionalización de las ideas geométricas desarrolladas. Primeramente, respecto a los ángulos perigonales, se mencionó su medida y que también es conocido como ángulo completo, además también se formalizaron las medidas correspondientes al ángulo llano y los ángulos entrantes, fue relevante retomar la participación de los estudiantes para realizar estos constructos, además de hacer uso del material didáctico para poner en juego su habilidad de visualización. Como parte del cierre de la sesión y para valorar el aprendizaje adquirido hasta esta sesión sobre el PDA, proyecté varios ángulos que contenían su respectiva medida, de tal forma que los estudiantes debían explicitar el tipo de ángulo al que correspondía. La participación de los estudiantes fue activa y sus respuestas acertadas.

Reflexión de la intervención docente.

A pesar de que existieron diferencias entre el nivel de comprensión de los estudiantes, las producciones en sus hojas de trabajo permiten identificar que la intención didáctica de la sesión se cumplió adecuadamente, pues, aunque se retomaron algunas características ajenas a la forma de los ángulos, los estudiantes lograron identificar y clasificar entre llanos, entrantes y perigonales, lo cual permitió a su vez construir los conceptos de cada uno de estos tipos de ángulos.

En esta sesión el KoT se visibilizó al formalizar cada uno de los conceptos y propiedades asociadas a los tipos de ángulos a partir de su medida, en este caso involucrando no solo el llano, entrante y perigonal, sino que también se vieron implícitos los desarrollados previamente, es decir, tanto el agudo como el recto y obtuso. El KSM se hizo presente al involucrar conexiones transversales entre los conceptos desarrollados dentro de planes en la misma secuencia. Desde el KPM en esta sesión permanece el adecuado uso de los símbolos y lenguaje formal a través de las diferentes actividades propuestas donde también los estudiantes tuvieron la oportunidad de emplearlo, además, a partir de la actividad desarrollada y las clasificaciones propuestas por los estudiantes se establecieron las condiciones necesarias para llegar al momento de institucionalización, algo implícito dentro de este subdominio.

Desde el KFLM debe mencionarse que la dificultad asociada a la clasificación a partir de los lados de los ángulos presentada por los estudiantes fue anticipada en el proceso de planificación desde la sesión previa, por lo que al abordarlas se pudo brindar mayor claridad a los estudiantes. Para describir el KMT, se debe realizar una conexión con el KoT pues la tarea matemática propuesta no solo fue del interés de los estudiantes y permitió lograr la intención de la sesión, sino que involucró la consideración de la fenomenología asociada al por qué desarrollar esta actividad, pues tal como ocurrió en la sesión, se buscó poner en práctica la habilidad geométrica de visualización en los estudiantes, la cual es necesaria en el proceso de conceptualización, descrito por Bressan (cit. por López y García, 2008) como “una actividad del razonamiento o proceso cognitivo basada en el uso de elementos visuales o espaciales, tanto mentales como físicos, utilizados para resolver problemas o probar propiedades” (p. 48).

Sesión 4

Para comenzar la sesión decidí plantear preguntas de forma general a los estudiantes para activar conocimientos, entre ellas ¿recuerdan cuál es el tema que estamos revisando? La mayoría respondió que sobre ángulos. Posteriormente se les cuestionó si es posible la existencia de un ángulo que mida 540° , ante esto los estudiantes respondieron que no, justificaron lo anterior a partir de distintas ideas como que “el máximo son 360° ” y que al

pasar los 360° se reinicia la medición y comienza desde 0° una vez más, al retomar estas participaciones se pudo dar continuidad con la actividad principal de la sesión.

Se llevó a cabo el reparto del cuarto plan (*Anexo H*), y se procedió con la lectura colectiva de la actividad retomando la participación de cuatro estudiantes, lo que dio paso al momento de verbalización donde se logró recuperar información relacionada al planteamiento del problema como el nombre del sujeto, la tarea asignada, los ángulos que se incluyen en la consigna y las medidas proporcionadas. Es importante mencionar que para verificar la comprensión de todo el grupo se cuestionó a diferentes binas acerca de todos los datos contenidos en la actividad.

Cuando se corroboró que los estudiantes identificaron los elementos importantes se dio paso al momento de resolución, donde se indicó que se dispondrían de cinco minutos para identificar las medidas correspondientes a cada ángulo. En este proceso, se monitoreó en mayor medida el trabajo de aquellas binas que presentaban menor avance, y se les orientó mediante interrogantes como ¿cuál ángulo podrían identificar rápidamente dada su abertura?, con lo cual los estudiantes observaron y señalaron el que tenía la abertura menor, a partir de esto se pudieron identificar otros ángulos de medidas parecidas como el de 15° y 37°.

Después de transcurridos los cinco minutos designados, se les hizo saber a los estudiantes que la tarea enunciada en el problema también implicaba realizar la representación simbólica de cada uno de los ángulos además de clasificarlos según su medida, información que se debía organizar mediante una tabla. Al monitorear el trabajo, se identificó que únicamente se tuvo dificultad con relación al orden de las letras que conforman la representación simbólica, por lo que se invitó a los estudiantes a observar el ejemplo dado, con el cual reconocieron que el punto correspondiente al vértice siempre tendría que ir al centro, por ejemplo $\angle ABC$, donde B es el vértice.

Para llevar a cabo la puesta en común se solicitó la participación de diferentes binas quienes representarían simbólicamente al ángulo que se les asignó, además de colocar su medida y el tipo al que corresponde. A cada bina se le cuestionó sobre cómo identificaron el ángulo dado, la respuesta fue que visualizaron la abertura de los ángulos dados.

Respecto a la representación simbólica de los ángulos surgió una situación en que los estudiantes no sabían si era válido alternar la posición de las letras que simbolizan los puntos no correspondientes al vértice, por lo que se consultó con el resto del grupo a través de la siguiente interacción:

PFI: Escuchen lo que propone este equipo, ¿Podría ser también $\angle IHG$?

Es: Si

PFI: ¿Tú qué opinas Miguel?, ¿Podría ser también $\angle IHG$?

E₁: Yo creo que sí, siempre que el vértice quede en medio

PFI: Es correcto, se puede nombrar de las dos formas dado que el vértice queda en medio.

Para verificar que la clasificación de los ángulos fuera correcta, se cuestionaron las características del tipo de ángulo mencionadas por la bina, donde el resto del grupo tuvo la tarea de validar o no las ideas expuestas a partir de la medida estimada, enseguida, las binas restantes representaron simbólicamente de manera correcta los ángulos correspondientes, algunos apoyados por su hoja de trabajo y otros optando por observar nuevamente la proyección.

Una vez que los datos correspondientes a la totalidad de los ángulos proporcionados fueron incluidos en la tabla dada, a partir de las participaciones de los estudiantes se acentuó que conocer la clasificación de los ángulos (en sesiones previas) permitió estimar las medidas de los ángulos sin necesidad de usar el transportador, además de reconocer el tipo de ángulo del que se trataba para categorizarlo.

Finalmente se formalizó que la medida de un ángulo se da a partir de la abertura que hay entre sus lados y no desde la medición de la longitud de estos, además se resaltó con apoyo del material didáctico que la posición tampoco determina o influye en la medida del ángulo. Para cerrar la sesión se preguntó a los estudiantes sobre cual instrumento permite medir ángulos. Algunos rápidamente respondieron que con el transportador. Luego, les di una breve explicación sobre cómo obtener la medida de un ángulo con transportador

apoyándome en sus conocimientos. Para esto, se utilizó el proyector y se realizó la medición de un ángulo con un transportador digital. Finalmente les solicité a los estudiantes que comprobaran la medida de los ángulos de la actividad usando el transportador.

Reflexión de la intervención docente.

De manera favorable, durante la resolución y puesta en común los estudiantes pusieron en práctica las habilidades geométricas de visualización y estimación para identificar la medida de ángulos, a partir de la respuesta de los estudiantes frente a la actividad y la dinámica de la clase, se determinó que la intención didáctica se cumplió, pues los indicadores de evaluación de estimar medidas de ángulos, clasificar ángulos a partir de su medida y representar simbólicamente ángulos se vieron favorecidos. Es importante mencionar que a partir de esta también se visualizó el desarrollo de los aprendizajes abordados en sesiones previas puestos en juego para representar simbólicamente los ángulos dados y clasificarlos.

Durante esta sesión se pudo visibilizar nuevamente el KoT desde el conocimiento de las definiciones, propiedades y fundamentos relacionados a los ángulos, tipos y propiedades de los mismos, además, dentro de este subdominio también destaca la forma de representación del contenido, pues en esta tarea se atendió a la representación simbólica de ángulos mismas que los estudiantes desarrollaron tal como se muestra en la *Figura 13*.

Figura 13

Representación simbólica de ángulos

Angulo	Medida	Tipo
$\angle ABC$	5°	Agudo
$\angle DEF$	60°	Agudo
$\angle JKL$	15°	Agudo
$\angle GHI$	37°	Agudo
$\angle MNO$	280°	Angulo entrante
$\angle RQP$	150°	obtuso
$\angle STU$	90°	Recto
$\angle VWX$	100°	obtuso

Angulo	Medida	Tipo
$\angle ABC$	5°	agudo
$\angle JKL$	15°	agudo
$\angle GHI$	37°	agudo
$\angle FED$	60°	agudo
$\angle VWS$	90°	recto
$\angle VWX$	100°	obtuso
$\angle PQR$	150°	obtuso
$\angle ONM$	280°	entrante

Angulo	Medida	Tipo
$\angle ABC$	5°	Agudo
$\angle DEF$	60°	Agudo
$\angle GHI$	37°	Agudo
$\angle JKL$	15°	Agudo
$\angle MNO$	280°	Entrante
$\angle PQR$	150°	Obtuso
$\angle STU$	90°	Recto
$\angle VWX$	100°	Obtuso

Nota: La imagen muestra la representación simbólica de los ángulos dados elaborada por los estudiantes en la sesión cuatro.

También dentro del MK, pero desde el subdominio del KSM es posible visualizar las conexiones transversales establecidas entre los tipos de ángulos identificados en sesiones anteriores, mismos que los estudiantes tuvieron la tarea de reconocer.

Respecto al KPM, el uso de símbolos y lenguaje formal se presentó como una constante favorable en la intervención docente, pues en momentos como la puesta en común e institucionalización se reiteró la representación simbólica de los ángulos, así como los términos asociados a los conceptos abordados. Así mismo, a pesar de que en esta sesión no se formalizó un nuevo concepto o idea matemática, si se generaron las condiciones necesarias para que los estudiantes reafirmaran y dieran sentido a los conocimientos adquiridos.

En el KFLM se presenta mediante la conciencia de las fortalezas y dificultades de los estudiantes en la actividad como la posibilidad de representar simbólicamente los ángulos de dos formas diferentes a partir de los puntos proporcionados, la ubicación del vértice en esta representación o la identificación de la medida del ángulo a partir de su amplitud. Por parte del KMT, se destaca la pertinencia de la tarea matemática planteada a los estudiantes en este plan de clase, lo cual a su vez se relaciona con los ejemplos empleados para orientar la

representación simbólica de los ángulos, así mismo fue relevante el material empleado para comprobar que la medida de un ángulo no está determinada por su posición.

Sesión 5

La sesión dio comienzo con el reparto de las hojas de trabajo correspondientes al plan 5 (Anexo H), posteriormente como activación se solicitó a los estudiantes trazar un segmento que representaría uno de los lados de un ángulo de 163° , mismo que trazarían haciendo uso del transportador, esto con el fin de que los estudiantes pusieran en práctica la habilidad geométrica de dibujo. En esta actividad observé dificultad en algunos estudiantes al hacer uso del transportador para que el ángulo correspondiera con la abertura de la medida dada, pues no colocaban el punto de origen del transportador en alguno de los puntos extremos del segmento que representaría el vértice del ángulo. Un bajo porcentaje del estudiantado logró la construcción del ángulo solicitado a partir de las ideas formalizadas en la sesión anterior.

Una vez transcurrido el tiempo dado para esta actividad, se procedió con la lectura en voz alta de la consigna retomando la participación de diferentes estudiantes, luego se les cuestionó para retomar los aspectos importantes de la situación problemática, entre los que se acentuaron estuvo el tiempo que se requiere para el barrido completo del radar, los colores con que se señalarían cada periodo de tiempo solicitado, así como la obtención de la medida de cada uno de los ángulos. Cuando estos datos fueron verbalizados y comprendidos por los estudiantes, se les indicó que podían resolver la actividad con su respectiva bina.

Durante este momento, la mayoría de las binas presentó dificultades para identificar algún procedimiento que les permitiera calcular la medida de cada ángulo solicitado. Se buscó orientar su resolución cuestionándoles sobre la forma que tenía el radar, el ángulo que se formaba al completar el barrido completo y de cuántos grados era ese ángulo. A partir de estos cuestionamientos y las respuestas brindadas, y con la finalidad de no dar indicios de resultados, los estudiantes dieron continuidad con la resolución.

Algunos estudiantes buscaron estimar la abertura del ángulo y realizar el trazo antes de llevar a cabo los cálculos correspondientes, sin embargo, al cuestionarlos sobre su medida, se tuvo que realizar la analogía de cuántos segundos tarda para recorrer los 360° del ángulo completo, los estudiantes comenzaron a proponer procedimientos de multiplicación tomando

como factores los 360° de la medida del ángulo completo por los cuatro segundos solicitados, sin embargo, se dio continuidad cuestionando, si en 20 segundos se recorren 360° , ¿cuántos grados recorrerá en 10 segundos?, ante esto las binas manifestaron mayor claridad en su resolución.

En casos particulares, a pesar del constante esfuerzo por remarcar la relación existente entre los grados y los segundos transcurridos del barrido, no se logró hacer esta conexión, por lo que algunos estudiantes no realizaron los cálculos pertinentes ni encontraron sentido a los datos proporcionados. Ante esta situación, se decidió brindar más tiempo de resolución para que los estudiantes desarrollaran su razonamiento.

A partir de la reducción de tiempo para los momentos faltantes, decidí retomar la participación de una de las estudiantes, esto al identificar que el cálculo y empleo del valor unitario fue el único procedimiento empleado durante el monitoreo de las binas. La estudiante pasó al frente y explicó que una forma de calcular la medida de los ángulos solicitados era realizar la división de los 360° del ángulo que forma el barrido del radar entre los 20 segundos que tarda, con lo cual se obtiene el dato de cuántos grados recorre por cada segundo (18°), y finalmente mencionando que la cantidad obtenida se debía multiplicar por la cantidad de segundos necesaria. La formalización de las ideas desarrolladas con esta actividad fue destinada a llevarse a cabo al inicio de la siguiente sesión.

Reflexión de la intervención docente.

En esta sesión se presentaron diversas dificultades de los estudiantes frente a las actividades propuestas. En el caso de la actividad de inicio referente a la construcción de un ángulo de 163° , a pesar de que fue un bajo porcentaje del estudiantado que logró trazarlo con el uso de regla y transportador fue adecuada para activar conocimientos previos. Como parte del análisis de esta sesión, se considera que una posible modificación que puede tomarse en cuenta para mejorar la situación puede ser solicitar a uno de los estudiantes pasar al frente a fin de que explique a los demás el procedimiento que empleó para la construcción del ángulo con base en la información brindada.

Respecto al desafío central de la sesión, al observar que los estudiantes no proponían algún procedimiento (como el uso de la regla de tres o el valor unitario) que les permitiera

resolver el problema se decidió intervenir mediante preguntas orientadoras. Dicha intervención (pensada desde el proceso de planeación) permitió que los estudiantes reconocieran los 360° del barrido del radar con el tiempo que tardaba (20 segundos).

Si bien es cierto, la atención a las dificultades fue adecuada, estas fueron recurrentes en cada bina, por tanto, implicó mayor tiempo para atenderlas y se tuvo que prolongar el mismo para la resolución. Vale la pena que, al presentarse este tipo de situaciones, se realice una intervención grupal en lugar de hacerse con cada bina, a fin de cumplir con cada momento de la clase oportunamente.

Entre los conocimientos del MTSK manifestados en esta sesión se encuentran: el KoT, destacan las formas de representación del contenido en cuanto al trazo de ángulos dentro de una problemática planteada. En cuanto al KSM no se manifestó la conexión con uno de los contenidos previos a la intervención docente como lo es la regla de tres en relaciones proporcionales, ya que los estudiantes no lograron identificar esta relación entre segundos y grados recorridos en el barrido del radar.

Respecto al KPM, el uso de los símbolos y lenguaje formal asociado a los ángulos solicitados fue adecuado durante la sesión. Por el lado del PCK, respecto al KFLM las fortalezas y dificultades de los estudiantes que se anticiparon en la planificación fueron congruentes con lo sucedido durante la clase, lo que permitió guiar mediante algunos cuestionamientos pertinentes.

Sobre el KMT se evidenció limitación respecto al desarrollo de los momentos de la puesta en común e institucionalización al no poder conforme a la intencionalidad de cada uno de ellos, lo que se relaciona con el dominio de la teoría de enseñanza de las matemáticas, así mismo, a pesar de que la forma de representación fue adecuada, la tarea matemática propuesta resultó un tanto compleja para los estudiantes.

Sesión 6

La sesión comenzó realizando el cierre de la actividad anterior. Un estudiante nos recordó la situación problemática abordada. Se hizo una recapitulación sobre el procedimiento empleado para el cálculo de la medida en grados de los ángulos correspondientes a cada una de las áreas solicitadas, es decir, mediante el valor unitario donde se subrayó que por cada

segundo el radar hacia un barrido de 18° . Para culminar con la actividad, se solicitó a una estudiante trazar los ángulos en la circunferencia que estaba en el pizarrón, los cuales fueron realizados correctamente haciendo uso del transportador mientras los demás observaban dicho procedimiento. Enseguida la estudiante explicó lo siguiente:

PFI: Muy bien Jade, ¿Qué hiciste para trazar este ángulo?

E1: Puse el punto de apoyo del transportador en el vértice (centro de la circunferencia), medí 72° y en el cero tracé una línea.

Posteriormente, se hizo especial énfasis en que el problema solicita áreas contiguas a otras, así como también sobre la medición de un ángulo de más de 180° .

PFI: Bien, el siguiente ángulo es de 216° , pero fíjense en su hoja, ¿qué dice sobre los 12 segundos que señalaremos?

Es: Señalar el área que barrería en los siguientes 12 segundos

PFI: Entonces, ¿desde dónde debo empezar Jade?

E1: *señala el lado trazado en el primer ángulo*

Después de realizado el trazo se cuestionó:

PFI: ¿Este ángulo tiene algo de diferente respecto al ángulo que trazaste primero?

E1: Si, que es de más de 180°

PFI: ¿Y cuántos grados marca nuestro transportador?

Es: 180°

PFI: ¿Entonces qué hiciste Jade?

E1: Marqué 180° y le sume 36°

PFI: ¿Tienen que sumarse exactamente 36° ?, ¿por qué?

Es: Para llegar a 216°

A partir de lo anterior se pudo formalizar primeramente que el procedimiento de resolución para el cálculo de los ángulos solicitados fue la obtención del valor unitario (18° por cada segundo) y posteriormente multiplicar este valor por la cantidad de segundos que avanzaba el radar. Se subrayó la necesidad de conocer los tipos de ángulos que existen, retomando con la participación de los estudiantes específicamente al ángulo completo y su medida, ya que fue punto de partida para resolver el problema. Así mismo, se acentuó el uso adecuado del transportador para trazar ángulos contiguos, resaltando que se debe apoyar siempre en el mismo vértice, además de considerar el lado en el que termina el ángulo anterior para la medición del siguiente.

Una vez concluidas las ideas geométricas desarrolladas en la actividad previa, se realizó el reparto de las hojas de trabajo correspondientes al plan seis (Anexo H), un geoplano y ligas por cada una de las binas. Cuando los estudiantes contaban con los materiales necesarios, se les cuestionó si conocían el geoplano y su utilidad. La respuesta de los estudiantes fue negativa, por tanto, se les hizo saber que un geoplano es una representación de un plano, y los clavos que hay sobre él representan puntos sobre el mismo, después se mencionó que estos nos permitirían construir y visualizar formas geométricas revisadas en sesiones anteriores.

Fui dirigiendo la actividad, primero solicité a los estudiantes representar con una liga, una recta en el geoplano (en cualquier posición). Aproveché este momento para cuestionar sobre qué era una recta. Se obtuvo una participación activa por parte del estudiantado donde las respuestas se dirigieron a que es una línea formada por una infinidad de puntos. Continuando con la manipulación del geoplano, se indicó a los estudiantes tomar otra liga para trazar una recta que coincidiera en un punto con la primera recta marcada. Algunos estudiantes cuestionaron cómo realizarlo, por lo que se recurrió a la participación grupal para despejar la duda mencionando que, *“si los clavos del geoplano representan puntos en el plano, entonces las rectas tienen que coincidir en uno de los clavos que estén sobre la recta inicial”*.

Recurrentemente los estudiantes buscaban aprobación de sus trazos, por lo que se les devolvía la responsabilidad de la actividad mencionándoles que, si el trazo cumplía con la

condición dada entonces era correcto. Una vez hecho esto, se solicitó a los estudiantes representar en su hoja de trabajo el trazo realizado en el geoplano, haciendo uso de su regla y lápices de colores diferentes. Esta dinámica se efectuó con cada construcción.

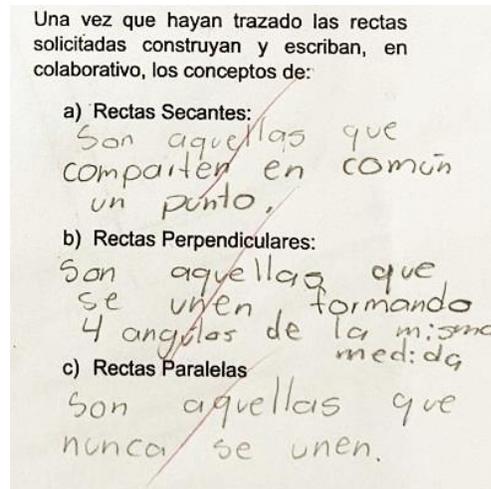
Para la segunda construcción, se solicitó a los estudiantes representar dos rectas que formaran cuatro ángulos iguales, en este punto algunos estudiantes trazaron ángulos rectos por lo cual se les cuestionaba cuántos ángulos se podrían visualizar en esa representación. En otros casos, algunos estudiantes buscaron formar dos ángulos rectos que al unirse por sus vértices formaran los cuatro ángulos iguales, sin embargo, se les hizo la aclaración de que al formar un ángulo recto con una liga dejaría de representar una recta ya que tiene un cambio de dirección, después de esto los estudiantes reconstruyeron los trazos necesarios y procedieron a representarlos en su hoja. En este momento se formalizó que, el punto donde coinciden dos rectas se denomina punto de intersección.

Finalmente, retiraron las ligas colocadas para el último trazo, que consistía en representar dos rectas que no coincidieran en un punto o que nunca se juntaran, ante esto, los estudiantes trazaron rectas que, por la extensión de las ligas no coincidían en ningún punto, por lo que se les recordó que la recta no tiene principio ni final.

A partir de las tres construcciones realizadas por los estudiantes en el geoplano, se formalizó que el primero de ellos correspondía con dos rectas secantes, el segundo con rectas perpendiculares y el tercero con rectas paralelas. Luego, se les indicó que tomando en cuenta las representaciones realizadas, construirían y redactarían, en colaborativo con su compañero de bina, el respectivo concepto de cada tipo de rectas. Se les otorgó un tiempo de cinco minutos. La *Figura 14* muestra una de las producciones de los estudiantes.

Figura 14

Conceptualización de secantes, perpendiculares y paralelas



Nota: La imagen muestra los conceptos de secantes, perpendiculares y paralelas, elaborados por una de las estudiantes en el plan seis.

