



## BENEMÉRITA Y CENTENARIA ESCUELA NORMAL DEL ESTADO DE SAN LUIS POTOSÍ.

TITULO: Acercamiento a la Construcción del Concepto de Fracción. Primeras Experiencias en la Educación Primaria

---

AUTOR: Miguel Ángel Pérez García

---

FECHA: 07/26/2023

---

PALABRAS CLAVE: Fracción, Dominio Pedagógico, Dominio Del Contenido, Práctica Educativa, Educación Primaria

**SECRETARÍA DE EDUCACIÓN DE GOBIERNO DEL ESTADO  
SISTEMA EDUCATIVO ESTATAL REGULAR**

**DIRECCIÓN DE EDUCACIÓN**

**INSPECCIÓN DE EDUCACIÓN NORMAL**

**BENEMÉRITA Y CENTENARIA  
ESCUELA NORMAL DEL ESTADO DE SAN LUIS POTOSÍ**

**GENERACIÓN**

**2019**



**2023**

**“ACERCAMIENTO A LA CONSTRUCCIÓN DEL CONCEPTO DE FRACCIÓN.  
PRIMERAS EXPERIENCIAS EN LA EDUCACIÓN PRIMARIA”**

**TESIS DE INVESTIGACIÓN**

**QUE PARA OBTENER EL TÍTULO DE LICENCIADO EN EDUCACIÓN  
PRIMARIA**

**PRESENTA:**

**MIGUEL ÁNGEL PÉREZ GARCÍA**

**ASESORA**

**ALEJANDRA SÁNCHEZ PÉREZ**

**SAN LUIS POTOSÍ, S.L.P.**

**JULIO DEL 2023**



**BENEMÉRITA Y CENTENARIA ESCUELA NORMAL DEL ESTADO DE SAN LUIS POTOSÍ  
CENTRO DE INFORMACIÓN CIENTÍFICA Y TECNOLÓGICA**

**ACUERDO DE AUTORIZACIÓN PARA USO DE INFORMACIÓN DEL DOCUMENTO  
RECEPCIONAL EN EL REPOSITORIO INSTITUCIONAL DE LA BECENE DE ACUERDO A LA  
POLÍTICA DE PROPIEDAD INTELECTUAL**

**A quien corresponda.  
PRESENTE. –**

Por medio del presente escrito Miguel Ángel Pérez García autorizo a la Benemérita y Centenaria Escuela Normal del Estado de San Luis Potosí, (BECENE) la utilización de la obra Titulada:

**ACERCAMIENTO A LA CONSTRUCCIÓN DEL CONCEPTO DE FRACCIÓN. PRIMERAS  
EXPERIENCIAS EN LA EDUCACIÓN PRIMARIA**

en la modalidad de: Tesis

para obtener el

Título en  Licenciatura en Educación Primaria

en la generación \_\_\_\_\_ para su divulgación, y preservación en cualquier medio, incluido el electrónico y como parte del Repositorio Institucional de Acceso Abierto de la BECENE con fines educativos y Académicos, así como la difusión entre sus usuarios, profesores, estudiantes o terceras personas, sin que pueda percibir ninguna retribución económica.

Por medio de este acuerdo deseo expresar que es una autorización voluntaria y gratuita y en atención a lo señalado en los artículos 21 y 27 de Ley Federal del Derecho de Autor, la BECENE cuenta con mi autorización para la utilización de la información antes señalada estableciendo que se utilizará única y exclusivamente para los fines antes señalados.

La utilización de la información será durante el tiempo que sea pertinente bajo los términos de los párrafos anteriores, finalmente manifiesto que cuento con las facultades y los derechos correspondientes para otorgar la presente autorización, por ser de mi autoría la obra.

Por lo anterior deslindo a la BECENE de cualquier responsabilidad concerniente a lo establecido en la presente autorización.

Para que así conste por mi libre voluntad firmo el presente.

En la Ciudad de San Luis Potosí. S.L.P. a los 18 días del mes de julio de 2023.

ATENTAMENTE.

  
Miguel Ángel Pérez García

Nombra y Firma

AUTOR DUEÑO DE LOS DERECHOS PATRIMONIALES



San Luis Potosí, S.L.P.; a 26 de Junio del 2023

Los que suscriben, tienen a bien

## DICTAMINAR

que el(la) alumno(a): C. PEREZ GARCIA MIGUEL ANGEL  
De la Generación: 2019 - 2023

concluyó en forma satisfactoria y conforme a las indicaciones señaladas en el Documento Recepcional en la modalidad de: Tesis de investigación.

Titulado:

ACERCAMIENTO A LA CONSTRUCCIÓN DEL CONCEPTO DE FRACCIÓN. PRIMERAS EXPERIENCIAS EN LA EDUCACIÓN PRIMARIA

Por lo anterior, se determina que reúne los requisitos para proceder a sustentar el Examen Profesional que establecen las normas correspondientes, con el propósito de obtener el Título de Licenciado(a) en EDUCACIÓN PRIMARIA

### ATENTAMENTE COMISIÓN DE TITULACIÓN

DIRECTORA-ACADÉMICA

MTRA. MARCELA DE LA CONCEPCIÓN MIRELES  
MEDINA



DIRECTOR DE SERVICIOS ADMINISTRATIVOS

SECRETARÍA DE EDUCACIÓN  
SISTEMA EDUCATIVO ESTATAL REGULAR  
BENEMÉRITA Y CENTENARIA  
ESCUELA NORMAL DEL ESTADO  
SAN LUIS POTOSÍ, S.L.P.

  
DR. JESÚS ALBERTO LEYVA ORTIZ

RESPONSABLE DE TITULACIÓN

MTRA. LETICIA CAMACHO ZAVALA

ASESOR DEL DOCUMENTO RECEPCIONAL

MTRA. ALEJANDRA SÁNCHEZ PÉREZ

## **Agradecimientos**

### **A Dios**

Por darme la vida, por darme la fuerza para salir adelante, por nunca dejarme solo, por darme la sabiduría y conciencia para realizar todo lo que hago.

### **A mis padres: Miguel Carlos Pérez Loredo y Erika María García Zavala**

Por educarme en los valores que me caracterizan. A mi padre por enseñarme el valor de la perseverancia a través del trabajo, por trabajar día y noche para que hoy esto sea posible. A mi madre por enseñarme el valor del amor, por estar al pie de cañón en las buenas y en las malas y nunca soltarme. Los amo con todo mi corazón. Este logro es de ustedes y para ustedes.

### **A mi abuela Teresa Zavala Vázquez**

Por forjarme como el hombre que soy, por amarme incondicionalmente y siempre extenderme la mano.

### **A Pedro Gallegos Guevara**

Mi ángel de la guarda, que día tras día me cuida en mi andar. Un beso y un abrazo hasta el cielo. Gracias por siempre creer en mí, y por demostrarme que, aunque por nuestras venas no corría la misma sangre, usted siempre será mi abuelo.

### **A la Mtra. Alejandra Sánchez Pérez**

Por permitirme compartir con ella esta investigación. Por demostrarme que, aunque caiga, debo levantarme, sacudir mis rodillas y seguir mi camino. Por enseñarme a valorar mi propio trabajo y esfuerzo. Necesitamos más catedráticas como ella: mujer valiente, inteligente y con un gran corazón. Sin usted no hubiera sido posible.

### **A la Mtra. Adoración de María Loredo Sánchez**

Por ser un ejemplo a seguir y mostrarme que la vocación a la docencia es lo más hermoso que puede existir para un maestro. Por darme la confianza de poder aprender de ella y su apoyo incondicional.

### **A Salvador Ortiz Zarazúa**

Por enseñarme que al final no hay un millón como tú, que eres especial. Por darme tu amor y apoyo incondicional. Por mostrarme que el amor verdadero sí existe. Por no dejarme solo y estar conmigo en las buenas y en las malas. Por ser mi Romi que siempre está junto a Rohee. Por una vida juntos.

### **A Andrea Verónica Martínez Santana y Alexia del Rosario Hernández Vázquez**

A mis queridas amigas, las que nunca me han dejado caer y siempre están ahí para mí. Por demostrarme que las verdaderas amistades sí existen. Por las risas, las aventuras, los viajes y la interminable lista de cosas que nos faltan por vivir.

### **A Rohee y Romi**

A mis niñas, que a pesar de que ellas no sepan de mi existencia, con el simple hecho de que ellas existan me han hecho los días más felices. Solo basta con verlas sonreír, con verlas jugar, con verlas ser ellas mismas y crecer.

### **A Wanda Maximoff**

Gracias por enseñarme que no todas las personas son un monstruo. Por enseñarme que, aunque la vida te pueda arrebatarte todo de las manos, nunca debes rendirte por buscar tu felicidad. Por enseñarme a ser valiente.

### **A las mujeres de la música como Yuri, Ana Barbara, Marisela, María José, Lila Downs, Gloria Trevi, Fanny Lu, Edith Márquez, Lupita D'Alessio, Thalía y Adele**

Gracias por su música, que cada noche de desvelo me acompañaron. Gracias por demostrarme al mundo entero que a través de la música se puede llegar al alma.

### **A Susana Valencia, Daniela Noriega, Hazel Briones, Itzel Quiroz y Gerry Martínez**

Gracias por todos los buenos recuerdos y momentos vividos. Por las risas, las fiestas y cada una de las semblanzas que llevaré en mi corazón por siempre.

### **A la Asociación de Estudiantes Normalistas Potosinos**

Por mostrarme que la política es una gran herramienta para transformar a la sociedad. Por permitirme hacer lo que me gusta y ayudar al prójimo. Por todos los proyectos realizados. Gracias por demostrarme que en esta vida existirán personas que no te quieren ver avanzar o que te juzgarán. Gracias por hacerme fuerte.

### **A las Yujus Daniel Ibarra, Roberto González y Marcela Hernández**

Mis hermanas, les quiero agradecer por todo lo que hemos pasado juntos. Por permitirme estar en sus vidas y demostrarnos entre nosotros mismos que en esta vida, siempre nos tendremos la una a la otra para apoyarnos, amarnos y escucharnos.

## Índice

Capítulo 1. Planteamiento del Problema.....	1
Definición del problema.....	1
Justificación.....	1
Objetivos.....	2
<i>Objetivo general</i> .....	2
<i>Objetivos específicos</i> .....	3
Pregunta de investigación.....	3
<i>Preguntas guía</i> .....	3
<i>Supuesto</i> .....	3
Contexto.....	3
Contexto externo.....	4
Contexto interno.....	5
Contexto áulico.....	7
Delimitaciones.....	8
Teóricas.....	8
Temporales.....	8
Espaciales.....	8
Limitaciones.....	9
Capítulo 2. Marco referencial.....	10
Escenario legal.....	10
<i>Constitución Política de los Estados Unidos Mexicanos</i> .....	10
<i>Ley General de Educación</i> .....	10
Escenario normativo.....	11
<i>Perfil de egreso de las escuelas normales</i> .....	11

<i>Competencias genéricas.</i> .....	11
<i>Competencias profesionales.</i> .....	11
<i>Perfil de Egreso de Educación Básica.</i> .....	12
<i>Principios Pedagógicos.</i> .....	12
<i>Campo de formación.</i> .....	12
<i>Programa de Estudios de Educación Primaria. Matemáticas.</i> .....	13
Escenario teórico.....	13
<i>Dimensión didáctica.</i> .....	13
Procesos de desarrollo y aprendizaje.....	13
Características cognitivas y estilos de aprendizaje.....	14
Concepción constructivista. ....	15
Estrategias de enseñanza-aprendizaje y evaluación. ....	15
Trabajo Colaborativo. ....	18
Aprendizaje Basado en Problemas (ABP). ....	19
<i>Dimensión disciplinar.</i> .....	21
Concepto de fracción. ....	21
Significados y representaciones de la fracción. ....	22
La fracción como medida.....	23
Enseñanza de la fracción en la educación primaria. ....	25
Dificultades de docentes de primaria en la enseñanza de fracciones. .....	25
<i>Dimensión curricular.</i> .....	26
Plan de estudios y el diseño curricular. ....	26
Los contenidos en el plan y programa de estudios.....	28
La fracción en el plan y programa de estudios. ....	29

Capítulo 3. Metodología de la investigación.....	31
Diseño.....	31
Enfoque.....	31
Método.....	32
Categorías de análisis.....	33
Proceso metodológico.....	34
<i>La reflexión</i> .....	36
Ciclos de reflexión aplicados en la investigación-acción. .....	36
<i>Ciclo reflexivo de Smyth.</i> .....	36
La recolección de datos.....	37
<i>Observación participante</i> .....	38
<i>Diario de campo</i> .....	38
<i>Fotografías</i> .....	38
<i>Videograbaciones</i> .....	39
Capítulo 4. Análisis de resultados.....	40
El audiagnóstico.....	40
<i>Los instrumentos</i> .....	40
<i>La aplicación</i> .....	43
<i>El diagnóstico</i> .....	45
<i>Las decisiones</i> .....	46
Plan de acción .....	46
<i>Descripción del proceso</i> .....	48
Sesión 1. De vasito en vasito.....	49
<i>Reflexión. Sesión 1: De vasito en vasito</i> .....	51

Sesión 2. El sobrante.....	52
<i>Reflexión. Sesión 2: El sobrante.</i> .....	57
Sesión 3. Varios sobrantes. ....	58
<i>Reflexión. Sesión 3: Varios sobrantes.</i> .....	63
Sesión 4. Midiendo tiras.....	63
<i>Reflexión. Sesión 4: Midiendo tiras.</i> .....	69
Sesión 5. Construyendo tiras.....	70
<i>Reflexión. Sesión 5: Construyendo Tiras.</i> .....	73
Sesión 6. De gajo en gajo. ....	74
Reflexión. Sesión 6: De gajo en gajo.....	78
Evaluación y resultados de la aplicación de la propuesta. ....	79
Capítulo 5. Conclusiones y recomendaciones.....	83
Referencias.....	87

### **Índice de Figuras**

Figura 1. Ubicación geográfica de la escuela.....	5
Figura 2. Croquis de la escuela primaria Ignacio Zaragoza.....	7
Figura 3. Categorías de análisis. ....	34
Figura 4. Ciclo de la investigación-acción. ....	35
Figura 5. Metodología para elaborar la escala estimativa.....	41
Figura 6. Llenado de vasos pequeños (1) .....	49
Figura 7. Llenado de vasos sin importar el tamaño.....	50
Figura 8. Llenado de vasos con el sobrante.....	50
Figura 9. Llenado de vasos pequeños (2) .....	53
Figura 10. Llenado de vasos de manera aleatoria.....	54

Figura 11. Marcaje del sobrante.....	55
Figura 12. Representación simbólica de la fracción (1).....	56
Figura 13. Representación simbólica de la fracción (2).....	56
Figura 14. Representación simbólica de la fracción (3).....	57
Figura 15. Llenado de vasos menor tamaño.....	59
Figura 16. Llenado de vasos al azar.....	59
Figura 17. Encontrando el sobrante.....	60
Figura 18. Llenado de seis veces el sobrante en diferentes vasos.....	61
Figura 19. Representación de la fracción para un sobrante y siete sobrantes.....	61
Figura 20. Representación de la fracción para un sobrante y nueve sobrantes.....	62
Figura 21. Representación de la fracción para un sobrante y cinco sobrantes.....	62
Figura 22. Representación de la fracción para un sobrante y tres sobrantes.....	62
Figura 23. Medición de la tira A.....	64
Figura 24. Medición de la tira B.....	65
Figura 25. Medición de la tira D.....	66
Figura 26. Medición de las tiras C y D.....	66
Figura 27. Medición de las tiras F, G y H.....	67
Figura 28. Representación fraccionaria de las mediciones de las tiras (1).....	68
Figura 29. Representación fraccionaria de las mediciones de las tiras (2).....	68
Figura 30. Representación fraccionaria de las mediciones de las tiras (3).....	69
Figura 31. Fracciones para construir tiras.....	70
Figura 32. Doble de la tira U.....	71
Figura 33. Construcción de tiras (1).....	72
Figura 34. Construcción de tiras (2).....	72
Figura 35. Tiras construidas.....	73

Figura 36. Pelando la mandarina (1).....	74
Figura 37. Pelando la mandarina (2).....	74
Figura 38. Pesando gajos de la mandarina.....	75
Figura 39. Pesando los gajos mandarina.....	76
Figura 40. Representación fraccionaria de cada gajo (1).....	77
Figura 41. Representación fraccionaria de cada gajo (2).....	77
Figura 42. Representación fraccionaria de cada gajo (3).....	78
Figura 43. Resultados de la aplicación del plan de acción.....	80

### **Índice de Tablas**

Tabla 1. <i>Descripción de los ciclos reflexivos aplicados en la investigación</i> .....	36
Tabla 2. <i>Niveles para construir escalas de estimación</i> .....	42
Tabla 3. <i>Organización del plan de acción</i> .....	47

### **Índice de Apéndices**

Apéndice A. Carta petitoria para recabar evidencias para fines de investigación .....	93
Apéndice B. Escala estimativa para evaluar dominios pedagógicos y del contenido de la fracción.....	94
Apéndice C. Escala estimativa para evaluar dominios pedagógicos y del contenido de la fracción.....	98
Apéndice D. Resultados de la escala estimativa post intervención .....	102

### **Índice de Anexos**

Anexo A. Instrumento Diagnóstico (1).....	106
Anexo B. Instrumento Diagnóstico (2).....	108

## Introducción

En este documento se presentan los resultados de la investigación realizada durante el séptimo y octavo semestre de la licenciatura en educación primaria en el cual estuvo inmerso el desarrollo del periodo de la práctica profesional.

En el proceso formativo en el séptimo semestre de mi carrera, se me asignó un tercer grado de primaria como grupo de prácticas. A partir de ello, se generó un interés personal sobre cómo se aprendían las fracciones en ese grado. Esto generó la preocupación por prepararme en cómo intervenir en el grupo para facilitar esta transición, por ello, en un análisis profundo en compañía con la asesora del presente documento se decidió dirigir la investigación en mi práctica educativa al considerar mis dominios pedagógicos y del contenido de fracción para lograr que los alumnos en su primer acercamiento con dicho objeto matemático lograrán una construcción oportuna del concepto de fracción.

Con esta investigación pretendo mostrar cómo influyen los dominios pedagógicos y del contenido de la fracción de un docente responsable de la enseñanza de la fracción en los alumnos de primaria en su primer acercamiento a dicho objeto matemático. De aquí surge el objetivo general que guía esta investigación: Lograr que los alumnos de tercer año de primaria construyan el concepto de fracción con base en los dominios pedagógicos y del contenido de la fracción del docente investigador.

El documento se estructuró en cinco capítulos que se describen a continuación:

El primer capítulo aborda el planteamiento del problema y aspectos que ayudan a definirlo y guiar la investigación. En este apartado se encuentra la justificación del problema, el supuesto, los objetivos y las preguntas de investigación en conjunto con el contexto y las limitaciones del estudio.

En el segundo capítulo en donde se desarrolla el marco referencial que está conformado por aquella información que da sustento a la investigación. Se incluye un escenario legal y normativo, y el teórico, el cual está dividido en tres dimensiones: disciplinar, didáctica y curricular.

El tercer capítulo está integrado por la metodología de la investigación incluyendo en ella el enfoque, diseño, método, dimensiones de análisis, el proceso metodológico y las técnicas e instrumentos de recolección de datos.

El cuarto capítulo se refiere al análisis de resultados. En este apartado se localiza el diagnóstico, la descripción del plan de acción y los resultados que se obtuvieron después de la intervención y que da lugar a las respuestas de las preguntas de investigación que fueron planteadas previamente en el primer capítulo.

Finalmente, en el quinto capítulo se muestran las conclusiones y recomendaciones que fueron desarrollándose y enriqueciéndose durante el avance de la investigación, así como también la reflexión generada a partir de ella.