Una vez que finalizó el espacio para la construcción del concepto, se pidió a tres binas pasar al frente para hacer uso del material didáctico para replicar sus trazos haciendo uso de listones. Cuando las binas mostraron sus trazos, se retomó la condición planteada para el mismo, donde el resto del grupo tuvo la tarea de validar o no cada uno de ellos mientras visualizaban diferentes representaciones de las rectas secantes. Fue relevante realizar la aclaración de que las rectas no tienen ni principio ni final, por lo que a pesar de que en los trazos de las rectas paralelas realizadas por los equipos una no traspasa a la otra, en realidad al prolongarlas si sucederá. Este proceso se siguió para abordar los trazos de perpendiculares y paralelas.

Finalmente, se retomaron los conceptos correspondientes a cada uno de los tipos de rectas abordados mediante la participación de diferentes binas, con lo cual se recuperó la noción de secantes como dos rectas que se unen en un punto, destacando la idea de que solo será uno, sobre perpendiculares, que son rectas que se intersectan en un mismo punto y forman cuatro ángulos iguales de 90° , y sobre las paralelas, como rectas que nunca coincidirán en un mismo punto destacando la equidistancia entre ambas rectas a pesar su

prolongación. Dado el cierre de la actividad anterior llevado a cabo en el inicio, se recorrieron los tiempos predestinados por lo que la formalización se retomará en la sesión siguiente.

Reflexión de la intervención docente.

A partir de las participaciones y los conceptos construidos por los estudiantes se da cuenta del logro de la intención didáctica de la sesión ya que los indicadores de evaluación como la representación, conceptualización e identificación de secantes, perpendiculares y paralelas, se evidenciaron en los estudiantes durante la puesta en común, lo cual a su vez da cuenta del aprendizaje. Se debe destacar que los estudiantes tanto en el cierre de la actividad correspondiente a la sesión anterior, como en la actividad central de esta clase hicieron uso del lenguaje geométrico para comunicarse, lo cual permite que se apropien del mismo y puedan emplearlo en otros contenidos.

Retomando los conocimientos del MTSK que se manifestaron en la intervención docente se encuentra el KoT, de él se reconocieron los diferentes resultados y sus características a partir de las ideas desarrolladas en la resolución de la actividad previa. Se visibilizaron diferentes formas de representación del contenido matemático, tanto como las definiciones, propiedades y fundamentos sobre el trazo de ángulos, como de los tipos de rectas abordados.

Respecto al KSM, durante esta sesión se vieron implícitas conexiones auxiliares para brindar a los estudiantes un procedimiento (cálculo del valor unitario) de resolución que podrán emplear en problemas vinculados con otros contenidos matemáticos, así mismo se realizó una conexión transversal para retomar los conceptos que se han desarrollado a partir de las actividades anteriores. Del KPM, se identifica que las formas de validación fueron adecuadas al retomar las participaciones de los estudiantes, aunque aún es necesario retomar los contraejemplos para dar solidez a la intervención. Además de que el uso del lenguaje formal fue adecuado, se manifiesta el conocimiento de la resolución de problemas como forma de producir matemáticas lo que a su vez da pie a que los estudiantes generen definiciones.

Por el PCK, la consideración de las dificultades de los estudiantes fue relevante para guiar el momento de resolución donde por medio de cuestionamientos se llevó al estudiante

a validar sus propios trazos, así mismo el considerar los intereses y expectativas de los estudiantes son manifestaciones del KFLM. El KMT se presenta mediante una apropiada selección de recursos materiales empleados en la sesión, es decir los geoplanos, permitieron que la tarea propuesta a los estudiantes fuera pertinente para el logro de la intención didáctica. Es importante mencionar la conexión entre el KoT y el KMT al reconocer el significado del geoplano y la utilidad en particular que tendría para la conceptualización de estos tipos de rectas, además que, a partir del uso de este tipo de materiales los estudiantes se mostraron más dispuestos e interesados en la clase (KFLM).

Sesión 7

La sesión inició proporcionando un geoplano y ligas a cada bina de trabajo, luego se indicó a los estudiantes que debían representar una recta en el geoplano (con el uso de una liga), y enseguida se les solicitó que construyeran todas las rectas posibles que pudieran pasar o coincidir en un mismo punto respecto a la primera recta ya construida. Los estudiantes inicialmente no tuvieron claridad sobre la consigna dada, ya que las rectas trazadas coincidían en los diferentes puntos que conformaban la recta inicial. Se les remarcó que únicamente construyeran rectas que coincidieran en un solo punto.

Los estudiantes mostraron interés y realizaron la actividad. Al observar que el estudiantado había culminado, se procedió a cuestionar a cada bina sobre cuántas rectas podían intersectar o pasar por un mismo punto. Las respuestas brindadas en voz alta fueron: *todas las que nos dio, cinco, seis y hasta siete rectas*. Ante esto se les cuestionó si era posible trazar otras rectas que pasaran por el mismo punto. La respuesta fue afirmativa, por tanto, los estudiantes llegaron a la conjetura de que por un punto dado pueden intersecar infinitud de rectas.

Una vez formalizada esta idea geométrica, se llevó a cabo el reparto de la hoja de trabajo correspondiente al séptimo plan (*Anexo H*), cuya intención didáctica era que los estudiantes reconocieran rectas secantes, paralelas y perpendiculares en un mapa local. Se solicitó la participación de diferentes estudiantes para que leyeran en voz alta la consigna, lo que dio paso al momento de verbalización donde a través de ciertos cuestionamientos se verificó la comprensión de lo que debían realizar, pues enunciaron aspectos importantes

como la ubicación del mapa que muestra la ilustración, además de la finalidad de identificar secantes, perpendiculares y paralelas formadas entre las calles de la colonia Satélite.

Para la resolución se proyectó el mapa de la zona que se analizaba dentro del plan de clase para anticipar algunas complicaciones respecto a la visibilidad de calles que serían necesarias para dar respuesta a la actividad. Los estudiantes tuvieron cierta dificultad para desarrollar la actividad al no recordar con claridad cada uno de los tipos de rectas, por lo que se les dio oportunidad de retomar su hoja de trabajo de la sesión anterior. Apoyados en esto, los estudiantes lograron identificar con facilidad las rectas paralelas y las perpendiculares, sin embargo, en el caso de las secantes la mayoría reconoció únicamente calles perpendiculares, por lo que durante el monitoreo se les indicó a las binas que, las rectas señaladas cumplen con las condiciones solicitadas, pero que trataran de identificar secantes con una forma distinta, es importante destacar que no todas las binas atendieron esta indicación.

Donde los estudiantes tuvieron mayor dificultad fue con relación a ubicar un negocio en una calle perpendicular a la avenida indicada, pues únicamente consideraban negocios sobre dicha calle, por lo que fue necesario volver a leer las indicaciones en algunas binas para cuestionar, ¿el negocio está en una calle perpendicular a la Av. Juárez?, de esta manera los estudiantes pudieron reorientar sus respuestas. Respecto al segundo mapa, los estudiantes no tuvieron dificultad alguna dado que tuvieron como referencia lo desarrollado sobre la primera ilustración de la hoja de trabajo.

Para la puesta en común se solicitó a los estudiantes pasar al frente para indicar en la proyección de pantalla las calles señaladas para cada uno de los casos solicitados. En este momento se solicitó a los estudiantes que no estaban compartiendo sus respuestas que corroboraran si las calles mencionadas por otros equipos cumplían con las características de cada tipo de rectas. El momento donde los estudiantes validaban o no las respuestas de sus compañeros se describe en el siguiente fragmento de clase:

PFI: Para indicar las paralelas ¿Cuáles calles pusieron?

E₁: Pusimos Avenida de la Constitución y América del Centro

PFI: Muy bien, observen en sus hojas si estas calles son paralelas

E₂: Si, porque nunca se tocan

PFI: Bien, ¿Cuál era la condición que cumplen las paralelas?

E₂: Que nunca se juntarán, que están separadas por la misma distancia.

PFI: ¿Nunca se tocan Av. Constitución y América del Centro?

Es: No

Este proceso se dio retomando las características de cada uno de los tipos de rectas solicitados mediante la participación de los estudiantes. Cuando se debatió sobre las respuestas de tres equipos diferentes se pudo dar cierre formalizando los conceptos y simbología de cada uno de los tipos de rectas abordados, comenzando por las secantes como aquellas rectas que se intersecan en un solo punto, las perpendiculares como un tipo de rectas secantes que forman cuatro ángulos iguales de 90° , y finalmente las paralelas como aquellas rectas que nunca se intersecan sin importar cuanto se prolonguen y la distancia entre ambas rectas siempre será la misma.

Reflexión de la intervención docente.

Realizando el análisis de las producciones realizadas por los estudiantes, así como las intervenciones que llevaron a cabo durante la puesta en común, se evidencia el logro de la intención didáctica del plan de clase, ya que se favoreció primeramente el uso del lenguaje geométrico por parte de los estudiantes, a la vez que el indicador relacionado a la identificación de secantes, perpendiculares y paralelas.

Sobre los conocimientos que plantea el MTSK, el KoT se manifestó mediante el conocimiento de las definiciones, propiedades y fundamentos asociados a los diferentes tipos de rectas abordados, ideas geométricas que se formalizaron al final de la sesión, además las formas de representación y aplicación del contenido fueron adecuadas al presentar a los estudiantes una actividad que les permitiera realizar la transición del contenido a su realidad inmediata. También dentro del dominio del MK, se presenta el KSM por medio de conexiones

transversales entre los diferentes conceptos desarrollados a lo largo de la secuencia didáctica, pues durante la sesión se emplearon conceptos como rectas, ángulos y sus medidas.

Respecto al KPM se evidencia el conocimiento sobre las formas de validación que se presentó durante la puesta en común donde por medio de cuestionamientos se invitó a los estudiantes a validar o no las respuestas de sus compañeros, así mismo, dentro de este subdominio también se vio favorecido el uso del lenguaje formal en los distintos momentos de la clase, esto a su vez contribuyó a que se dieran las condiciones necesarias para que se generaran definiciones de cada uno de los tipos de rectas.

Desde el dominio del PCK, el KFLM se manifestó al reconocer y abordar de manera adecuada las dificultades de los estudiantes en la resolución por lo que fue útil su anticipación desde la planificación y emprender acciones espontaneas como proporcionar las hojas de trabajo previas sin dar indicios de resolución, además también se involucraron los intereses de los estudiantes al plantear una actividad que les permitió a los estudiantes situaciones donde es aplicable el contenido. Algunas de las categorías del KMT que se manifestaron durante la sesión fue el conocimiento de los recursos virtuales necesarios, así como la pertinencia de la tarea matemática propuesta de acuerdo al aprendizaje de los estudiantes.

Análisis retrospectivo del segundo plan de acción

El análisis de la intervención docente dentro de este segundo plan de acción siguió la dinámica del primero en cuanto al desarrollo de las etapas del ciclo ALACT, primeramente, observando las videograbaciones de clase para desarrollar narrativas, a la vez que se retomaron algunos otros materiales para realizar una reflexión acerca de la intervención docente de cada sesión de acuerdo con los conocimientos que el MTSK contempla. Cabe destacar que el proceso descrito, se llevó a cabo diariamente después cada intervención docente.

Este segundo plan de acción tuvo como finalidad desplegar aquellos conocimientos de los subdominios del MTSK que no se manifestaron en el primer plan de acción y aquellos conocimientos que se manifestaron con limitaciones y que requerían fortalecerse aún más para mejorar la propia intervención docente. Respecto a las fases 2 y 3 del ciclo ALACT, la

concientización del actuar docente y los elementos a mejorar se dieron de una sesión a la otra, reconociendo áreas de mejora para atenderse durante este mismo momento. De igual manera que en el primer plan de acción, durante las sesiones de análisis se construyó la tabla del *Anexo I*, misma que brindó la oportunidad de reconocer los conocimientos manifestados en la intervención docente a lo largo de la implementación del segundo plan de acción y como una segunda función como un organizador (colorigrama), para identificar los avances respecto a cada categoría.

Respecto al KoT, se reconoció la presencia del conocimiento acerca de las *aplicaciones* del contenido matemático, una de las áreas que no se reflejaron en el primer plan de acción, sin embargo, dentro de este segundo momento, considerando los alcances y características de los diferentes tipos de tareas geométricas, las de investigación y demostración que fueron propuestas permitieron introducir algunos usos del conocimiento desarrollado para resolver problemas y desafíos geométricos del contexto escolar, como de situaciones reales planteadas.

La categoría de *definiciones* se mantuvo vigente desde la etapa de planificación hasta la actuación en el aula, lo que permitió institucionalizar adecuadamente cada una de las formas geométricas revisadas. Respecto al conocimiento de las *representaciones*, en este segundo plan de acción se potenció su uso en la intervención docente, ya que se consideró importante transitar por diversos tipos de representación (enactiva, icónica y simbólica) para que los estudiantes tuvieran mayor comprensión y avance en el PDA.

El KSM fue el subdominio que de primera mano demandó mayor atención después de la intervención del primer plan de acción. En esta ocasión se presentaron *conexiones transversales, auxiliares y de complejización*, respecto a las de tipo transversal en gran parte de las sesiones se involucraron los conocimientos y conceptos desarrollados dentro de la misma secuencia para el desarrollo de algunas actividades consecuentes, por la de complejización, se tuvo conciencia de que la exploración de los ángulos se podría comunicar con la construcción de gráficas circulares dentro de un PDA posterior. En menor medida existieron conexiones auxiliares que permitieron a los estudiantes explorar el contenido

geométrico, vinculándose con otros campos en la resolución de problemas mediante diferentes procedimientos de relaciones proporcionales como regla de tres y valor unitario.

Sobre el KPM, dentro las categorías con más interés para esta segunda intervención estuvo la *práctica de demostrar* que en este caso fue retomadas de manera efectiva para llevar a cabo momentos como la puesta en común guiando las intervenciones de los estudiantes en algunas de las sesiones para validar o no participaciones de otros compañeros. Esta situación se favoreció dado que, los contenidos geométricos permiten desarrollar en mayor medida la habilidad de argumentación, misma que se consideró necesaria favorecer en cada actividad. De igual forma, se evidenció conocimiento sobre *el papel del lenguaje matemático*, ya que, los conceptos desarrollados en una sesión se retomaban posteriormente, y en cada caso se acentuaban las representaciones simbólicas de ángulos, rectas, tipos de rectas y las formas geométricas que se abordaron, a fin de que los estudiantes integraran esos términos como parte del lenguaje geométrico, mismo que usaron constantemente en las clases.

Con relación al KFLM, a pesar de que, en el análisis de la implementación del primer plan de acción, la revisión de la *teoría del aprendizaje* se manifestó, fue necesario hacer el mismo ejercicio, pero en relación con la geometría. Fue importante retomar los planteamientos teóricos de López y García (2008) para conocer y desarrollar las tareas geométricas de acuerdo a su intención según se requirieran, considerando que:

“Se pueden categorizar en tres tipos las tareas que se realizan en las clases al estudiar las figuras geométricas, [...], conceptualización, investigación y demostración, [...], pueden presentarse de manera simultánea en las situaciones problemáticas que se plantean a los alumnos y, con frecuencia, la línea que divide a una de otra es tan tenue que no se pueden separar” (p. 32).

Las *fortalezas y dificultades de los estudiantes* fueron consideradas dentro de la planificación conforme a las características de cada plan de clase, involucrando los *aspectos emocionales del aprendizaje de las matemáticas*, donde se consideraron los intereses y expectativas de los estudiantes al desarrollar una secuencia que incluyó diversos materiales que permitieron que se pusiera en práctica el razonamiento deductivo interactuando y manipulando las formas geométricas básicas.

En el subdominio del KMT, dada la naturaleza del Proceso de Desarrollo de Aprendizaje desarrollado en esta intervención, el conocimiento sobre los *recursos didácticos* (físicos y digitales) se incorporó en la intervención docente de forma pertinente a lo largo de la implementación de la secuencia, ya que se emplearon diferentes tipos de recursos con los que se facilitó el aprendizaje de los estudiantes, interactuando con estos en las actividades para conceptualizar o manipular las formas geométricas en geoplanos, doblado de papel, material concreto o mapas locales.

Así mismo, se dio continuidad al trabajo con una secuencia didáctica dentro de la cual se desarrollan sesiones de acuerdo a la TSD y sus momentos correspondientes, aunque no en todas las actividades se dio esta dinámica, ya que la forma de proceder dependió de las características del tipo de actividades que se desarrollaron. Además, se manifestó el conocimiento acerca de las *estrategias, técnicas, tareas, ejemplos* pertinentes al involucrar en el momento oportuno de la secuencia, tareas de conceptualización para construir conceptos (no solo definiciones) y relaciones geométricas, de investigación para indagar características, propiedades y relaciones entre objetos geométricos, y de demostración para ejercitar habilidades de elaborar conjeturas o procedimientos y defender su postura con argumentos posteriormente (López y García, 2008).

Finalmente, respecto al KMLS, a pesar de que la tabla del *Anexo I*, no lo refleje de esta manera si se abordó el conocimiento de las expectativas del aprendizaje que los estudiantes tendrían, ya que para cada sesión fue relevante considerar qué conocen los estudiantes y hasta donde les permitiría resolver determinados problemas, de no ser así se hubieran presentado situaciones en las que los estudiantes tuvieran dificultad en las actividades propuestas o no comprendieran algunos conceptos empleados.

Después de analizar los conocimientos del MTSK que se manifestaron en el diseño e implementación del segundo plan de acción, se justifica considerar que el desempeño docente fue competente desde un PDA diferente, ya que la conciencia acerca de los conocimientos necesarios, así como la experiencia previa dieron pie a desarrollar una intervención docente pertinente que facilitara el aprendizaje a los estudiantes respecto al PDA.

Un ejemplo de la mayor conciencia de los conocimientos del MTSK se puede encontrar en el KFLM al tomar en cuenta la teoría del aprendizaje como base para desarrollar la intervención docente relacionándose a su vez con el KMT para el diseño de las tareas matemáticas pertinentes. También se reconoce que la intervención fue competente analizándola desde el KSM al considerar en la mayoría de las sesiones conexiones transversales, sin embargo, esto no quiere decir que ya se haya conformado el perfil de un profesor profesional de matemáticas, pues, aunque se avanzó en este camino, aun existen limitaciones y categorías que requieren un proceso reflexivo para atenderse en un momento futuro.

Las fases de *buscar y preparar comportamientos alternativos* y *comprobar en una situación* del ciclo reflexivo ALACT ya no se llevaron a cabo, pues se consideraron únicamente dos planes de acción para documentar la mejora de la intervención docente, y el aplicar ambas fases implicaría diseñar otro plan de acción. Sin embargo, con base en la experiencia derivada del segundo plan de acción se proponen algunos cambios para que la secuencia didáctica pueda tener mayor éxito en caso de volver a implementarse, mismos que se describen a continuación.

Primeramente será conveniente que al reproducir la secuencia didáctica se tome en consideración fortalecer de mejor manera la práctica de demostrar (KPM), ya que durante algunas sesiones se manifestaron dificultades en los estudiantes para identificar las diferencias entre las rectas secantes y perpendiculares, por lo que se deberán explorar alternativas que conduzcan al estudiante a establecer conjeturas y generalizar mediante argumentos cuáles son las características que asemejan o difieren entre estos tipos de rectas.

Una de las recomendaciones principales hacia los docentes que deseen replicar la implementación, sería relacionada a la secuenciación de actividades atendiendo al KMLS, ya que en el caso específico del plan de clase cinco, se identificaron algunas dificultades por parte de los estudiantes para el cálculo de ángulos dentro de una situación problemática, por lo que primeramente se tendría que tener conciencia de los niveles de desarrollo conceptual y procedimental de los estudiantes, como también de la conexión auxiliar (KSM) que se establece entre el contenido geométrico y el correspondiente a proporcionalidad al desarrollar

esta tarea de investigación, entonces, a partir de lo anterior se podrá determinar la ubicación temporal de este plan de clase dentro de la secuencia.

Al concluir con el análisis de este plan de acción, es posible reconocer que si se presentó una mejora significativa en la intervención docente del profesor en formación inicial. Esto al comparar la intervención realizada en el diagnóstico (antes de considerar el MTSK) y en la implementación de los dos planes de acción (apropiación del MTSK) lo cual se manifestó a lo largo de los registros recuperados y plasmados en apartados anteriores, donde se evidencian los cambios significativos durante el desarrollo temporal de cada momento de la investigación, es decir, la intervención docente no fue la misma a la realizada antes de considerar el marco del MTSK.

Dentro del *Anexo J* se encuentra una tabla que permite identificar los perfiles que presentó el PFI durante las tres intervenciones a partir de extractos de las narrativas y reflexiones de las sesiones contempladas, con esta es posible dar cuenta de la transformación del perfil a través de dos planes de acción gracias a la introducción del MTSK para analizar y concientizar el proceso de enseñanza-aprendizaje de las matemáticas, aunque es necesario aclarar que aún queda camino por recorrer en este aspecto.

CONCLUSIONES

La búsqueda por la mejora en la enseñanza de las matemáticas fue el motivo que dio origen al presente informe de prácticas profesionales. Esto, a la luz de la experiencia derivada de la práctica profesional desarrollada en los primeros seis semestres de la LEAMES. El análisis y reflexión de la intervención docente, que comúnmente realizaba, me permitió reconocer limitaciones para desempeñarme de forma adecuada al llevar a cabo los procesos de enseñanza aprendizaje de las matemáticas frente a estudiantes de educación secundaria. En virtud de esta situación, fue que decidí centrarme en indagar cómo mejorar la intervención docente al enseñar matemáticas.

El encuentro con el MTSK, dado a partir de la asistencia al “Segundo Congreso de Investigación sobre el Conocimiento Especializado del Profesor de Educación Básica”, sentó la base para considerarlo en este trabajo académico, ya que, al conocer sobre él, su uso en la práctica docente, en la formación de profesores y, sobre todo, su relevancia en la investigación en didáctica de las matemáticas, permitió retomarlo como una brújula para direccionar la mejora en la propia intervención docente.

Al respecto, el MTSK me brindó la posibilidad de ser consciente de los conocimientos que requiere un educador matemático para desempeñarse de forma pertinente en su quehacer profesional contemplando los dominios (didáctico y disciplinar), subdominios y categorías que establece. En este sentido, se recurrió al MTSK con una doble función: 1) como herramienta interpretativa y 2) como modelo teórico para guiar la intervención docente mediante su apropiación y puesta en escena en el diseño de planes de acción a fin de evidenciar y dar cuenta de cambios sustantivos en la práctica.

Para dar cauce a este estudio se recurrió a la investigación acción como diseño metodológico, misma que se desarrolló en tres momentos en los cuales fue fundamental el acompañamiento del asesor del documento, con quien se llevaron a cabo ciclos reflexivos colaborativos, a partir del análisis, cuestionamiento constante y reflexiones conjuntas de la intervención docente realizada por el PFI en cada una de las sesiones de clase.

En el primer momento correspondiente al diagnóstico se empleó el MTSK para analizar la intervención docente a fin de reconocer los conocimientos manifestados por el

PFI durante la implementación de una secuencia didáctica, así como para determinar aquellos aspectos esenciales para la mejora, es decir, las limitaciones, desde las dimensiones del MTSK, como el desconocimiento curricular y didáctico que presentaba, aunado a la poca determinación para cumplir con el enfoque de resolución de problemas característico de la enseñanza de las matemáticas y sus momentos de clase correspondientes, lo cual impidió que los estudiantes lograran en su totalidad el aprendizaje abordado en el PDA. Entonces, se dio paso con el diseño de un plan de acción diseñado mediante una planificación sustentada en la revisión teórica y didáctica del contenido. Esta revisión permitió abordar algunas dimensiones del conocimiento que no se manifestaron o que se determinaron como endebles en la fase de diagnóstico.

Derivado de la implementación del primer plan de acción diseñado, se replicó la dinámica para llevar a cabo el análisis de la intervención, reconociendo así un avance significativo en la intervención docente producto de la concientización y consideración de ciertos conocimientos del MTSK que representaron un área de oportunidad inicialmente. No obstante, se continuó con el reconocimiento de limitaciones que persistieron durante esta segunda intervención, ya que tal como establece la investigación-acción, la mejora continua implica la reiteración de los ciclos reflexivos y no basta solo con uno de ellos. En esta línea de ideas, se diseñó un segundo plan de acción que siguió el camino trazado previamente, pero respecto a un contenido matemático diferente, haciendo especial énfasis en cubrir las necesidades identificadas en las intervenciones previas.

Al implementar las propuestas didácticas desarrolladas, se realizó un balance final que permitió describir los conocimientos manifestados en mi intervención docente en los dos planes de acción en el marco del MTSK. Como resultado de esta valoración se determinó que, el empleo de este modelo teórico fue pertinente para la transformación de la práctica dado que, a partir del diseño de los planes de acción, acorde a la consideración de aquellos conocimientos que no tenía presentes y ni conciencia, se logró dar un paso adelante en el camino de la conformación del *perfil de un profesor profesional de matemáticas* que es consciente de las implicaciones disciplinares y didácticas en su quehacer, tal y como se manifestó en los análisis de los tres momentos del estudio.

Ahora bien, esta investigación acción me permitió reflexionar sobre la idea que tenía inicialmente sobre el proceso de enseñanza-aprendizaje de las matemáticas, ya que mi concepción de la intervención docente era reducida únicamente a la elaboración de problemas y materiales didácticos. A partir de la experiencia personal en la apropiación del MTSK y su uso, reconozco que existe un abanico de conocimientos que es necesario desplegar para que la intervención docente sea congruente con la de un profesor profesional de matemáticas que promueva, en mayor medida, los aprendizajes escolares en los estudiantes.

En el caso particular de la enseñanza de la geometría, situación que se describió en la introducción, se reflejó una transformación en la intervención docente. En un inicio consideraba que los contenidos geométricos no eran desafiantes para la enseñanza al reducir la mirada únicamente al trabajo con fórmulas. Sin embargo, la toma de conciencia de los conocimientos establecidos en el MTSK permitió resignificar la enseñanza de esta área de las matemáticas y determinar que no es tan sencillo el diseño e implementación de una propuesta didáctica, pues se requiere contemplar aquellos conocimientos didácticos y disciplinares indispensables para propiciar una adecuada intervención docente.

La falta de familiaridad con modelos teóricos que plantean los conocimientos deseables para el profesor de matemáticas propició que mi intervención docente fuera incipiente durante las jornadas de práctica docente realizadas hasta el sexto semestre de la LEAMES, pues en ninguno de los cursos impartidos se consideró un acercamiento al MTSK. Ahora puedo afirmar que, la incorporación del marco del MTSK permite concientizar a profesores en formación inicial de los conocimientos disciplinares y didácticos con que deben equiparse para que sus intervenciones docentes sean pertinentes y que impacten en el aprendizaje de los estudiantes.

Como una recomendación derivada de esta investigación, se sugiere considerar el MTSK para los espacios de reflexión de la práctica docente que se realizan en la Escuela Normal como producto de las jornadas de práctica, esto permitirá a los profesores en formación inicial, tener presente y valorar el avance en torno a los conocimientos didácticos y disciplinares que requieren para desempeñarse satisfactoriamente. Del mismo modo, se

recomienda a los formadores de profesores diseñar e implementar situaciones didácticas basadas en el MTSK para movilizar el abanico de conocimientos en los futuros profesores.

Para esta investigación fue indispensable primeramente reconocer las dimensiones del conocimiento del profesor de matemáticas de acuerdo con los dominios y subdominios que establece el modelo MTSK y profundizar en las categorías distintivas y específicas que permiten comprender que la labor docente implica más de lo que comúnmente se aborda, ya que en medida que se dominen estos conocimientos la conciencia del actuar docente se verá reflejada en la intervención desde la satisfacción personal, la claridad profesional y el proceso de enseñanza-aprendizaje de las matemáticas.

A partir de esta apropiación pude dar un sentido diferente a mi intervención docente. Ahora comprendo que ésta necesita de una planeación orientada al trabajo de aula desde las definiciones, procedimientos, aplicaciones, relaciones, características y propiedades del contenido matemático abordado. También es importante reconocer que la dimensión didáctica no solo es la consideración de determinados materiales, pues implica la construcción de tareas específicas que correspondan a los aportes del campo de investigación de la enseñanza y el aprendizaje del contenido abordado.

Así mismo, este dominio del conocimiento va más allá de proponer a los estudiantes planes de clase, no se debe dejar de lado que hay un antecedente y una secuencia que los estudiantes siguen en su formación, por lo que a partir de esto la intervención debe tomar en cuenta que existen algunas fortalezas a considerar, tanto como dificultades recurrentes tanto en el contenido como de acuerdo a las características de los estudiantes.

A pesar de que el centro de atención de esta investigación fue la actuación docente, es posible identificar que mediante el desarrollo de estas acciones en el marco del MTSK, la enseñanza brindada permitió facilitar el aprendizaje de los estudiantes de mejor manera respecto a la situación educativa inicial, ya que desde su participación durante la sesión de clase y las producciones elaboradas, se comenzaron a visibilizar avances en la comprensión conceptual y procedimental de los estudiantes respecto a los procesos de desarrollo de aprendizaje abordados.

Lo anterior se reflejó entre otras formas, mediante la posibilidad de culminar con el desarrollo las secuencias didácticas, ya que durante intervenciones de semestres anteriores las dificultades de los estudiantes respecto a las tareas matemáticas propuestas y la poca facilitación por parte de las ayudas matemáticas, los recursos y estrategias seleccionadas condicionaban el aprendizaje, por lo tanto también la continuidad de cada uno de los planes de clase, situación que logró una mejora significativa pues no se dio de esta manera en ninguno de los dos planes de acción construidos.

Lo ya descrito permite dar respuesta a la pregunta central de esta investigación acción, ya que a partir de la apropiación y empleo del modelo MTSK para el diseño e implementación de la intervención docente, se identificó la mejora desde lo que esta implica, es decir, el actuar antes y durante la clase sufrió una transformación a partir de la concientización de los conocimientos que se involucran en ella, y particularmente en el análisis de lo incluido en el informe de prácticas profesionales se da cuenta de cómo los planes de acción tomaron en cuenta nuevos sectores para presentar a los estudiantes de primer grado de secundaria una intervención docente más cercana a lo que refiere un profesional de la educación.

La investigación-acción desarrollada representa un aporte de conocimiento sobre las líneas de acción inmediatas que se han establecido para este campo de investigación sobre el MTSK, ya que se ha desarrollado una reflexión acerca del impacto que tuvo la apropiación del modelo para favorecer la intervención docente al introducirse a un profesor en formación inicial, además mostrando la funcionalidad de reconocer e interpretar los conocimientos especializados en el diseño de propuestas didácticas en dos planes de acción.

A partir de la experiencia personal, se plantean algunos retos pedagógicos para la profesionalización de mi intervención docente, si bien el desarrollo de esta investigación dio la posibilidad de generar un cambio significativo en la intervención docente, existen todavía áreas de oportunidad que deben atenderse, ya que desde la naturaleza de la investigación-acción, el cambio no se logra con una sola intervención, está compuesta por ciclos reflexivos que se dan uno al término del otro, es decir, tal como es dicho comúnmente, el docente nunca deja de aprender.

En particular, existen algunas categorías planteadas dentro del MTSK que no fueron identificadas de primera mano, algunas a causa de la naturaleza de los contenidos abordados y otras que sería conveniente analizar para ser tratadas en futuras intervenciones, tales son los casos de algunos tipos de conexiones, la jerarquización y planificación para resolver problemas, las prácticas particulares del quehacer matemático o las formas de interacción con el contenido.

En cuanto a retos en el campo de la investigación en didáctica de las matemáticas, este trabajo aporta un granito de arena sobre la integración del modelo MTSK en la formación inicial del profesor de matemáticas, en este caso desde las Escuelas Normales. La difusión que se realice de esta investigación acción permitirá a otros docentes tomar en cuenta y reflexionar sobre los conocimientos que establece el MTSK. Como veta de investigación, queda pendiente transitar hacia estudios de replicación considerando los planes de acción elaborados a partir de esta experiencia académica.

REFERENCIAS

- Aguilar, A., Carreño, E., Carrillo, J., Climent, N., Contreras, L., Escudero, D., Flores, E., Flores, P., Montes, M. y Rojas, N. (2013). El Conocimiento Especializado del Profesor de Matemáticas: MTSK. *Actas del VII Congreso Iberoamericano de Educación Matemática* (pp. 5063-5069)
- Aké, L., López, J. M. y Martínez, C. (2016). La formación inicial del profesor de matemáticas en México: el análisis de un caso. *Investigación e innovación en Matemática Educativa*, 1, 103-110.
- Alsina, A. (2007). El aprendizaje reflexivo en la formación permanente del profesorado: Un análisis desde la didáctica de las matemáticas. *Educación Matemática*, 19(1), 99-126.
- Anexo Acuerdo 08/08/23 [Diario Oficial de la Federación]. Por el cual se establecen los programas de estudio para la Educación Preescolar, Primaria y Secundaria: Programas sintéticos de las fases 2 a 6. SEP. 08 de agosto de 2023. DOF.
- Barrios, M. (2004). El contraste entre la planificación de clases y la enseñanza interactiva en la intervención docente autónoma de futuros maestros de inglés durante las Prácticas de Enseñanza. *Porta Linguarum*, 2, 31-55.
- Bolívar, A. (2005). Conocimiento Didáctico del Contenido y Didácticas Específicas. *Profesorado. Revista de currículum y formación del profesorado*, 9(2), 1-39.
- Carreño, E., Escudero, D. y Estrella, S. (2021). Desafíos y perspectivas de investigación con/del Mathematics Teachers' Specialized Knowledge. En J. G. Moriel-Junior (Ed.), *Memoria del V Congreso Iberoamericano sobre Conocimiento Especializado del Profesor de Matemáticas* (pp. 11-18).
- Carrillo, J., Climent, N., Montes, M. y Cinta, M. (2022a). Una trayectoria de investigación sobre el conocimiento del profesor de matemáticas: del grupo SIDM a la Red Iberoamericana MTSK. *Revista Venezolana de Investigación en Educación Matemática (REVIEM)*, 2(2), 1-26.

- Carrillo, J., Contreras, L. y Flores, P. (2013). Un modelo de conocimiento especializado del profesor de Matemáticas. En L. Rico, M. Cañadas, J. Gutiérrez, M. Molina, I. Segovia (Eds.), *Investigación en Didáctica de la Matemática. Homenaje a Encarnación Castro* (pp. 193-200). Editorial Comares.
- Carrillo, J., Montes, M. y Climent, N. (2022b). *Investigación sobre Conocimiento Especializado del Profesor de Matemáticas (MTSK): 10 Años de Camino*. Editorial DYKINSON.
- Codes, M. y Contreras, L. (2022). El Conocimiento de los Estándares de Aprendizaje de las Matemáticas. En J. Carrillo, M. Montes, y N. Climent (Eds.), *Investigación sobre Conocimiento Especializado del Profesor de Matemáticas (MTSK): 10 Años de Camino* (pp. 95-108). Editorial DYKINSON.
- Corrial, C., y Ramos, E. (2015). *Reflexión sobre la Práctica desde la Modelación Matemática en el Aula* [Taller]. XIX Jornadas Nacionales de Educación Matemática, Villarica, Chile.
- Delgado, R., Zakaryan, D. y Alfaro, C. (2022). El Conocimiento de la Práctica Matemática. En J. Carrillo, M. Montes, y N. Climent (Eds.), *Investigación sobre Conocimiento Especializado del Profesor de Matemáticas (MTSK): 10 Años de Camino* (pp. 57-69). Editorial DYKINSON.
- Escudero, D. (2022). Conocimiento de las Características del Aprendizaje Matemático. En J. Carrillo, M. Montes, y N. Climent (Eds.), *Investigación sobre Conocimiento Especializado del Profesor de Matemáticas (MTSK): 10 Años de Camino* (pp. 83-94). Editorial DYKINSON.
- Espinoza, E. (2020). La Investigación Formativa. Una Reflexión Teórica. *Revista Conrado*, 16(74), 45-53.
- Esteley, C., Villareal, M., Mina, M. y Coirini, A. (2021). Uso de videos en la formación inicial de profesores de matemática como recurso para observar clases. *Educación Formación Investigación Revista Científica*, 7(12), 65-89.

- Flores, E., Montes, M., Carrillo, J., Contreras, L., Cinta, M. y Mar Liñán, M. (2016). El Papel del MTSK como Modelo de Conocimiento del Profesor en las Interrelaciones entre los Espacios de Trabajo Matemático. *Bolema, Rio Claro (SP)*, 30(54), 204-221. DOI: <http://dx.doi.org/10.1590/1980-4415v30n54a10>
- Flores, E. (2022). Conocimiento de la Estructura de las Matemáticas. En J. Carrillo, M. Montes, y N. Climent (Eds.), *Investigación sobre Conocimiento Especializado del Profesor de Matemáticas (MTSK): 10 Años de Camino* (pp. 47-55). Editorial DYKINSON.
- Groenwald, C. L. y Llinares, S. (2019). Competencia Docente de Observar con Sentido Situaciones de Enseñanza. *Paradigma*, 40, 29-46.
- Latorre, A. (2005). *La Investigación-Acción. Conocer y cambiar la práctica educativa*. Editorial Graó.
- López, O. y García, S. (2008). *La enseñanza de la Geometría*. Instituto Nacional para la Evaluación de la Educación.
- Martínez, M., J. A. (2024). Los conocimientos didáctico-geométricos en la formación inicial del profesor de matemáticas: reflexiones a partir de un análisis de los textos del saber. En Mercado S., A, Huerta V., E y Hernández Z., G (Eds.), *Ámbitos de desarrollo de la práctica docente. Reflexiones actuales desde la investigación educativa*. (pp. 83-101). Pie Rojo Ediciones.
- Martínez, F. (2012). Procedimientos para el estudio sobre las prácticas docentes. Revisión de la literatura. *Revista Electrónica de Investigación y Evaluación Educativa RELIEVE*, 18(1), 1-22
- Martínez, F. (2020). El nuevo oficio del investigador educativo. Una introducción metodológica. Universidad Autónoma de Aguascalientes.
- Mason, J., Graham, A., Pimm, D. y Gowar, N. (1985). *Rutas hacia el Álgebra/Raíces del Álgebra*. Universidad de Tolima.

- Muñoz, M., Contreras, L., Carrillo, J., Rojas, N., Montes, M. y Climent, N. (2015). Conocimiento especializado del profesor de matemáticas (MTSK): un modelo analítico para el estudio del conocimiento del profesor de matemáticas. *La Gaceta de la RSME*, 18(3), 1801-1817.
- Novillo, P., y Alonso, M. (2016). *La práctica reflexiva: dos perspectivas de un mismo modelo formativo*. La formación y competencias del profesorado de ELE: XXVI Congreso Internacional ASELE, 773-783.
- Porlán, R. y Martín, J. (1996). *El diario del profesor. Un recurso para la investigación en el aula*. Díada.
- Secretaría de Educación Pública. (2017). *Aprendizajes Clave para la Educación Integral. Matemáticas. Educación secundaria. Planes y programas de estudio, orientaciones didácticas y sugerencias de evaluación*. SEP.
- Secretaría de Educación Pública. (2018). *Orientaciones Académicas para la Elaboración del Trabajo de Titulación. Planes de Estudio 2018*. SEP, DGESuM.
- Secretaría de Educación Pública. (2018). *Plan de Estudios de la Licenciatura en Enseñanza y Aprendizaje de las Matemáticas en Educación Secundaria*. SEP.
- Secretaría de Educación Pública. (2021). *Perfiles profesionales, criterios e indicadores para el personal docente, técnico docente, de asesoría técnica pedagógica, directivo y de supervisión escolar*. SEP, USICAMM, http://public-file-system.usicamm.gob.mx/2022-2023/compilacion/EB/Marco_EB.pdf
- Secretaría de Educación Pública. (2022). *Plan de Estudios de la educación básica 2022*. SEP.
- Shulman, L. (1986). Those who understand. Knowledge growth in teaching. *Educational Researcher*, 15(2), 4-14.
- Sosa, L. y Carrillo, J. (2010). Caracterización del conocimiento matemático para la enseñanza (MKT) de matrices en bachillerato. En M.M. Moreno, A. Estrada, J. Carrillo, y T.A. Sierra, (Eds.), *Investigación en Educación Matemática XIV* (pp. 569-580). Lleida: SEIEM.

- Sosa, L. y Reyes, A. (2022). Conocimiento de la Enseñanza de las Matemáticas. En J. Carrillo, M. Montes, y N. Climent (Eds.), *Investigación sobre Conocimiento Especializado del Profesor de Matemáticas (MTSK): 10 Años de Camino* (pp. 71-82). Editorial DYKINSON.
- Sosa, L. y Ribeiro, C. (2015). El conocimiento profesional como característica distintiva de profesionalización docente en la formación de profesores. *Revista Iberoamericana de Producción Académica y Gestión Educativa*. 2(3), 1-19.
- Tardif, M. (2014). *Los saberes del docente y su desarrollo profesional*. Narcea, S.A.
- Vasco, M. y Moriel, J. (2022). Conocimiento de los Temas. En J. Carrillo, M. Montes, y N. Climent (Eds.), *Investigación sobre Conocimiento Especializado del Profesor de Matemáticas (MTSK): 10 Años de Camino* (pp. 35-46). Editorial DYKINSON.

ANEXOS

Anexo A



Declaración de Consentimiento Informado

A través del presente Consentimiento Informado hacemos de su conocimiento que, como parte de las actividades formativas del docente en formación Fernando Meléndez Lara en la BECENE SLP, se tiene contemplado implementar el proyecto de investigación denominado “El Conocimiento Especializado del Profesor de Matemáticas como Marco para Favorecer la Intervención Docente en un Grupo de Educación Secundaria”, en el grupo de 1ºD de la Escuela Secundaria Técnica Núm. 14.

El propósito principal del proyecto consiste en mejorar la intervención docente en la enseñanza de las matemáticas a través de la apropiación y puesta en escena de los conocimientos establecidos en el modelo del Conocimiento Especializado del Profesor de Matemáticas (MTSK) y visibilizados en el diseño de propuestas didácticas.

El proyecto tiene contemplado desarrollarse en tres momentos del ciclo escolar 2023 - 2024. El primero de ellos consiste en realizar un diagnóstico de la intervención didáctica del docente en formación (octubre de 2023) y en los dos restantes (noviembre de 2023 y enero 2024) se implementará el diseño de propuestas didácticas en el grupo de estudiantes referido.

Cada uno de los momentos enunciados requerirá de la recolección de datos/información y evidencias que permitan realizar un ciclo reflexivo de la práctica docente. En este sentido, para obtener la información se tiene contemplado videograbar las clases que impartirá el docente en formación en el grupo de 1ºD. Cabe señalar que, el **enfoque de la videograbación** se centrará **únicamente** en las acciones del docente en formación al impartir la clase de matemáticas.

En caso de que, estudiantes o personal de la institución, sean captados dentro de la videograbación de clases se recurrirá a lo siguiente:

- Los rostros o imágenes serán tratados y custodiados de forma **estrictamente confidencial**, con respeto a la intimidad, anonimato y conforme a la normativa legal vigente.
- La información se utilizará única y exclusivamente con **finés académicos** o de difusión del conocimiento, a partir del registro, análisis y procesamiento de ella para extraer conclusiones para el estudio.
- Se tendrá el acceso al producto final para garantizar el adecuado tratamiento de la información proporcionada.
- La implementación de estas acciones no tendrá beneficio o costo monetario a cambio de la participación.

Por lo anterior, acepto y doy autorización al docente en formación Fernando Meléndez Lara para la aplicación de su proyecto de investigación y declaro haber estado debidamente informado de lo que ello implica. Así mismo, conservo la prerrogativa de revocar este consentimiento informado en cualquier momento, si así lo decido y comunico a los investigadores responsables del proyecto.

Recibo una copia de este consentimiento para guardarlo y poder consultarlo en el futuro.

San Luis Potosí, S. L. P., a 09 de octubre de 2023

Prof. Juvencio Rojas Cruz
Director de la Esc. Sec. Técnica Núm. 14

Profra. Lya Sánchez Jarero
Subdirectora de la Esc. Sec. Técnica Núm. 14

Datos de los responsables del proyecto:

Fernando Meléndez Lara
fernandoinfo06@gmail.com
Estudiante del cuarto grado de la LEAMES de la Benemérita y Centenaria Escuela Normal del Estado de San Luis Potosí.

Mtro. Jesús Arnulfo Martínez Maldonado
jamartinez@beceneslp.edu.mx
Catedrático y Asesor del proyecto
Benemérita y Centenaria Escuela Normal del Estado de San Luis Potosí.

Anexo B



DECLARACIÓN DE CONSENTIMIENTO INFORMADO

Apreciable padre de familia del estudiante _____.

A través del presente documento, se le informa que el docente en formación Fernando Meléndez Lara es estudiante de la Licenciatura en Enseñanza y Aprendizaje de las Matemáticas en Educación Secundaria de la Benemérita y Centenaria Escuela Normal del Estado de San Luis Potosí y se encuentra desarrollando sus prácticas profesionales en la Escuela Secundaria Técnica Núm. 14, impartiendo clases de matemáticas al grupo de 1ºD bajo la tutela del Prof. Rafael Alejo Banda

Del mismo modo, se le comunica que el docente en formación estará aplicando un proyecto didáctico a lo largo del ciclo escolar 2023-2024 en el grupo donde está inscrito su hijo. El proyecto tiene como propósito implementar acciones que permitan mejorar la enseñanza de las matemáticas por parte del docente en formación que beneficien en el aprendizaje de los estudiantes del grupo de 1ºD, así como reflexionar sobre la intervención docente. Para ello, resulta necesario videograbar algunas sesiones de clase. Cabe señalar que, la videograbación se centrará **únicamente en la intervención del docente en formación, y no en los estudiantes.**

Sin embargo, en caso de que algún estudiante aparezca en la videograbación de clases se procederá a lo siguiente:

- Los rostros o imágenes serán tratados y custodiados de forma **estrictamente confidencial**, con respeto a la intimidad, anonimato y conforme a la normativa legal vigente.
- La información se utilizará única y exclusivamente con **finés académicos** o de difusión del conocimiento, a partir del registro, análisis y procesamiento de ella para extraer conclusiones para el proyecto.
- Se tendrá acceso al producto final para garantizar el adecuado tratamiento de la información recabada.

Tomando conciencia de lo anterior, yo padre de familia del estudiante _____, declaro que fui informado previamente y comprendo que tengo derecho a recibir respuesta sobre cualquier inquietud que mi hijo(a) o nosotros tengamos sobre dicho proyecto, antes, durante y después de su ejecución. Así como también, confirmo que fui informado de que, en caso de que aparezca el rostro de mi hijo en una videograbación, se guardará confidencialidad y anonimato, y que por ningún motivo se divulgará con otros fines que no sean académicos.

En constancia de lo anterior, firmamos el presente documento, en la ciudad de San Luis Potosí, S.L.P., el día 11, del mes de octubre de 2023.

Firma _____

Nombre _____

Firma: _____

Nombre _____

Datos de los responsables del proyecto:

Fernando Meléndez Lara
fernandoinfo06@gmail.com
Estudiante del cuarto grado de la LEAMES de la Benemérita y Centenaria Escuela Normal del Estado de San Luis Potosí.

Mtro. Jesús Arnulfo Martínez Maldonado
jamartinez@becencslp.edu.mx
Catedrático y Asesor del proyecto
Benemérita y Centenaria Escuela Normal del Estado de San Luis Potosí.