## **Capítulo 1. Planteamiento del Problema**

En este capítulo se aborda el planteamiento del problema y aspectos que ayudan a definirlo y guiar la investigación. En él se encuentra la justificación del problema, el supuesto, los objetivos y las preguntas de investigación en conjunto con el contexto y las limitaciones del estudio descritos a continuación:

### **Definición del problema**

La construcción del concepto de fracción durante el trayecto académico de las personas puede llegar a presentar diferentes retos. El aprendizaje de la fracción depende de diferentes factores que permiten que el alumno logre construir su propio conocimiento, entre ellos podemos mencionar la conceptualización y el uso de la fracción (Fandiño, 2009), los modelos didácticos empleados (Freudenthal, 1983) y los propios factores cognitivos del alumno (Stelzer, Andrés, Introzzi, Canet-Juric & Urquijo, 2019). De lo anterior surgen algunas interrogantes sobre si se trata de dificultad en la comprensión de los alumnos al momento de transitar del uso del número natural al uso de la fracción, las estrategias didácticas empleadas por parte del docente que facilita el conocimiento o bien ambas opciones.

Durante el proceso formativo en el séptimo semestre de mi carrera, se me asignó un tercer grado como grupo de prácticas. En ese momento se generó un interés personal sobre cómo se aprendían las fracciones en ese grado. Me percaté que en el plan y programa de estudios de la educación primaria (2017) durante este año escolar inicia la transición del número natural a la fracción. Esto generó la preocupación por prepararse en cómo intervenir en el grupo para facilitar esta transición. Externé mi inquietud a mi asesora sobre cómo evitar que los alumnos tuvieran dificultades en la transición del número natural a la fracción. Convenimos dirigir la investigación en mi práctica educativa al considerar áreas de oportunidad que simultáneamente permitirían evitar las barreras que se podrían interponer en la transición exitosa del aprendizaje de número natural a la fracción en los alumnos a atender. Fierro, Fortoul y Rosas (1999) afirman que el análisis crítico conducirá al reconocimiento de las contradicciones, equivocaciones y aciertos y sobre todo a ubicarse en entender, analizar y revisar el alcance de las actitudes y acciones propias, siempre en función de la educación de los niños.

### **Justificación**

Según el plan y programa de estudios de la educación primaria (2017) y el Instituto Nacional de Evaluación Educativa (INEE) (2019) la materia de matemáticas se ha convertido en una de las que tiene más áreas de oportunidad en el sistema educativo mexicano. Los resultados

de pruebas nacionales y regionales reflejan que los niños y adolescentes de México muestran cierta apatía y malos resultados en dicha asignatura. Sin embargo, los nuevos modelos educativos como lo menciona el plan y programa de estudios de la educación primaria (2017) buscan que el alumno sea reflexivo y activo en las situaciones problemáticas que se le presenten en los diferentes contextos que enfrenten. Los contenidos que se aborden en el aula se deberán llevar a cabo a través de diferentes estrategias no convencionales, divergentes, novedosas y creativas. Lo anterior permite concluir que es importante prestar atención en las dificultades y retos de cualquier formador de educación primaria. En este caso y en especial al momento de introducir por primera vez el contenido de fracción en la educación primaria.

El compromiso de que se desarrolle la transición del número natural a la fracción de manera oportuna recaerá en su mayoría en el proceso de enseñanza-aprendizaje y en el desarrollo de la práctica del docente frente a grupo. Como refiere Piaget (1975) el proceso lógico matemático hace énfasis en la construcción de la noción del conocimiento que es producto de las relaciones entre los objetos y descende de la propia producción del individuo. De esta manera tomé conciencia de que, como futuro docente era imperativo dar la importancia que se merece tanto la enseñanza de este objeto matemático, como a solventar mis áreas de oportunidad respecto a mi conocimiento sobre las fracciones. Por lo anterior, decidí tomar la responsabilidad de dar lo mejor de mí para que los alumnos bajo mi atención y a través de mi acompañamiento a su proceso de aprendizaje logren una construcción sólida de conocimientos que puedan utilizar durante todo su trayecto formativo y su vida cotidiana.

## **Objetivos**

Para la relación de cualquier tarea investigativa es necesario establecer objetivos que permitan guiar y orientar dichas tareas a fin de desarrollar metas específicas para el análisis y reflexión de la investigación misma. Es decir, delimitar la investigación y de esta manera centrar el foco de la investigación en una sola línea.

Atendiendo a lo anterior fue posible diseñar y establecer el objetivo general de este documento de manera que a partir de éste se desglosen los objetivos específicos que se muestran a continuación:

### ***Objetivo general***

Que los alumnos de tercer grado de primaria construyan el concepto de fracción con base en los dominios pedagógicos y del contenido de la fracción del docente investigador.

### **Objetivos específicos**

1. Reconocer los dominios pedagógicos y sobre el contenido de las fracciones del docente investigador.
2. Diseñar actividades para facilitar el inicio en el aprendizaje del concepto de fracción en alumnos de tercer grado de primaria.
3. Analizar el impacto de la intervención didáctica del docente investigador.

### **Pregunta de investigación**

¿Cómo el uso de los dominios pedagógicos y del contenido de la fracción del docente investigador favorecerán el aprendizaje del concepto de la fracción en alumnos de tercero de primaria?

### **Preguntas guía**

1. ¿Cuáles son los dominios pedagógicos y del contenido de la fracción que posee el docente investigador?
2. ¿Cuáles son las actividades que favorecen la construcción del concepto de fracción en un primer acercamiento en la educación primaria?
3. ¿Cuál fue el impacto en la práctica educativa del docente investigador post intervención didáctica para facilitar la adquisición del concepto de fracción en alumnos de tercero de primaria?

### **Supuesto**

Si el docente posee un dominio pedagógico y del contenido de la fracción en un nivel de logro satisfactorio tendrá intervenciones pedagógicas favorables al aprendizaje efectivo del concepto de fracción en los alumnos de primaria.

### **Contexto**

En la práctica continua del docente se presentan diferentes retos, uno de ellos es el reconocimiento y significación del contexto en el que realiza su práctica educativa. Angulo, Arteaga y Carmenate (2019) lo definen como una construcción dinámica a partir de la participación activa de los individuos y de sus tradiciones culturales y sociales. Por lo tanto, resulta importante prestar atención. Es ahí donde se realiza el quehacer docente, más allá de la estructura física sino también aquellas ideas de convivencia, cultura y tradiciones que imperan en la propia comunidad educativa en la que el docente se ve inmerso. Como refiere Escontrela

(2003), resulta importante remarcar las peculiaridades del contexto ya que estas introducen elementos diferenciadores que se ven reflejados explícitamente en el diseño de las situaciones de aprendizaje.

### **Contexto externo**

Para Cusel, Pechin y Alzamora (2007) se debe considerar la importancia de los factores externos, el medio físico y social en el que se encuentra cualquier escuela, así como las características y los factores socioeconómicos de los educandos y sus familias, sin dejar a un lado la influencia y la relación que pueda existir entre la escuela y otras instituciones inmersas en el mismo contexto. Todos estos factores impactan directamente en la gestión y en la acción de la institución educativa, de tal forma que resulta relevante prestar atención en ellos.

El desarrollo de la investigación que desemboca en el presente documento se realizó en un grupo de tercer grado de primaria en la escuela Ignacio Zaragoza con clave de trabajo 24DPR0978L perteneciente a la Secretaría de Educación del Gobierno del Estado (SEGE) dentro de la zona escolar 053, sector I. Esta institución educativa se encuentra ubicada en la plazuela de la bandera localizada en el cuadrante de las calles 13, 11, 03 y 04 en la colonia Industrial Aviación con C.P. 78140 a 6.53 km hacia el noroeste del centro geográfico de la capital potosina como se observa en la Figura 1.

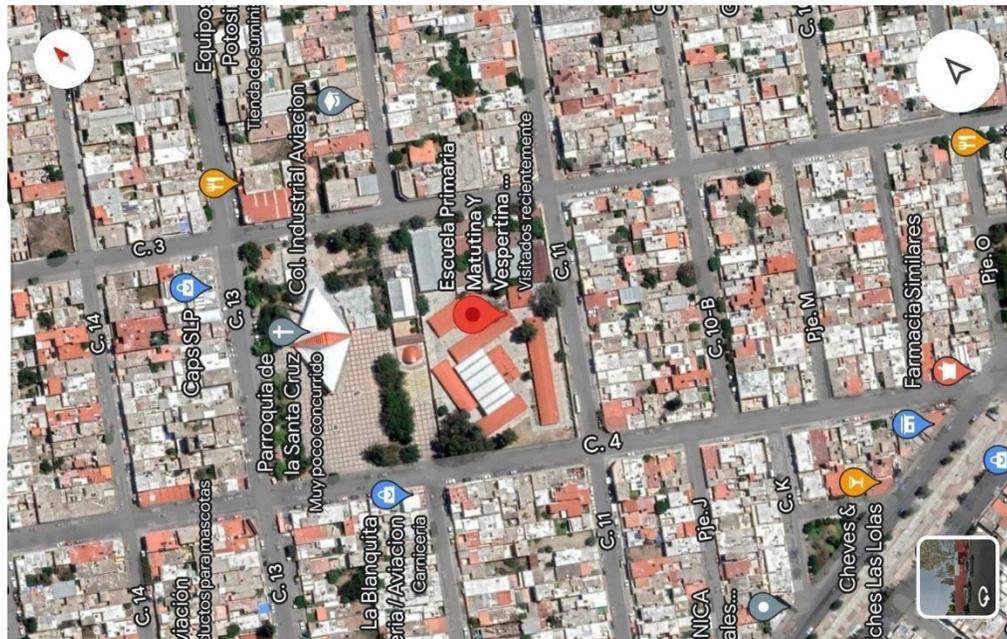
Este año 2023 la institución educativa cumple 60 años de su fundación. En 1960 se inició la construcción del primer aeropuerto del estado de San Luis Potosí y a la par las colonias colindantes. Una de ellas la industrial aviación donde años más tarde, según Villar (2011) se pondría la primera piedra de la que sería la primera escuela de dicha zona del municipio a la par de que se consagraba la parroquia de la Santa Cruz diseñada por los arquitectos Enrique de la Mora y Félix Candela. La escuela tiene gran valor social en la colonia, pues a través del tiempo ha brindado generaciones de egresados testigos de su historia, crecimiento y trabajo por sus educandos.

En los alrededores de la institución se encuentran diferentes establecimientos de interés común, servicios básicos y comerciales, entre los que destacan la Parroquia de la Santa Cruz, el Jardín de niños Manuel M. Ponce, la biblioteca pública estatal Lic. Primo Feliciano Velázquez, el parque Tangamanga II, el panteón del Saucito, bancos, clínicas, supermercados, farmacias, tiendas de conveniencia, negocios de venta de comida, tiendas de abarrotes, panaderías, ferreterías, vulcanizadoras, cerrajerías, dulcerías, carnicerías, etc.

Según declaran los alumnos y padres de familia de la escuela los niveles de violencia parecen ser bajos en los alrededores de la colonia. La seguridad es controlada por las autoridades municipales.

**Figura 1.**

*Ubicación geográfica de la escuela.*



*Nota.* Tomado de Google Maps (2023).

### **Contexto interno**

La organización escolar tiene un papel importante en el funcionamiento y desarrollo de actividades de cualquier centro educativo. Para Fuentes-Sordo (2015) esta organización debe estar interrelacionada entre todos los elementos y factores incluidos los humanos, para que de esta manera a través de las diferentes normas que emerjan se logre un ambiente armónico, local, material y personal de manera gradual y congruente con el fin de alcanzar los objetivos pedagógicos y didácticos que se planteen.

El espacio ocupado por la escuela se encuentra delimitado en su totalidad por bardas de concreto. Cuenta con una entrada principal que conecta con la plazuela de la bandera sobre la calle 13 y dos entradas traseras sobre la calle 11 que se encuentran inhabilitadas temporalmente. La escuela cuenta con todos los servicios públicos básicos: luz eléctrica, agua, drenaje; así como algunos de tipo privado como teléfono e internet. En las instalaciones físicas del centro escolar existen dos patios: uno en la parte principal de la escuela que se utiliza para eventos cívicos y

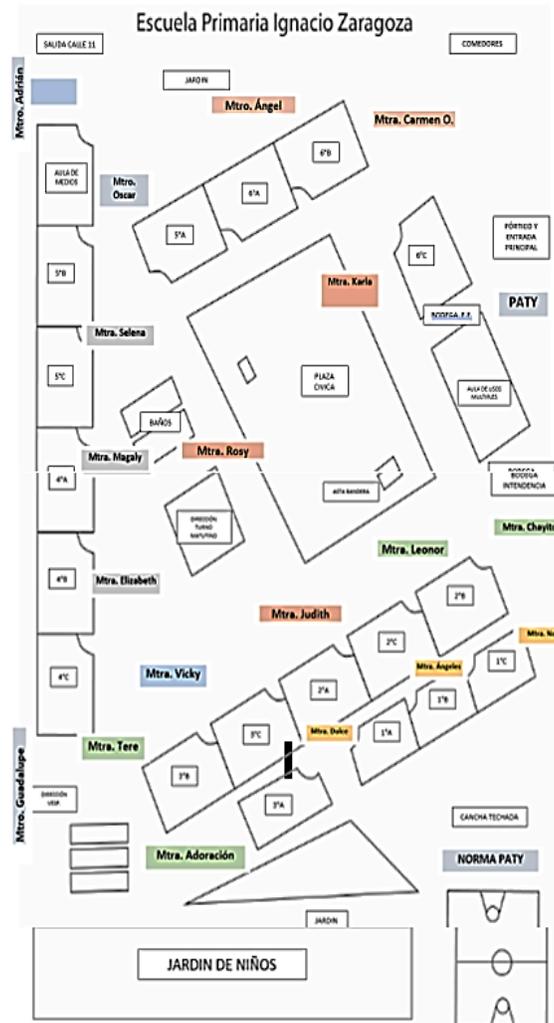
de esparcimiento, y un patio trasero que se utiliza principalmente para clases de educación física. Ambos se encuentran techados en su totalidad por un domo de lámina y el piso de concreto. Cuenta con una oficina destinada a la gestión directiva; dieciocho aulas de clase como se muestra en la Figura 2: tres para cada grado, equipadas con pintarrón, cañón para la proyección del contenido electrónico y equipo de cómputo, así como mobiliario variado para el almacenamiento de material didáctico y papelería.

La escuela tiene aula de computación, biblioteca, espacio destinado a la Unidad de Servicios de Apoyo a la Educación Regular (USAER) y dos bodegas: una para material de educación física y la segunda para estancia del personal de apoyo. Cuenta con dos espacios de baños para niños y niñas. La escuela también tiene diferentes zonas verdes en el que predominan árboles de gran altura y comedores a un costado de la entrada principal.

El tipo de organización de la escuela primaria es completa. Cubre un horario matutino de 8:00 am a 1:00 pm. Cuenta con el siguiente personal: una directora de la institución, una secretaria, una maestra encargada para el aula de cómputo, una maestra de inglés para primaria alta, dos maestros de educación física y tres personas que integran el personal de apoyo y mantenimiento. Al tener servicio de la USAER N° 13, se suma a sus filas a dos maestras especializadas en el área de la educación especial y la inclusión educativa, un personal de apoyo psicológico y otra de comunicación. La planta docente está conformada por dieciocho profesores frente a grupo, diecisiete de ellos con plaza definitiva y una vacante que está en constante cambio para cubrir algunos interinatos temporales. La experiencia de los maestros en dicha escuela oscila entre los doce a los cuarenta y cuatro años de servicio en la institución, por lo que el ambiente de trabajo se caracteriza por ser armónico, profesional y colaborativo.

**Figura 2.**

*Croquis de la escuela primaria Ignacio Zaragoza.*



### **Contexto áulico**

Según Reid y Radhakrishnan (2003) el clima áulico es un reflejo claro de las diferentes opiniones de los alumnos sobre las experiencias en el contexto escolar, pues los contextos áulicos y escolares son complementarios más no iguales. Para Rodríguez (2004) el contexto escolar es un conjunto de características sociales de cualquier institución educativa influenciadas por los factores y elementos infraestructurales, personales y de gestión, a diferencia del contexto áulico que para Prado (2010) está influenciado por variables específicas de la clase y de los protagonistas que forman parte de esta: maestro-alumno. Por lo tanto, el contexto áulico influenciará directamente en el aprendizaje del educando, pues será fundamental considerarlo para el diseño y la ejecución de cualquier actividad académica a implementar en el aula.

El aula cuenta con una puerta de entrada y salida, ventanas con estructura de aluminio y vidrio que se encuentran a los costados; piso de azulejo y techado de losa. Sus paredes se encuentran recubiertas de pintura. De igual forma, el aula cuenta con cuatro lámparas led y los servicios de electricidad que se brindan a través de los contactos eléctricos.

El ambiente de trabajo en el aula donde se desarrolló la investigación es armónico, respetuoso y con alumnos con disposición al trabajo. Existen algunas áreas de oportunidad en la conducta y el orden en los alumnos. Algunos presentan estrés y bloqueos ante circunstancias o temas académicos que les generan estos síntomas.

### **Delimitaciones**

Para la realización de la presente investigación se trazaron algunas delimitaciones descritas a continuación:

#### ***Teóricas***

La investigación se enfocó en los dominios del *conocimiento del contenido y conocimiento pedagógico* en torno a la enseñanza de la fracción específicamente en su significado de medida.

#### ***Temporales***

La investigación fue desarrollada en un periodo que abarcó de septiembre del 2022 a mayo del 2023. En el periodo de septiembre a diciembre se realizó una búsqueda documental relacionada con la problemática inicial para definir cómo se desarrollaría la investigación al recolectar información de utilidad que permitiera ampliar el conocimiento sobre el tema que se aborda. En enero de 2023 se desarrolló el diseño y aplicación de los instrumentos de diagnóstico para analizar con precisión la problemática previamente definida. En febrero se diseñó el plan de acción analizando cada propuesta de intervención a aplicar. En el mes de marzo se comenzó la intervención dentro del aula y en los meses de abril y mayo se realizaron los análisis y reflexiones de los resultados obtenidos

#### ***Espaciales***

La investigación se desarrolló dentro de las instalaciones de la Escuela Primaria Ignacio Zaragoza, en específico en el aula de tercer grado en el grupo A de la institución. Los participantes fueron 31 alumnos: veinte niñas y once son niños con edades que oscilan entre los ocho y nueve años.

## **Limitaciones**

Dentro de esta investigación existen diferentes situaciones que llegaron a limitar la misma. Una de ellas fue la línea de investigación que se eligió, específicamente mi práctica educativa en relación con la enseñanza-aprendizaje de la fracción. Resulta importante mencionar que fue el primer acercamiento a la fracción por parte de los alumnos del tercer grado de primaria y también era mi primer acercamiento a la enseñanza de ese contenido matemático durante mi proceso formativo. Además, existían áreas de oportunidad y dificultades en el conocimiento del mismo y en las propias estrategias de enseñanza a implementarse.

## **Capítulo 2. Marco referencial**

En este capítulo se desarrolla el marco referencial que está conformado por aquella información que da sustento a la investigación. Está conformado por el escenario legal y normativo. Así mismo el escenario teórico, el cual está dividido en tres dimensiones: disciplinar, didáctica y curricular.

### **Escenario legal**

Las siguientes disposiciones representan la jerarquía lineal en términos de leyes que fungen como rectores principales de la educación en México, mismos que sustentan el quehacer educativo del docente y la presente investigación.

#### ***Constitución Política de los Estados Unidos Mexicanos***

Al ser la ley suprema del sistema jurídico mexicano, contiene los principios y objetivos legales de nuestra nación y reconoce y establece los derechos y obligaciones de los ciudadanos en nuestro país.

En mayo del 2019 en su última modificación, en el artículo 3° se expone que toda persona tiene derecho a la educación. El estado es el responsable de impartir y garantizar la educación inicial, básica y media superior. Así como también garantizar que sea de carácter obligatorio, universal, inclusivo, público, gratuito y laico. Resalta el enfoque de respeto hacia los derechos humanos e igualdad sustantiva, el amor a la patria, la promoción de valores y la mejora continua del proceso de enseñanza aprendizaje. Así como la obligación del estado de garantizar la infraestructura y mantenimiento del entorno educativo con el fin de garantizar una educación de calidad.