Anexo C

Planificación fase diagnóstica



SECRETARÍA DE EDUCACIÓN DE GOBIERNO DEL ESTADO
BENEMERITA Y CENTENARIA ESCUELA NORMAL DEL ESTADO
ESCUELA SECUNDARIA TÉCNICA No. 14
CCT. 24DST0014V



PLANEACIÓN DIDÁCTICA

Campo formativo: Saberes y pensamiento científico

Grado y grupo: 1ºB, 1ºD

Fecha: 02 al 20 de octubre de 2023

Número de sesiones: 6

Docente en formación: Fernando Meléndez Lara

ELEMENTOS CURRICULARES PROGRAMA 08/08/23 (FASE 6)

Propósitos generales del estudio de las matemáticas

- Concebir las matemáticas como una construcción social en donde se formulan y argumentan hechos y procedimientos matemáticos.
- Adquirir actitudes positivas y críticas hacia las matemáticas: desarrollar confianza en sus propias capacidades y perseverancia al enfrentarse a problemas; disposición para el trabajo colaborativo y autónomo; curiosidad e interés por emprender procesos de búsqueda en la resolución de problemas.
- Desarrollar habilidades que les permitan plantear y resolver problemas usando herramientas matemáticas, tomar decisiones y enfrentar situaciones no rutinarias.

Propósito del estudio de las matemáticas en secundaria:

Razonar deductivamente al identificar y usar las propiedades de triángulos, cuadriláteros y polígonos regulares, y del círculo. Asimismo, a partir del análisis de casos particulares, generalizar los procedimientos para calcular perímetros, áreas y volúmenes de diferentes figuras y cuerpos, y justificar las fórmulas para calcularlos.

Proceso de Desarrollo de Aprendizaje (PDA)

- Comprueba si cada una de estas operaciones cumple las propiedades: conmutativa, asociativa y distributiva

Contenido

Extensión del significado de las operaciones y sus relaciones inversas

Ejes articuladores

- Pensamiento crítico

	<p>Problema del contexto Comprensión Lectora</p>	<ul style="list-style-type: none"> • Apropiación de la cultura a través de la lectura y escritura
<p>Enfoque didáctico Este enfoque didáctico se centra en la contextualización y el aprendizaje situado. Contextualizar implica dar nuevo significado al currículo nacional, considerándolo como punto de partida en lugar de contenido universal. Los contenidos en este programa son flexibles y aceptables según lo valorado por las comunidades educativas. Implica diseñar actividades en sintonía con el contexto de los estudiantes, la escuela y la comunidad, a nivel local y global, creando una comprensión sólida de la realidad como base para el aprendizaje.</p>	<p>Habilidades matemáticas</p> <ul style="list-style-type: none"> - Calcular: Establece relaciones entre cifras y términos de una operación para obtener un resultado. - Comunicar: Utiliza simbología y conceptos matemáticos para interpretar y transmitir información. - Generalizar: descubrir irregularidades, reconoce patrones y formular procedimientos y resultados 	<p>Conocimientos previos</p> <ul style="list-style-type: none"> - Suma - Resta - Multiplicación - División
<p>Estrategia de evaluación La evaluación a considerar será de carácter formativo, considerando las siguientes finalidades:</p> <ul style="list-style-type: none"> • Estimular la autonomía • Monitorear avance y los resultados • Comprobar el nivel de comprensión • Identificar necesidades 	<p>Perfil de egreso</p>	<p>4. Valoran sus potencialidades cognitivas, físicas y afectivas a partir de las cuales pueden mejorar sus capacidades personales y de la comunidad durante las distintas etapas de su vida. 7. Interpretan fenómenos, hechos y situaciones históricas, culturales, naturales y sociales a partir de temas diversos e indagan para explicarlos con base en razonamientos, modelos, datos e información con fundamentos científicos y saberes comunitarios, de tal manera que les permitan consolidar su autonomía para plantear y resolver problemas 8. Interactúan en procesos de diálogo con respeto y aprecio a la diversidad de capacidades, características, condiciones, necesidades, intereses y visiones al trabajar de manera cooperativa. Son capaces de aprender a su ritmo y respetar el de las demás personas, adquieren nuevas capacidades, construyen nuevas relaciones y asumen roles distintos en un proceso de constante cambio para emprender proyectos personales y colectivos dentro de un mundo en rápida transformación.</p>

Instrumento de evaluación
Lista de cotejo

10. Desarrollan el pensamiento crítico que les permita valorar los conocimientos y saberes de las ciencias y humanidades, reconociendo la importancia que tienen la historia y la cultura para examinar críticamente sus propias ideas y el valor de los puntos de vista de las y los demás como elementos centrales para proponer transformaciones en su comunidad desde una perspectiva solidaria.

HORARIO 1ºB	
Día	Horario
Lunes	7:00 – 7:50
Martes	11:30 – 12:20
Miércoles	13:10 – 13:45
Jueves	8:40 – 9:30
Viernes	7:00 – 7:50

HORARIO 1ºD	
Día	Horario
Lunes	11:30 – 12:20
Martes	7:00 – 7:50
Miércoles	8:40 – 9:30
Jueves	10:40 – 11:30
Viernes	8:40 – 9:30

Conceptualización

Concepto	Definición.
Recta numérica	Es una representación gráfica del orden de los números (positivos y negativos), esta se compone de espacios de iguales para representar los enteros debidamente ordenados
Ley de los signos	Regla matemática que nos ayuda a realizar diferentes operaciones básicas determinando el signo que deberá tener un resultado de acuerdo a los operadores y signos que acompañan a los elementos
Propiedad conmutativa	La propiedad conmutativa establece que cambiar el orden de dos números en una operación de suma o multiplicación no cambiará la suma o el producto. Por ejemplo, $5 + 3 = 8$ es lo mismo que $3 + 5 = 8$. El orden de 5 y 3 no importa. No altera el resultado.
Propiedad distributiva	La propiedad distributiva es aquella por la que la multiplicación de un número por una suma nos va a dar lo mismo que la suma de cada uno de los sumandos multiplicados por ese número. Pero también podemos aplicar la propiedad distributiva en el otro sentido, llamándolo entonces sacar factor común $3 \times (4 + 5) = 3 \times 4 + 3 \times 5$
Propiedad asociativa.	La propiedad asociativa ayuda a proporcionar una base estructural para resolver ecuaciones. La propiedad asociativa de la suma establece que la suma de los números será la misma sin importar cómo se agrupen. $a + (b + c) = (a + b) + c$
Suma (Adición)	Operación matemática fundamental que consiste en reunir varias cantidades en una sola, se compone de dos sumandos y una suma (resultado)
Resta (diferencia o sustracción)	Operación matemática que consiste en sustraer una determinada cantidad a otra para determinar la diferencia entre estas. Se compone de minuendo (al que se resta), sustraendo (cantidad que se resta) y una diferencia (resultado)
Multiplicación (Producto)	Operación matemática que consiste en hallar el resultado de sumar un número tantas veces como indique el otro. Se compone de dos factores y un producto (resultado)
División (Cociente)	Operación matemática que consiste en separar una determinada cantidad en partes iguales. Se compone de un dividendo (a dividir), divisor (entre el que se divide), residuo, y un cociente (resultado)

DESARROLLO DE LA SECUENCIA DIDÁCTICA		
Plan de Clase 1/5	Intención didáctica Que los alumnos se introduzcan en la noción de las propiedades de los números reales por medio del conteo y de la adición.	Fecha: 12/oct/2023
MOMENTO	Actividades / Orientaciones didácticas	
INICIO		
<p>Al momento de que llegan los estudiantes al salón de matemáticas se les solicita que se coloquen en parejas por mesa y que esa será la modalidad de trabajo.</p> <p>Encuentro con el problema: (5 minutos)</p> <p>La clase comenzará con la repartición de hojas de trabajo a cada uno de los alumnos, así mismo, se colocarán en parejas por mesa de los propios estudiantes, procurando que puedan trabajar de manera eficiente y evitando conjuntos que puedan generar desorden.</p>		
DESARROLLO		
<p>Verbalización: (5 minutos)</p> <p>Se les solicitará a los estudiantes leer su consigna de manera individual, de modo que identifiquen las indicaciones y elementos en el planteamiento del problema dado; una vez que se realice esto, se solicitará que se volteen las hojas de trabajo, una vez que concluya el tiempo asignado a la lectura, se realizarán preguntas a los estudiantes respecto a la consigna como, por ejemplo: ¿Qué nos dice la consigna?, ¿De qué manera se trabajará?, ¿Qué materiales se necesitarán?, ¿Qué relación existe con la actividad anterior?, ¿Qué nos pide?, entre otras cuestiones.</p> <p>Se espera que los alumnos utilicen la comprensión lectora y los principios de la suma para lograr ordenar y resolver el problema que se solicita. Por lo cual deben retomar aspectos como el conteo para su resolución, en donde se espera que antes de ello sea claro el problema mediante la verbalización.</p>		
<p>Resolución del problema: (15 minutos)</p> <p>Los estudiantes deberán trabajar de manera colaborativa para poder llegar a un análisis de la situación que se presenta, lo que puede desarrollar sus razonamientos y su sentido numérico. Esto utilizando la suma como operación básica y la organización de los datos. Anexo 1.</p> <p>Durante este tiempo monitorearé el avance de los estudiantes, es probable que dentro de las parejas exista conflicto con relación a la selección y orden, aunque sin embargo los resultados no cambiarían. En este caso, se busca que los estudiantes tengan resultados diversos, que se contrastarán posteriormente, por lo que únicamente se observará la colaboración y discusión entre integrantes del equipo.</p>		
<p>Puesta en común: (10 minutos)</p>		

Dentro de la resolución del problema, se aprovechará para identificar a los equipos que tengan mayor dificultad en la actividad, o que hayan tenido menor progreso, estos serán los que comenzarán compartiendo sus razonamientos, resultados y conclusiones acerca del problema planteado, mientras que estos equipos comparten la expresión que creyeron que representa la situación y la desarrollan, comentando a su vez cuales son los pasos que se deben realizar primero, lo cual debe de partir de la reflexión de la lectura, y sobre la selección de las diferentes piezas, lo que pone en práctica su imaginación y analizar de qué manera lo ordenaron.

Una vez que los equipos dichos terminen su exposición, se preguntará y corroborará que se tengan procedimientos iguales sin alterar sus respuestas, para no perder tiempo en repetir una misma metodología. Los alumnos tendrán la oportunidad de cuestionar las posturas divergentes a las suyas, de modo que se pueda reflexionar en común.

CIERRE

Institucionalización: (10 minutos)

Una vez concluida la puesta en común, se comentará según dada la diversidad de resultados en este problema, en matemáticas existe una serie de propiedades que se utilizan con los números reales, y que en este caso se da una introducción sobre como poder simplificar algunas operaciones o convertirlas para llegar a encontrar algunos valores diferentes. Como en el caso de la suma no importa el orden de los sumandos siempre dará el mismo resultado, lo que podrán analizar durante la actividad.

<p style="text-align: center;">Materiales</p> <ul style="list-style-type: none"> -Números del 0-9. -Calabaza, papa, y zanahoria en grande. -Marcadores -Pizarrón. -Consignas 	<p style="text-align: center;">Evaluación</p> <ul style="list-style-type: none"> - Lista de cotejo
Observaciones y/o adecuaciones	

Aspecto a evaluar	Si	No
Resuelve problemas utilizando principios de conteo y suma.		
Identifica correctamente que el orden no altera el resultado.		
Plantean diferentes propuestas para dar un resultado.		

PLAN (1/5)

Nombre: _____ No. L: _____ Fecha: _____

Grado y grupo: _____ Docente en formación: _____

Consigna: En parejas lean la información y resuelvan lo que solicita.

1, En una comunidad rural, un grupo de agricultores se dedica a cultivar diferentes tipos de frutas y verduras para vender en el mercado local y así obtener ingresos para sus familias. Sin embargo, debido a la fluctuación de precios y a la competencia de otros agricultores, no siempre logran vender todos sus productos al monto que desean. Por ello, el grupo de la comunidad rural decidió crear una cooperativa para mejorar su situación económica y asegurar un suministro constante de alimentos para su gente.

A. Como una medida para aumentar sus ventas, los agricultores elaboraron diferentes canastas con nueve piezas de las siguientes verduras:



B. Propón las posibles combinaciones de verduras que se pueden hacer considerando que, como mínimo, las canastas tengan 2 piezas de cada verdura, sin repetir las cantidades en cada canasta.

Canasta 1	Canasta 2	Canasta 3
Calabaza: ____	Calabaza: ____	Calabaza: ____
Papa: ____	Papa: ____	Papa: ____
Zanahoria: ____	Zanahoria: ____	Zanahoria: ____
Operación: $_ + _ + _ = 9$	Operación: $_ + _ + _ = 9$	Operación: $_ + _ + _ = 9$

C) ¿Qué observas al comparar la operación del total de productos en cada canasta? ¿Significa lo mismo cada suma? ¿Qué tendría que cambiarse para que el significado sea coherente para poder comparar las suma?

DESARROLLO DE LA SECUENCIA DIDÁCTICA		
Plan de Clase 2/5	Intención didáctica Que los alumnos resuelvan problemas y operaciones para reconocer la propiedad conmutativa.	Fecha: 13/oct/2023
MOMENTO	Actividades / Orientaciones didácticas	
INICIO		
<p>Al momento de que llegan los estudiantes al salón de matemáticas se les solicita que se coloquen en parejas por mesa y que esa será la modalidad de trabajo.</p> <p>Encuentro con el problema: (5 minutos)</p> <p>La clase comenzará con la repartición de hojas de trabajo a cada uno de los alumnos, así mismo, se colocarán en parejas por mesa de los propios estudiantes, procurando que puedan trabajar de manera eficiente y evitando conjuntos que puedan generar desorden.</p>		
DESARROLLO		
<p>Verbalización: (5 minutos)</p> <p>Se les solicitará a los estudiantes leer su consigna de manera individual, de modo que identifiquen las indicaciones y elementos en el planteamiento del problema dado; una vez que se realice esto, se solicitará que se volteen las hojas de trabajo, una vez que concluya el tiempo asignado a la lectura, se realizarán preguntas a los estudiantes respecto a la consigna como, por ejemplo: ¿Qué nos dice la consigna?, ¿De qué manera se trabajará?, ¿Qué materiales se necesitarán?, ¿Qué relación existe con la actividad anterior?, ¿Qué nos pide?, entre otras cuestiones.</p> <p>Se espera que los alumnos relacionen el desarrollo de la actividad con la anterior, así como incorporar la relación de la propiedad conmutativa. Por lo que deberán de desarrollar habilidades para organizar cada uno de los sumandos y encontrar las respuestas correctas, y en la parte inferior, se espera que a partir de la operación logren encontrar la respuesta.</p> <p>Resolución del problema: (15 minutos).</p> <p>Los estudiantes deberán de trabajar en parejas y de manera colaborativa para lograr desarrollar las operaciones que se presenta, el cual les ayuda a poder desarrollar y reflexionar sobre el acercamiento con la propiedad conmutativa, ya que se muestra un recuadro en donde deberán colocar cada una de las operaciones en el orden que ellos consideren, con lo cual posteriormente se les presentará que no importa el orden, ellos pueden encontrar la solución mientras se realiza el cálculo y resolución de la operación de manera correcta.</p> <p>Se espera que puedan encontrar la relación y puedan reflexionar sobre esta propiedad de los números reales, y lo puedan relacionar con otros procedimientos matemáticos a lo largo de su escolaridad.</p> <p>Puesta en común: (10 minutos)</p>		

Dentro de la resolución del problema, se aprovechará para identificar a los equipos que tengan mayor dificultad en la actividad, o que hayan tenido menor progreso, estos serán los que comenzarán compartiendo sus razonamientos, resultados y conclusiones acerca del problema planteado, mientras que estos equipos comparten la expresión que creyeron que representa la situación y la desarrollan, comentando a su vez cuales son los pasos que se deben realizar primero, lo cual debe de partir de la reflexión de la lectura, y sobre la selección de las diferentes piezas, lo que pone en práctica su imaginación y analizar de qué manera lo ordenaron.

Una vez que los equipos dichos terminen su exposición, se preguntará y corroborará que se tengan procedimientos iguales sin alterar sus respuestas, para no perder tiempo en repetir una misma metodología. Los alumnos tendrán la oportunidad de cuestionar las posturas divergentes a las suyas, de modo que se pueda reflexionar en común.

CIERRE

Institucionalización: (10 minutos)

Después de concluir la puesta en común se les comentará a los alumnos la relación que se tiene de la propiedad conmutativa con la suma y la multiplicación, ya que es e donde esta tiene efecto. Fomentando la reflexión sobre: El orden al sumar o multiplicar los números reales, no afecta el resultado.

Por lo cual, al realizar las actividades, estas siempre tenían el mismo resultado, ya que la orden de los factores no altera el producto, así como en el caso de los sumandos. Por lo cual esta propiedad implica que no importa el orden en el que sumemos unos números, siempre dará el mismo resultado. Es decir, es lo mismo sumar $3 + 2$ que sumar $2 + 3$, ya que en ambas el resultado es 5.

Materiales	Evaluación
-Cuadro para las operaciones. -Pizarrones -Consignas	- Lista de cotejo
Observaciones y/o adecuaciones	

Aspecto a evaluar	Si	No
Resuelve problemas utilizando principios de la propiedad conmutativa.		
Identifica correctamente que el orden no altera el resultado.		
Plantean diferentes propuestas para dar un resultado.		

DESARROLLO DE LA SECUENCIA DIDÁCTICA

Plan de Clase 3/15	Intención didáctica Que los alumnos resuelvan problemas y operaciones para reconocer la propiedad asociativa.	Fecha: 16/oct/2023
MOMENTO	Actividades / Orientaciones didácticas	
	INICIO	
	<p>Al momento de que llegan los estudiantes al salón de matemáticas se les solicita que se coloquen en parejas por mesa y que esa será la modalidad de trabajo.</p> <p>Encuentro con el problema: (5 minutos)</p> <p>La clase comenzará con la repartición de hojas de trabajo a cada uno de los alumnos, así mismo, se colocarán en parejas por mesa de los propios estudiantes, procurando que puedan trabajar de manera eficiente y evitando conjuntos que puedan generar desorden.</p>	
	DESARROLLO	
	<p>Verbalización: (5 minutos)</p> <p>Se les solicitará a los estudiantes leer su consigna de manera individual, de modo que identifiquen las indicaciones y elementos en el planteamiento del problema dado; una vez que se realice esto, se solicitará que se volteen las hojas de trabajo, una vez que concluya el tiempo asignado a la lectura, se realizarán preguntas a los estudiantes respecto a la consigna como, por ejemplo: ¿Qué nos dice la consigna?, ¿De qué manera se trabajará?, ¿Qué materiales se necesitarán?, ¿Qué relación existe con la actividad anterior?, ¿Qué nos pide?, entre otras cuestiones.</p> <p>Después de ello, se espera que este comprendida la actividad, por lo que se les tendrá paciencia sobre el análisis de la metodología de trabajo, por lo cual se espera que desarrollen la intensión de la sesión. Para con ello poder comenzar con la actividad.</p>	
	<p>Resolución del problema: (15 minutos)</p> <p>Los estudiantes llevarán a cabo una actividad organizados por mesa de trabajo, en donde después de su lectura, deberán encontrar las operaciones escondidas y posterior a ello resolverlas, esto con la intensión de poder introducirlos con la propiedad asociativa. Y que logren identificar la simplificación de operaciones dentro de paréntesis como una parte del precálculo.</p> <p>Pueden llevar a cabo la representación gráfica de lo que pide en la consigna como una estrategia que les facilite la resolución, solo si ellos consideran que les es de utilidad y que pueda ayudarlos, considerando el tiempo disponible de solución.</p>	
	<p>Puesta en común: (10 minutos)</p> <p>Dentro de la resolución del problema, se aprovechará para identificar a los equipos que tengan mayor dificultad en la actividad, o que hayan tenido menor progreso, estos serán los que comenzarán compartiendo sus razonamientos, resultados y conclusiones acerca del problema planteado, mientras que estos equipos comparten la expresión que creyeron que representa la situación y la desarrollan, comentando a su vez cuales son los pasos que se deben realizar</p>	

primero, lo cual debe de partir de la reflexión de la lectura, y sobre la selección de las diferentes piezas, lo que pone en práctica su imaginación y analizar de qué manera lo ordenaron.

Una vez que los equipos dichos terminen su exposición, se preguntará y corroborará que se tengan procedimientos iguales sin alterar sus respuestas, para no perder tiempo en repetir una misma metodología. Los alumnos tendrán la oportunidad de cuestionar las posturas divergentes a las suyas, de modo que se pueda reflexionar en común.

CIERRE

Institucionalización: (10 minutos)

Después de concluir con la puesta en común, se espera que los alumnos pongan atención sobre la guía del conocimiento, en donde se les menciona sobre la nueva propiedad correspondiente a la actividad. La cual se refiere a la propiedad asociativa la cual dice que: no importa el orden al asociar la suma o la multiplicación de tres o más números reales, el resultado siempre será el mismo.

Por lo cual se puede aplicar en la suma y la multiplicación, por lo cual siempre que sumemos más de dos números, podemos agruparlos como más nos convenga sin que ello afecte al resultado. Por ejemplo, si tenemos $1 + 2 + 3$, es lo mismo primero sumar el 1 y el 2 y al resultado sumarle el 3 así: $(1 + 2) + 3$, que sumar el dos y el 3 y al resultado sumarle el uno, así: $1 + (2 + 3)$.

Materiales	Evaluación
-Diagrama de actividad. Pizarrón Consignas	- Lista de cotejo
Observaciones y/o adecuaciones	

Aspecto a evaluar	Si	No
Resuelve problemas utilizando principios de la propiedad asociativa.		
Identifica correctamente que el orden no altera el resultado.		
Plantean diferentes propuestas para dar un resultado.		

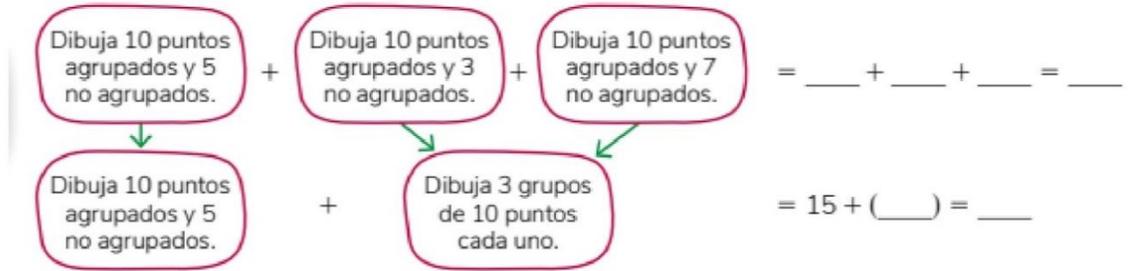
PLAN (3/5)

Nombre: _____ No. L: _____ Fecha: _____

Grado y grupo: _____ Docente en formación: _____

Consigna: En pareja, resuelvan los siguientes problemas.

A, Analiza el esquema y resuelve las operaciones.



1, ¿Cuál es la estrategia que se siguió para determinar qué elementos asociar?

B, completa las operaciones y comprueba que se obtiene el mismo resultado en cada pareja, después al finalizar, subraya la operación que fue más fácil de resolver.

• $(63 + 25) + 85 = 63 + (25 + 85)$

____ + ____ = ____ + ____
____ = ____

• $(2.13 + 7.07) + 1.48 = 2.13 + (7.07 + 1.48)$

____ + ____ = ____ + ____
____ = ____

• $(-855 + 216) + (344) = -855 + (216 + 344)$

____ + ____ = ____ + ____
____ = ____

DESARROLLO DE LA SECUENCIA DIDÁCTICA		
Plan de Clase 4/5	Intención didáctica Que los alumnos resuelvan problemas y operaciones para reconocer la propiedad distributiva.	Fecha: 17/oct/2023
MOMENTO	Actividades / Orientaciones didácticas	
INICIO		
<p>Al momento de que llegan los estudiantes al salón de matemáticas se les solicita que se coloquen en parejas por mesa y que esa será la modalidad de trabajo.</p> <p>Encuentro con el problema: (5 minutos)</p> <p>La clase comenzará con la repartición de hojas de trabajo a cada uno de los alumnos, así mismo, se colocarán en parejas por mesa de los propios estudiantes, procurando que puedan trabajar de manera eficiente y evitando conjuntos que puedan generar desorden.</p>		
DESARROLLO		
<p>Verbalización: (5 minutos)</p> <p>Se les solicitará a los estudiantes leer su consigna de manera individual, de modo que identifiquen las indicaciones y elementos en el planteamiento del problema dado; una vez que se realice esto, se solicitará que se volteen las hojas de trabajo, una vez que concluya el tiempo asignado a la lectura, se realizarán preguntas a los estudiantes respecto a la consigna como, por ejemplo: ¿Qué nos dice la consigna?, ¿De qué manera se trabajará?, ¿Qué materiales se necesitarán?, ¿Qué relación existe con la actividad anterior?, ¿Qué nos pide?, entre otras cuestiones.</p> <p>Resolución del problema: (15 minutos)</p> <p>Los alumnos deberán de resolver una situación en donde se encuentra involucrado un aspecto de contenidos de geometría, por lo cual se requiere que se tenga mucha atención desde el momento de presentarles la actividad. En donde se les solicita encontrar el área de unas figuras, sin embargo, no se adentra como tal en el aspecto de las unidades cuadradas sino en la multiplicación de sus lados y la suma de ambas figuras, lo cual es el aspecto que ellos deberán encontrar y desarrollar.</p> <p>Junto con algunas preguntas que puedan ayudar en el desarrollo de su reflexión sobre esta propiedad. Así como finalmente desarrollar algunas operaciones, se debe de tener en consideración el correcto planteamiento del problema, ya que se puede llegar a confundir la situación por involucrar otro tipo de representaciones geométricas.</p> <p>Puesta en común: (10 minutos)</p> <p>Dentro de la resolución del problema, se aprovechará para identificar a los equipos que tengan mayor dificultad en la actividad, o que hayan tenido menor progreso, estos serán los que comenzarán compartiendo sus razonamientos, resultados y conclusiones acerca del problema planteado, mientras que estos equipos comparten la expresión que creyeron que representa la situación y la desarrollan, comentando a su vez cuales son los pasos que se deben realizar</p>		

primero, lo cual debe de partir de la reflexión de la lectura, y sobre la selección de las diferentes piezas, lo que pone en práctica su imaginación y analizar de qué manera lo ordenaron.

Una vez que los equipos dichos terminen su exposición, se preguntará y corroborará que se tengan procedimientos iguales sin alterar sus respuestas, para no perder tiempo en repetir una misma metodología. Los alumnos tendrán la oportunidad de cuestionar las posturas divergentes a las suyas, de modo que se pueda reflexionar en común.

CIERRE

Institucionalización: (10 minutos)

Después de llevar a cabo la puesta en común y que ellos hayan presentado sus resultados, se les hará mención a los alumnos sobre la propiedad distributiva y cuáles son sus características que deberá de cumplir para solucionarla.

En donde se menciona que el factor se distribuye en cada sumando, de a manera a $(b+c) = ab +bc$, lo cual es utilizado en la suma, lo que fue utilizado en la actividad.

Se mencionará que: si tenemos una suma de dos números multiplicada por otro número, no importa si primero los sumamos y después multiplicamos o si multiplicamos cada número de la suma por el que multiplica y después sumamos los resultados. Es decir, si tenemos $2 \times (3 + 5)$, es lo mismo que sumemos el 3 y el 5, que da 8, y después lo multipliquemos por dos, que da 16; es lo mismo que si multiplicamos el dos por tres, que da 6, y el dos por cinco, que da 10, y después sumamos $6 + 10$ que da 16. En definitiva, $2 \times (3 + 5) = 2 \times 3 + 2 \times 5$

Materiales	Evaluación
Figuras en grande. Consignas Pizarrón.	- Lista de cotejo
Observaciones y/o adecuaciones	

Aspecto a evaluar	Si	No
Resuelve problemas utilizando principios de la propiedad distributiva.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
Identifica correctamente que el orden no altera el resultado.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
Plantean diferentes propuestas para dar un resultado.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>

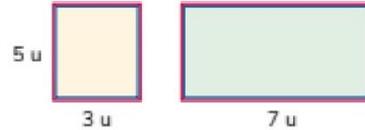
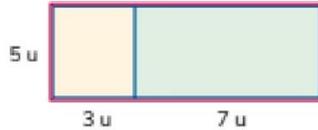
PLAN (4/5)

Nombre: _____ No. L: _____ Fecha: _____

Grado y grupo: _____ Docente en formación: _____

Consigna: En parejas resuelvan lo siguiente.

1, Completa las operaciones para calcular el área del cuadrado y del rectángulo.



$$5(3 + \underline{\quad}) = 5(\underline{\quad}) = \underline{\quad}$$

$$5(\underline{\quad}) + 5(\underline{\quad}) = 15 + \underline{\quad} = \underline{\quad}$$

a) ¿Cómo son los resultados de ambas operaciones? Argumenta.

b) En el primer rectángulo, ¿qué operación se hizo primero y cuál después? _____

c) ¿Y en el segundo rectángulo? _____

d) Cuando una cantidad se multiplica por una suma, ¿cuáles son las dos formas en que se puede obtener el resultado? _____

2, Aplica la propiedad distributiva para descomponer uno de los factores y encontrar el resultado de las siguientes multiplicaciones.

$$\begin{aligned} \text{a) } 12 \times 15 &= 12 (\underline{\quad} + 5) \\ &= 12(\underline{\quad}) + 12(5) \\ &= \underline{\quad} + \underline{\quad} = \underline{\quad} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{c) } 7(342) &= 7 (\underline{\quad} + 40 + 2) \\ &= 7(\underline{\quad}) + 7(40) + 7(\underline{\quad}) \\ &= \underline{\quad} + \underline{\quad} + \underline{\quad} = \underline{\quad} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{b) } 6 \times 52 &= 6(\underline{\quad}) \\ &= 6(\underline{\quad}) + 6(\underline{\quad}) \\ &= \underline{\quad} + \underline{\quad} = \underline{\quad} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{d) } 68 \times 90 &= 68 (100 - \underline{\quad}) \\ &= 68(100) - 68(\underline{\quad}) \\ &= \underline{\quad} - \underline{\quad} = \underline{\quad} \end{aligned}$$

DESARROLLO DE LA SECUENCIA DIDÁCTICA

Plan de Clase 5/5	Intención didáctica Que los alumnos comprueben y argumenten si cada una de las operaciones aritméticas básicas cumplen la propiedad distributiva.	Fecha: 18/oct/2023
MOMENTO	Actividades / Orientaciones didácticas	
	INICIO	
	<p>Al momento de que llegan los estudiantes al salón de matemáticas se les solicita que se coloquen en parejas por mesa y que esa será la modalidad de trabajo.</p> <p>Encuentro con el problema: (5 minutos)</p> <p>La clase comenzará con la repartición de hojas de trabajo a cada uno de los alumnos, así mismo, se colocarán en parejas por mesa de los propios estudiantes, procurando que puedan trabajar de manera eficiente y evitando conjuntos que puedan generar desorden.</p>	
	DESARROLLO.	
	<p>Verbalización: (5 minutos)</p> <p>Se les solicitará a los estudiantes leer su consigna de manera individual, de modo que identifiquen las indicaciones y elementos en el planteamiento del problema dado; una vez que se realice esto, se solicitará que se volteen las hojas de trabajo, una vez que concluya el tiempo asignado a la lectura, se realizarán preguntas a los estudiantes respecto a la consigna como, por ejemplo: ¿Qué nos dice la consigna?, ¿De qué manera se trabajará?, ¿Qué materiales se necesitarán?, ¿Qué relación existe con la actividad anterior?, ¿Qué nos pide?, entre otras cuestiones.</p>	
	<p>Resolución del problema: (15 minutos)</p> <p>Se les presenta a los estudiantes una actividad en donde deberán poner en práctica sus aprendizajes sobre las actividades llevadas a cabo durante la semana, en donde finalmente deberán poner en práctica su conocimiento, análisis y la reflexión sobre este PDA.</p> <p>Deberán de utilizar diferentes materiales como colores, y lápiz para resolver las operaciones que se presentan, por lo cual deberá de quedar en claro la manera en que se comenta la actividad de manera grupal para que no haya alguna duda o se puedan confundir entre las mismas propiedades.</p>	
	<p>Puesta en común: (10 minutos)</p> <p>Dentro de la resolución del problema, se aprovechará para identificar a los equipos que tengan mayor dificultad en la actividad, o que hayan tenido menor progreso, estos serán los que comenzarán compartiendo sus razonamientos, resultados y conclusiones acerca del problema planteado, mientras que estos equipos comparten la expresión que creyeron que representa la situación y la desarrollan, comentando a su vez cuales son los pasos que se deben realizar primero, lo cual debe de partir de la reflexión de la lectura, y sobre la selección de las diferentes piezas, lo que pone en práctica su imaginación y analizar de qué manera lo ordenaron.</p> <p>Una vez que los equipos dichos terminen su exposición, se preguntará y corroborará que se tengan procedimientos iguales sin alterar sus respuestas, para no perder tiempo en repetir una misma</p>	

metodología. Los alumnos tendrán la oportunidad de cuestionar las posturas divergentes a las suyas, de modo que se pueda reflexionar en común.

CIERRE

Institucionalización: (10 minutos)

Una vez concluida la actividad se les mencionara si tiene alguna duda o comentario sobre lo que se llevó a cabo y de esta manera poder congeniar y finalizar el aprendizaje de estas actividades, con ello se considera la actividad como finalizada, así como el desarrollo de este PDA.

Materiales	Evaluación
Consignas. Puntos de colores. Operaciones en grande. Pizarrones Marcadores.	- Lista de cotejo

Observaciones y/o adecuaciones

Aspecto a evaluar	Si	No
Plantean diferentes propuestas para dar un resultado.		
Resuelve problemas utilizando principios de la propiedad distributiva.		

PLAN (5/5)

Nombre: _____ No. L: _____ Fecha: _____

Grado y grupo: _____ Docente en formación: _____

Consigna: En parejas resuelvan los siguiente aplicando cada una de las propiedades que se analizaron anteriormente.

1, Utilizando un lápiz de color, relaciona las operaciones cuyo resultado es el mismo, recuerda resolver cada operación, puedes utilizar la parte de ataras para los procedimientos.

Operación.	Resultado.	Operación.
18 (6+3)	10.2	10 (48) + 10 (12)
1.5 (3.5+4.8)	600	6 (1.2) + 6 (0.5)
10 (48+12)	12.45	18 (6) + 18 (3)
6 (1.2+0.5)	162	1.5 (3.5) + 1.5 (4.8)

2, Resuelve las siguientes operaciones.

$$12 \times (5 \times 8) = (\underline{\quad}) \times (\underline{\quad}) = \underline{\quad}$$

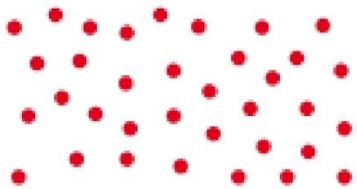
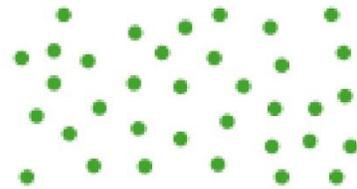
$$(12 \times 5) \times 8 = (\underline{\quad}) \times \underline{\quad} = \underline{\quad}$$

$$(6 \times 9) \times 10 = (\underline{\quad}) \times \underline{\quad} = \underline{\quad}$$

$$6 \times (9 \times 10) = \underline{\quad} \times (\underline{\quad}) = \underline{\quad}$$

¿Qué características observas en las multiplicaciones que tienen el mismo resultado?

3, Agrupa todos los elementos en conjuntos del mismo tamaño con dos o más elementos sin que sobre alguno. Muestra dos formas de hacerlo.

	
$a =$ Cantidad de conjuntos: _____	$a =$ Cantidad de conjuntos: _____
$b =$ Elementos en cada conjunto: _____	$b =$ Elementos en cada conjunto: _____
$a \times b:$ _____ \times _____ $=$ _____	$a \times b:$ _____ \times _____ $=$ _____

¿Qué propiedad se cumple y por qué?

Anexo D

En parejas resuelvan los siguientes problemas

1. El nuevo MetroRed aún no es muy conocido, se tiene registro de que cada camión lleva a 36 personas en cada trayecto, ¿cuántas personas llevará un camión en los 7 días de una semana haciendo 8 trayectos diarios?



2. En la tienda de la escuela, se venden diariamente 48 comidas. ¿Cuánto dinero ganan al cabo de los 30 días del mes si cada comida cuesta alrededor de 20 pesos?

Nota: Plan de clase 8 de la primera intervención

Anexo E

Reconocimiento de los Conocimientos del MTSK fase de Diagnóstico

Dominio	Subdominio	Categorías	Sesión					
			1	2	3	4	5	6
Conocimiento matemático (MK)	Conocimiento de los temas KoT	Fenomenología ¿Cómo se hace? ¿Cuándo puede hacerse? ¿Por qué se hace así? Características del resultado						
		Definiciones, propiedades y sus fundamentos	X		X			X
		Registros de representación y aplicaciones	X	X				
KSM	Conocimiento de la estructura de las matemáticas	Conexiones de complejización						
		Conexiones auxiliares						
		Conexiones de simplificación						
		Conexiones transversales						
KPM	Conocimiento de la práctica matemática	Jerarquización y planificación como forma de proceder en la resolución de problemas matemáticos						
		Formas de validación y demostración			X			
		Papel de los símbolos y uso del lenguaje formal						

Dominio	Subdominio	Categorías	Sesión					
			1	2	3	4	5	6
		Procesos asociados a la resolución de problemas como forma de producir matemáticas					X	X
		Prácticas particulares del quehacer matemático (por ejemplo, modelación)						
		Condiciones necesarias y suficientes para generar definiciones				X		
Conocimiento Didáctico del Contenido	Conocimiento de las características de aprendizaje de las matemáticas KFLM	Teorías de aprendizaje						
		Fortalezas y dificultades	X					
		Formas de interacción con un contenido matemático				X		
		Intereses y expectativas						
	Conocimiento de la enseñanza de las matemáticas KMT	Teorías de enseñanza	X		X			X
		Recursos materiales y virtuales		X				
		Estrategias, técnicas, tareas y ejemplos		X			X	X
	Conocimiento de los estándares de aprendizaje de las matemáticas KMLS	Expectativas de aprendizaje						
		Nivel de desarrollo conceptual o procedimental esperado						
		Secuenciación con temas anteriores y posteriores.						

Anexo F

Planificación primer plan de acción



**SECRETARÍA DE EDUCACIÓN DE GOBIERNO DEL ESTADO
BENEMERITA Y CENTENARIA ESCUELA NORMAL DEL ESTADO
ESCUELA SECUNDARIA TÉCNICA No. 14
CCT. 24DST0014V**




PLANEACIÓN DIDÁCTICA

Campo formativo: Saberes y pensamiento científico **Grado y grupo:** 1ºB, 1ºD **Fecha:** 13 al 24 de noviembre de 2023
Número de sesiones: 7 **Docente en formación:** Fernando Meléndez Lara

ELEMENTOS CURRICULARES PROGRAMA 08/08/23 (FASE 6)		
Rasgos globales	Metodología de trabajo:	
<ul style="list-style-type: none"> Desarrollan el pensamiento crítico que le permita valorar los conocimientos y saberes de las ciencias y humanidades Valoran sus potencialidades cognitivas, físicas y afectivas a partir de las cuales pueden mejorar sus capacidades personales y de la comunidad durante las distintas etapas de la vida Desarrollan una forma de pensar propia que emplean para analizar y hacer juicios argumentados sobre su realidad. 	<p>A partir de la autonomía profesional del plan de estudios 2022 Fase 6, este Proceso de Desarrollo de Aprendizaje (PDA) se abordará mediante la resolución de problemas como proceso didáctico de estudio a través de la estructuración de una secuencia didáctica, la cual se caracteriza por incluir actividades relacionadas entre sí, que respondan satisfactoriamente a prácticas sociales y culturales que les dan sentido.</p>	<p>Ejes articuladores</p> <ul style="list-style-type: none"> Pensamiento crítico
<p>Proceso de Desarrollo de Aprendizaje (PDA)</p> <ul style="list-style-type: none"> Representa algebraicamente una sucesión con progresión aritmética de figuras y números 	<p>Contenido</p> <ul style="list-style-type: none"> Regularidades y patrones 	

<p>Aprendizaje esperado antecedente (Plan 2017)</p> <ul style="list-style-type: none"> Analiza sucesiones de números y de figuras con progresión aritmética y geométrica. 	<p>Proceso de Desarrollo de Aprendizaje Consecuentes (PDA)</p> <ul style="list-style-type: none"> Representa algebraicamente una sucesión con progresión cuadrática de figuras y números
<p>Habilidades matemáticas</p> <ul style="list-style-type: none"> Calcular: Establece relaciones entre cifras y términos de una operación para obtener un resultado. Inferir: Establecer relaciones entre datos explícitos Comunicar: Utiliza simbología y conceptos matemáticos para interpretar y transmitir información. Generalizar: descubrir irregularidades, reconoce patrones y formular procedimientos y resultados 	<p>Conocimientos previos</p> <ul style="list-style-type: none"> Suma Resta Multiplicación División Números positivos
<p>Estrategia de evaluación</p> <p>La evaluación a considerar será de carácter formativo, considerando las siguientes finalidades:</p> <ul style="list-style-type: none"> Estimular la autonomía Monitorear avance y los resultados Comprobar el nivel de comprensión Identificar necesidades <p>Instrumento de evaluación</p> <ul style="list-style-type: none"> Lista de cotejo <p>Ponderación</p> <ul style="list-style-type: none"> Participación 10% Actividades de clase 90% 	<p>Perfil de egreso</p> <p>4. Valoran sus potencialidades cognitivas, físicas y afectivas a partir de las cuales pueden mejorar sus capacidades personales y de la comunidad durante las distintas etapas de su vida.</p> <p>7. Interpretan fenómenos, hechos y situaciones históricas, culturales, naturales y sociales a partir de temas diversos e indagan para explicarlos con base en razonamientos, modelos, datos e información con fundamentos científicos y saberes comunitarios, de tal manera que les permitan consolidar su autonomía para plantear y resolver problemas</p> <p>8. Interactúan en procesos de diálogo con respeto y aprecio a la diversidad de capacidades, características, condiciones, necesidades, intereses y visiones al trabajar de manera cooperativa. Son capaces de aprender a su ritmo y respetar el de las demás personas, adquieren nuevas capacidades, construyen nuevas relaciones y asumen roles distintos en un proceso de constante cambio para emprender proyectos personales y colectivos dentro de un mundo en rápida transformación.</p> <p>10. Desarrollan el pensamiento crítico que les permita valorar los conocimientos y saberes de las ciencias y humanidades, reconociendo la importancia que tienen la historia y la cultura para examinar críticamente sus propias ideas y el valor de los puntos de vista de las y los demás como elementos centrales para proponer transformaciones en su comunidad desde una perspectiva solidaria.</p>

Conceptualización

Concepto	Definición.
Sucesión	Es una lista ordenada de números finita o infinita, que puede tener o no un comportamiento aritmético o geométrico, puede estar ordenada de manera creciente o decreciente
Progresión	Es una lista ordenada de números finita o infinita, que tiene un comportamiento aritmético o geométrico que sigue una regularidad o patrón, puede estar ordenada de manera creciente o decreciente
Términos	Dentro de la sucesión, los números ordenados en lista se llaman términos
Regularidad o patrón de comportamiento	En una sucesión con progresión aritmética, es por ejemplo que cada término se calcula sumando el anterior a un número fijo
Progresión aritmética	Es una sucesión de números tales que cada uno de ellos, salvo el primero, es igual al anterior sumado más un número constante (Llamado diferencia)
Regla general	Regla que permite determinar cualquier término de una sucesión en función de su posición
Lenguaje algebraico	Consiste en expresar operaciones con cantidades conocidas (números) y desconocidas (letras)
Literales	A las letras con cantidades desconocidas se les conoce como literales que son representadas con símbolos, generalmente letras
Incógnitas	Si la literal tiene un solo valor se llama incógnita
Variables	Si la literal tiene varios valores se llama variable
Términos semejantes	Los términos semejantes son sumandos en una suma que difieren solo por un factor numérico

DESARROLLO DE LA SECUENCIA DIDÁCTICA

Plan de Clase 1/6	Intención didáctica Que el estudiante reconozca un patrón en una sucesión de figuras con progresión aritmética y la comunique en un escrito	Fecha: 13/nov/23
-----------------------------	---	----------------------------

MOMENTO Actividades / Orientaciones didácticas

INICIO

Se asignará a un alumno responsable de registrar la participación del grupo durante la jornada

Encuentro con el problema: (2 minutos)

La clase comenzará con la integración de binas para el trabajo y la repartición de hojas de trabajo a cada uno de los alumnos, es importante destacar que se trabajará con dos secuencias de figuras diferentes que se distribuirán en el salón a modo que los alumnos no puedan ver el patrón de otra bina.

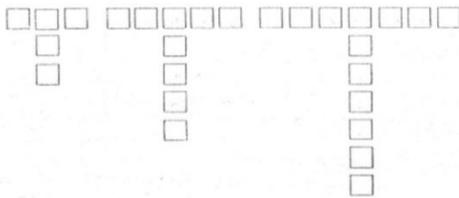
DESARROLLO

Verbalización: (5 minutos)

Se les solicitará a los estudiantes leer su consigna de manera individual para lo cual se les dará espacio de 2 minutos, con el fin de que identifiquen las indicaciones y elementos en el planteamiento del problema dado; una vez que se realice esto, se solicitará que se volteen las hojas de trabajo, y se procederá a cuestionar a los estudiantes acerca de lo que pudieron rescatar.

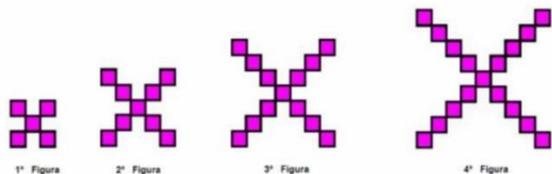
Este proceso se repetirá al menos con tres considerando a los que se encuentren sin prestar atención, en este momento, se espera que los estudiantes retomen aspectos de la organización de trabajo por medio de binas y principalmente sobre la indicación de realizar la observación de las figuras incluidas para poder desarrollar los incisos correspondientes, para esto, realizaré cuestionamientos como: ¿Qué nos dice la indicación de la actividad?, ¿Qué se va a dibujar?, ¿Cuántas figuras hay en la imagen?, ¿Qué condiciones debe tener el escrito?, ¿Qué se debe de calcular?. Se cuestionará a cada bina de trabajo para verificar la comprensión, dependiendo de lo que se pueda identificar en este sondeo, se determinará si se puede pasar a la resolución.

Consigna: Organizados por medio de binas y trabajando de manera colaborativa, observen la siguiente secuencia de figuras y realicen lo que se solicita.



- Dibujen la figura que sigue en la secuencia
- Escribe en un mensaje donde den las indicaciones necesarias para que otro equipo pueda dibujar la misma secuencia de figuras asignada
- Calculen cuántos cuadros se necesitan para la figura número 5

Consigna: Organizados por medio de binas y trabajando de manera colaborativa, observen la siguiente secuencia de figuras y realicen lo que se solicita.