#### ***Ley General de Educación***

Esta ley secundaria emana del artículo tercero de la Constitución Política de los Estados Unidos Mexicanos, atribuyendo a los individuos la capacidad y el derecho de recibir educación de calidad de manera gratuita y disponible en cualquier zona. Hace énfasis en que el Estado tiene la obligación de cumplir con su deber de proporcionar y prestar servicios educativos que garanticen los logros máximos de aprendizaje para los alumnos en cada uno de los niveles de la educación obligatoria en un sentido de eficacia, eficiencia, pertinencia y equidad educativas.

Esta ley busca el desarrollo integral de los mexicanos propiciando herramientas para fortalecer y diversificar las relaciones sociales mediante el fomento de valores, derechos y obligaciones de sus iguales y del espacio que les rodea. Se generan planes y programas de

estudio acordes a los objetivos que se busca alcanzar en cada uno de los grados escolares. Estos tendrán que ser contextualizados y adaptados por las y los profesores que estén a cargo de un grupo, quien conoce y reconoce las habilidades, destrezas, capacidades y limitaciones de cada uno de sus alumnos y de su contexto.

### **Escenario normativo**

Este escenario expone los perfiles de egreso de educación básica y de las escuelas normales. Se mencionan los rasgos que los docentes en formación y alumnos tendrán que alcanzar al finalizar su educación.

### ***Perfil de egreso de las escuelas normales***

El perfil de egreso de las escuelas normales según la Dirección General de Educación Superior para el Magisterio (DGESuM) está constituido por competencias indispensables para el desarrollo de la educación en cualquiera de sus niveles. Estas han sido desarrolladas a lo largo de la formación docente de cualquier alumno normalista perteneciente al plan de estudios del 2018. Son construidas por los conocimientos, destrezas, habilidades, capacidades, actitudes, aptitudes y valores. A continuación se mencionan las competencias que desarrollé durante mi trayecto formativo y que se potencializaron durante esta investigación:

**Competencias genéricas.** Atienden al tipo de conocimientos, disposiciones y actitudes que el egresado deberá desarrollar a lo largo de su vida permitiéndole regularse como un profesional consciente de los cambios sociales, científicos, tecnológicos y culturales. Durante la construcción de esta investigación se potencializó la competencia en el perfil de egreso de la licenciatura en educación primaria 2018 que declara la importancia del uso *del pensamiento crítico y creativo para la solución de problemas y la toma de decisiones*. Esta competencia fue potencializada por la relevancia que se le dio a la resolución de problemas a través de la capacidad de abstracción, análisis y síntesis así como también la aplicación de mis conocimientos para transformar mi práctica, de manera responsable.

**Competencias profesionales.** Están formadas por aquellas que integran los conocimientos, habilidades, actitudes y valores necesarios para ejercer la profesión docente. De igual forma, dentro de las competencias profesionales se favoreció *el uso de recursos de la investigación educativa para enriquecer la práctica docente, expresando su interés por la ciencia y la propia investigación*, así como también *el diseño de planeaciones didácticas, aplicando sus*

*conocimientos pedagógicos y disciplinares para responder a las necesidades del contexto en el marco de los planes y programas de educación básica.*

### **Perfil de Egreso de Educación Básica**

El perfil de egreso de la educación básica integrado en el Programa de Estudios vigente de la educación primaria enuncia que los alumnos en el campo formativo del Pensamiento Matemático deben: Utilizar de manera flexible la estimación, el cálculo mental y el cálculo escrito en las operaciones con números naturales, fraccionarios y decimales.

### **Principios Pedagógicos**

Los principios pedagógicos focalizan genéricamente la visión del desarrollo curricular que requiere el actual plan de estudios. Estos principios buscan que el docente transforme su práctica y cumpla de manera plena su papel como maestro y guía (SEP, 2018). El Plan de estudios vigente cuenta con un total de 14 principios. A continuación enuncio aquellos que son potencializados en la presente investigación:

- Tener en cuenta los saberes previos del estudiante.
- Poner al estudiante y su aprendizaje en el centro del proceso educativo.
- Estimular la motivación intrínseca del alumno.
- Ofrecer acompañamiento al aprendizaje.

### **Campo de formación**

La educación obligatoria está dividida en diferentes campos formativos que buscan educar a ciudadanos íntegros propiciando herramientas para su vida educativa, social y personal. Estos campos de formación dan orden a la malla curricular en el sentido de congruencia y no de importancia.

Los campos de formación de la Educación Básica son cuatro: Lenguaje y Comunicación, Pensamiento Matemático, Exploración y Comprensión del Mundo Natural y Social, y Áreas de Desarrollo Personal y Social. El presente documento se centra en el campo del Pensamiento Matemático: "...abarca la resolución de problemas, [...] busca que los estudiantes utilicen el pensamiento matemático [...] que comprendan la necesidad de justificar y argumentar sus planteamientos [...] y se convenzan de que las matemáticas son útiles e interesantes" (SEP, 2018, p. 297).

### ***Programa de Estudios de Educación Primaria. Matemáticas***

Este programa de estudios está organizado en tres ejes temáticos: Número, álgebra y variación; Forma, espacio y medida y Análisis de datos. Durante esta investigación nos enfocaremos en el primer eje del tercer grado que aborda el conocimiento de aritmética mediante el estudio de los números naturales, fraccionarios, decimales y las operaciones básicas en conjunto con la resolución de problemas. Se inicia la enseñanza de las fracciones con denominador dos, cuatro y ocho para expresar relaciones parte-todo, medidas y repartos por medio de representaciones gráficas en donde se estimula en el alumno la resolución de problemas que llevan a comprender las relaciones que existen entre fracciones resultantes. Así como también se hace lectura y uso del reloj para estimar medidas de tiempo y longitudes mediante la regla.

### **Escenario teórico**

Para validar la presente investigación fue necesario conjuntar el referente teórico que justificara el trabajo realizado a través de la aplicación del plan de acción.

Se seleccionaron diversos referentes teóricos que dieron dirección el desarrollo y la implementación de la presente investigación, fundamentando las acciones y estrategias elegidas dentro de la intervención docente. Para lograr una mayor organización en la presente fundamentación se categorizó la revisión documental en tres dimensiones: dimensión disciplinar, dimensión didáctica y dimensión curricular.

### ***Dimensión didáctica***

Para Fierro, Fortoul y Rosas (1999), la dimensión didáctica hace referencia a la función del docente en su desempeño a través de los procesos de enseñanza para orientar y facilitar en los alumnos la construcción de su propio conocimiento. En el siguiente apartado se abordarán los procesos de enseñanza que están presentes en el aprendizaje del alumno.

**Procesos de desarrollo y aprendizaje.** En la educación es fundamental distinguir los procesos de desarrollo y aprendizaje infantil de los alumnos y encontrar la diferencia que existe entre desarrollo y aprendizaje para evitar el traslape entre ambos conceptos.

Según Pastor, Nashiki y Pérez (2010) el desarrollo es un proceso continuo que presenta las siguientes características:

- Es universal: ya que se presenta de la misma forma en todos los niños, independientemente de su nacionalidad, condición social, creencias, cultura y tiempo.

- Es secuencial: las habilidades se van dominando siempre en el mismo orden.
- Es jerárquico: las habilidades iniciales y más básicas son el cimiento para la adquisición de las conductas más complejas.
- Es dinámico: el desarrollo siempre se encuentra en constante movimiento.

De igual manera Pastor et al. (2010) mencionan la existencia de diferentes factores que influyen en la manera en que se presenta el proceso de desarrollo, por ejemplo:

- El ambiente en que se desenvuelven puede presentar elementos que promuevan o limiten la adquisición de habilidades.
- La biología que determina nuestras posibilidades y ritmo de desarrollo. Por ejemplo, un bebé con un padecimiento genético como el Síndrome de Down tendrá un desarrollo más lento.
- La interacción con las personas cercanas que pueden promover o limitar el desarrollo.
- El aprendizaje, pues el adquirir un nuevo conocimiento prepara a la persona para poner en práctica y dominar nuevas habilidades.

Entendemos por aprendizaje “la adquisición de habilidades, conocimientos y destrezas que se ponen de manifiesto a través de la conducta. Es decir, la manera en que nos relacionamos con otras y otros” (Pastor et al., 2010, p. 6).

De este modo podemos ver que el desarrollo y el aprendizaje son conceptos distintos, pero se encuentran interrelacionados. No se puede dar uno sin el otro y cualquier avance que se presente en el primero, afectará al segundo. Por lo tanto, será fundamental que cualquier formador educativo conozca estos procesos para poder identificar las características de sus alumnos y tomarlas en cuenta en su quehacer docente.

**Características cognitivas y estilos de aprendizaje.** Son definidas como las “destrezas y procesos de la mente necesarios para realizar o alcanzar una tarea; son las trabajadoras de la mente y facilitadoras del conocimiento. Son las responsables de adquirirlo y recuperarlo para ser usado en otra oportunidad” (Ramos, Herrera y Ramírez, 2010). Asimismo, Laorden, García y Sánchez (2005) se refieren a ellas como las operaciones mentales utilizadas por el hombre para aprender en una situación determinada; en este sentido se valoran como procesos básicos para la adquisición de conocimientos en los educandos.

Las *características cognitivas* pueden ser desarrolladas a través de diversos contenidos en el aula de clase. Para Meyes, Flores y Servan (2008) representan capacidades innatas de la mente humana utilizadas para el razonamiento. El hecho de ser innatas indica que están presentes desde el nacimiento y pudieran cambiar o no con el tiempo. Partiendo de esta

característica, se infiere que las características cognitivas pueden ser trabajadas en el aula de clase, estimulando su desarrollo y consolidación en los estudiantes.

Por su parte, los *estilos de aprendizaje* son la manera preferida por cada persona para emplear sus aptitudes. Sternberg (1999, p. 24) define *Aptitud* como “lo bien que alguien puede hacer algo” y *Estilo* a “cómo le gusta a alguien hacer algo”. Este autor afirma que, aunque varias personas tengan las mismas aptitudes, cada una tendrá su propio perfil de estilos de pensamiento, de acuerdo con las combinaciones que estén presentes. “No tenemos un estilo, sino un perfil de estilos. Las personas pueden ser prácticamente idénticas en cuanto a sus aptitudes y aun así tener estilos muy distintos” (p. 38). Por lo tanto, es fundamental que el profesorado conozca e identifique estas características cognitivas y los estilos de aprendizaje.

Ramos, Herrera y Ramírez (2010) señalan que para adquirir una habilidad cognitiva es preciso ejecutar tres momentos específicos como el reconocimiento, el desarrollo y la capacidad para ser utilizada posteriormente de forma independiente. Estos momentos, son equivalentes a las fases de adquisición del conocimiento descritas por López, Barajas y Serrate (2002) como la comprensión, la retención y la transformación; definiéndolas como una serie de pasos donde el individuo va reconociendo, asimilando, reteniendo, transformando e integrando cada conocimiento de interés que se le presenta.

**Concepción constructivista.** La teoría del constructivismo de Jean Piaget (1957) es el pilar de que rige la propia práctica educativa del profesorado en el sector educativo. Declara que los alumnos aprenden y se desarrollan en la medida que construyen significados en relación con los contenidos que integran el currículo escolar. Esta construcción exige que el alumno sea el protagonista activo rescatando sus conocimientos previos en la que el profesor actúa como un mediador entre el alumno y la cultura escolar (Trenas, 2009). El alumno construye significados sobre otros construidos antes (Miras, 1999). En palabras de Solé y Coll (1993) el aprendizaje no es una copia o reproducción de la realidad ya que en esta concepción se aprende cuando se logra construir una representación personal sobre un contenido escolar u objeto de la realidad. En palabras de Trenas (2009) el alumno es el centro de la enseñanza, mentalmente activo en lograr el conocimiento.

**Estrategias de enseñanza-aprendizaje y evaluación.** Al analizar la práctica educativa de un docente es imperativo prestar atención a las diferentes estrategias que se utilizan al momento enseñar para lograr que los alumnos alcancen con éxito el aprendizaje de los contenidos. Por ello comenzamos separando dichas estrategias en las *de enseñanza* y *de*

*aprendizaje*, para posteriormente entender la sinergia que existe entre ambas. Se entiende por *estrategias de enseñanza* a “los procedimientos utilizados por el docente para promover aprendizajes significativos, implican actividades conscientes y orientadas a un fin” (Pineda, 2003, p. 8). Es entonces entendible que el maestro funja como un instructor estratégico responsable de llevar a cabo las diferentes actividades. Aquí algunas características que según el autor deben tener las estrategias:

- Ser funcionales y significativas.
- Demostrar su utilidad, aplicabilidad y transferencia a otras situaciones.
- Generar confianza y creencias de auto eficiencia.
- La instrucción debe ser directa, informativa y explicativa.
- Los materiales instruccionales deben ser claros, bien elaborados y agradables. (Pineda, 2003, pp. 8-9).

Por su parte *las estrategias de aprendizaje* son todas aquellas actividades conscientes que de manera intencional y deliberadamente se aplican tareas que no pueden ser rutinas automatizadas para alcanzar metas de aprendizaje de los estudiantes (Pineda, 2003, p. 9). Dansereau (1985) las define como un conjunto de secuencias integradas de diferentes procedimientos o actividades que son escogidas con el propósito de facilitar la adquisición, almacenamiento y/o utilización de la información. Presentan las siguientes características (Pineda, 2003, p. 9):

- Su aplicación es controlada
- Implican un uso selectivo de los propios recursos y capacidades.
- Se constituyen de técnicas de aprendizaje, destrezas o habilidades.

En resumen, el término *estrategias de enseñanza-aprendizaje* son procedimientos flexibles y adaptativos a distintas circunstancias de enseñanzas. por tanto que es necesario contemplar la planificación, la aplicación y la evaluación de las estrategias utilizadas en clase por ello el reconocer actividades idóneas para abordar algún contenido escolar es fundamental para cualquier docente, pero siempre centrándonos como menciona Coll (1985), en los procesos escolares de enseñanza-aprendizaje siendo este un proceso activo conformado de tres vértices: el objeto de conocimiento que constituyen el contenido del aprendizaje; el profesor que enseña, y los alumnos.

Por lo tanto, el docente es responsable de generar las propuestas de enseñanza aprendizaje basadas en técnicas y actividades que favorezcan el desarrollo de los contenidos con la finalidad de alcanzar los objetivos de aprendizaje. Por ello es necesario tomar en cuenta varios aspectos a la hora de diseñar las situaciones didácticas correspondientes al contenido a

abordar. Es decir, frente a la selección de estrategias didácticas, el docente debe tomar decisiones para determinar aquellas que le van a permitir alcanzar los objetivos de aprendizaje. La selección de estrategias didácticas incide en situaciones de éxito o fracaso escolar. Dota a los estudiantes de múltiples posibilidades de interactuar en contextos y situaciones reales de aprendizaje. Se favorece la adquisición de conocimientos, desarrollo de habilidades y formación de valores. Permiten guiar al estudiante para realizar procesos con autonomía e interacción. (Rivero, Gómez y Abrego, 2013, p. 193).

Por consiguiente, la organización metodológica de las actividades y situaciones de enseñanza representa el núcleo fundamental de cualquier propuesta pedagógica. Para Davini (2015) es necesario tener una secuencia programada para prevenir que las tareas que realizarán los alumnos sean eficaces para aprender. Es decir, se piense en qué actividades podrían hacer los alumnos para aprender, asimilar los contenidos y desarrollar sus capacidades y habilidades mientras construyen su propia experiencia. De igual manera es importante valorar los tiempos (ritmos) necesarios para lograr el aprendizaje. En la enseñanza es importante tener en cuenta esté factor necesario para el aprendizaje, en particular para los contenidos de mayor complejidad. También es imperativo prever los materiales y recursos como andamios de apoyo a las actividades y tareas. También considerar un ambiente adecuado, apto y seguro para el aprendizaje del alumno “es necesario que el entorno sea agradable y propicio para hacer lo que se necesita. En particular, se trata de encontrar un mejor ambiente según la tarea que el grupo va a compartir, estudiar o trabajar” (Davini, 2015 p. 91). De esta manera, el aprendizaje escolar no puede entenderse ni explicarse únicamente como el resultado de una serie de encuentros felices entre el alumno y el contenido del aprendizaje (Coll,1985). Es necesario considerar las actuaciones del profesor que es el encargado de planificar sistemáticamente estos encuentros apareciendo como un verdadero mediador que determina con sus intervenciones el cumplimiento eficaz del contenido a abordar.

Respecto a la *evaluación* en la educación básica, el docente es el encargado de la evaluación de los aprendizajes de los alumnos. Debe recolectar evidencias, medir los aprendizajes en el aula, calificar y tomar decisiones que permitan mejorar el desempeño de los alumnos para dar seguimiento a su aprendizaje. Crear oportunidades de mejora y hacer modificaciones en su práctica docente para lograr los aprendizajes establecidos en los programas de estudio. Es necesario que se evalúe desde un enfoque formativo que propicie la reflexión constante acerca de los aprendizajes esperados. Informar a los alumnos lo que van a aprender y retroalimentar su trabajo (SEP, 2011). Para Díaz y Hernández (2006, p.127), las estrategias de evaluación son el “conjunto de métodos, técnicas y recursos que utiliza el docente

para valorar el aprendizaje del alumno”. De igual forma, existen diferentes técnicas e instrumentos que se pueden utilizar para evaluar dentro de la educación básica. La SEP (2011) lo clasifica de la siguiente forma:

- Informales, como la observación, la exploración de conocimientos y habilidades a partir de preguntas orales, que se aplican con el apoyo de diarios de clase, registros anecdóticos y listas de control.
- Semiformales, como la resolución de situaciones problemáticas, ejercicios y prácticas en clase, la explicación de soluciones, el desarrollo de tareas en casa, a partir del uso de listas de cotejo, rúbricas, escalas estimativas y portafolios de evidencias.
- Formales, como los exámenes, que conviene analizar con ayuda de listas de cotejo o escalas estimativas.

Para Careaga (2001) evaluar nos permite tomar conciencia del curso de los procesos y resultados educativos con el fin de valorarlos. Se hace evidente que como docentes se nos presentan problemas de índole técnica, cómo obtener la información; de tipo ético: qué evaluar y por qué se debe comunicar sobre la evaluación de los alumnos a los padres, otros profesores, a la sociedad y cómo expresar los resultados. Este énfasis nos hace ver a la práctica de la evaluación como una práctica profesional compleja que implica varias operaciones: un proceso de adquisición, elaboración de información y expresión de un juicio de valor a partir de datos recogidos. Permite al docente realizar cambios pertinentes en su práctica educativa con el fin de mejorar su práctica (Fuentes, 2009).

**Trabajo Colaborativo.** En la dinámica escolar es importante asumir que el aprendizaje se logra principalmente a través de la interacción que los alumnos mantiene con sus pares y el contexto en que se encuentran. Los estudiantes se relacionan con el conocimiento a partir de sucesos y elementos que ocurren en el espacio donde se desenvuelven para desarrollar competencias y asimilar conceptos. Pérez y Sánchez (2012, p. 97) establecen que el trabajo colaborativo “representa para el que aprende una fuente importante de asimilación a nivel cognitivo, afectivo y socializador, puesto que le permite desarrollar actitudes frente al trabajo y responder a las exigencias sociales”. De acuerdo a lo anterior, en la práctica educativa es necesario propiciar la creación de ambientes de trabajo que estén basados en la colaboración. Es a través de esta forma de trabajo que se propicia el alcance de los aprendizajes esperados, así como el desarrollo de competencias y habilidades que se establecen en el currículo escolar tal como lo establece la Secretaría de Educación Pública: “mediante el desarrollo y la puesta en práctica de habilidades para la identificación y regulación de las emociones, los estudiantes

obtienen mejores resultados en los aprendizajes si sus relaciones se basan en el respeto y la colaboración”. (SEP, 2017 p. 113).

De esta manera, es posible establecer como necesario que la práctica docente se oriente a propiciar y favorecer el trabajo colaborativo para permitir a los alumnos relacionarse de manera respetuosa y favorable con los otros y desarrollar el máximo potencial de aprendizaje de cada estudiante. El trabajo colaborativo es entendido por Pérez y Sánchez (2012, p. 104) como una “estrategia didáctica, mediante la cual todos los miembros participan en “conjunto” para el logro de metas comunes... favorecedor del aprendizaje y genera conocimiento que beneficia el aprendizaje”. De modo que fomentar esta práctica en el aula permite que la interacción entre estudiantes propicie el aprendizaje. De aquí que la colaboración sea necesaria para favorecer las relaciones respetuosas y armónicas entre pares.

De igual manera, es importante hacer referencia a la Teoría Sociocultural de Vigotsky, pues en ella se establece con énfasis que “... el aprendizaje humano presupone una naturaleza social específica y un proceso, mediante el cual los niños acceden a la vida intelectual de aquellos que les rodean” (Vigotsky, 1979, p.136). Cada estudiante es un sujeto activo que desarrolla su aprendizaje y requiere de la interacción con su contexto social (en este caso el escolar) para interpretar y ser partícipe del mismo. De aquí se establece que la colectividad es necesaria para los alumnos ya que les permite potencializar el desarrollo de su aprendizaje a través de habilidades y competencias que favorezcan tanto su interacción, convivencia y colaboración para con sus compañeros y docentes.

Es importante comprender que el alcance de esta teoría sociocultural se relaciona directamente con la importancia del contexto en que se desenvuelve el estudiante. Es en el ambiente y espacio donde el proceso de aprendizaje se formula y esta mediado por el nivel de interacción que lleve a cabo cada estudiante en su entorno y con sus compañeros. Para lograr esta forma de trabajo en el aula es necesario que el docente esté dispuesto a reflexionar sobre su práctica pedagógica y centre su atención y acción en el aprendizaje y desarrollo de los estudiantes. Es decir, que el maestro supervise la interactividad, sincronía y negociación de los elementos curriculares en relación a la interacción entre pares para lograr la acción colaborativa y el acercamiento al objeto de conocimiento.

**Aprendizaje Basado en Problemas (ABP).** En el panorama educativo, la enseñanza de las asignaturas pretende que los alumnos alcancen, se apropien y adquieran conocimientos de cada una de ellas a fin de desarrollar competencias curriculares y habilidades para el día a día. Los contenidos con los que los estudiantes se relacionan, se abordan a través de diversas

estrategias que permiten interactuar con el conocimiento. En el caso específico de las matemáticas, reconociendo su importancia y función en nuestro entorno para expresar puntos de vista y de esta manera utilizar e involucrarse con ellas para satisfacer necesidades dentro de la escuela y la vida diaria. En la dinámica escolar es necesario que el docente como agente y guía del aprendizaje de los estudiantes, emplee un método dinámico que relacione situaciones problemáticas del entorno. Se atribuye como elemental el método de Aprendizaje Basado en Problemas (ABP) en donde el alumno se convierte en el sujeto activo y actor principal de su aprendizaje y en el cual a través de dichas situaciones permiten lograr objetivos y alcanzar los contenidos curriculares.

Barrows (1986, p. 483) define al ABP como “un método de aprendizaje basado en el principio de usar problemas como punto de partida para la adquisición e integración de los nuevos conocimientos”, de manera que se favorezca el desarrollo de aprendizajes de manera competente. Este método de aprendizaje permite transformar el actuar de los estudiantes al tener un rol comprometido y autónomo, a su vez permite al docente ser un orientador y guía que posibilite constituir y entender conocimientos de diversas áreas, como en este caso son las matemáticas. El ABP como metodología de aprendizaje, plantea como necesario que las situaciones didácticas de la práctica educativa inicien con el planteamiento de un problema que suponga un conflicto cognitivo que sea retador e interesante, lo que permitirá que los estudiantes se interesen por darle solución. De acuerdo a lo anterior es posible comprender que el desarrollo y aprendizaje de los estudiantes son procesos que se encuentran vinculados. Es decir, a medida que el alumno interactúa con su contexto (desarrollo) posibilita la comprensión de lo que acontece en él (aprendizaje), pues esta relación entre estos procesos se encuentra mediada por el papel del docente en el aula.

Además, a través de este método autónomo se propicia el desarrollo de la Zona de Desarrollo Próximo (ZDP), la cual consiste en aprender con otros y de otros (interacción con sus compañeros) en conjunto con el docente y así construir el aprendizaje.

La distancia entre el nivel real de desarrollo, determinado por la capacidad de resolver independientemente un problema, y el nivel de desarrollo potencial, determinado a través de la resolución de un problema bajo la guía del adulto o en colaboración con otro compañero más capaz. (Vigotsky, 1979, p.133)

De manera que, el motor del aprendizaje de los estudiantes es la acción entendida como aquella actividad que le permita adquirir el conocimiento a través de la interacción con sus compañeros y una actitud participativa. Es decir, serán ellos mismos los que construyan su conocimiento a través de la resolución de problemas. Para que esto se logre será necesario que

la práctica educativa del docente se enfoque en el desarrollo de habilidades cognitivas y éstas deben enseñarse desde distintas perspectivas en diferentes situaciones, de manera que los alumnos puedan confrontar entre ellos sus conocimientos y planteamientos para dar solución a las problemáticas que se les planteen. Es decir, la enseñanza debe tener lugar en el contexto de problemas del medio en que se desenvuelven día a día.

El ABP se encuentra ligado al trabajo colaborativo ya que a través de éste los estudiantes se reconocen como miembros activos y participes del grupo y al interactuar con sus compañeros logran establecer relaciones interpersonales importantes que les permiten resolver los problemas que les son planteados para el desarrollo de sus aprendizajes.

### ***Dimensión disciplinar***

En este apartado se abordan aspectos teóricos que ayudaron a fundamentar el desarrollo del documento a través de los ojos de diferentes autores respecto a la enseñanza, procesos, dificultades y significados de la fracción.

**Concepto de fracción.** Este concepto ha sido descrito por varios autores que se refieren tanto a su escritura como a su uso. En este documento se consideran ambas por su importancia y a fin de abordarlo desde varias perspectivas. “Llegar a la comprensión del concepto de fracción es un largo camino debido a sus múltiples interpretaciones” (Llinares y Sánchez, 1997, p.189).

Para Freudenthal (1983) las fracciones dan origen a la fenomenología del número racional. Es decir, es la puerta de entrada al conocimiento del número racional. Para este autor el concepto de romper está relacionado directamente con fracturar. Así mismo el autor mencionó tres grandes acepciones de la fracción: fracturador, comparador y operador. Sin embargo, para Lamon (2001, p. 635) ambos términos no son sinónimos “es más preciso pensar de las fracciones como un subconjunto de los números racionales”. La autora describe la representación numérica de la fracción como un símbolo constituido de dos números enteros separados por una barra. Deja de lado el comportamiento de los números y se centra en su escritura. Hace las siguientes precisiones:

- Todos los números racionales pueden ser escritos en forma de fracción ( $\frac{2}{5}$  y  $\frac{2\sqrt{3}}{5}$ ).
- No todos los números escritos en forma de fracción son racionales ( $\frac{\mu}{5}$  y  $\frac{\pi}{12}$ ).
- Un solo número racional inspira a todas las formas equivalentes de una fracción ( $\frac{2}{5}$ ,  $\frac{4}{10}$  y  $\frac{8}{15}$ ) (véase Lamon, 2001, para más detalles).

Por otro lado Linares y Sánchez (2000) se refieren a la fracción como un par de números naturales ordenados de la forma  $\frac{a}{b}$ . y alude a sus múltiples interpretaciones, además de las ya establecidas desde el lenguaje cotidiano. Fandiño (2009) refiere a la etimología de la palabra fracción como proveniente del término latino *fractio* que significa romper. Menciona que una definición intuitiva de la fracción da lugar al menos a una docena de diferentes interpretaciones del término, mismas que no deben considerarse por separado ya que el aprendizaje conceptual es la primera etapa del aprendizaje matemático (Fandiño, 2009).

**Significados y representaciones de la fracción.** Para trabajar las fracciones en el aula es necesario tener en cuenta que existen diferentes representaciones que están influenciadas por la forma en que se presenta este objeto matemático. Incluso podemos decir que estas representaciones forman los pasos del proceso para poder aprender las fracciones. Pizarro, Caamaño y Brieba (2021, pp. 31-32) hacen la siguiente categorización:

- Representación verbal: Es la representación que sigue ciertas reglas del lenguaje que organizan y condicionan la representación de las fracciones. Por ejemplo: un medio, dos tercios, tres cuartos, entre otras.
- Representación concreta: Hace referencia a aquellos materiales manipulables, estructurados y no estructurados, que fomentan el aprendizaje de las fracciones. Entre los estructurados está el muro de Freudenthal, compuesto por franjas de madera, plástico o cartón, que representan fracciones unitarias desde el entero al décimo o doceavo. Otras representaciones concretas son aquellas regiones circulares de cartón o plástico divididas entre distintas partes que representan a su respectiva fracción. Mientras que los no estructurados pueden ser algo tan sencillo como un vaso de plástico, una hoja de papel, o tiras de colores.
- Representación gráfica-pictórica: La representación gráfica de las fracciones hace alusión a modelos por los cuales se representa la fracción. En esta hay modelos discretos y modelos continuos. En los primeros se representan las fracciones en un conjunto de objetos, mientras que en los segundos se representan por medio de una recta o semirrecta numérica o un modelo de área.
- Representación simbólica: En esta representación la fracción está organizada por números naturales que están escritos de la siguiente manera:  $\frac{a}{b}$ , donde un número (numerador) está sobre otro (denominador) y separados por un segmento de recta horizontal, denominada línea fraccionaria, vírgula o bastoncillo. Es necesario tener en cuenta la conceptualización de

Lamon (2001) de la fracción y sus restricciones con la escritura de números fraccionarios y su relación con los números racionales.

De lo anterior se desprende que los significados y usos de la fracción se atribuyen al contexto y las diferentes situaciones en las que está presente. Es necesario identificar la uso que se le dará a la fracción. Linares y Sánchez (1997) la considera como un mega concepto. Fandiño (2009, p.102-129) por su parte declara la existencia de catorce significados de la fracción:

1. La fracción como parte-todo
2. La fracción como cociente
3. La fracción como relación
4. La fracción como operador
5. La fracción en probabilidad
6. La fracción en los puntajes
7. La fracción como número racional
8. La fracción como punto de una recta orientada
9. La fracción como medida
10. La fracción como indicador de cantidad de elección
11. La fracción como porcentaje
12. La fracción en el lenguaje cotidiano
13. La contextualización de las fracciones desde la teoría de Vergnaud
14. La contextualización de la fracción como signo- objeto de Duval.

**La fracción como medida.** A lo largo de la historia de la humanidad en el planeta se le ha dado diferentes usos a la palabra y a la acción de medir. Kula (1998) menciona que la medición apareció gracias a la religión, pues en los inicios de la humanidad se vivía con una inocente naturalidad y algunos pocos se aventajaban confundiendo la medida con la estafa. Es decir, dar menos a cambio de otra cosa que merecía más. Por lo que el ser humano al encontrarse conflictuado con estas situaciones comenzó a utilizar partes de su cuerpo como unidades de medida tratando de acercarse a lo exacto. Se puede decir que utilizaron la medida con unidades no convencionales por necesidad. De igual forma Kula declara que después de varios años de utilizar estas unidades de medida, la humanidad se dio cuenta que éstas no les eran satisfactorias en diversos casos. Lo anterior generó la búsqueda de unidades de medición en objetos, en las diversas condiciones de vida y trabajo. Por ejemplo en el medio oriente apreciaban medidas en los tiros de bastón, tiros con arco, alcance de la voz, de la vista, etc. Es decir, comparaban estas

distancias con estas acciones, de esta manera se puede decir que el acto de medir implica comparar.

Medir surge como consecuencia de comparar, según el National Council of Teachers of Mathematics [NCTM] (1995, p. 21) “Por medición entenderemos el proceso por medio del cual asignamos un número a una propiedad física o de algún objeto o conjunto de objetos con propósitos de comparación”. De esta manera se establecen tres diferentes formas de medir:

1. El de contar, para encontrar cantidades. se *mide* el número cardinal de un conjunto contando el número de elementos del conjunto.
2. La medida directa. Una medición directa usualmente es un proceso visual que consiste en hacer una comparación directa de algún objeto con una adecuada unidad de medida estándar.
3. La medida indirecta. Muchas propiedades físicas no se prestan para hacer una medición directa. Por ejemplo, la temperatura, la velocidad, el peso, la brillantez y la energía eléctrica. En lugar de ello tenemos que usar ingeniosos instrumentos de medida indirecta tales como el termómetro, el velocímetro, la balanza de resorte, el medidor de agua, etc., para registrar la cantidad de estas fuerzas físicas sobre una escala numérica.

La comparación puede ser cualitativa o cuantitativa. La NCTM define a la primera como “el grado de esa propiedad en uno de los objetos puede usarse como la base o unidad de medida para compararlo con otro”. La comparación cuantitativa surge “después de haber identificado alguna propiedad común a dos que deseamos comparar, intentamos medir en alguna manera el grado de semejanza o el de diferencia. El punto de origen y la dirección de cambio son ideas importantes que usamos al comparar y al efectuar mediciones” (1995, pp.13,14).

Podemos reconocer que *la fracción como medida* permite comprender las relaciones que se pueden establecer entre dos cantidades que se comparan. Por lo tanto es importante conocer y comprender su significado. Así mismo ayuda a facilitar la transición del número natural al número fraccionario, como afirma Meza y Barrios (2010). El paso que se da del número natural a fracción comprende un conjunto de situaciones que llevan a procesos de medida de la unidad. El uso particular que se le da a la fracción como medida se puede percibir en diferentes contextos por lo tanto es elemental tener una interpretación de este significado.

Según Gómez y Pérez (2016), la fracción surge de una división en partes iguales y en su significado de medida lleva a tomar una parte de ella para describir una magnitud por medio de otra. Desde la perspectiva de Kieren (1980, p. 132) “la fracción se reconoce como la asignación de un número a una magnitud el cual es producto de la partición de una unidad”. Dichas

concepciones nos llevan a plantearnos una pregunta con relación al proceso de percibir la fracción como medida ¿Cuántas veces cabe la unidad en el objeto medible?

**Enseñanza de la fracción en la educación primaria.** Sierra (2006) menciona que la función del docente comienza mucho antes de su presencia dentro del aula, ya que existe un proceso previo en el que éste sujeto da una revisión a los programas temáticos hasta el diseño de los escenarios donde se desarrollará la situación problemática. De su actuar dependerá las posibilidades de éxito en el trabajo. Por lo tanto el proceso para impartir un contenido matemático como las fracciones, se requiere de un proceso previo en el que entra en juego la revisión curricular, la planeación didáctica y la propia práctica pedagógica en el aula.

Según Torres (2015) el conocimiento matemático es de naturaleza dual, pues contempla aspectos internos relacionados con su estructura y aspectos externos relacionados con su aplicación a la resolución de problemas reales. Así las fracciones presentan dos caras simultáneas que son necesarias tener presentes si se pretende que los alumnos adquieran de manera oportuna el aprendizaje de dicho objeto matemático. Por un lado, constituyen un conocimiento especializado pues dependerá de otro tipo de conocimiento matemático para ser construido, estudiado o comunicado, pues “se caracterizan por ser un conocimiento de alto nivel de abstracción y generalidad, de naturaleza deductiva, que utiliza un lenguaje formal específico propio para ser comunicado y que está exento de intencionalidad o temporalidad” (Onrubia, Rochera y Barberá, 2001). Por otro lado, existen factores externos que hacen referencia al papel que juegan las matemáticas en múltiples contextos extra-matemáticos vinculados al mundo real y las ciencias exactas. Así pues, es necesario atender a esta dualidad de las fracciones en la educación, intentando que los alumnos puedan coordinar el significado matemático con el significado real aplicado a la vivencia diaria. “una enseñanza de las matemáticas dirigida a enseñar procedimientos matemáticos genera una descontextualización de los contenidos, convirtiendo las matemáticas escolares en una repetición mecánica de técnicas con una conexión muy reducida con el mundo real” (véase Onrubia et al, 2001 p. 499).

**Dificultades de docentes de primaria en la enseñanza de fracciones.** Para Stelzer et al. (2019, p. 188) “comprender la relación entre los factores cognitivos y el conocimiento de las fracciones permitirán identificar de forma temprana a niños con potenciales dificultades en su aprendizaje y diseñar intervenciones para mejorarlo”. Por lo tanto es necesario prestar atención a las dificultades que pueden presentarse durante la enseñanza de las fracciones. Estos fallos contemplados son las acciones o limitaciones que el alumnado presenta con regularidad. Al

respecto Freudenthal (1983) menciona que realizar suposiciones acerca de creer que el alumnado posee el conocimiento necesario para trabajar con fracciones es algo que puede llegar a considerarse aceptable. Sin embargo, suponer que trabajar las fracciones en uno solo de sus significados logrará cubrir las necesidades del aprendizaje de los alumnos es un pensamiento erróneo. Los primeros acercamientos a las fracciones pueden realizarse con los significados más sencillos para después articular los conocimientos e incrementar la dificultad de los contenidos de manera progresiva.

Lamon (2001, pp. 629 - 646) expone varias situaciones dentro del proceso de enseñanza de las fracciones, rescato dos que impactan en el nivel de enseñanza primaria:

1. Los maestros no están preparados para el trabajo con diversos sub-constructos.
2. El desarrollo no lineal de contenidos no relaciona las necesidades de los alumnos con la secuenciación de los supuestos en los planes de estudio.

Por su parte Gallardo, González y Quispe (2008) proponen que la comprensión e interpretación del tema de fracciones debe involucrar a las diversas situaciones que se pueden utilizar para trabajar con este objeto matemático, de tal modo que se genere en los alumnos una necesidad por el trabajo con fracciones a través de la problematización.

### ***Dimensión curricular***

En este apartado se analiza la propuesta del currículo de educación para el desarrollo del contenido de fracción. Se mencionan aquellos puntos que resultaron importantes durante la elaboración de la presente investigación y la aplicación de las actividades propuestas.

**Plan de estudios y el diseño curricular.** Para Fonseca, Pereira y Navarro (2009) se le considera como un plan de estudio a aquel cuyos programas, contenidos y estrategias pedagógicas y didácticas estén apoyados en la transversalidad y por ende en la interdisciplinariedad. Dichos programas son ejecutados por los docentes quienes deben conocer, respetar y entender los fines del currículo y su papel para el logro de los propósitos educativos. Lo anterior amerita la adecuada y permanente formación de los profesores en las actitudes del ser, en la disciplina en las que se desenvuelven y las habilidades, destrezas y conocimientos pedagógicos y didácticos requeridos para ejercer la gran responsabilidad de ser docentes. El plan de estudios debe estar respaldado por diferentes principios pedagógicos que orienten una educación de calidad. “Son condiciones esenciales para la implementación del currículo, la transformación de la práctica docente, el logro de los aprendizajes y la mejora de la calidad

educativa” SEP (2011, p. 26). Algunos de los principios pedagógicos que se proponen para la educación primaria se enlistan a continuación:

- Poner al estudiante y su aprendizaje como eje central del proceso educativo.
- Tener en cuenta el conocimiento previo del estudiante.
- Ofrecer acompañamiento al aprendizaje.
- Estimular la curiosidad
- Reconocer la naturaleza social del conocimiento.
- Aprendizaje en circunstancias reales.
- Modelar el aprendizaje.
- Valorar el aprendizaje informal
- Favorecer la cultura del aprendizaje.
- Apremiar la diversidad como fuente de riqueza.
- Usar la disciplina como apoyo al aprendizaje. SEP (2017, pp. 115-118)

Arellano (2016) hace referencia la importancia del estudio del diseño curricular, como forma de facilitar a las autoridades educativas la elaboración concreta, acertada y bien dirigida de sus propuestas de programas y planes de estudio al nivel requerido, obedeciendo a secuencias organizadas en las diferentes fases que se planteen. De esta manera se logra comprender a la real función del currículo, logrando así la posibilidad de que los educandos desenvuelven las capacidades que como personas tienen, se relacionen adecuadamente con el medio social e incorporen su cultura. El autor define el currículum como un instrumento de educación formal e informal que especifica y concreta los fines y propósitos de la educación, responde a demandas sociales y culturales y a las necesidades de los sujetos orientando a los procesos de enseñanza-aprendizaje en diferentes contextos.