- Dibujen la figura que sigue en la secuencia
- Escribe un mensaje donde den las indicaciones necesarias para que otro equipo pueda dibujar la misma secuencia de figuras asignada
- Calculen cuántos cuadros se necesitan para la figura número 5

Resolución del problema: (15 minutos)

Los estudiantes deberán observar las figuras incluidas en la secuencia que plantea la consigna, donde a partir del conteo de los cuadros o puntos de cada una visualizarán la regularidad de la sucesión, misma que discutirán para determinar una regla que les ayude a calcular cuantos elementos deberá contener la figura consecuente, una vez que desarrollen y comprueben sus teorías, deberán desarrollar de manera escrita como se podría representar la sucesión siendo lo más específicos posible.

Monitorearé el trabajo al interior de cada una de las binas con el fin de identificar el avance y las dudas que compliquen el avance, se anticipa que los estudiantes puedan presentar dificultades para registrar lo que observan en la sucesión, para abordar esta situación se realizarán preguntas como: ¿Tienen una forma específica las figuras?, ¿Cómo pueden describir esa forma? ¿Cómo se puede pasar de la figura 1 a la figura 2?, ¿Cuál podría ser la primera indicación que le darías a tu compañero para dibujar la figura?

Puesta en común: (10 minutos)

Se solicitará a un integrante de cada bina que trabajó con la secuencia en forma de "T", que pase al pizarrón y que sigan el escrito desarrollado por una de las binas que trabajó con la secuencia en forma de "X", los estudiantes podrán tener confusión sobre la forma resultante de las dos secuencias por lo que se cuestionará ¿Por qué no tienen la misma forma? Para que los alumnos infieran que la determinación del patrón es lo que marca como se ve la figura al final.

Una vez que los equipos que trabajaron con la misma secuencia validen o reorienten el proceso de construcción, se retomarán los procedimientos que los estudiantes desarrollaron para encontrar la cantidad de elementos de la figura construida, compartiendo las regularidades encontradas de manera verbal, donde será importante cuestionar a los estudiantes con ¿Siempre pasa lo mismo?, ¿Cómo sabemos que sí o no?

CIERRE

Institucionalización: (10 minutos)

Retomando la participación de los estudiantes, se formalizara que:

El patrón identificado por los equipos para determinar el crecimiento en la secuencia ayuda a dar cuenta de algunas otras figuras que no se incluyen dentro de la imagen, lo cual se puede aplicar a sucesiones de figuras y números.

La variación entre las figuras resultantes fue a partir de la especificidad de cada uno de los mensajes de las binas, pues la progresión es la misma, lo que cambia es la forma en que se organiza.

Materiales	Evaluación
- Representación de sucesiones para puesta en común e institucionalización -Hojas de trabajo	-Lista de cotejo: <ul style="list-style-type: none"> • Reconoce el patrón de una sucesión de figuras • Comunica el patrón de una sucesión de figuras

En principio, los estudiantes deberán analizar la situación que se propone dentro de los ejercicios planteados, donde tendrán que identificar que la regularidad de aumento en la sucesión será de 7, 12, 6 y 15 respectivamente, así como el número en que se debe comenzar, una vez que puedan discutir estas condiciones podrán continuar con su resolución.

Los estudiantes generarán la sucesión a partir del patrón o ley de formación dada, por ejemplo, en el primer problema se espera que escriban la sucesión que corresponde al patrón que "aumenta de 7 en 7", sumando 7 al primer término, y así sucesivamente hasta que escriban los 10 términos siguientes.

Me dedicaré a monitorear el trabajo de cada una de las binas aquellos que tengan menor avance serán seleccionados para pasar a compartir resultados primero durante la puesta en común, con lo anterior podré detectar dudas que surjan respecto a la actividad, es probable que se tenga dificultad con el manejo de la palabra término, pues los estudiantes lo identifican como un número, por lo que se tendrá que hacer una especificación sobre el nombre que las cantidades reciben dentro de estas sucesiones. También se anticipan dificultades con relación al lenguaje matemático que se incluye en la consigna tal como diferencia, aumento con relación a la suma, con lo cual se deben desarrollar preguntas del tipo ¿Qué operación matemática se llama diferencia?, ¿Qué pasa si al 5 le aumento 2?, cuando se trata de aumento ¿Qué operación se hace?, si el dinero que te dan para comprar son 20 y le aumento dos ¿Qué operación hice?

Puesta en común: (15 minutos)

Durante la resolución se identificarán a los equipos de menor progreso y mayor dificultad en el avance de la actividad, estos serán los primeros equipos que compartirán sus resultados con el grupo al frente del salón de clases. Se espera que los estudiantes expliquen como construyeron una regla para calcular los siguientes números de la sucesión, durante este lapso se les cuestionará iteradamente ¿siempre se suma esta cantidad?, ¿Podemos establecer un patrón?, ¿Cuál sería el patrón para calcular cualquier término? en cada uno de los ejercicios con el fin de esbozar la idea de una regla general que se formalizará en sesiones posteriores, se validará continuamente de manera grupal los procedimientos aritméticos que lleven a cabo los estudiantes.

CIERRE

Institucionalización: (10 minutos)

Una vez que los equipos compartieron sus resultados, retomando la participación de los estudiantes se formalizará que:

Las sucesiones que se resolvieron son llamadas progresiones aritméticas las cuales se caracterizan por ser una lista de números tales que cada uno de ellos, salvo el primero, es igual al anterior sumado más un número constante que se llama patrón.

El patrón se determina a partir de la diferencia que hay entre cada par de términos consecutivos

progresión solicitada al darse cuenta que dos de los casos tienen una diferencia variable o razón dada por una multiplicación.

Los alumnos determinarán la constante aditiva entre los términos de las sucesiones y las emplearán para encontrar términos faltantes y continuar la sucesión. Por ejemplo, en el primer problema una vez que los alumnos determinen que la constante aditiva es 1.5, podrán definir que la regularidad es que cada término se determina aumentando 1.5 al término anterior.

Durante este periodo de tiempo, me dedicaré a monitorear el avance que tienen los estudiantes, buscaré verificar que se cumpla con el trabajo colaborativo tanto por la observación, como por el trabajo de los estudiantes. Es posible que se presenten dudas apegadas a retomar las características de la progresión aritmética, confusión entre palabras empleadas, así como una posible falta de concreción sobre el significado de la regla o ley de formación, es por esto que se realizarán preguntas como ¿Cuáles eran los términos de una sucesión?, ¿Cómo podíamos identificar el patrón de una sucesión?, ¿Cómo se llamaba la cantidad que hay entre dos de los términos?, ¿Cómo era esta diferencia? Se solicitará que incluyan sus procedimientos en los pizarrones mágicos.

Puesta en común: (15 minutos) Se solicitará a los equipos que muestren los desarrollos realizados en los pizarrones mágicos mientras que el resto del grupo compara lo realizado por cada bina,

Se hará especial énfasis en que los estudiantes identifiquen la regularidad de la sucesión como una diferencia constante entre los términos, para continuar consolidando la generalización necesaria para el trabajo algebraico, misma que servirá para valorar las selecciones de los estudiantes, posteriormente se comprobará que las regularidades propuestas satisfagan a la lista de números planteada.

CIERRE

Institucionalización: (5 minutos) Retomaré las participaciones que los estudiantes realizaron para formalizar que:

La regularidad o patrón de comportamiento en una sucesión con progresión aritmética es que cada término de la sucesión se calcula sumando o restando al anterior un número fijo que es la diferencia entre dos términos, y se analizará la existencia de progresiones ascendentes y descendentes.

En esta actividad hay sucesiones con progresión aritmética que cumple con estas condiciones, pero también hay sucesiones con progresión geométrica que son diferentes dado que en ésta última se emplea la multiplicación.

Una progresión aritmética puede ser ascendente como el primer y segundo caso, pero también descendente el cual también cumple con las condiciones necesarias donde el patrón no es aditivo, sino que cumple la función inversa.

Resolución del problema: (15 minutos)

Los alumnos primeramente tendrán que identificar que los folios de los ganadores de la rifa corresponden con los términos de una sucesión con progresión aritmética, donde deberán identificar cual es el patrón que se puede establecer entre dichas cantidades, lo que al aplicarse les permitirá encontrar la respuesta a los cuestionamientos siguientes, dejando claro el proceso de generalización donde primeramente se reconoce el patrón, después se discute y por último se realiza un planteamiento que conjuga las conclusiones desarrolladas.

Simultáneamente, me dedicaré a monitorear el avance de los estudiantes, tratando de atender específicamente las dificultades relacionadas con la identificación de los términos de la sucesión y el establecimiento de la regularidad o patrón de la progresión, además de orientar a los estudiantes que puedan presentar errores procedimentales, con el fin de atacar estas dificultades y a modo de guía, realizaré preguntas similares a las siguientes: ¿Qué podemos observar entre los folios de los ganadores de la rifa?, ¿Qué nos representarían los folios dentro de la sucesión?, ¿Cómo podríamos calcular el siguiente ganador?

Puesta en común: (10 minutos)

Primeramente, se les solicitará a los estudiantes que compartan sus resultados, que nos releen que se necesita hacer en el inciso a, y una vez que se realice lo anterior. se les preguntará si con la información que proporciona el problema se puede determinar una regla para encontrar a los demás ganadores de la rifa haciendo una interrelación con la existencia de una sucesión con progresión aritmética. Todos los equipos compartirán sus resultados priorizando a aquellos que tengan procedimientos diferentes para que los estudiantes cuestionen, y validen cada uno de ellos.

Una vez que se establezca esta regla, se les preguntará: entre el primer y segundo ganador ¿Cuál fue la diferencia?, ¿y entre el segundo y tercero? Y finalmente ¿Siempre se suman 7?, para visibilizar los procedimientos que se desarrollan por los distintos equipos a partir de la obtención del patrón.

CIERRE**Institucionalización: (10 minutos)**

A partir de las participaciones de los estudiantes en la puesta en común se subrayará que:

Esta sucesión cuenta con una progresión aritmética ascendente, se retomará el empleo que se le puede dar a la regularidad o patrón de una sucesión con progresión aritmética, la cual nos permite encontrar términos cercanos a partir de la diferencia fija que hay entre estos.

Materiales	Evaluación
- Pizarrones mágicos (Puesta en común) -Hojas de trabajo	-Lista de cotejo: <ul style="list-style-type: none"><li data-bbox="699 1476 1395 1528">• Identifica la regularidad en una sucesión con progresión aritmética a partir de la regla dada en lenguaje común<li data-bbox="699 1535 1395 1583">• Aplica la regularidad en una sucesión con progresión aritmética a partir de la regla dada en lenguaje común

DESARROLLO DE LA SECUENCIA DIDÁCTICA

Plan de Clase 5/6	Intención didáctica Que los alumnos construyan sucesiones de números con progresión aritmética a partir de la regla dada en lenguaje común	Fecha: 21/nov/2023
-----------------------------	--	------------------------------

MOMENTO **Actividades / Orientaciones didácticas**

INICIO

Encuentro con el problema: (3 minutos)

Al inicio de la clase se repartirán las hojas de trabajo para la sesión, así mismo se integrarán las parejas de trabajo

DESARROLLO

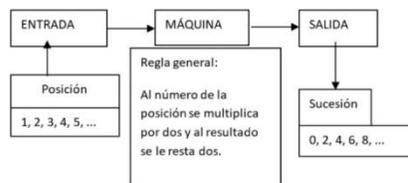
Verbalización: (5 minutos)

Se dará espacio a los estudiantes para dar lectura a su hoja de trabajo y analizar lo que se solicita en la actividad, después de esto, se realizará una lectura colectiva donde se espera que sean identificados los principales elementos necesarios para la resolución de la consigna lo cual se verificará por medio de cuestionamientos a cada bina.

Las preguntas a realizar se orientarán para que los estudiantes que en el planteamiento del problema se incluye el desarrollo de una Regla general para el cálculo de cualquier término de una sucesión, esto se guiará con preguntas como: ¿Qué números ingresan?, ¿Cuál es la regla general?, ¿Qué términos necesitamos encontrar?, ¿Qué números se ingresarán a la máquina? Se cuestionará a cada bina de trabajo para verificar la comprensión, dependiendo de lo que se pueda identificar en este sondeo, se determinará si se puede pasar a la resolución.

Consigna: Organizados en parejas y trabajando de manera colaborativa realicen lo que se indica a continuación.

1. El siguiente esquema representa lo que realiza una máquina al introducir las posiciones de los primeros cinco términos de una sucesión.



- a) Aplica la regla que emplea la máquina y determina los términos que están en las posiciones 11, 13, 15, 16, 18, 20 de la sucesión.
- b) Si se introducen los números 50, 100, 500 y 1000, ¿cuáles son los términos de la sucesión que corresponden a estas posiciones?

Tarea: Determinen la regla general para la siguiente sucesión: 5, 8, 11, 14, 17, 20, 23, ...

Resolución del problema (15 minutos)

En este momento los estudiantes deberán analizar el esquema que incluye la actividad para identificar la sucesión resultante, pero en esta ocasión relacionándola con la regla general dada,

proceso que en conjunto con la discusión entre pares les ayudará a comprender como podrán calcular los valores a partir de las posiciones de los términos que se desean encontrar. en la sucesión del problema, representa una progresión aritmética, donde se emplea la regla general.

Se espera que los alumnos no tengan ninguna dificultad para determinar los términos de la sucesión que están en las posiciones 10, 11, 12, 13, 14, 15, 16, 17, 18, 19 y 20. Por ejemplo, para el término que está en la posición 10, basta multiplicar este número por 2 y al resultado restarle 2, en este caso, el término que resulta es 18. Lo mismo se debe hacer para calcular los números de la sucesión que están en las posiciones 50, 100, 500 y 1000.

Es probable que algunos alumnos confundan entre el número de la posición y el término de una sucesión; por lo que hay que estar pendiente de esta situación y en caso de que suceda, vale la pena aclararlo desde un principio y que no sea obstáculo para que los alumnos realicen adecuadamente los cálculos.

En el caso de que los estudiantes tengan confusión a partir del esquema incluido, se realizará una representación por medio de una tabla para ordenar la sucesión la cual puede ser más sencilla de comprender para los alumnos.

En este lapso, monitorearé que los estudiantes tengan un avance además de asegurarme que no existan dudas, es probable que existan dificultades con relación al uso del esquema, lo cual se soluciona informándoles que únicamente sirve como una representación del planteamiento del problema. Por otro lado, se anticipa la existencia de dudas o errores procedimentales con la aplicación de la regla general, lo cual se podrá retomar con preguntas similares a: ¿Cuál es el número que se introduce a la máquina?, ¿Qué se hace primero con este número?, ¿Qué número debo introducir para calcular el término de la posición 11?

Puesta en común (10 minutos)

En este momento los estudiantes compartirán apoyados en sus pizarrones mágicos los hallazgos y procedimientos que sean diferentes entre sí, mientras que el resto del grupo será quien valide los mismos.

Se comprobará que esta regla general, representa el patrón que sigue la sucesión, en este momento se cuestionará a los estudiantes sobre si esta sucesión representa una progresión aritmética, con lo cual también se prevé una dificultad para identificar esta progresión al involucrarse una multiplicación por lo que se cuestionará ¿Cuál es la característica principal de la progresión aritmética?, ¿La diferencia entre los términos resultantes es constante?, ¿Con qué operación puedo representar que voy a sumar varias veces 2?, además de multiplicar por dos la posición ¿Qué tengo que hacer para llegar al término que sale de la máquina?.

CIERRE

Institucionalización: (5 minutos)

Después de que los estudiantes reflexionen sobre que la regla general retomando su participación se formalizará que:

Resolución del problema: (15 minutos)

En principio, los estudiantes comenzarán analizar las figuras que se incluyen dentro de la imagen integrada a la consigna, a partir de lo cual podrán observar la sucesión que se conforma a partir del número de cuadrados que tiene cada una de las figuras que se concentran en la tabla, a partir de lo cual deberán establecer la regla general, considerando que esta nos debe permitir calcular cualquier término de la progresión a partir de la posición del mismo.

Para encontrar la regla de formación de la sucesión es necesario relacionar el número de la posición de la figura con el número de elementos de la misma; por lo que, si los alumnos no se les ocurre cómo relacionar el número de la posición con cada término de la sucesión, se les puede plantear la siguiente pregunta: ¿Qué operación hay que hacer con el número de la posición de la figura para obtener el número de cuadrados que la conforman? En este primer encuentro es esperable que se tengan dificultades con la manipulación del lenguaje algebraico, por lo que se deberá orientar de acuerdo a ¿Cuánto aumenta entre cada figura?, ¿Este aumento es constante entre cada una?, ¿Cómo podemos representar que vamos a sumar 4 varias veces?, ¿Si multiplico por cuatro me da el primer resultado?, ¿Qué tengo que hacer además de multiplicar?

Cada vez que den una respuesta verbal, pedirles que verifiquen si se cumple con las otras parejas de números de la tabla, si no es así, que continúen en la búsqueda.

Es probable que surjan respuestas verbales que corresponde a la regularidad que encuentran en la sucesión, pero que no es la regla general; por ejemplo:

“Le va sumando de cuatro en cuatro”

“Le suma cuatro al término anterior para obtener el siguiente término”

“Sumarle cuatro al término”

En caso de que a nadie se le ocurra probar con multiplicar el número de la posición por la constante aditiva (4), sugerirles que lo hagan y luego que vean cuánto se debe sumar o restar al producto para obtener el número de la sucesión. La regla que permite determinar el número de cuadrados de cualquier figura de la sucesión es: “Multiplicar por 4 la posición del término y al resultado sumarle 1”.

Puesta en común: (10 minutos)

Dentro de la resolución del problema, se aprovechará para identificar a los equipos que tengan mayor dificultad en la actividad, o que hayan tenido menor progreso, estos serán los que comenzarán compartiendo sus razonamientos, resultados y conclusiones, esto con el objetivo de que los demás estudiantes comparen y se ofrezcan a participar con un procedimiento más completo. Así mismo, se completarán primeramente los datos faltantes de la tabulación presentada y posteriormente se discutirán las reglas encontradas, es importante destacar que pueden haber más de una que coincidan, una vez que se compruebe que la regla general, se cuestionará ¿Siempre va servir esta regla para calcular cualquier número de cuadros según la posición de la figura?

CIERRE

Institucionalización: (10 minutos)

Una vez concluida la puesta en común, de acuerdo a la participación de los estudiantes se formalizará que:

Una forma de encontrar la regla general de una sucesión con progresión aritmética, es multiplicar el número de la posición del término por la constante aditiva y analizar cuánto se tiene que sumar o restar al resultado para obtener el término de la sucesión.

Esta forma se puede expresar de manera verbal como en la actividad anterior, pero debe ser expresada mediante el lenguaje algebraico empleando literales para representar el número de posición.

Materiales	Evaluación
<p>- Pizarrones mágicos (Puesta en común) -Cartel expresión algebraica de la regla general (institucionalización)</p> <p align="center">Sucesión aritmética</p> <p align="center"> n_1 n_2 n_3 n_4 n_5 4, 9, 14, 19, 24... </p> <p align="center"> </p> <p> $n_1 = 5(1) - 1 = 4$ $n_2 = 5(2) - 1 = 9$ $n_3 = 5(3) - 1 = 14$ </p> <p align="center"> Regla general de la sucesión: $5n - 1$ </p> <p>-Hojas de trabajo</p>	<p>-Lista de cotejo:</p> <ul style="list-style-type: none"> • Formula en lenguaje común reglas generales que permitan determinar cualquier término de sucesiones con progresión aritmética

PLAN DE EVALUACIÓN

PDA: Representa algebraicamente una sucesión con progresión aritmética de figuras y números

Aspecto a evaluar	Si	No
<i>Reconoce el patrón de una sucesión de figuras (S1)</i>		
<i>Comunica el patrón de una sucesión de figuras (S1)</i>		
<i>Construye sucesiones con progresión aritmética a partir de distintas informaciones (S2)</i>		
<i>Identifica las características de una sucesión con progresión aritmética (S3)</i>		
<i>Determina la regularidad de una sucesión con progresión aritmética (S3)</i>		
<i>Aplica la regularidad de una sucesión con progresión aritmética para encontrar términos faltantes (S3)</i>		
<i>Identifica la regularidad en una sucesión con progresión aritmética a partir de la regla dada en lenguaje común (S4)</i>		
<i>Aplica la regularidad en una sucesión con progresión aritmética a partir de la regla dada en lenguaje común (S4)</i>		
<i>Construye sucesiones de números con progresión aritmética a partir de la regla dada en lenguaje común (S5)</i>		
<i>Formula en lenguaje común reglas generales que permitan determinar cualquier término de sucesiones con progresión aritmética (S6)</i>		
<i>Formula una expresión algebraica para calcular el enésimo término de una sucesión con progresión aritmética (S7)</i>		

Anexo G

Reconocimiento de Conocimientos del MTSK 1er. Plan de Acción

Dominio	Subdominio	Categorías	Sesión					
			1	2	3	4	5	6
Conocimiento matemático (MK)	Conocimiento de los temas KoT	Fenomenología ¿Cómo se hace? ¿Cuándo puede hacerse? ¿Por qué se hace así? Características del resultado						
		Definiciones, propiedades y sus fundamentos		X	X	X	X	X
		Registros de representación y aplicaciones	X				X	X
KSM	Conocimiento de la estructura de las matemáticas	Conexiones de complejización						
		Conexiones auxiliares						
		Conexiones de simplificación						
		Conexiones transversales						
KPM	Conocimiento de la práctica matemática	Jerarquización y planificación como forma de proceder en la resolución de problemas matemáticos						
		Formas de validación y demostración	X		X		X	
		Papel de los símbolos y uso del lenguaje formal	X	X	X	X		

Dominio	Subdominio	Categorías	Sesión					
			1	2	3	4	5	6
		Procesos asociados a la resolución de problemas como forma de producir matemáticas						
		Prácticas particulares del quehacer matemático (por ejemplo, modelación)						
		Condiciones necesarias y suficientes para generar definiciones		X			X	
Conocimiento Didáctico del Contenido	Conocimiento de las características de aprendizaje de las matemáticas KFLM	Teorías de aprendizaje	X					
		Fortalezas y dificultades	X	X	X	X	X	X
		Formas de interacción con un contenido matemático						
		Intereses y expectativas	X					
		Teorías de enseñanza	X	X	X			X
	Conocimiento de la enseñanza de las matemáticas KMT	Recursos materiales y virtuales	X					
		Estrategias, técnicas, tareas y ejemplos		X	X	X	X	X
		Expectativas de aprendizaje						
	Conocimiento de los estándares de aprendizaje de las matemáticas KMLS	Nivel de desarrollo conceptual o procedimental esperado	X	X		X	X	X
		Secuenciación con temas anteriores y posteriores.	X	X	X	X	X	X

Anexo H

Planificación del segundo plan de acción



SECRETARÍA DE EDUCACIÓN DE GOBIERNO DEL ESTADO
BENEMERITA Y CENTENARIA ESCUELA NORMAL DEL ESTADO
ESCUELA SECUNDARIA TÉCNICA No. 14
CCT. 24DST0014V



PLANEACIÓN DIDÁCTICA

Campo formativo: Saberes y pensamiento científico **Grado y grupo:** 1°B, 1°D **Fecha:** 8 a 22 de marzo de 2023
Disciplina: Matemáticas
Número de sesiones: 7 **Docente en formación:** Fernando Meléndez Lara

PROGRAMA DE ESTUDIOS PARA LA EDUCACIÓN PREESCOLAR, PRIMARIA Y SECUNDARIA 2022 (FASE 6)

Rasgos Globales de Aprendizaje

- Desarrollan el pensamiento crítico que le permita valorar los conocimientos y saberes de las ciencias y humanidades
- Valoran sus potencialidades cognitivas, físicas y afectivas a partir de las cuales pueden mejorar sus capacidades personales y de la comunidad durante las distintas etapas de la vida
- Desarrollan una forma de pensar propia que emplean para analizar y hacer juicios argumentados sobre su realidad.

Metodología de trabajo:

A partir de la autonomía profesional que le brinda la Nueva Escuela Mexicana (NEM) al docente, el proceso de desarrollo de aprendizaje se desarrollará bajo el enfoque de resolución de problemas que consiste en utilizar secuencias de situaciones didácticas que despierten el interés de los alumnos y los inviten a reflexionar, a encontrar diferentes formas de resolver los problemas y a formular argumentos que validen los resultados. Al mismo tiempo, las situaciones planteadas deberán implicar justamente los conocimientos y las habilidades que se quieren desarrollar.

<p>Proceso de Desarrollo de Aprendizaje (PDA)</p> <ul style="list-style-type: none"> Explora figuras básicas como rectas y ángulos y su notación 	<p>Contenido</p> <ul style="list-style-type: none"> Rectas y ángulos 	<p>Ejes articuladores</p> <ul style="list-style-type: none"> Pensamiento crítico
<p>Aprendizaje esperado antecedente (Plan 2017)</p> <ul style="list-style-type: none"> Construye y analiza figuras geométricas, en particular triángulos y cuadriláteros, a partir de comparar lados, ángulos, paralelismo, perpendicularidad y simetría. 	<p>Proceso de Desarrollo de Aprendizaje (PDA) Consecuentes (Plan 2022)</p> <ul style="list-style-type: none"> Identifica y usa las relaciones entre los ángulos, lados y diagonales para construir a escala triángulos, cuadriláteros y polígonos regulares o irregulares 	
<p>Habilidades matemáticas</p> <ul style="list-style-type: none"> Imaginar: Trabajo mental de idear trazos, formas y transformaciones geométricas planas y espaciales Medir: Establecer relaciones entre magnitudes para realizar cálculos Deducir: Establecer hipótesis y encadenar razonamientos para demostrar teoremas sencillos <p>Habilidades geométricas</p> <ul style="list-style-type: none"> Visuales: Uso de elementos visuales o espaciales, tanto mentales como físicos, utilizados para resolver problemas o probar propiedades De comunicación: Interpretar, entender y comunicar información geométrica De dibujo: Reproducciones o construcciones gráficas que los alumnos hacen de los objetos geométricos Lógica de razonamiento: Abstracción, conjeturas, argumentación. 	<p>Conocimientos previos</p> <ul style="list-style-type: none"> Ángulos rectos Paralelas Perpendiculares Secantes 	
<p>Estrategia de evaluación</p> <p>La evaluación a considerar será de carácter formativo, considerando las siguientes finalidades:</p> <ul style="list-style-type: none"> Estimular la autonomía Monitorear avance y los resultados Comprobar el nivel de comprensión 	<p>Descripción de la secuencia</p> <p>Se busca que los estudiantes reconozcan las características principales de las formas geométricas básicas por medio de la exploración y conceptualicen a partir de ellas</p>	
<ul style="list-style-type: none"> Identificar necesidades <p>Instrumento de evaluación</p> <ul style="list-style-type: none"> Lista de cotejo <p>Ponderación</p> <ul style="list-style-type: none"> Participación 10% Actividades de clase 90% 		

Conceptualización

Concepto	Definición.
Punto	El punto es la figura más simple, no tiene medida y se denota con letras mayúsculas
Recta	Línea formada por una cantidad infinita de puntos que no tiene principio ni fin, se expresa con una letra minúscula, pero si se hace referencia a dos de sus puntos, entonces se usarán dos letras mayúsculas
Segmento de recta	Porción de una línea recta delimitada por dos puntos.
Semirrecta	Una recta que tiene como origen un punto dado y se prolonga infinitamente.
Grados	Los grados hacen referencia a la rotación de uno de los lados del ángulo.
Ángulo	<p>Un ángulo es la abertura comprendida entre dos lados que se unen por un punto llamado vértice y comúnmente se mide en grados.</p> <ul style="list-style-type: none"> • Los ángulos se expresan con tres letras, por ejemplo, el ángulo <i>AOB</i>, donde <i>O</i> es el vértice y sus lados son los segmentos <i>OA</i> y <i>OB</i>. • Para representar un ángulo se usa el símbolo \angle
Ángulo recto	<p>El ángulo recto tiene forma de escuadra y mide 90°</p> <ul style="list-style-type: none"> • Para representar el ángulo recto se usa el símbolo \perp
Ángulo agudo	Los ángulos agudos miden menos de 90°
Ángulo obtuso	Los ángulos obtusos miden más de 90° y menos que 180°
Ángulo llano	El ángulo llano que tiene forma de un medio círculo y mide 180°
Ángulo entrante	El ángulo entrante mide más de 180° y menos que 360°
Ángulo perigonal	El ángulo perigonal mide 360° , también es conocido como ángulo completo y corresponde a la medida de un círculo.
Transportador	Instrumento que mide ángulos en grados. Para usarlo, se coloca su punto de apoyo sobre el vértice del ángulo que desea medirse y se marca hasta qué punto del transportador se ubica el otro rayo del ángulo, el número que corresponda será la medida del ángulo en cuestión.

Rectas secantes	<p>Dos rectas son secantes cuando se cortan en un solo punto</p> <ul style="list-style-type: none">• Para representar que dos rectas son secantes se usa el símbolo \ddagger
Rectas perpendiculares	<p>Dentro de las rectas secantes se encuentran las perpendiculares, las cuales se caracterizan por que al intersectarse forman cuatro ángulos iguales de 90°</p> <ul style="list-style-type: none">• Para representar que dos rectas son perpendiculares se usa el símbolo \perp
Rectas paralelas	<p>Las rectas paralelas son aquellas que nunca se corten entre sí, sin importar que se prolonguen, es decir, siempre serán equidistantes entre sí</p> <ul style="list-style-type: none">• Para representar que dos rectas son paralelas se usa el símbolo \parallel

DESARROLLO DE LA SECUENCIA DIDÁCTICA

Plan de Clase
1/7

Intención didáctica
Que los estudiantes construyan los conceptos de segmento de recta, semirrecta y recta a partir de sus representaciones con trazos.

Fecha:
08/mar/2024

MOMENTO

Actividades / Orientaciones didácticas

INICIO

Encuentro con el problema: (2 minutos)

La sesión dará comienzo con la conformación de las binas de trabajo y se dará a conocer a los estudiantes que iniciaremos con un tema distinto relacionado a la geometría y en el que explorarán figuras y formas geométricas básicas.

Para activar conocimientos sobre dicho tema, solicitaré a los estudiantes que tracen en su hoja de trabajo una recta, una semirrecta y un segmento de recta con ayuda de su regla, para lo cual se les dará un espacio de dos minutos, ante la opción de que algunos estudiantes no cuenten con su juego de geometría se les proporcionará alguna regla y en caso de no contar con más, se recomendará usar algún otro objeto recto que les permita realizar los trazos necesarios como lapiceros o tarjetas. Es posible que algún estudiante pregunte por la medida de los trazos. Ante esta situación hare mención que no se requiere de una medida en específico.

Consigna: Individualmente, con apoyo de tu lápiz y regla, realiza los trazos que representen el concepto indicado en cada recuadro.

Recta



Segmento de recta



Semirrecta



1. Comparte con tu compañero de bina los trazos que se realizaron y comenten que semejanzas y diferencias tienen, a partir de ello redacten el concepto de:

- Una recta
- Un segmento
- Una semirrecta

Una vez realizados los trazos, se solicitará a los estudiantes compartir con su compañero de bina los dibujos elaborados con el fin de que comparen entre sí sus producciones e identifiquen las similitudes y diferencias respecto a las formas geométricas elaboradas.

DESARROLLO

A continuación, se llevará a cabo una tarea de *conceptualización*, la cual según (López y García, 2008, p. 32) tiene como finalidad la “construcción de conceptos y relaciones geométricas, [...], donde no se trata de definir objetos geométricos sino de conceptualizarlos”, siendo que con esta se buscará la conceptualización de los objetos geométricos denominados recta, semirrecta y segmento de recta.

Resolución del problema: (15 minutos)

Se hará entrega de hojas de colores a los estudiantes y se les indicará que realicen los siguientes dobleces de forma individual:

1. Marcar dos puntos y nombrarlos A y B.
 - 1.1. Con un doblez trazar una línea que pase por ambos puntos
2. Marcar dos puntos y nombrarlos A y B.
 - 2.1. Con un doblez unir los puntos A y B

Para este segundo trazo será importante destacar la diferencia que hay respecto al primero, pues en este se trata de unir los puntos únicamente con una recta, mientras que en el primero es el trazo de la línea que pasa por los dos puntos marcados y continua hacia ambos lados.

3. Marcar un punto A
 - 3.1. Con un doblez trazar una línea que comience en el punto A y se prolongue hacia cualquier lado de la hoja

En caso de que los estudiantes se cuestionen acerca del significado de prolongar, se señalará que se refiere a dar continuidad al trazo que están haciendo hacia algún lado de la hoja.

Una vez realizados estos dobleces, se les mencionará que vuelvan a hacerlos con el fin de contar con dos representaciones de rectas, semirrectas y segmentos de recta que sean diferentes a los ya elaborados (posición). Si se identifica que estudiantes comienzan a reproducir el mismo trazo que hicieron en el primer momento, se les indicará que el segundo tiene que estar orientado a un lugar diferente con respecto a los tres primeros.

Además, se formalizará que los trazos realizados corresponden a su respectiva forma geométrica, es decir que el primer grupo corresponde al trazo de una recta, el segundo al de un segmento de recta y el último grupo a una semirrecta. Luego, se indicará que con su compañero de mesa compartan sus trazos y que los comparen con la finalidad de que identifiquen las características de cada forma geométrica para que finalmente construyan en colaborativo un concepto respectivamente. En el caso particular de la recta, los estudiantes podrán confundirse en su conceptualización, dado que la indicación para la conformación de la misma, parte de dos puntos (A y B), para evitar esta situación, se les cuestionará ¿no podrá hacerse con solo un punto?, con el fin de que reflexionen y si es necesario manipulen para darse cuenta que la recta puede conformarse con 1 o más puntos.

Puesta en común (10 minutos)

Para este momento de la clase, se realizará un debate matemático donde se pedirán las participaciones de algunas binas para que compartan los conceptos construidos y de esta manera, los demás puedan validar o invalidar dichos constructos a partir de las producciones elaboradas y que lleguen al consenso de una sola conceptualización para cada forma geométrica.

CIERRE

Institucionalización: (10 minutos)

A partir de las participaciones de los estudiantes se reformularán los conceptos elaborados para destacar las siguientes ideas matemáticas mientras que se visualizan apoyados en el software de GeoGebra:

- Los trazos realizados corresponden con las formas básicas de la geometría
- El punto es la figura más simple, no tiene medida y se denota con letras mayúsculas
- Una recta está formada por una cantidad infinita de puntos y no tiene principio ni fin; en general, se expresa con una letra minúscula, pero si se hace referencia a dos de sus puntos, entonces se usarán dos letras mayúsculas.
- Un segmento de recta es la porción de una línea recta delimitada por dos puntos; por ejemplo, A y B en el dobléz realizado.
- Una semirrecta se refiere a una recta que tiene como origen un punto dado; por ejemplo, A en el dobléz realizado, y se prolonga infinitamente.

Materiales

- Hojas de trabajo
- Juego de Geometría
- 120 cuadros de $\frac{1}{4}$ de hoja de color
- Proyección de pantalla y GeoGebra

Evaluación

- Lista de cotejo:
 - Identifica diferencias entre rectas, semirrectas y segmento
 - Conceptualiza un segmento de recta, una semirrecta y una recta a partir de diferentes representaciones

Se les hará especial énfasis a los estudiantes para que no se haga uso del transportador para medir los ángulos.

Resolución del problema: (15 minutos)

Los estudiantes deberán observar y discutir con su respectivo compañero de bina las características de los ángulos incluidos en la consigna para identificar aquellos que compartan algún rasgo entre sí, es probable que identifiquen primeramente los ángulos rectos, dado que independientemente de la longitud de sus rayos, tienen una misma abertura, por lo que podrán delimitar un grupo a partir de ellos, después de esto, se deberán centrar en encontrar alguna característica distintiva sobre los demás ángulos.

Es probable que los estudiantes intenten clasificar los ángulos de acuerdo a alguna similitud en la longitud de los rayos, para abordar esta dificultad se deberá conducir al estudiante a reflexionar acerca de la indicación mediante cuestionamientos como ¿Qué estamos clasificando?, ¿la abertura ángulo cambia si es más largo o más corto el segmento de recta que lo forma?, se espera que al plantear estas interrogantes, se logre hacer que el estudiante se centre en la amplitud de cada ángulo, para identificar que hay cuatro que tienen una medida menor al ángulo recto, así como también hay cuatro que tienen una medida mayor al ángulo recto.

Puesta en común: (15 minutos)

En el monitoreo identificaré los equipos que realicen alguna clasificación incongruente con las características de los ángulos rectos, agudos y obtusos, los cuales compartirán primero al resto del grupo su clasificación, así como el razonamiento que realizaron para determinar las tres distintas categorías, al igual que en la resolución, se orientará a que el estudiante reconozca que se solicita realizar una clasificación de los ángulos en sí mismos, y no a partir de la longitud de sus rayos u otra característica diferente.

Se les cuestionará a las binas sobre qué hace diferente a los ángulos rectos (mencionándolos por el nombre de la categoría que establezcan los estudiantes). Una vez que las binas compartan su clasificación independientemente de si se logró realizar la categorización correcta, de manera grupal se guiará la ubicación de cada ángulo dado en su categoría correspondiente haciendo uso de la representación de los ángulos elaborados a escala.

CIERRE

Institucionalización: (10 minutos)

Después de compartir las clasificaciones dadas y teniendo como base la participación de los estudiantes para formalizar las siguientes ideas geométricas:

- Un ángulo es la abertura comprendida entre dos lados que se unen por un punto llamado vértice y comúnmente se mide en grados.
- Los ángulos se expresan con tres letras, por ejemplo, el ángulo AOB , donde O es el vértice y sus lados son los segmentos OA y OB .
- Para representar un ángulo se usa el símbolo \sphericalangle .

<ul style="list-style-type: none"> • El ángulo recto tiene forma de escuadra y mide 90° • Para representar el ángulo recto se usa el símbolo \perp • Los ángulos agudos miden menos de 90° • Los ángulos obtusos miden más de 90° y menos que 180° 	
Materiales	Evaluación
-Hojas de trabajo - Representación de ángulos	-Lista de cotejo: <ul style="list-style-type: none"> • Clasifica ángulos agudos, rectos y obtusos • Reconoce los elementos de un ángulo

DESARROLLO DE LA SECUENCIA DIDÁCTICA		
Plan de Clase 3/7	Intención didáctica Que los alumnos identifiquen y clasifiquen ángulos llanos, entrantes y perigonales según sus características	Fecha: 12/mar/2024
MOMENTO	Actividades / Orientaciones didácticas	
INICIO		
Encuentro con el problema: (2 minutos)		
Para comenzar la sesión se repartirán las hojas de trabajo a cada uno de los estudiantes y se conformarán las binas. La actividad de esta sesión da continuidad a la de la sesión anterior, por lo que de igual manera se desarrolla una tarea de conceptualización que cumple con las características descritas anteriormente.		
DESARROLLO		
Organizados en parejas, observen y analicen los siguientes ángulos.		
<ol style="list-style-type: none"> Clasifiquen los ángulos anteriores en tres categorías y destáquenlos con colores diferentes ¿En qué se basaron para hacer la clasificación? ¿Qué características tienen estos ángulos que no tenían los de la actividad anterior? 		
Verbalización: (5 minutos)		
Para que los alumnos puedan llevar a cabo su resolución, primeramente, se realizará la lectura de las indicaciones de la actividad de manera colectiva solicitando la participación de distintos estudiantes con el fin de mantener atento al grupo sobre las indicaciones de la consigna.		
Una vez realizada la lectura se buscará corroborar que los estudiantes hayan identificado los elementos importantes para la resolución realizando cuestionamientos como ¿Qué debemos realizar con la ilustración?, ¿Qué debemos describir acerca de cada una de las categorías?, después de que los estudiantes reconozcan que se debe describir las características de cada categoría de ángulos, se podrá dar inicio a la resolución.		
Al igual que en la sesión anterior, se les hará especial énfasis a los estudiantes para que no se haga uso del transportador para medir los ángulos.		

Resolución del problema: (15 minutos)

Durante este momento los estudiantes identificarán que se trata de una actividad muy similar a la del plan anterior, sin embargo, será relevante guiar al estudiante para que identifique que los ángulos dados tienen características muy específicas y diferentes a los abordados durante la sesión anterior. Es posible que a comparación con el plan 2, la clasificación sea más sencilla para los estudiantes, dado que son fáciles de diferenciar los ángulos llanos y los ángulos completos, por lo que aquellos que no entren en estas categorías formaran el tercer grupo.

Es entonces que el reto principal de los estudiantes estará dado alrededor de reconocer una característica particular entre todos estos ángulos que conformen la tercera categoría, se espera que para este momento la clasificación que realicen sea meramente sobre los ángulos y no se presente alguna clasificación ajena a la amplitud de los mismos. Para orientar el trabajo de las binas se podrán retomar preguntas como ¿Cuáles ángulos son parecidos? o ¿En qué se parecen los ángulos del primer grupo?

Puesta en común: (15 minutos)

En el monitoreo se detectarán los equipos que realicen alguna clasificación distante a las características de los ángulos llano, entrante y perigonal, o que incluyan algún ángulo en una categoría errónea, con el fin de que sean los primeros en compartir con el resto de los estudiantes, para que de manera grupal se valide o no el establecimiento de categorías y su distribución de las figuras dadas. Después de estas binas, se procederá con algunos estudiantes que identifiquen correctamente los ángulos llanos, entrantes y perigonales, con el fin de reconocer las principales características de estos, las cuales se darán a conocer mediante la participación de las binas.

CIERRE**Institucionalización: (10 minutos)**

Retomando las participaciones de los estudiantes, se usará el software de GeoGebra para formalizar que:

- El ángulo llano que tiene forma de un medio círculo y mide 180°
- El ángulo entrante mide más de 180° y menos que 360°
- El ángulo perigonal mide 360° , también es conocido como ángulo completo y corresponde a la medida de un círculo.

Materiales

-Hojas de trabajo
- Representación de ángulos

Evaluación

-Lista de cotejo:

- Clasifica ángulos llanos, entrantes y perigonales
- Reconoce los elementos de un ángulo

DESARROLLO DE LA SECUENCIA DIDÁCTICA

Plan de Clase
4/7

Intención didáctica
Que los estudiantes estimen mediante deducciones simples las medidas de ángulos en situaciones concretas

Fecha:
13/mar/2024

MOMENTO

Actividades / Orientaciones didácticas

INICIO

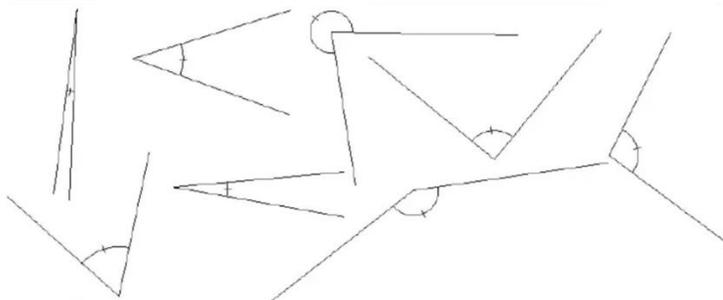
Encuentro con el problema: (2 minutos)

Para activar los conocimientos de los estudiantes se retomarán los conceptos desarrollados previamente planteándoles a los estudiantes la pregunta ¿Podría existir un ángulo de 540° ?, a partir de esta interrogante se realizará un breve debate. La actividad planteada da continuidad a la construcción del significado de los distintos tipos de ángulos de acuerdo a su medida, por lo que responde a los principios de una tarea de conceptualización, la clase comenzará con el reparto de hojas de trabajo a cada uno de los estudiantes, a la vez que se integrarán las binas.

DESARROLLO

Consigna: Organizados en binas, resuelvan la siguiente situación: El día de ayer, encargué de tarea trazar algunos ángulos. Hoy por la mañana, Luis amaneció con fiebre y envió el trabajo con su hermana, de la siguiente manera

100° 15° 150° 37° 5° 280° 90° 60°



Como podrás observar no señaló cuánto mide cada ángulo. Completa el trabajo de Luis, anotando a cada ángulo la medida que le corresponde, sin emplear el transportador.

Verbalización: (5 minutos)

Se dará lectura de las indicaciones de la actividad solicitando la participación de algunos estudiantes con el fin de mantener la atención en recuperar la información importante de la actividad, después de retomadas las indicaciones se realizarán cuestionamientos con el fin de verificar la comprensión lectora, por ejemplo, ¿Qué se encargó de tarea?, ¿Cuántos ángulos hay en la imagen?, ¿Qué medidas de ángulos proporciona la actividad?, ¿De qué manera completaremos el trabajo de Luis?, ¿Usaremos el transportador?, en medida que se compruebe que los estudiantes reconozcan estos puntos importantes se podrá dar paso al momento de resolución.

Resolución del problema: (10 minutos)

Durante este momento los estudiantes deberán identificar los ángulos que corresponden a cada una de las medidas señaladas, se anticipa que comiencen buscando aquellos que tengan una abertura mayor como el caso del de 280° o menor como el de 5° , así como los abordados dentro de sesiones anteriores como el recto, llano y completo, los cuales tienen una medida exacta, sin embargo, en este desafío únicamente se encuentra el ángulo recto, por lo que a partir de esto podrían hacer una distinción entre los que miden menos de 90° y los que miden más de 90° , posteriormente realizando una relación entre las medidas señaladas.

Si los alumnos insisten en usar el transportador se les señalará que lo intenten sin dicho instrumento, ya que se pretende favorecer la estimación. Al paso de cinco minutos y después de que se realice la distinción de cada uno de los ángulos colocando su respectiva medida se dará paso a una segunda consigna indicándoles a los estudiantes lo siguiente:

La tarea de Luis también consistía en nombrarlos y clasificarlos, por lo que después envió otra hoja nombrando cada punto de los segmentos que forman sus ángulos

Para esto, se mencionará a los estudiantes que debajo de las indicaciones deberán elaborar una tabla en la que coloquen el nombre que recibirá cada uno de los ángulos, su medida y a qué tipo de ángulo corresponde. Se anticipa que los estudiantes no tengan mucha dificultad para realizar esta tarea, sin embargo, se realizará un solo ejemplo de cómo representar simbólicamente al ángulo $\angle ABC$.

ÁNGULO	MEDIDA	TIPO DE ÁNGULO
$\angle ABC$		

Puesta en común (15 minutos)

Para la puesta en común se solicitará a algunos integrantes de las binas que ayuden a completar la tabla con los datos faltantes en cada una de las columnas, en este proceso deberán justificar porqué determinaron la medida correspondiente a cada uno de los ángulos, mientras que el resto del grupo valida o no sus argumentos, así como el nombre que le asignarán al ángulo correspondiente. En el caso del tipo de ángulo, se retomarán las medidas de la categoría correspondiente para comprobar si la categorización que propone la bina es correcta.

CIERRE

Institucionalización: (10 minutos)

A partir de las participaciones de los estudiantes se acentuarán las siguientes ideas geométricas:

- Conocer los tipos de ángulos nos permite identificar su medida sin llevar a cabo una medición
- En esta actividad fue útil conocer la medida de ángulos como el recto y el llano, pues a partir de estos se pueden identificar las medidas de otros como el de 280° que es el único que mide más de 180°

las indicaciones se plantearán algunas interrogantes para verificar la comprensión de la actividad, por ejemplo, ¿Qué forma tiene el radar?, ¿Con qué color se señalará el área que se cubre en cuatro segundos?, ¿Con qué color se señalará el área que cubren los siguientes doce segundos?, ¿Con que color se señalarán los últimos tres segundos?, una vez marcados las áreas correspondientes ¿qué medidas debemos identificar?, ¿Qué instrumento vamos a usar? cuando los estudiantes identifiquen estos aspectos relevantes se podrá dar paso a la resolución.