Es preciso contemplar que el currículo requiere de un juicio profundo para asegurarse de que todos los aspectos importantes han sido considerados durante la planificación de las actividades y de los elementos que lo conforman, pues de esta manera se obtendrá un currículo más conscientemente planeado y más dinámicamente concebido a través de un orden como lo menciona López (2002):

- Diagnóstico de las necesidades
- Formulación de objetivos
- Selección del contenido
- Organización del contenido
- Selección de las actividades de aprendizaje

- Organización de las actividades de aprendizaje
- Determinación de lo que se va a evaluar y de las maneras y medios para hacerlo.

**Los contenidos en el plan y programa de estudios.** Los contenidos que se trabajaron con los alumnos deben contar con un esquema organizacional que permita ubicar el aprendizaje de manera gradual-ascendente. Esto hace referencia a que el conocimiento evoluciona y se basa en lo que los alumnos conocen previamente. Por este motivo que la educación básica se encuentra organizada en tres niveles: Preescolar, Primaria y Secundaria. Por otro lado, la educación obligatoria comprende un nivel más: Bachillerato. Cada nivel educativo cuenta con su propio programa de estudios. Dichos programas tienen una característica importante: su articulación. Esto quiere decir que el desarrollo de las habilidades que se plantean en la educación Preescolar servirá como base para las habilidades desarrolladas en educación Primaria y así sucesivamente. En otras palabras, los programas de cada nivel educativo están relacionados entre sí y desarrollan el conocimiento de manera progresiva. Además, señalan lo que se espera que aprenda cada alumno en el respectivo nivel educativo.

El campo en el plan y programa de estudios vigente de la educación primaria (2017) relacionados a los contenidos matemáticos se denomina *Pensamiento Matemático*. Este campo enfatiza el desarrollo de habilidades que permiten la resolución de problemas y el argumento de respuestas para explicar resultados. Se espera que la articulación dentro de los diferentes grados escolares permita a los alumnos transitar del pensamiento informal al pensamiento formal. De manera jerárquica a nivel Primaria este campo de formación se divide en tres ejes temáticos. A su vez estos se dividen en temas. Y estos temas tienen los contenidos que se desarrollan a lo largo del nivel educativo:

- Número, álgebra y variación es el eje que incluye los contenidos básicos de aritmética, de álgebra y de situaciones de variación. Los temas en que se subdivide son Número. Adición y sustracción. Multiplicación y división. Proporcionalidad. Ecuaciones. Funciones. Y Patrones, figuras geométricas y expresiones equivalentes.
- Forma, espacio y medida: Este eje incluye los Aprendizajes esperados relacionados con el espacio, las formas geométricas y la medición. Sus subtemas son Ubicación espacial. Figuras y cuerpos geométricos. Y Magnitudes y medidas
- Análisis de datos: Este eje tiene el propósito de propiciar que los estudiantes adquieran conocimientos y desarrollen habilidades propias de un pensamiento estadístico y probabilístico. En este solo se encuentran dos subtemas que son Estadística y Probabilidad

**La fracción en el plan y programa de estudios.** Dentro del campo formativo *Pensamiento Matemático* podemos encontrar a las fracciones en el eje *Número, álgebra y variación*. Se presentadas a los alumnos de manera formal a partir del tercer grado de educación primaria, con introducciones en los grados anteriores mediante partición y reparto. El aprendizaje de la fracción se considera necesario para el desarrollo de otros conocimientos y posee un papel importante en los grados posteriores. En el programa de tercer grado (SEP, 2017) se inicia el trabajo del tercer bloque con la lección *Medios, cuartos y octavos*. Se usan fracciones del tipo  $\frac{n}{2m \leq 8}$  donde el denominador siempre es par y menor o igual a ocho. En este grado se pretende acercar a los alumnos al concepto de fracción con ayuda de la repartición y la partición. Se utiliza la fracción para expresar relaciones de parte - todo, medida y resultados de reparto. En su mayoría se usan entornos continuos y se dejan de lado los conjuntos discretos.

Por otro lado, en cuarto grado el conocimiento evoluciona a lo largo del ciclo escolar porque el aprendizaje esperado refiere al uso de fracciones con denominadores hasta doce con la fracción  $\frac{n}{m \leq 12}$  para expresar relaciones parte - todo, medida y resultados de reparto. De tal modo que se emplean denominadores pares e impares. Así mismo se busca que los alumnos aprendan a sumar y restar fracciones con igual denominador.

Para el quinto grado el conocimiento de fracciones abarca la multiplicación con multiplicador natural y la división con cociente fraccionario. Además del uso de sumas con denominadores múltiplos. Esto refiere al uso de la equivalencia de fracciones y su representación en diversos medios. De tal modo que los alumnos comprenden el conocimiento abstracto del por qué en la multiplicación la fracción parece ser más pequeña y por qué sucede lo contrario en la división.

En el último grado de educación primaria los alumnos deben aprender a expresar proporcionalidades mediante fracciones. Además de dar un paso adelante con los aprendizajes anteriores. Es decir que el uso de fracciones se ve comparado con el uso de números naturales y decimales, pues deberá manipular, operar y expresar información con el uso de fracciones.

El contenido de fracción está vinculado a otros contenidos matemáticos que están inmersos en su enseñanza como lo es la medida por consiguiente, se debe desarrollar una pedagogía activa basada en la vinculación teórica-práctica que permita al profesional docente mantener una actitud sabia, experimentando desde su interior la necesidad de aplicar los conocimientos obtenidos durante su proceso de profesionalización mediante la transformación y adaptación a la práctica educativa de los conocimientos adquiridos; diseñando experiencias novedosas rompiendo esquemas tradicionales preestablecidos y partiendo de una introspección

personal, decidido a asumir una acción pedagógica desde una perspectiva renovadora (Peña y Ruiz, 2020).

### **Capítulo 3. Metodología de la investigación**

Este capítulo está integrado por la metodología de la investigación incluyendo en ella el enfoque, diseño, método, dimensiones de análisis, el proceso metodológico y las técnicas e instrumentos de recolección de datos.

#### **Diseño**

La presente investigación se desarrolló bajo el diseño cualitativo que se define como aquel que “utiliza la recolección de datos sin medición numérica para descubrir o afinar preguntas de investigación en el proceso de interpretación” (Hernández, Fernández y Baptista, 2003, p. 11). Es decir, a partir de preguntas y un supuesto se pretende comprender y describir los procesos de construcción del conocimiento a partir de crear escenarios vivenciales en los que los alumnos presenten una necesidad por la cual tendrán que buscar una solución. Es ahí donde se desarrollarán los procesos que se desean observar y analizar.

#### **Enfoque**

Según los alcances de la presente investigación se eligió el enfoque fenomenológico-hermenéutico, el cual se basa en la experiencia humana permitiendo una comprensión profunda de ella en diversos ámbitos disciplinares. Este enfoque está formado por dos partes que son la fenomenología y la hermenéutica que se comentan a continuación de forma separada para luego encontrar un mayor significado al enfoque elegido.

La fenomenología comprende aquellas experiencias o fenómenos que se relacionan entre la objetividad y subjetividad que origina cada una de ellas, encontrando así un significado. Como menciona Fuster (2019), la fenomenología es el análisis e interpretación que se le da a los fenómenos o a la experiencia significativa que se le muestra a la conciencia es decir encontrando la esencia misma.

Por su parte, la hermenéutica se refiere a la interpretación que le originan las personas a un fenómeno. Como menciona Marrero, Cabrera y Nieves (2014), la hermenéutica tiene una naturaleza humana ya que es el ser humano quien interpreta, analiza y comprende el significado de los fenómenos.

Por lo tanto, el enfoque fenomenológico-hermenéutico nos lleva a la interpretación de las experiencias o fenómenos que surgen en la investigación permitiendo reflexionar sobre ellas. “Las experiencias, recopiladas por la fenomenología hermenéutica y luego plasmadas en descripciones, serán eficaces para analizar los aspectos pedagógicos en la cual el educador

debe interesarse a profundidad por los acontecimientos que ocurren en el aula y optimizar la práctica pedagógica (Marrero, Cabrera y Nieves, 2014 p. 206).

Heidegger (2006) por su parte plantea la fusión entre los dos anteriores enfoques llamándola fenomenología hermenéutica mediante la cual busca describir fenómenos ocultos y sus significados. En comparación con la fenomenología por sí sola, ésta desea descubrir los significados no manifiestos, analizarlos y describirlos. Ayala (2008, p. 416) describe tres fases del enfoque de la fenomenología hermenéutica:

1. Descripción (Recoger la experiencia vivida). Se recogen relatos de las experiencias personales o escritura de anécdotas. Las descripciones obtenidas deben estar libres de interpretaciones causales, explicaciones teóricas, detalles circunstanciales poco relevantes y valoraciones subjetivas.
2. Interpretación (Reflexionar acerca de la experiencia vivida). Ampliación y reescritura de anécdotas.
3. Descripción más interpretación (Escribir-reflexionar acerca de la experiencia vivida). Redacción del texto fenomenológico recogiendo los hallazgos de la investigación. Expresa el significado de tipo *cognitivo* o *expositivo* y el *no cognitivo*.

## **Método**

El método empleado en el desarrollo de este documento será la *investigación - acción*. Ya que me permite centrar la atención en quienes participan en la investigación y se caracteriza por ser un proceso que infiere un análisis y reflexión sobre el trabajo realizado, las experiencias vividas y la práctica misma. Para Colmenares (2012) la investigación-acción participativa o investigación-acción es:

una metodología que presenta unas características particulares que la distinguen de otras opciones bajo el enfoque cualitativo; entre ellas podemos señalar la manera como se aborda el objeto de estudio, las intencionalidades o propósitos, el accionar de los actores sociales involucrados en la investigación, los diversos procedimientos que se desarrollan y los logros que se alcanzan (p. 105).

Por tanto, el acercamiento al objeto de estudio se parte de un diagnóstico inicial, de la consulta a diferentes actores expertos en el tema de investigación, para realizar una búsqueda de apreciaciones, puntos de vista, opiniones, sobre un tema o problemática susceptible de cambiar. En palabras de Martínez (2009, p. 239): “analizando las investigaciones en educación, como en muchas otras áreas, se puede apreciar que una vasta mayoría de los investigadores

prefieren hacer investigaciones acerca de un problema, antes que investigación para solucionar un problema”.

Por su parte Latorre (2007, p. 28) señala que la investigación-acción se diferencia de otras investigaciones en los siguientes aspectos:

- a) Requiere una acción como parte integrante del mismo proceso de investigación.
- b) El foco reside en los valores del profesional, más que en las consideraciones metodológicas.
- c) Es una investigación sobre la persona, en el sentido de que los profesionales investigan sus propias acciones. Asimismo, señala que la investigación-acción debe tener la meta de mejorar y transformar la práctica educativa y procurar una mejor comprensión de la práctica, articular de manera permanente la investigación, la acción y la formación; acercarse a la realidad vinculando el cambio y el conocimiento, además de hacer protagonistas de la investigación al profesorado investigador.

Se puede concluir que la investigación-acción participativa presenta características particulares que la distinguen de otros enfoques metodológicos y que la hacen más viable para transformar realidades sociales, en este caso con un enfoque educativo. Según Pring (citado por Antonio Latorre, 2007, p. 28), son cuatro las características que presenta esta metodología:

- Cíclica Y Recursiva, porque pasos similares tienden a repetirse en una secuencia similar
- Participativa, ya que los involucrados se convierten en investigadores y beneficiarios de los hallazgos y soluciones o propuestas
- Cualitativa, porque trata más con el lenguaje que con los números
- Reflexiva, pues la reflexión crítica sobre el proceso y los resultados son partes importantes en cada ciclo

### **Categorías de análisis**

Para la organización y desarrollo de la presente investigación se reconocen dos categorías de análisis. Estas categorías fueron sustentadas en dos de los seis subdominios que propone la teoría del Mathematical Knowledge for Teaching (Ball, Thames y Phelps, 2008).

Dichas categorías están directamente interrelacionadas la una a la otra como se presenta en la Figura 3 y no aisladas como lo enuncia el diagrama propuesto por Ball et al.(2008).

**Figura 3.**

*Categorías de análisis.*



La primera categoría expresa el conocimiento especializado del contenido de fracción de un maestro de primaria. Abarca todos os dominios relacionados a lo que un maestro de primaria debería de saber específicamente sobre el contenido de fracción desde un enfoque educativo.

La segunda categoría expresa el conocimiento del contenido de la fracción y su enseñanza. Como responsable de lograr que el alumno transite del número natural a la fracción es necesario que el docente cuente con los dominios necesarios del contenido de fracción como objeto matemático y los factores que están implícitos en su enseñanza.

En esta investigación hubo una interrelación directa entre ambas categorías, surgiendo así una intersección a la se le denominó *conocimiento didáctico de la fracción*, pues permite tomar postura como profesor de primaria en un enfoque especializado utilizando los conocimientos del objeto matemático de la fracción y su enseñanza.

### **Proceso metodológico**

Por ser un proceso de carácter cíclico, que implica la dialéctica entre la acción y la reflexión como momentos que se integran y complementan (Latorre, 2005), la presente propuesta de intervención se organiza a través del ciclo de Whitehead (1991) el cual propone cinco etapas dentro de un ciclo como se presenta en la Figura 4:

La primera consistió en sentir una problemática detectada en mi propia práctica docente como un problema profesional, el cómo favorecer la construcción del concepto de fracción en los

alumnos al ser ésta su primera experiencia de aprendizaje con este contenido. Fue de esta manera que se eligió la ruta de la investigación y se establecieron los objetivos que dirigieron la investigación.

La segunda consistió en imaginar la solución del problema. Se realizó un autodiagnóstico para determinar los dominios pedagógicos y del conocimiento sobre la fracción.

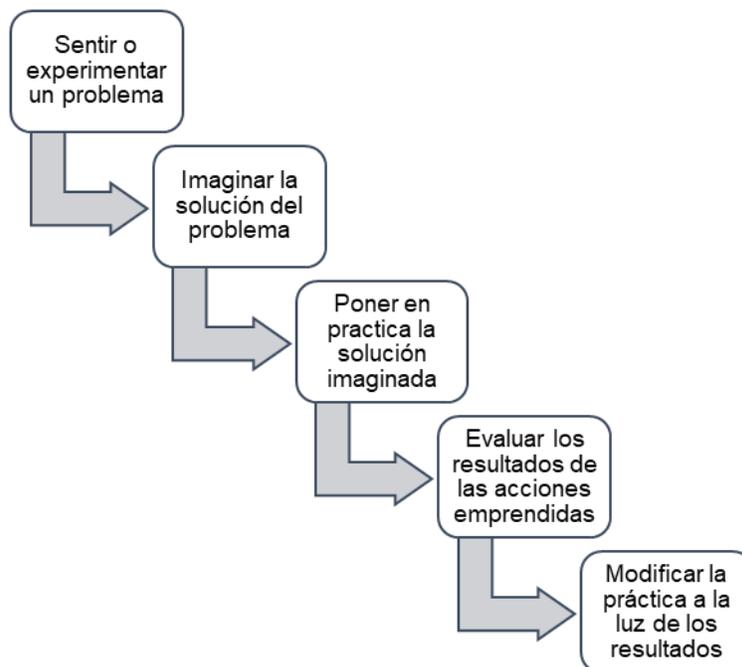
La tercera fue la implementación de un Plan de acción con las actividades que previa investigación documental se diseñaron para la construcción del concepto de fracción en los alumnos.

La cuarta consistió en evaluar las implementaciones y los resultados, para después realizar una reflexión introspectiva sobre mi práctica educativa.

La quinta se refirió a realizar un análisis y reflexión sobre la utilidad y las posibles acciones para llevar a cabo un plan de mejora para la construcción del concepto de fracción a partir de realizar un análisis crítico sobre mi práctica docente.

**Figura 4.**

*Ciclo de la investigación-acción.*



*Nota.* Adaptado de *Ciclo de la investigación-acción según Whitehead (1991) (p.38)*, por A. Latorre, 2005, *La investigación acción. Conocer y cambiar la práctica educativa.*

## **La reflexión**

Es imperativo analizar y reflexionar las actividades propuestas en el plan de acción, pues permite profundizar el actuar de mi intervención docente y con ello evaluar y potencializar las acciones para favorecer el proceso de aprendizaje de los estudiantes y mi propio quehacer docente, es decir, la práctica educativa se convierte en proceso de formación continua que permite establecer aquellos aspectos que son exitosos y aquellos que no lo son, con el objetivo de mejorar constantemente. Es por ello que la estrategia para llevar a cabo los procesos de análisis y reflexión del plan de acción será por medio del Ciclo Reflexivo de Smyth el cual funciona como “esquema que dirige la acción del profesor de la asignatura y como modelo de interpretación de las acciones de los sujetos implicados: estudiantes y profesor” (Flores, 2000, p. 123), así como también se decidió utilizar diferentes técnicas, instrumentos y medios de recolección de datos que permitieran recopilar toda la información necesaria para realizar una reflexión oportuna.

**Ciclos de reflexión aplicados en la investigación-acción.** El desarrollo de la reflexión en la investigación es de carácter cíclico que lleva a la mejora de la práctica educativa. Este se llevó a cabo con la intención de analizar y reflexionar la práctica luego de analizar los resultados obtenidos y de esta forma mejorar el desempeño de los alumnos como se presenta en la Tabla 1.

**Tabla 1**

*Descripción de los ciclos reflexivos aplicados en la investigación.*

Nombre de la sesión	Número de sesiones	Ciclos de reflexión usados
De vasito en vasito	1	1
El sobrante	1	1
Varios sobrantes	1	1
Midiendo tiras	1	1
Construyendo tiras	1	1
De gajo en gajo	1	1

**Ciclo reflexivo de Smyth.** El proceso reflexivo del presente documento tomó como base el ciclo de Smyth (1991) que es un modelo donde se reconstruye la propia práctica docente. Este ciclo es una descripción e interpretación de la práctica en el aula de clases. El ciclo consta de

cuatro etapas donde la primera es la descripción de lo que sucedió en la clase, si funcionó o no funcionó el plan de acción. Después se confronta con la información documental conformada en el marco referencial para corroborar la información. Se finaliza con la reconstrucción de lo que se debe corregir para volver a implementar el plan de acción. Estas cuatro etapas son descritas a detalle a continuación:

La primera etapa de este ciclo es la Descripción. Permite explicar lo acontecido, narrar situaciones que ocurren en la dinámica escolar y detectar áreas de oportunidad en las intervenciones pedagógicas (1991 p. 282).

En segundo lugar de este proceso reflexivo se encuentra la etapa de Explicación que para Smyth consiste en “aclarar las creencias propias sobre leyes universales que rigen la enseñanza” (1991 p. 282). En esta etapa es necesario realizar la búsqueda de marcos teóricos que apoyen y sustenten el actuar del docente ante el área de oportunidad detectada.

En la tercera fase de este proceso reflexivo, la Confrontación, que en palabras de Cuellar y Jiménez se inicia el proceso de cuestionar los métodos de enseñanza. Comienza por el cuestionamiento del docente hacia sus prácticas, continuando con la conexión con otros profesores y luego de una forma más general se sitúa en el contexto social, político y/o cultural. (2019, p. 16).

Por último, la Reformulación o Reconstrucción, que en palabras de Smyth es “donde se podrá ver el resultado final de tomar conciencia de nuestras ideas y nuestras prácticas”. (1991 p. 291). En esta etapa se reconstruye la metodología empleada en la práctica docente, se analizan los aspectos positivos y negativos que se suscitaron en ella para mejorarla a través del análisis de los puntos débiles que se presentaban partiendo de bases ya establecidas, se finaliza el ciclo (Cuellar y Jiménez, 2019).

Al entender la función de cada una de las etapas del ciclo reflexivo propuesto por Smyth, es posible comprender que la práctica docente requiere de un constante proceso de análisis e interiorización que posibilite la mejora constante, ya que a través de ella es posible la mejora del proceso de enseñanza-aprendizaje a través del empleo de diversas estrategias y metodológicas, sustentadas en referentes teóricos que permitan el favorecer el logro de los aprendizajes esperados de los estudiantes.