Resolución del problema: (15 minutos)

Primeramente, se anticipa que los estudiantes se cuestionen sobre cómo se describe el movimiento del barrido en el radar, ante esta situación se le cuestionará al estudiante ¿Cómo se iría moviendo?, respecto a la línea que marca el inicio del barrido ¿Qué va formando?, al realizar este ejercicio se espera que los estudiantes tengan mayor claridad sobre la existencia de un ángulo a partir del barrido según los segundos transcurridos.

Se prevé que algunos equipos intentarán realizar las divisiones por aproximación al identificar relaciones entre los datos como que 4 segundos corresponden a $\frac{1}{5}$ del círculo, por lo que al presentarse estas situaciones se cuestionará a los equipos para que comprueben que su trazo corresponda a la medida exacta ¿Cuántos grados debe medir el ángulo que se forme en estos primeros 4 segundos?, ¿Con qué instrumento podemos medir ángulos exactos?, probablemente no hayan calculado los grados del ángulo, por lo que tendrán que realizar nuevamente el análisis de los datos del problema.

Cuando los estudiantes se enfrenten al cálculo de cada una de las medidas se realizarán cuestionamientos para despejar posibles dudas asociadas al manejo de la información, por lo que será relevante retomar aspectos importantes como ¿Qué forma tiene el radar? ¿Qué ángulo se forma al completar el barrido del radar?, cuando los estudiantes recuperen que se trata de un ángulo perigonal, se continuará acerca de ¿Qué medida tiene el ángulo perigonal?, ¿Cuánto tiempo tardaría en formar este ángulo?, ¿Cuántos grados giraría en esos 20 segundos?

En caso de que los estudiantes no reconozcan la posibilidad de encontrar los datos solicitados por medio de la regla de tres o el valor unitario, se podrá hacer una conexión con uno de los temas antecesores como es la proporcionalidad analizando la relación que existe entre los segundos transcurridos y los grados del ángulo que se genera. Para esto se podrán plantear situaciones como: si en 20 segundos son 360° , ¿Cuántos grados serán en 10 segundos?, ¿Cuántos grados avanzará por cada segundo?

Es posible que después de señalar el primer ángulo los estudiantes busquen medir el siguiente desde el lado inicial, por lo que será importante hacer la aclaración de que realizando esto se estará marcando los 4 primeros segundos nuevamente y solo 8 segundos de los 12 solicitados por lo que será necesario apoyar el transportador desde el fin del ángulo anterior.

Puesta en común: (15 minutos)

Durante la resolución, se identificarán a las binas que tengan procedimientos diferentes, a los cuales se les solicitará compartir con el resto del grupo su resolución con el fin de visualizar diferentes formas de calcular los ángulos como lo son: mediante la proporcionalidad, la medida del ángulo

correspondiente a un segundo (valor unitario) o las medidas de los ángulos resultantes de fraccionar el ángulo perigonal. El resto del grupo deberá observar y comparar sus resultados para validar o no cada uno de estos procedimientos y resultados.

Así mismo, la participación de cada equipo deberá incluir la explicación de cómo trazaron los ángulos sobre el círculo proporcionado con el fin de que se muestren el manejo que le dieron al transportador para completar su actividad.

CIERRE

Institucionalización: (10 minutos)

Tomando como base la participación de los estudiantes se acentuará y formalizará que:

- Existen diferentes procedimientos para calcular la medida de ángulos de acuerdo a fracciones específicas, pero es necesario tener conocimiento de algunos ángulos específicos como el ángulo perigonal
- Los procedimientos que son más comunes en este tipo de problemas son la regla de tres o el valor unitario (calcular cuántos grados por segundo en este problema)
- Después de calcular la medida de los ángulos es necesario usar el transportador para identificar la medida exacta de cada uno de ellos en su representación.
- Cuando se realizan medidas contiguas en un mismo ángulo, es necesario reacomodar el transportador en el segundo lado del ángulo anterior para marcar correctamente la medida deseada, considerando siempre el mismo vértice.

Materiales

-Hojas de trabajo
- Transportador
- Cartulinas mágicas

Evaluación

-Lista de cotejo:

- Calcula la medida de ángulos por medio de distintos procedimientos
- Traza ángulos empleando el transportador

DESARROLLO DE LA SECUENCIA DIDÁCTICA

Plan de Clase
6/7

Intención didáctica
Que los alumnos conceptualicen lo que son las rectas paralelas, secantes y perpendiculares a partir de sus representaciones en el geoplano

Fecha:
20/mar/2024

MOMENTO

Actividades / Orientaciones didácticas

INICIO

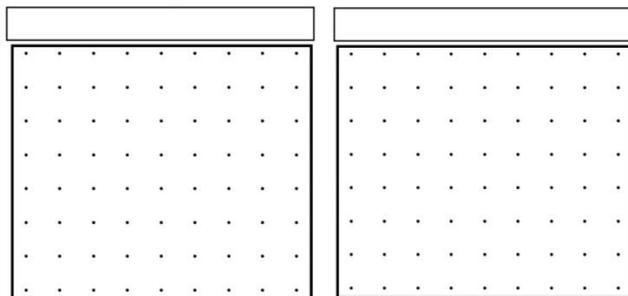
Encuentro con el problema: (2 minutos)

La sesión dará inicio con el reparto de los geoplanos y ligas correspondientes, así como la conformación de las binas. Esta actividad corresponde a una tarea de conceptualización que cumple con las características ya descritas en planes anteriores, en esta ocasión para desarrollar el concepto de paralelas, secantes y perpendiculares.

DESARROLLO

Para el desarrollo de la sesión se guiará a los estudiantes a través del geoplano y la hoja de trabajo para trazar paralelas, secantes y perpendiculares. Se comenzará indicando a los estudiantes que el geoplano es la representación de un plano y los clavos son puntos sobre el mismo. Emplearlos permitirá identificar y explorar algunas propiedades de las rectas, así como también se indicará el papel que tienen las ligas para realizar las representaciones geométricas, una vez que los estudiantes comprendan cómo utilizarlo, se podrá proceder con las representaciones de paralelas, secantes y perpendiculares, haciendo mención de que cada trazo del geoplano deberá replicarse en la hoja de trabajo.

La siguiente ilustración representa un geoplano, traza las rectas que realizaste con las ligas en el geoplano



Una vez que hayan trazado las rectas solicitadas construyan y escriban, en colaborativo, los conceptos de:

a) Rectas Secantes:

b) Rectas Perpendiculares:

c) Rectas Paralelas

Se les solicitará a los estudiantes realizar las siguientes representaciones en el geoplano dando libertad sobre la posición de las rectas:

Consigna 1: Tracen una recta en cualquier posición utilizando una liga

Una vez que se realice esta representación, se retomará el concepto de recta con el fin de que los estudiantes mencionen que se trata de una línea formada por una cantidad infinita de puntos, lo cual se buscará reflejar en el geoplano con ayuda de los clavos.

Consigna 2: Utilizando una liga más tracen una recta que se coincida en un punto con la recta anterior (2 minutos)

Es posible que en este caso los estudiantes no comprendan la indicación, ante ello, intervendré mencionando que los clavos del geoplano representan puntos en un plano, por tanto, si se quiere que dos rectas corten se corten entre sí por un mismo punto, entonces las rectas representadas con ligas deben coincidir en un punto (clavo).

Cuando los estudiantes realicen este trazo, se les dará a conocer que el punto en donde se tocan ambas rectas recibe el nombre de intersección. Una vez replicado su trazo en su hoja, se dará la siguiente indicación:

Consigna 3: Quiten todas las ligas que haya en el geoplano y usando únicamente dos ligas tracen dos rectas secantes las cuales al intersecarse formen cuatro ángulos iguales. (2 minutos)

En el caso de que los estudiantes tracen secantes con ángulos desiguales, se les cuestionará si realmente un ángulo es igual al otro. Después de que se realice la representación correspondiente en la hoja de trabajo, se planteará la siguiente indicación a los estudiantes:

Consigna 4: Quiten todas las ligas del geoplano y usen únicamente dos ligas para representar dos rectas que nunca se corten. (2 minutos)

Es posible que los estudiantes representen dos rectas que parezcan no cortarse, sin embargo, será relevante cuestionar a los estudiantes si en caso de prolongarse ambas rectas aún se cumpliría esta condición. Así mismo, se buscará que los estudiantes reflexionen sobre la distancia entre ambas rectas mediante cuestionamientos como, ¿De un lado está más cerca que del otro?, ¿Cómo es la distancia entre las rectas?, ¿Siempre se mantendrá?, ¿Una recta coincide con la otra en algún punto?, ¿Una paralela puede ser secante?

Una vez realizados todos estos trazos, se les indicará a los estudiantes que el primero de ellos corresponde a la representación de rectas secantes, el segundo a rectas perpendiculares y el último a rectas paralelas. A partir de lo anterior se les indicará a los estudiantes que deberán construir un concepto para cada uno de estos tipos de rectas en un tiempo de cinco minutos.

Puesta en común (10 minutos)

Durante la construcción del concepto, se identificarán las binas que hayan realizado una representación incongruente con las características de cada uno de los tipos de rectas y se les solicitará representar en el material didáctico elaborado sus trazos. Con al menos tres binas se

comenzará el debate matemático apoyado en la participación del resto del grupo para validar o no cada una de las representaciones. Así mismo, se compartirán los conceptos desarrollados, los cuales serán complementados con ayuda de los demás estudiantes.

CIERRE

Institucionalización: (10 minutos)

A partir de las ideas desarrolladas por los estudiantes durante el desarrollo de la actividad se formalizará lo siguiente:

- Dos rectas son secantes cuando se cortan en un solo punto
- Para representar que dos rectas son secantes se usa el símbolo $\{$
- Dentro de las rectas secantes se encuentran las perpendiculares, las cuales se caracterizan por qué al intersectarse forman cuatro ángulos iguales de 90°
- Para representar que dos rectas son perpendiculares se usa el símbolo \perp
- Las rectas paralelas son aquellas que nunca se corten entre sí, sin importar que se prolonguen, es decir, siempre serán equidistantes entre sí
- Para representar que dos rectas son paralelas se usa el símbolo \parallel

Materiales

- 10 Geoplanos
- Hojas de trabajo

Evaluación

- Lista de cotejo:
- Representa rectas secantes, perpendiculares y paralelas en el geoplano.
 - Conceptualiza lo que son las rectas secantes, perpendiculares y paralelas.

DESARROLLO DE LA SECUENCIA DIDÁCTICA

Plan de Clase
7/7

Intención didáctica
Que los alumnos identifiquen rectas paralelas, secantes y perpendiculares en un mapa local

Fecha:
22/mar/2024

MOMENTO

Actividades / Orientaciones didácticas

INICIO

Encuentro con el problema: (2 minutos)

La sesión comenzará con el reparto de las hojas de trabajo correspondientes a cada uno de los estudiantes, a la vez que se conformarán las binas de trabajo proporcionándoles un geoplano y ligas. Para dar inicio se les solicitará que usen una liga para trazar una recta, y posteriormente utilicen las ligas necesarias para identificar cuantas rectas pueden cortar a la recta inicial por el mismo punto en que se interceptaron las rectas anteriores, es este punto será importante retomar la participación de algunas binas para determinar que por un mismo punto de intersección pueden coincidir una infinidad de rectas.

Posteriormente se dará paso con la actividad central que se propone en esta sesión, la cual corresponde a una tarea de conceptualización.

DESARROLLO

Organizados en binas y trabajando de manera colaborativa realicen lo que se solicita.

Observen la siguiente vista de la ciudad desde la imagen satelital y contesten las siguientes preguntas.



- Escribe el nombre de dos pares de calles que sean paralelas en la colonia Satélite
- Escribe el nombre de dos pares de calles que sean secantes en la colonia Satélite
- Escribe el nombre de dos pares de calles que sean perpendiculares en la colonia Satélite
- ¿Qué negocio está en una calle que sea perpendicular a la Calzada de Guadalupe/ Av. Juárez?

El siguiente mapa corresponde a otra área de la ciudad. Identifiquen un par de calles paralelas y señálenlas con un color, después identifiquen un par de calles secantes no perpendiculares y señálenlas con otro color.



Verbalización: (5 minutos)

De manera grupal se dará lectura a la consigna solicitando la participación de distintos estudiantes con el fin de mantener su atención en la actividad, así como retomar las indicaciones que guiarán el trabajo en la resolución.

Para verificar que los estudiantes comprendan la actividad se realizarán interrogantes que busquen retomar elementos importantes para la resolución, por ejemplo, ¿De qué colonia es el mapa que se muestra en la imagen?, ¿Qué calles relaciones entre calles tendremos que identificar en el mapa?, ¿Qué condición debe cumplir la calle en la que se ubique el negocio con respecto a la Av. Juárez?, ¿A qué zona corresponde el segundo mapa?, ¿Qué debemos de identificar en la zona del parque Tangamanga?, ¿Cómo señalaremos las secantes, perpendiculares y paralelas?, en la media en que los estudiantes logren contestar estos cuestionamientos se procederá con el momento de resolución.

Resolución del problema: (15 minutos)

Los estudiantes deberán recordar cuales son las rectas paralelas, secantes y perpendiculares para poder buscar esta relación entre las calles del mapa de la colonia Satélite, una vez que retomen sus principales características, deberán observar la representación y verificar que dos de estas correspondan a las características que se requieren.

Se verificará que ante cada respuesta el alumno justifique con base en las características de las paralelas, secantes y perpendiculares. Es probable que los estudiantes aun presenten dificultad para diferenciar las rectas secantes y las perpendiculares, por lo que se buscarán retomar sus características mediante cuestionamientos, ¿Cuáles son las rectas que forman cuatro ángulos iguales?, ¿Todas las secantes son perpendiculares?, ¿Todas las perpendiculares son secantes?, se espera que al realizar cuestionamientos como los anteriores, los estudiantes tengan mayor claridad sobre los diferentes tipos de relaciones que pueden existir entre dos rectas.

Puesta en común: (15 minutos)

A lo largo de la resolución, el monitoreo del avance permitirá identificar las binas que tengan un menor avance o que a pesar de la orientación aun establezca relaciones erróneas entre las calles, por lo que estos serán los primeros en compartir con el resto del grupo sus resultados con el objetivo de que los estudiantes espectadores argumenten por qué no cumple con las características de una paralela, secante o perpendicular según sea el caso, es probable que algunos estudiantes aún se muestren escépticos acerca de que una perpendicular también sea una secante, por lo que se hará la aclaración de que a pesar de que la perpendicular entre dentro de las características de las secantes la manera correcta de nombrar a este tipo de rectas es perpendicular.

Posteriormente, el resto de las binas compartirá las calles identificadas para cada una de las relaciones solicitadas, las cuales se verificarán de manera grupal para que se validen o no de acuerdo a las características de cada relación entre las rectas.

CIERRE

Institucionalización: (10 minutos)

A partir de las producciones de los estudiantes se formalizará que:

- Las rectas paralelas, secantes y perpendiculares se pueden involucrar en muchos aspectos de la vida cotidiana como lo es la ubicación entre calles de un mapa, por ejemplo, es común escuchar que una calle es paralela a otra.

Materiales	Evaluación
-Hojas de trabajo -Proyección de pantalla y GeoGebra	-Lista de cotejo: <ul style="list-style-type: none"> • Identifica y señala rectas secantes, perpendiculares y paralelas

PLAN DE EVALUACIÓN

PDA: Explora figuras básicas como rectas y ángulos y su notación

Aspecto a evaluar	Si	No
<i>Identifica diferencias entre rectas, semirrectas y segmento de recta (S1)</i>		
<i>Conceptualiza un segmento de recta, una semirrecta y una recta a partir de diferentes representaciones (S1)</i>		
<i>Clasifica ángulos agudos, rectos y obtusos (S2)</i>		
<i>Reconoce los elementos de un ángulo (S2)</i>		
<i>Clasifica ángulos llanos, entrantes y perigonales (S3)</i>		
<i>Estima medidas de ángulos proporcionados (S4)</i>		
<i>Clasifica ángulos a partir de su medida (S4)</i>		
<i>Representa simbólicamente ángulos (S4)</i>		
<i>Calcula la medida de ángulos por medio de distintos procedimientos (S5)</i>		
<i>Traza ángulos empleando el transportador (S5)</i>		
<i>Representa rectas secantes, perpendiculares y paralelas en el geoplano (S6)</i>		
<i>Conceptualiza lo que son las rectas secantes, perpendiculares y paralelas (S6)</i>		
<i>Identifica y señala rectas secantes, perpendiculares y paralelas (S7)</i>		

Anexo I

Reconocimiento de los Conocimientos del MTSK 2do. Plan de Acción

Dominio	Subdominio	Categorías	Sesión							
			1	2	3	4	5	6	7	
Conocimiento matemático (MK)	Conocimiento de los temas KoT	Fenomenología ¿Cómo se hace? ¿Cuándo puede hacerse? ¿Por qué se hace así? Características del resultado								
		Definiciones, propiedades y sus fundamentos	X	X	X	X		X	X	
		Registros de representación y aplicaciones	X			X	X	X	X	
Conocimiento de la estructura de las matemáticas KSM		Conexiones de complejización								
		Conexiones auxiliares						X		
		Conexiones de simplificación								
		Conexiones transversales			X	X	X	X	X	
Conocimiento de la práctica matemática KPM		Jerarquización y planificación como forma de proceder en la resolución de problemas matemáticos								
		Formas de validación y demostración						X	X	
		Papel de los símbolos y uso del lenguaje formal	X	X	X	X	X	X	X	

Dominio	Subdominio	Categorías	Sesión						
			1	2	3	4	5	6	7
		Procesos asociados a la resolución de problemas como forma de producir matemáticas						X	
		Prácticas particulares del quehacer matemático (por ejemplo, modelación)							
		Condiciones necesarias y suficientes para generar definiciones	X	X	X	X		X	X
Conocimiento Didáctico del Contenido	Conocimiento de las características de aprendizaje de las matemáticas KFLM	Teorías de aprendizaje			X				
		Fortalezas y dificultades	X	X	X	X	X	X	X
		Formas de interacción con un contenido matemático							
		Intereses y expectativas	X					X	X
	Conocimiento de la enseñanza de las matemáticas KMT	Teorías de enseñanza	X	X				X	
		Recursos materiales y virtuales	X	X	X	X		X	X
		Estrategias, técnicas, tareas y ejemplos	X	X	X	X		X	X
	Conocimiento de los estándares de aprendizaje de las matemáticas KMLS	Expectativas de aprendizaje							
		Nivel de desarrollo conceptual o procedimental esperado	X	X	X	X		X	
Secuenciación con temas anteriores y posteriores.			X	X	X	X	X	X	

Anexo J

Tabla de perfiles de las intervenciones de diagnóstico, primer y segundo plan de acción

Dominios y subdominios del MTSK	Intervención docente		
	Fase diagnóstica	Plan de Acción 1	Plan de Acción 2
KoT	El PFI señaló “cuando teníamos un número cualquiera, un signo negativo y un paréntesis, ¿qué pasaba con el número que estaba en el paréntesis?, ante esto los estudiantes respondieron que se convertía y el PFI reiteró “si era positivo se convertía en negativo y si era negativo se convertía en positivo”.	La clase comenzó con el reparto de la actividad, el propósito estaba orientado a para que los estudiantes desarrollaran la generalización a partir de una sucesión de figuras con una progresión aritmética y comunicarla mediante un escrito (<i>formas de representación</i>)	A partir de las principales características de cada una de las formas pude institucionalizar, solicitando a los estudiantes tomar su libreta para apuntar el concepto de punto como la forma más simple que no tiene medida y se identifica con una letra mayúscula (<i>definiciones</i>)
MK			
KSM		¿qué característica cumplen las sucesiones que tienen progresión aritmética? A partir de las participaciones acertadas de los estudiantes, resalté	La actividad implicó uno de los contenidos previos como lo es la regla de tres en relaciones proporcionales, ... identificar la

Dominios y subdominios del MTSK	Intervención docente		
	Fase diagnóstica	Plan de Acción 1	Plan de Acción 2
		que, en sucesiones con progresión aritmética siempre se cumple que se suma o resta un número constante, lo cual determina si la sucesión es ascendente o descendente <i>(conexión transversal)</i>	relación entre segundos y grados recorridos <i>(conexión auxiliar)</i>
KPM	Mientras que los demás compañeros terminaban, orienté al estudiante a relacionar que ambas sumas daban el mismo resultado, y que hay una peculiaridad entre estas, pues de la suma $15+13+17$, se puede agrupar 13 y 17 para formar 30, y si lo sustituimos en la suma original nos resulta $15+30$, que es la forma de la segunda suma que plantea la	Mientras los estudiantes presentaban sus resultados, busqué propiciar un debate con el grupo con el fin de validar los resultados <i>(práctica de demostrar)</i>	Se solicitó a los estudiantes trazar un segmento que representaría uno de los lados de un ángulo de 163° <i>(Uso de símbolos y lenguaje formal)</i>

Dominios y subdominios del MTSK	Intervención docente		
	Fase diagnóstica	Plan de Acción 1	Plan de Acción 2
	actividad (<i>práctica de demostrar</i>)		
KFLM	<p>PFI: ¿Cuál sería otra forma de agruparlo?</p> <p>PFI: 15 más 13, ¿es correcto?</p> <p>PFI: Vamos a ver, ¿Cuánto es 15 más 13?</p> <p>PFI: y si le sumamos 17, ¿Cuánto nos da?</p> <p>PFI: ¿Esto es igual o diferente al resultado que nos había dado antes?</p>	<p>Una vez que las binas se centraron en la escritura del mensaje correspondiente a las indicaciones de construcción de la secuencia, me encontré con que únicamente contemplaban el patrón, por lo que realicé cuestionamientos con el fin de orientar su escrito de mejor manera (<i>fortalezas y dificultades</i>)</p>	<p>la situación anticipada desde la planificación respecto a la intención del uso del transportador por parte de los estudiantes se presentó por lo que se pudo realizar la aclaración pertinente (<i>fortalezas y dificultades</i>)</p>
PCK	<p>PFI: Entonces, de estas dos operaciones ¿Qué podemos concluir?, ¿Los agrupamos de forma diferente verdad?</p> <p>(<i>formas de interacción con el contenido</i>)</p>		
KMT	<p>La actividad de la sesión consistía en el planteamiento de un problema sobre distribución de</p>	<p>Para fortalecer la comprensión se aplicó y comprobó el procedimiento en uno de los ejercicios</p>	<p>Se dio continuidad con el reparto de seis recuadros de hojas de colores diferentes a cada uno de los</p>

Dominios y subdominios del MTSK	Intervención docente		
	Fase diagnóstica	Plan de Acción 1	Plan de Acción 2
	verduras bajo ciertas condiciones para que los estudiantes identificaran la propiedad conmutativa. (<i>tarea matemática no diseñada adecuadamente</i>)	planteados en sesiones previas por medio de la participación de los estudiantes (<i>ejemplos</i>)	estudiantes, haciendo saber que estas serían empleadas para realizar los trazos mediante dobleces (<i>recursos físicos</i>)
KMLS	Una vez que se desarrollaron estas situaciones se realizó la revisión conceptual con apoyo del libro de texto para formalizar la propiedad asociativa, para lo cual los estudiantes leyeron la definición del libro (<i>fuentes para el conocimiento</i>)	El proceso de planificación desde la revisión del currículo en grados antecesores, permitió reconocer a lo largo de la intervención docente cual es el <i>nivel de desarrollo conceptual y procedimental</i> de los estudiantes	Para cada sesión fue relevante considerar qué conocen los estudiantes y hasta donde les permitiría resolver determinados problemas (<i>nivel de desarrollo conceptual y procedimental</i>)