### **La recolección de datos**

Dentro de la aplicación del plan de acción la recolección de datos tiene un papel importante ya que a través de ella se pudo reflexionar, observar, analizar y evaluar la intervención que se realizó. Como menciona Latorre (2005), la recolección de datos forma parte de un

momento esencial dentro del ciclo de investigación-acción ya que el investigador lo hace para notar las consecuencias o efectos que tuvo su práctica educativa. Por lo que los instrumentos y técnicas elegidas para la recogida de datos fueron seleccionados para abarcar las necesidades y fines de la presente investigación. Es importante mencionar que se solicitó aprobación para la recolección de dichas evidencias a la directora de la escuela primaria en donde se llevó a cabo la aplicación de la propuesta de intervención (véase Apéndice A).

### ***Observación participante***

Una técnica indispensable dentro de la recolección de datos es la observación ya que a través de ella se puede describir los procedimientos o aspectos necesarios para profundizar la investigación. Por tanto, al introducir un nuevo objeto matemático como lo es la fracción es necesario darle prioridad al observar cómo se generaron las nuevas experiencias de enseñanza-aprendizaje.

Para Latorre (2005), la observación participante es adecuada para el estudio de fenómenos que requieren que el investigador tenga una implicación y participación, teniendo como resultado una mejor comprensión del fenómeno en profundidad. Es por ello que este tipo de observación se caracteriza porque el investigador-observador es partícipe de lo que acontece, lo que permite el acercamiento de una forma sutil a los sujetos de estudio y al problema para otorgar una mejor perspectiva del proceso de reflexión de mi propia práctica educativa.

### ***Diario de campo***

Otro de los medios importantes a considerar para la recopilación de datos es el diario pues ayuda a recuperar de manera detallada aquellas observaciones, interpretaciones, explicaciones o reflexiones que han surgido durante la propia aplicación del plan de acción, por ello, permite transformar nuestras acciones o las de los demás para generar un significado. Como lo plantea Latorre (2005), tener un diario es dedicar tiempo, permite reflexionar, describir y evaluar los sucesos diarios para fortalecer la actitud reflexiva. Esta técnica en especial me permitió realizar la reflexión sobre algunos procedimientos o explicaciones que se realizaban durante las intervenciones, pues al ser descritas en el diario, permite realizar confrontación física de lo realizado.

### ***Fotografías***

Las fotografías son un medio visual que permiten que el investigador recabe información para observar y comprender los hechos que acontecieron ya que en ellas se documenta la

acción, pero también por medio de ellas se puede evaluar y reflexionar. García (2010), afirma que la fotografía permite conseguir evidencias de una situación o problemática estudiada, y recabar en ella comportamientos, hechos, factores ambientales y expresivos que pudieron intervenir en la investigación, y documentar así también procedimientos y formas de desempeño de los alumnos, para permitir observar, estudiar y analizar el mundo a través de un soporte icónico. Por ello, las fotografías me permitieron analizar de forma muy clara la problemática y fortalezas que abarcaban la propia investigación.

### ***Videograbaciones***

Las videograbaciones son utilizadas para almacenar, comprobar y verificar datos, pues permiten dar diferentes lecturas a la misma grabación y de esta manera posibilitar el análisis, interpretación y reconstrucción de la acción mediante un conjunto de imágenes auditivas y visuales. Según García (2010): ... el uso de la cámara de video dentro de una investigación puede proporcionar información, describir resultados y proporcionar diferentes perspectivas, acercándose mediante ella a la realidad, y generar mayor significado a las grabaciones para transformar la realidad mediante el análisis e interpretación de estas (p.32). Estas videograbaciones fueron de gran ayuda, pues permitieron visualizar en diferentes ocasiones aspectos importantes durante la aplicación del plan de acción, y de esta manera apoyar a la reflexión de este.

## **Capítulo 4. Análisis de resultados**

Este capítulo está formado por dos momentos importantes dentro de la presente investigación: el diagnóstico y el plan de acción. A continuación, se desarrollarán cada uno de ellos:

### **El audiagnóstico**

Uno de los momentos más importantes dentro de la práctica educativa es el de la evaluación diagnóstica, que en palabras de Buisán y Marín (2001), lo conceptualizan como un proceso que describe, clasifica, predice y explica el comportamiento de un sujeto en contextos escolares a través de un conjunto de actividades de medición y evaluación con fines de orientar la mejora. Por tal motivo, para realizar un análisis profundo sobre la problemática planteada en el presente documento, se decidió realizar un autodiagnóstico que permitiera reflexionar sobre las áreas de oportunidad en el dominio pedagógico y del contenido de fracciones y los principales retos que pudieran presentarse en el quehacer docente.

### **Los instrumentos**

Se inició realizando dos actividades que fungieron como instrumento, éstas fueron tomadas de Hernández (2022, pp. 115-116) en su investigación sobre la ansiedad matemática (véase Anexo A) y de Block (1997, p. 31) (véase Anexo B). Adicionalmente se realizó una actividad aplicada por la asesora del sustentante con el uso de un Tangram en donde se generaron diferentes cuestionamientos en relación con la fracción como parte-todo y parte-parte a través de las relaciones de equivalencias en áreas.

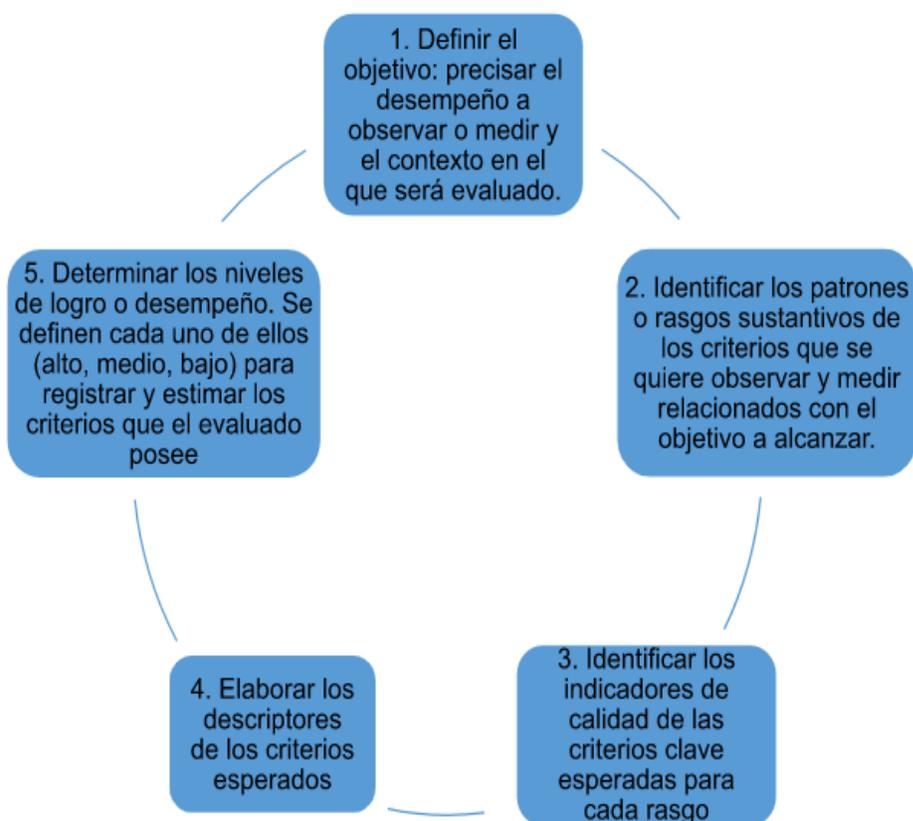
La primera actividad consistió en cinco ítems. Cada uno de ellos con un objetivo específico particular en el que se exploran los significados de la fracción parte-todo y parte-parte. El primer ítem busca que se realice una traslación de la representación gráfica a simbólica y a partir de ello encontrar una relación de igualdad entre las secciones. En el segundo ítem se busca que se establezcan relaciones de orden entre los números fraccionarios. En el tercero se pretende expresar las fracciones a partir de una representación y de esta manera reconocer su relación. En el cuarto ítem se identifican las fracciones en diferentes tipos de representaciones ocupando una parte recortable en donde se brindan las respuestas para seleccionar la representación adecuada. El último ítem invita a comparar cantidades y encontrar la relación entre las mismas expresadas a través de una fracción.

La segunda actividad consistió en la comparación de tiras de papel a fin de generar el significado de la fracción como medida. A través de esta actividad se pudieron detectar las debilidades en el conocimiento sobre el significado de la fracción como medida.

Una vez realizadas las actividades descritas anteriormente se empleó una escala estimativa como instrumento de evaluación para interpretar los resultados obtenidos (Tobón, (2007) y localizar el grado en donde la observación del proceso se encuentra como se muestra en la Figura 5.

**Figura 5.**

*Metodología para elaborar la escala estimativa.*



*Nota. Adaptado de Evaluación psicopedagógica (pp. 76-79), por S. Gómez, 2012, Red Tercer Milenio y de Evaluación socioformativa. Estrategias e instrumentos (p.66), por S. Tobón, 2007, Kresearch.*

Además, se debía valorar los criterios que se esperaba observar en el evaluado como se muestra en la Tabla 2.

**Tabla 2***Niveles para construir escalas de estimación.*

Propósito	Definición	Niveles de logro o desempeño
1. Frecuencia	Periodicidad con que se muestra un criterio o hecho que se pretende evaluar.	Siempre, casi siempre, a veces, casi nunca, nunca
2. Adecuación de la conducta	Mide qué tan adecuado es el criterio del evaluado.	Muy adecuado, adecuado, poco adecuado, nada adecuado
3. Satisfacción	Muestra el logro alcanzado del criterio respecto de una meta o indicador.	Óptimo, notable, satisfactorio, mejorable, insatisfactorio. Excedido, alcanzado, no alcanzado.
4. Intensidad de la conducta	Muestra el grado de intensidad del criterio.	Excelente, muy bien, regular, suficiente, insuficiente
5. Grado de acuerdo	Constata el grado de afiliación de los evaluados a partir de su opinión sustentada en conocimientos, actitudes y sentimientos.	Totalmente en desacuerdo, algo en desacuerdo, algo de acuerdo, totalmente de acuerdo
6. Calidad	Es la excelencia que se logra en el desempeño.	Destacado, satisfactorio, básico, insuficiente, ausente
7. Cantidad	Mide los aspectos o características en virtud de lo cual estas son contables.	Mucho, bastante, poco, casi nada, nada

*Nota.* Adaptado de *Evaluación socioformativa. Estrategias e instrumentos*(pp. 67-68), por S. Tobón, 2007, Kresearch.

Con base en la construcción de este instrumento se optó por utilizar una escala de los tipos de satisfacción que muestran el logro alcanzado de los criterios respecto de una meta o indicador que se indique.

Como responsable de acercar a los alumnos de tercer grado de primaria a la construcción del concepto de fracción, opté por adecuar un instrumento, tomando como referencia indicadores de dos instrumentos ya validados (Medina y Verdejo, 2020). Así se consideró la autoevaluación docente para la educación primaria, guía práctica (INEE, 2019) y el cuestionario de autoevaluación del profesor e indicadores de calidad en la enseñanza de las matemáticas de la

Federación de Sociedades de Profesores de Matemáticas (2011); ambos instrumentos se sustentaron en una teoría que ayuda en la clasificación de diferentes categorías para evitar el sesgo de los resultados. En este caso se optó por tomar como referencia la teoría del Mathematical Knowledge for Teaching (Ball et al., 2008) pues esta investigación se centra como menciona en el conocimiento matemático con fines de enseñanza. El instrumento incluye cinco categorías, derivadas de los seis sub-dominios de Ball et al.: *conocimiento del contenido y lo estudiantes, conocimiento del contenido y de la enseñanza, conocimiento del contenido y del currículum, conocimiento especializado del contenido y conocimiento del horizonte* que conforman los dos dominios de esta teoría: *conocimiento del contenido y conocimiento pedagógico* (véase Apéndice B).

### **La aplicación**

Se contestaron los ítems y se analizaron con ayuda de la asesora del presente documento para evitar interpretación sesgada de los resultados.

Para la actividad de Hernández (2022), en el ítem uno se logró identificar la representación de un segmento con respecto de un todo a través de una fracción, contestando qué fracción le corresponde a cada sección del rectángulo grande. En este ítem se analizó la fracción en su significado como parte-todo y parte-parte, pues al seccionar un rectángulo se implementa la necesidad de representar dicha sección a través de una fracción, además de poder crear una relación entre un segmento y un segmento del mismo segmento, surgiendo así la relación parte-parte de la fracción.

En el ítem número dos se logró ordenar de mayor a menor diferentes fracciones que representan el recorrido en kilómetro de algunos corredores de carrera, por lo que es imprescindible poder encontrar las diferentes posiciones de las fracciones en una recta numérica para contestar dicho ejercicio. Se encontraron satisfactoriamente las posiciones correspondientes del recorrido de los corredores, tomando como referencia ciertas fracciones como la unidad, un medio y un tercio.

En los ítems tres y cuatro, fue necesario realizar una relación entre una representación gráfica para asignarle una representación simbólica a través de la fracción. Se mostraban diferentes figuras con una parte sombreada; lo interesante del ejercicio fue identificar que independientemente de la forma, algunas reparticiones pueden llegar a representar la misma parte del todo, pero estar en dimensiones diferentes hablando en términos de superficie.

Para el último ítem se recurrió a la problematización para comparar dos casos y representar los resultados de manera simbólica a través de la fracción.

En la segunda actividad propuesta por Block (1997) se realizaron mediciones a través de tiras de diferentes medidas. Resultó interesante que la mayoría de las representaciones de las tiras eran fracciones impropias. Sin embargo, el propósito de la actividad radica en encontrar la función del denominador de la fracción, pues este determinó las veces que se debían medir las tiras para formar una nueva.

De esta manera se logró determinar qué como docente en formación, cuento con los conocimientos matemáticos básicos sobre el contenido de fracción. Sin embargo, esto no define el panorama completo sobre el proceso de enseñanza-aprendizaje que cualquier docente de primaria debe tener para introducir dicho contenido matemático. Por ello fue imprescindible utilizar otro un instrumento de evaluación que ayudara a interpretar los resultados de los instrumentos aplicados. Se diseñó una escala estimativa (véase Apéndice C) dividida en dos dominios basados en la teoría de Ball et al. (2008): *conocimiento del contenido* y *conocimiento pedagógico* que son fundamentales en cualquier proceso de enseñanza-aprendizaje de contenidos matemáticos y con ello, dar respuesta a la primera pregunta guía de la investigación.

En el caso del dominio del *conocimiento pedagógico* en específico en el *conocimiento del contenido y lo estudiantes* me evalúe los conocimientos que combinan los saberes acerca de los estudiantes y los saberes acerca de las matemáticas, como el predecir los errores que los estudiantes cometen con regularidad. Pude darme cuenta que en la mayoría de los indicadores me encontraba en un nivel de logro mejorable, pues carecía de información sobre las características de los procesos de desarrollo y aprendizaje infantil y no lograba identificar las características cognitivas de los alumnos en sintonía con sus diferentes estilos de aprendizaje. Además, carecía de información suficiente sobre las estrategias de enseñanza sobre el contenido de fracción para que estas propiciarán un óptimo desarrollo de la habilidad cognitiva de los alumnos.

Respecto del *conocimiento del contenido y de la enseñanza* pude observar me encontraba en el nivel de logro mejorable pues se me dificultó diseñar y planificar situaciones didácticas acordes al contenido de fracción y no contaba con los conocimientos necesarios para evaluar las diferentes actividades didácticas.

En torno al *conocimiento del contenido y del currículum* me evalúe acerca del conjunto de programas que se diseñan para la enseñanza de temas como la fracción, así como también la variedad de materiales educativos disponibles en relación con los programas y el conjunto de características que sirven como indicaciones y contradicciones para el uso del plan de estudios vigente para la educación primaria. En ese sentido, logré darme cuenta de que en la mayoría de los indicadores me encontraba en un nivel de logro mejorable o insatisfactorio, pues me costaba

trabajo explicar cómo los propósitos educativos del currículum vigente orientan mi intervención didáctica. También me costó trabajo justificar la aparición y ubicación del contenido de fracción en el currículum. Por lo contrario, de forma satisfactoria logré integrar el currículo vigente en mis planificaciones de las actividades pedagógicas del contenido de fracción.

Sobre el *conocimiento especializado del contenido* me evalúe con respecto del conocimiento matemático que incluye los saberes de un profesor de primaria que va a enseñar matemáticas. En la mayoría de los indicadores registré un nivel de logro mejorable pues no conocía de todo el contenido de fracción en términos de enseñanza. También tenía dificultad para impartir con claridad el contenido de fracción, de igual forma me costaba trabajo expresarme con terminología, rigor y notaciones adecuadas con respecto del contenido de fracción. Pese a estas dificultades si tenía conciencia sobre las dificultades que se presentan a la hora de la enseñanza del contenido de fracción.

Finalmente, respecto del *conocimiento del horizonte* que abarca los conocimientos de cómo los temas de matemáticas se relacionan a lo largo del currículum, así como una visión útil sobre las conexiones con las ideas matemáticas posteriores con respecto del contenido a abordar me encontré en un nivel de logro mejorable, pues no reconocía del todo la organización progresiva del contenido de fracción en los programas de educación vigentes en la educación primaria. Además, con dificultad vinculaba contenidos relacionados a la fracción, en las actividades para lograr los propósitos educativos y desconocía cómo rescatar los conocimientos previos de los alumnos para lograr una conexión con el contenido de fracción.

### ***El diagnóstico***

A manera de conclusión, el autodiagnóstico da cuenta de los siguientes aspectos:

- Se encontraron deficiencias en el conocimiento sobre los procesos de desarrollo y aprendizaje infantil, de sus características cognitivas y estilos de aprendizaje.
- Falta de claridad en las estrategias que se utilizan para la enseñanza de la fracción.
- Inseguridad para diseñar situaciones didácticas sobre fracciones.
- Inseguridad para la enseñanza del contenido de fracción.
- Conocimientos básicos sobre el contenido de fracción y su enseñanza.
- Existe conocimiento sobre las dificultades que presenta la enseñanza del contenido de fracción.
- Conciencia sobre la importancia curricular del contenido de fracción en el trayecto formativo de los alumnos.
- Conciencia sobre la responsabilidad profesional de contribuir de manera efectiva en la construcción del concepto de fracción en mis alumnos.

Por lo anterior concluí que con base a los resultados obtenidos en mi autodiagnóstico sobre mis dominios pedagógicos y del contenido de fracción no era factible que interviniera de manera efectiva para favorecer la construcción del concepto de fracción en los alumnos del tercer grado hasta que no se tomaran medidas y decisiones para resarcir las áreas de oportunidad en mis dominios pedagógicos y del contenido de la fracción.

### ***Las decisiones***

Con base a los resultados obtenidos durante el proceso de autodiagnóstico, se tomaron las siguientes decisiones:

- Realizar una justificación teórica de cada uno de los indicadores de la escala estimativa que sirvió para la realización de la autoevaluación con el propósito de solventar las carencias cognitivas que existían en relación con el contenido de fracción y su pedagogía.
- Para la elaboración del plan de acción de esta investigación, utilizar actividades ya propuestas por diferentes investigadores expertos en fracciones a fin de tener la certeza de que dichas actividades ya habían sido validadas. Estas serían adaptadas al contexto y necesidades específicas del grupo a aplicar, así como también la posibilidad de realizar algunas variaciones para los diferentes propósitos que la investigación demandara.
- Para evitar errores y bloqueos pedagógicos a la hora de aplicar el plan de acción, se pilotearon todas las actividades a aplicar para analizar las posibles fallas y dificultades. Esto permitió una observación y acompañamiento constante por parte de la asesora de la presente investigación quien hizo las retroalimentaciones necesarias para la corrección de los errores presentados.

Es así como el resultado de este autodiagnóstico dio cuenta de mi nivel de logro en relación con mis dominios pedagógicos y del contenido de fracción. Se mostraron las dificultades localizadas para abordar un contenido complejo como, la fracción.

### **Plan de acción**

Con base a los resultados del autodiagnóstico realizado se construyó el plan de acción tomando diferentes actividades ya propuestas por varios autores especialistas en fracciones. Se construyó una secuencia didáctica de seis sesiones como se plantea en la Tabla 3.

**Tabla 3***Organización del plan de acción.*

Sesión 1	Actividad base “Vasitos y envases” (Pujadas y Eguíluz, 2000)	Nombre de la sesión De vasito en vasito
Sesión 2	“Vasitos y envases” (Pujadas y Eguíluz, 2000)	El sobrante
Sesión 3	“Vasitos y envases” (Pujadas y Eguíluz, 2000)	Varios sobrantes
Sesión 4	“Midiendo longitudes” (Block, 1997)	Midiendo tiras
Sesión 5	“Midiendo longitudes” (Block, 1997)	Construyendo tiras
Sesión 6	“La mandarina” (A. Sánchez, comunicación personal, 24 de marzo del 2023)	De gajo en gajo

De manera general se describen los elementos generales de cada sesión:

Sesión 1. La sesión uno, denominada *De vasito en vasito*, se realizó en equipos de cuatro y tres integrantes cada uno en un periodo de una hora y media. A cada equipo se le entregó una jarra sin graduar de diferente tamaño con respecto a los demás equipos. Posteriormente, se les entregó algunos vasos de plástico transparentes sin graduar y de diferentes tamaños. Se les indicó a los alumnos que cada equipo debería de llenar la jarra a su máxima capacidad con agua, para después aplicar un poco de colorante vegetal de diferente color en cada equipo. Enseguida se lanzó la primera consigna problematizadora: escoger alguno de los vasos y decir cuántas veces cabía la cantidad de agua que le cabe en el vaso de plástico, en la jarra transparente. Todo esto con la finalidad de lograr que los alumnos denominaran esa cantidad.

Sesión 2. La sesión dos: *el sobrante*, se realizó en los equipos conformados anteriormente en un lapso de una hora y media. De igual forma, a cada equipo se le entregaron vasos de diversos tamaños y una de las jarras usadas en la actividad anterior. Se indicó que cada equipo debería de llenar con agua la jarra a su máxima capacidad y aplicar un poco de colorante vegetal de diferente color para cada equipo. Posterior a ello, se lanzó la situación problemática al grupo: debían llenar toda la cantidad de vasos posibles sin importar el tamaño.

Después, se ocupó el sobrante de líquido en la jarra para ser medido y representado con una fracción con respecto de la capacidad completa de la jarra. A diferencia de la actividad anterior, los alumnos tenían que representar simbólicamente dicha fracción, por lo que fue necesario que se explicara de manera grupal la estructura de la fracción y sus elementos para representarla simbólicamente.

Sesión 3. Se denominó *varios sobrantes*. Consistió en que cada equipo debería de llenar la jarra a su máxima capacidad con agua, para después llenar todos los vasos posibles y una vez que quedara un sobrante en la jarra se midiera con respecto de la capacidad total de la jarra, para de esta manera denominarlo y representarlo simbólicamente. Una vez encontrada la representación, se continuó la problematización cuestionando lo siguiente: Si yo tuviera 1, 3, 5, 7 y 9 veces ese sobrante ¿Que fracción representaría dichos sobrantes en cada situación?, esto con el propósito de que el alumno observara que el numerador indicaría el número de veces del sobrante y de esta manera conociera las fracciones con numerador diferente de uno y su utilidad.

Sesión 4. Se le denominó *midiendo tiras*. Se entregaron a cada equipo las tiras a utilizar (L, A, B, C, D, E, F, G, H) y se lanzó la consigna de tener que denominar y representar simbólicamente la fracción que representa la medida de las tiras A, B, C, D, E, F, G, y H con respecto de la tira L.

Sesión 5. *Construyendo tiras* se realizó en equipos en un periodo de una hora y media. Se les dictaron diferentes fracciones y con base en ellas deberían de formar nuevas tiras con respecto de la tira U.

Sesión 6. *De gajo en gajo* se realizó en equipos en un periodo de una hora y media. Se le entregó a cada equipo una mandarina pequeña para que la pelaran y dividieran en gajos. Posterior a ello se les preguntó ¿Qué parte de la mandarina completa es cada gajo? y ¿Todos los gajos son iguales? ¿serán del mismo tamaño? Se les entregó una báscula de cocina para que ellos mismos encontraran a través de la medición, el peso de cada gajo, de la cáscara y de la mandarina completa además de representar fraccionariamente la parte que representa cada gajo con respecto de la mandarina completa.

### **Descripción del proceso**

Como parte del proceso reflexivo de mi práctica educativa a continuación describo y analizo cada una de las actividades que conformaron mi plan de acción diseñado para la intervención con los alumnos del tercer grado de primaria.

**Sesión 1. De vasito en vasito.** Al principio, los equipos escogieron el tamaño del vaso con el que empezarían a llenar la mayor cantidad de vasos posibles, algunos equipos decidieron escoger el vaso más pequeño como se muestra en la Figura 6, pues en sus palabras <<es más fácil llenar los pequeños>>, por el contrario, algunos otros equipos escogieron el tamaño más grande pues <<así se acaba más rápido el agua>>. Sin embargo para otros no resultó de suma importancia el escoger un tamaño de vaso determinado pues al preguntarle el por qué habían escogido ese vaso respondían <<lo escogimos al azar>> como se muestra en la Figura 7.

Una vez que todos los equipos llenaron la mayor cantidad posible de vasos del tamaño escogido proseguí a preguntarles ¿Cómo llenaron los vasos? a lo que obtuve respuestas cómo <<Llenamos los vasos hasta el tope>>; sin embargo para los equipos que escogieron el tamaño más pequeño, resultó que, al ser el tamaño de menor capacidad, el número de vasos no les alcanzó para seguir llenando vasos de ese mismo tamaño, por lo que tuvieron que resolver esta problemática a lo que los equipos mencionaron que <<Tuvimos que llenar todos los vasitos pequeños para después ir vaciando en otros vasos lo que le cabe al vaso pequeño e irlos contando>> como se muestra en la Figura 8, de esta manera lograron contabilizar la cantidad de veces que cabía el líquido del vaso escogido en la jarra completa.

**Figura 6.**

*Llenado de vasos pequeños (1).*



**Figura 7.**

*Llenado de vasos sin importar el tamaño.*



**Figura 8.**

*Llenado de vasos con el sobrante.*



Sin embargo, los alumnos me daban respuestas utilizando números naturales por ejemplo <<caben 8 veces>> o <<caben 12 veces>>, por lo que tuve que recordarles que la consigna era contestar a la pregunta ¿Qué parte de la jarra es la cantidad de agua que le cabe al vaso elegido? A partir de esto, los equipos empezaron a reflexionar en equipo para tratar de encontrar una expresión numérica que diera respuesta a esta interrogante. Fue entonces, hasta que un equipo que tal vez en el mismo lenguaje común y diario había utilizado el lenguaje fraccionario y le resultó oportuno tratar de descifrar de qué manera denominar las veces que cabe la capacidad del vaso escogido con respecto de la capacidad de la jarra, a lo que me contestaron <<Es un octavo>>, y de esta manera los demás equipos lograron entender que dicha interrogante se respondía utilizando un lenguaje fraccionario, del cual en su mayoría tenía conocimientos previos muy básicos de expresiones utilizadas en su día a día. Después de esto empezaron a denominar fracciones como << es un dieciseisavo>> o <<es un doceavo>>. Resultó sorprendente que pudieran encontrar una expresión verbal para denominar este tipo de fracciones.

Una vez encontrada la denominación que daba respuesta a la interrogante se prosiguió a compartir de manera grupal las respuestas de cada equipo para tratar de encontrar algunas de las características que posee el lenguaje fraccionario para denominar fracciones. Se llegó a la conclusión que, para denominar, por ejemplo, si cabían dos, tres, cuatro o hasta diez veces es decir las fracciones con denominadores dos, tres, cuatro, cinco, seis, siete ocho, nueve y diez se utiliza un nombre en específico para cada fracción (medio, tercio, cuarto, quinto, sexto, séptimo, octavo, noveno y décimo). Sin embargo, para denominar que cabía once, doce o más es decir las fracciones con denominadores del once en adelante se agregaba el sufijo “avo” después de decir el número como se dice en los números naturales, por ejemplo: onceavo, doceavo, treceavo, catorceavo, etc.

He de mencionar que hasta ese momento no se había explicado nada acerca de la representación simbólica de la fracción ni de los elementos que lo conforman para su representación simbólica (numerador y denominador). Simplemente se explicó con base a las veces que cabía la cantidad de líquido del vaso escogido en la jarra completa, con el fin denominar las fracciones utilizando los conocimientos previos que contaban algunos alumnos en relación al lenguaje cotidiano y escolar que manejan.

**Reflexión. Sesión 1: De vasito en vasito.** Al aplicar la actividad y observar lo realizado y reflexionado por los alumnos, me percaté de la importancia de los conocimientos previos en este tipo de actividad, en especial cuando se trata de la introducción de un objeto matemático como en este caso la fracción. A pesar de que los alumnos no contaban con conocimientos

escolares previos sobre las fracciones, pero si lo habían escuchado e incluso utilizado en su lenguaje cotidiano. También fue necesario retomar un poco sobre los conocimientos previos del concepto de medición de las propiedades de la materia, pues esto ayudaría a comprender el propósito mismo de la actividad y la importancia de la medición. Los conocimientos previos inciden directamente en los procesos de aprendizaje. Es necesario y conveniente abordarlos, teniendo presente el enfoque del aprendizaje que se haya asumido (Ausubel, Novak & Hanesian, 1990).

En el desarrollo de la sesión fue evidente ver diferentes factores a analizar, entre los que destacaron la comunicación asertiva que existió siempre en los equipos para tratar de resolver la consigna problematizadora. Más allá de solo expresiones verbales, si no que dentro de los integrantes de cada equipo lograron crear un lenguaje grupal que permitió expresar opiniones de la propia actividad. De igual forma, otro factor importante fue que el lenguaje matemático de los alumnos se limitaba a expresiones numéricas utilizando exclusivamente números naturales lo que causa un sesgo de números naturales generando complicaciones en su uso y aprendizaje (Morales, 2019). Fue necesario recurrir al lenguaje fraccionario que está inmerso en su propio lenguaje cotidiano para que a través de la problematización, encontrarán una denominación que no fuera a través de los números naturales. En esta situación otro de los factores importantes fue la utilización de material manipulable que permitiera la experimentación de la medición de líquidos “Usar materiales favorece la acción y la experimentación, no es lo mismo reconocer un cuadrado que construir uno con tiras de cartulina, ni es fácil comprender la equivalencia sin experimentar con las balanzas” (Bitlloch, 2016 p. 59).

Es así como, a través de esta actividad se logró a través de la experimentación de la medición de un líquido, con ayuda de material manipulable, los alumnos pudieron denominar utilizando un lenguaje fraccionario. Por tanto, en la siguiente sesión del plan de acción se continuó el trabajo de la denominación, pero ahora introduciendo la representación simbólica y la explicación de la estructura de su representación.

**Sesión 2. El sobrante.** La actividad se comenzó retomando con una retroalimentación grupal sobre la actividad anterior en la que obtuve respuestas cómo <<medimos el agua que le cabía a los vasitos para ver qué parte de la jarra era>> Se deduce que tenían claro que la actividad consistía en experimentar a través de la medición. Entonces pregunté: ¿Cómo contestaron a la pregunta de qué parte de la jarra era lo que le cabía en el vaso que habían escogido? Obtuve respuestas como: <<no pudimos utilizar los números *normales* y tuvimos que utilizar fracciones>>. Esta respuesta da a entender que tienen nociones básicas sobre qué es

una fracción, pero era necesario que, a través de la problematización, se vieran en la necesidad de no utilizar números naturales y recurrieran a utilizar la fracción como un nuevo número.

Posterior a esta explicación se dio pie a comenzar con la consigna de la actividad la cual consistía en llenar la mayor cantidad de vasos de todos los tamaños. A diferencia de la actividad anterior, en esta ocasión debían llenar toda la cantidad de vasos posibles de todos los tamaños que se les había entregado, y después de llenar la mayor cantidad de estos, debían de encontrar la cantidad del sobrante de líquido en la jarra.

Los equipos comenzaron a llenar la mayor cantidad de vasos posibles sin importar el tamaño. Al acercarme a los equipos pregunté ¿Qué estrategia utilizaron para decidir cuáles vasos llenarían primero? Algunos equipos me contestaron: <<comenzamos llenando los vasos más pequeños y así fuimos tomando de los vasos más grandes>> como en la Figura 9, mientras que algunos otros no le tomaron importancia al orden del llenado pues comentaron: <<llenamos todos los vasos sin importar el orden>> como en la Figura 10.

**Figura 9.**

*Llenado de vasos pequeños (2).*



**Figura 10.**

*Llenado de vasos de manera aleatoria*



Una vez que todos los equipos habían encontrado el sobrante de sus jarras, lancé la segunda parte de la consigna problematizadora ¿Qué parte de la jarra es dicho sobrante? Los alumnos comenzaron a dar respuestas aleatorias y solamente estimaban utilizando fracciones pues dieron respuestas como <<es un cuarto>> o <<es un doceavo>>. Pero cuando les pedí que me comprobaran que su respuesta era verdadera se quedaban callados. Por lo que en equipos tuvieron que idear una estrategia que les permitieran comprobar qué parte de la jarra era dicho sobrante. Hubo equipos que comentaban que <<podemos marcar la altura de dónde queda el agua en el vaso en la jarra e ir subiendo>>. No comprendían que el vaso y la jarra eran dos cuerpos de distintas dimensiones hablando en términos de volumen, por lo que tuve que repetirles en varias ocasiones la consigna, haciendo énfasis en lo que tenían que responder era: qué parte de la jarra era el sobrante. Al darse cuenta que podían marcar los vasos con plumones, comenzaron a marcar sobre el vaso de plástico justo en donde estaba su sobrante, lo que les sirvió como una unidad de medida no convencional. De aquí les cuestioné el por qué habían decidido marcar el vaso hasta donde llegaba el sobrante como se muestra en la Figura 11. Contestaron <<por qué en la actividad anterior utilizamos un vaso completo, pero ahorita solo necesitamos encontrar que parte de la jarra es el sobrante>>.

**Figura 11.**

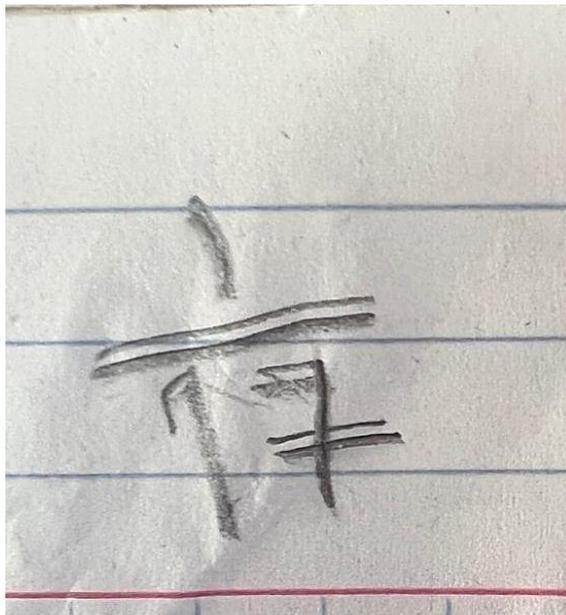
*Marcaje del sobrante.*



Una vez que lograron encontrar su unidad de medida no convencional, comenzaron a medir la cantidad de veces que cabía el sobrante en la jarra completa, pues al tener marcado hasta donde llegaba el sobrante fueron vaciando el agua de los demás vasos hasta la marca del vaso del sobrante y éste a su vez era vaciado sobre la jarra para realizar la contabilización de las veces que cabía en la jarra completa. Una vez hecho esto, por equipo se les solicitó que escribieran en sus libretas la respuesta a la consigna utilizando la fracción que daba respuesta a qué parte de la jarra era su sobrante como en las Figuras 12, 13 y 14. Posterior a ello, de manera grupal se anotó en el pizarrón las respuestas de todos los equipos y se llegó a la conclusión que, al estar utilizando la fracción como medida, el numerador de estas fracciones solamente sería 1, ya que solo estábamos hablando de un solo sobrante y que el denominador además de decirnos la manera de nombrar a la fracción, nos indicaba el número de veces que cabía el sobrante sobre la jarra.

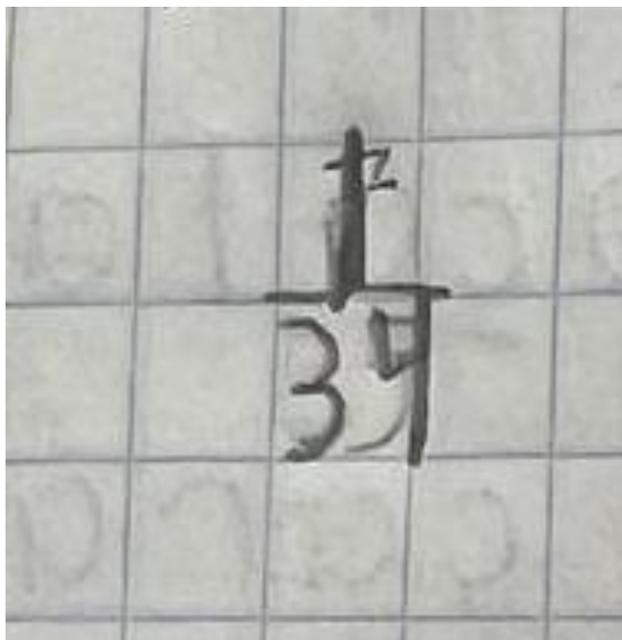
**Figura 12.**

*Representación simbólica de la fracción (1).*



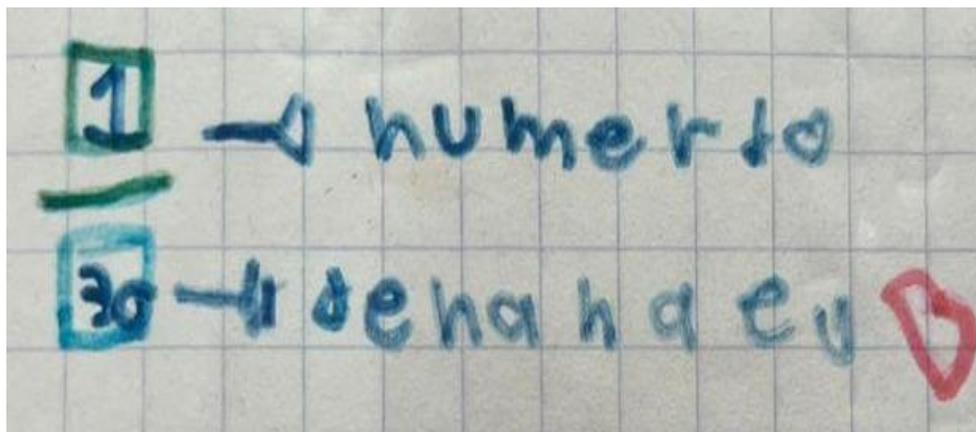
**Figura 13.**

*Representación simbólica de la fracción (2).*



**Figura 14.**

*Representación simbólica de la fracción (3).*



**Reflexión. Sesión 2: El sobrante.** Esta segunda sesión fue una continuación directa a la actividad de la primera sesión donde los alumnos debían solo denominar utilizando el lenguaje fraccionario para que de esta manera, en esta segunda sesión se diera paso a dar una representación simbólica a ese lenguaje fraccionario que estaban utilizando. En palabras de Hiebert & Carpenter (1992, p. 66) “para pensar sobre ideas matemáticas necesitamos representarlas internamente, de manera que permita a la mente operar sobre ellas”. Fue necesario realizar la explicación de la estructura de la representación simbólica de la fracción. Les costó trabajo entender que la fracción está compuesta por dos elementos numéricos y que debe ser entendida como un solo número. De este modo a través de esta actividad logré comprender cómo los alumnos se percataron del papel que juegan los elementos que conforman la estructura de la fracción, por ejemplo para representar la cantidad de sobrantes tomados o las veces que cambia el sobrante en la jarra completa. Esto me confirma que el trabajo a través de la experimentación con la medición de un líquido le permite al alumno manipular el objeto matemático a trabajar, más allá de una simple representación abstracta como comúnmente se hace. Navarro (2012) afirma que la experimentación en el aula apoya la construcción del conocimiento por medio de visualizaciones, apoya la motivación, provoca una mejor comprensión y asimilación de conceptos y favorece el trabajo grupal y colaborativo.

Hasta este momento del plan de acción, los alumnos fueron capaces de denominar verbalmente una fracción y representarla simbólicamente entendiendo a la fracción como un solo número conformado de dos elementos numéricos representados por los números naturales. La continuación a estas actividades fue fundamental para determinar el papel que juega el numerador en la representación de la fracción.

**Sesión 3. Varios sobrantes.** La sesión comenzó retomando algunas experiencias y opiniones sobre la actividad anterior. Los alumnos comentaron que <<medimos la cantidad de veces que cupo un sobrante en una jarra completa>> mientras que otros comentaron que <<escribimos en la libreta la fracción que representa la parte que ocupaba el sobrante en la jarra>>. Al preguntarles qué fue lo que más se les había dificultado, respondieron: <<se me dificultó entender cómo se escribe una fracción, ya que solo había escrito los números que todos conocemos>>, refiriéndose a los números naturales. Esto dio lugar a recordar que era común que nos costará trabajo entender que existen números *diferentes* a los ya conocidos llamados *naturales* y que éstos *nuevos números* que estaban aprendiendo, sirven para representar otras situaciones en las cuales los números naturales no nos permiten hacerlo. En torno a esto un alumno comentó: <<Por ejemplo la fracción nos ayuda a representar cosas que no están completas, por ejemplo, el sobrante no era un vaso completo y lo comparamos con la cantidad de veces que cabía en la jarra completa>>, a lo que la mayoría de los alumnos asintieron.

Una vez hecha esta recuperación de experiencias previas, les entregué el material de trabajo mientras ellos se conformaban en los equipos ya establecidos desde la actividad uno. Una vez que estaban conformados en equipos y con su material completo, se dio la indicación de llenar la mayor cantidad de vasos posibles de todos los tamaños, para que al final logaran encontrar el sobrante de agua en la jarra. Para evitar que diera el mismo resultado que en la actividad anterior, se seleccionó cuidadosamente que las jarras fueran diferentes a las de la sesión pasada para cada equipo. Recordemos que todas las jarras eran de formas y capacidades diferentes.

Los alumnos llenaron los vasos, de igual forma a la actividad anterior. Algunos comenzaron con los vasos más pequeños como se muestra en la Figura 15 y otros llenaron sin distinción alguna al tamaño como en la Figura 16. Una vez que encontraron su sobrante, se les pidió que respondieran la cuestión: ¿Qué parte de la jarra es el sobrante? Los alumnos repitieron el mismo procedimiento que la actividad pasada y marcaron sobre el vaso justo donde terminaba el sobrante para establecer dicha marca como su unidad de medida no convencional y contabilizar las veces que cabía dicho sobrante en la jarra completa y de esta manera representar simbólicamente a través de la fracción la parte de la jarra que corresponde al sobrante como se muestra en la Figura 17.

**Figura 15.**

*Llenado de vasos de menor tamaño.*



**Figura 16.**

*Llenado de vasos al azar.*



**Figura 17.**

*Encontrando el sobrante.*



Ya que los equipos lograron encontrar la representación simbólica de la parte de la jarra que representa *una* vez el sobrante a través de la fracción, se les planteó lo siguiente: si hubiera no solo *un* sobrante, sino más veces esa cantidad ¿Que parte de la jarra sería? De manera aleatoria se les asignó a los equipos que responderían qué parte de la jarra era. Por ejemplo tres, cinco, siete y nueve veces ese sobrante. Algunos equipos de manera directa lograron hacer la representación fraccionaria ya que entendieron que el numerador era el que determinaba las veces que se repetía el sobrante. Hubieron equipos que me contestaron <<un sobrante es igual a un veintidosavo, pero si tengo cinco veces ese sobrante entonces serían cinco veintidosavos>>. Otros equipos necesitaron aún de la comprobación a través de la manipulación y la experimentación con los materiales brindados. Tuvieron que marcar la cantidad de veces el sobrante que se les asignó en diferentes vasos, para atender la consigna como se muestra en la Figura 18. De esta manera aprendieron que el numerador era el que indicaba la cantidad de veces que había de sobrante.

**Figura 18.**

*Llenado de seis veces el sobrante en diferentes vasos.*



Posterior a esto, se les indicó que escribieran en su libreta la presentación simbólica de la parte de la parte de la jarra que le corresponde a *uno* de los sobrantes y la parte de la jarra que le corresponde a la cantidad de sobrantes asignada como se muestran en las Figuras 19, 20, 21 y 22. Finalmente se anotó en el pizarrón estas respuestas para hacer una comparación en la escritura de la fracción y entender cuál es la función del numerador en esta situación en la que está implícita la medición.

**Figura 19.**

*Representación de la fracción para uno y siete sobrantes.*

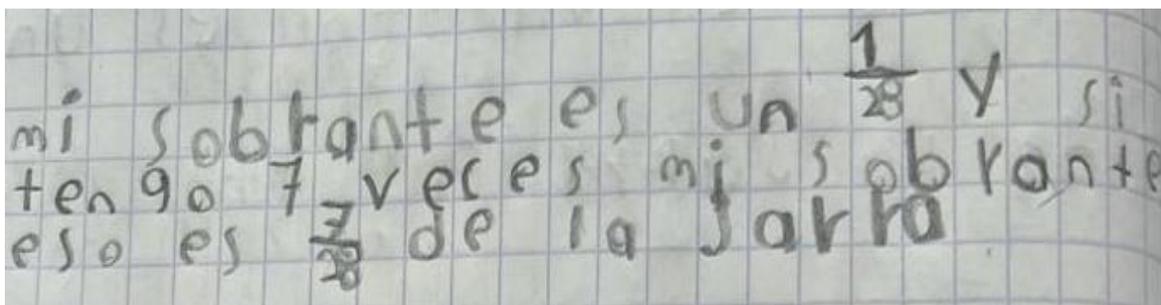


Figura 20.

Representación de la fracción para uno y nueve sobrantes.

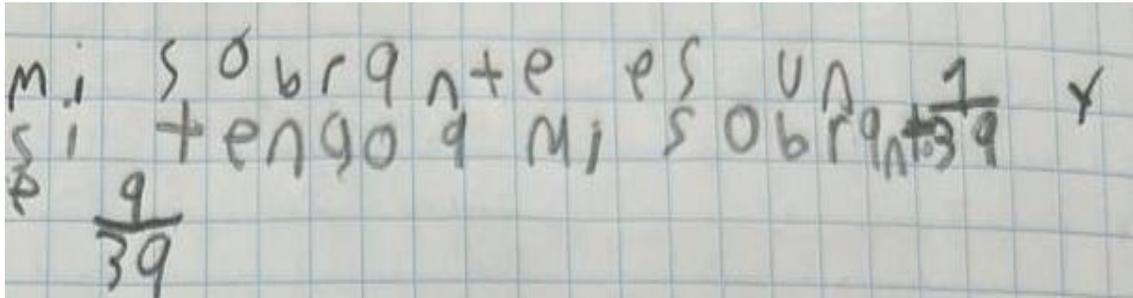


Figura 21.

Representación de la fracción para uno y cinco sobrantes.

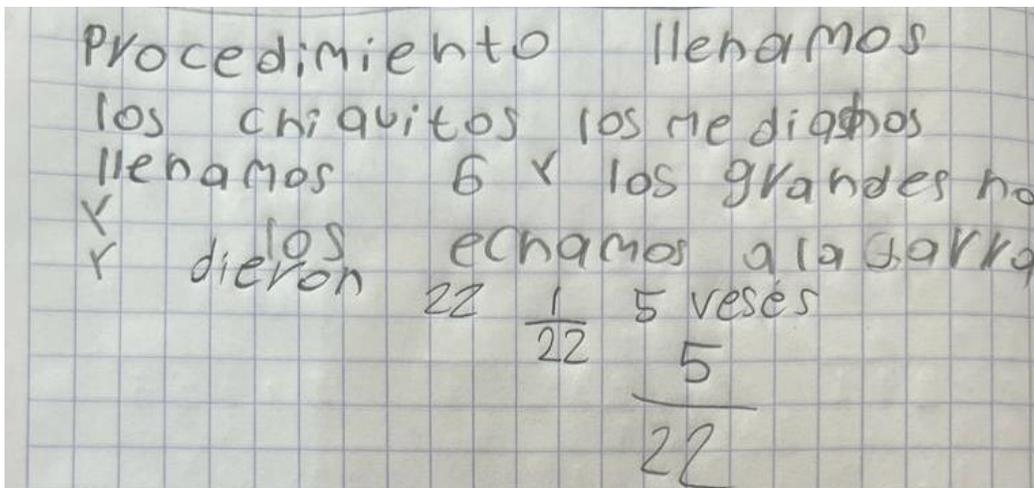
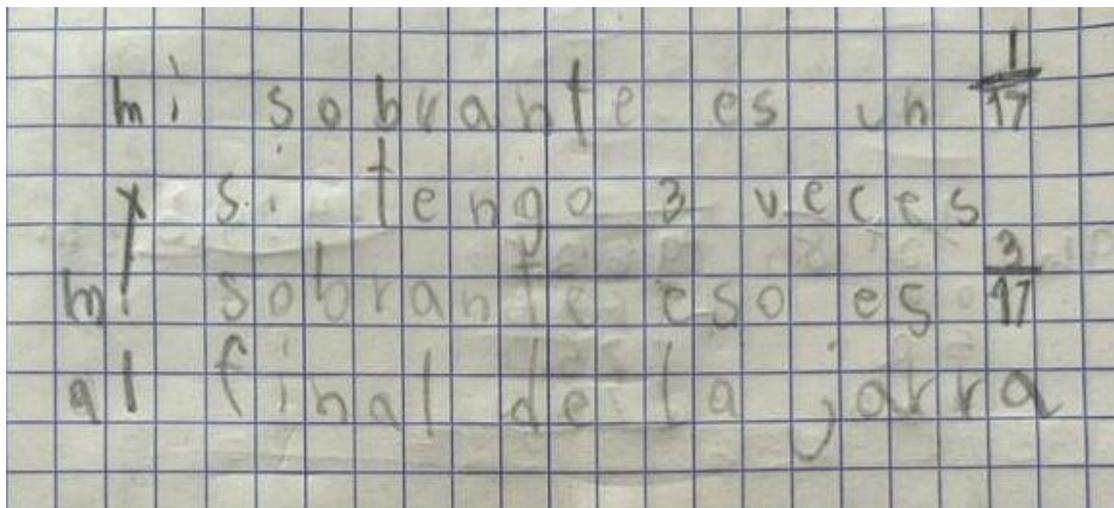


Figura 22.

Representación de la fracción para uno y tres sobrantes.



**Reflexión. Sesión 3: Varios sobrantes.** Esta tercera sesión va ligada a las dos anteriores. Retoma la primera actividad que en esencia es la misma, ya que se continúa trabajando con la experimentación a través de la medición y a su vez se problematiza con diferentes consignas que permiten el trabajo colaborativo y la resolución de problemas con base a la riqueza de las opiniones de los integrantes de cada equipo (Lucero, 2003).

Durante el transcurso de esta sesión se pudo observar que, al principio, los alumnos se encontraban cómodos ya que el ambiente les era conocido, pues la actividad parecía ser igual a la de la sesión anterior. Sin embargo al problematizarlos, los equipos se ven obligados a discutir, escuchar y proponer soluciones. Los alumnos generan estrategias propias para su aprendizaje (Poot-Delgado, 2003). Por ello cuando se les cuestionó sobre qué pasaría si en lugar de ser solamente *un* sobrante fueran tres, cinco, seis, siete, nueve veces, algunos equipos lograron realizar una construcción abstracta de la representación de la fracción y contestaron de manera acertada. Lograron entender que el numerador era el encargado de determinar las veces que se estaba repitiendo el sobrante. Otros equipos tuvieron la necesidad de comprobar la respuesta a través de la manipulación del material. Aprendí que esto sucede cuando se está introduce un nuevo objeto de aprendizaje y que se irá gradualmente desarrollando de manera personalizada en cada alumno. Permitir que los alumnos piensen, analicen y argumenten sus conocimientos les permite solucionar problemas (Jaramillo y Puga, 2016).

Hasta este momento logré que los alumnos denominaran verbalmente una fracción y que la representaran numéricamente comprendiendo la función del numerador y el denominador.

**Sesión 4. Midiendo tiras.** La sesión comenzó preguntando acerca de las propiedades de la materia en la que se pretendía recordar la propiedad de la materia que se midió en las tres sesiones pasadas. Los alumnos respondieron: <<medimos la cantidad de agua que le cabía a los vasos y la jarra>>. Otros fueron más concisos respondieron: <<medimos el volumen de los vasitos y las jarras>>. Luego les informé que durante esta sesión mediríamos otra propiedad de la materia llamada longitud. Les pregunté sobre lo que sabían al respecto del tema y obtuve respuestas como <<es la distancia de algo>> y <<se puede medir la altura de una persona>>. Pregunté ¿Con qué medimos estas distancias o longitudes? A lo que respondieron: <<con una regla>>. Enseguida comenté que en esta ocasión mediríamos algunas tiras de papel, pero que no utilizaríamos ningún instrumento de medición, sino que ocuparíamos otra tira que nos serviría para medir las demás tiras.

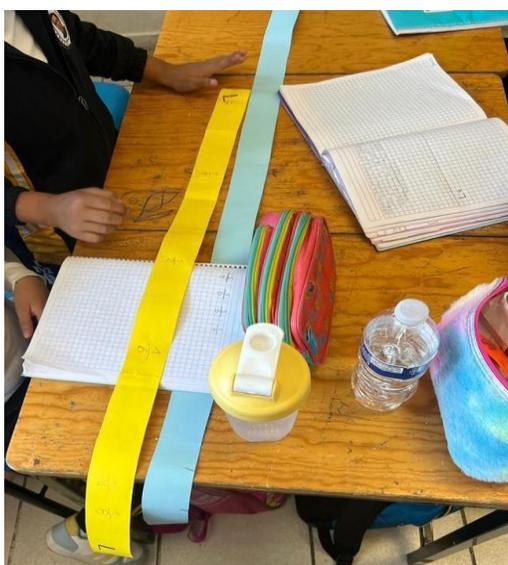
Se repartieron ocho tiras de papel de diferente longitud (A, B, C, D, E, F, G y H) así como también la tira L que servirá como tira base para medir las demás tiras. Cada tira era de colores

diferentes y estaba marcada con la letra correspondiente. Se solicitó a los alumnos que escribieran en sus libretas las medidas que debían encontrar de cada tira.

Se comenzó midiendo la tira A con la tira L. Pude observar que los equipos de inmediato compararon las longitudes de las tiras y al comprar la tira A con la tira L se dieron cuenta que la tira A medía dos tiras L, pues al realizar las trasposiciones y dobleces necesarios los alumnos llegaron a esa conclusión como se muestra en la Figura 23.

**Figura 23.**

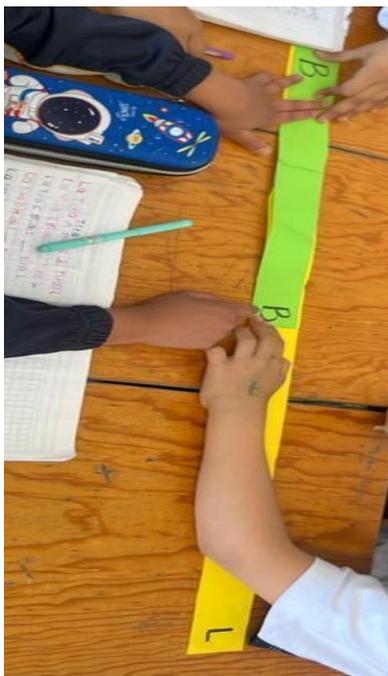
*Medición de la tira A.*



Los equipos siguieron con la tira B. Al preguntarles cuánto medía, me contestaron <<mide un medio de la tira L>>. Al cuestionar por qué comentaron: <<La tira L se forma con dos tiras B>> como se observa en la Figura 24.

**Figura 24.**

*Medición de la tira B.*



Para el caso de las tiras C y D, los alumnos observaron que dichas tiras eran más largas que la tira L, por lo que al sobreponerla sobre las tiras C y D observaron que había *un sobrante* de tira. Les pregunté: ¿Qué creen que signifique ese sobrante de tira? me respondieron <<pues tal vez igual que en la actividad de los vasos y jarras podamos utilizarlo para medir>>. Por consiguiente les animé a que lo hicieran. En efecto el sobrante fungía como una unidad de medida no convencional. Sus respuestas fueron: <<la tira C mide tres medios de la tira L porque la parte sobrante es un medio de la tira de L>> y <<la tira D mide cuatro tercios de L porque el sobrante mide un tercio de L>> como se muestra en las Figuras 25 y 26.

Por el contrario, la tira E media menos que la tira L, por lo que al sobreponer la tira L sobre la tira E, había un sobrante que correspondía a la tira L; así que los alumnos hicieron lo mismo que con las tiras C y D. Tomaron el sobrante como unidad de medida y al preguntarles cuánto media la tira E me respondieron <<mide dos tercios, pues el sobrante de la tira L es un tercio de la tira E>>.

**Figura 25.**  
*Medición de la tira D.*



**Figura 26.**  
*Medición de las tiras C y D.*

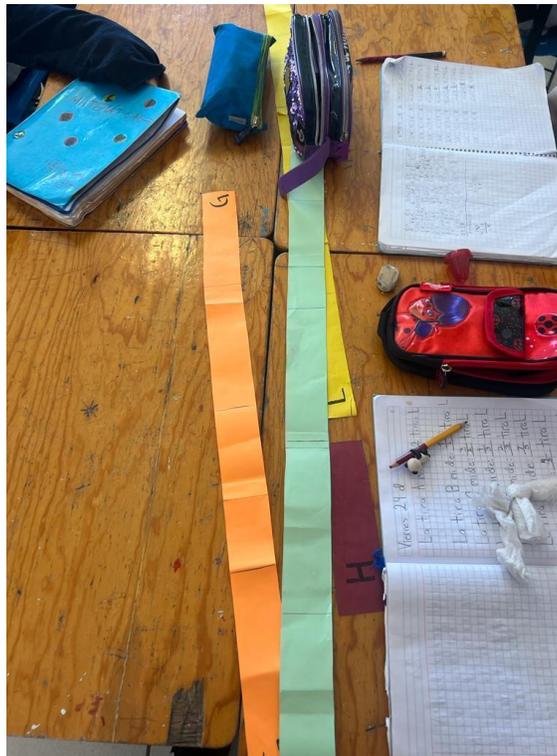


Para el caso de las tiras F, G y H, los equipos presentaron una mayor dificultad para realizar la medición. Sin embargo lograron identificar que de las tres tiras la más corta era la tira H, por lo que comenzaron a medir esta tira. Al sobreponer la tira H sobre la tira L se dieron cuenta

que evidentemente la tira H era más corta que la tira L. Luego midieron las veces que cabía la tira H a lo largo de la tira L. De aquí respondieron lo siguiente: <<la tira H mide un quinto de L por que cabe cinco veces a lo largo de la tira L>>. Con base en esta respuesta les dije que podían utilizar las otras tiras de las cuales ya conocían sus medidas para medir las tiras faltantes. Después de varios intentos con todas las tiras, lograron establecer que la tira H cabía siete veces en la tira F y cuatro veces en la G. Aquí su respuesta: <<la tira F mide siete quintos y la tira G cuatro quintos>> como se observa en la Figura 27.

**Figura 27.**

*Medición de las tiras F, G y H.*



Una vez encontrada las medidas de todas las tiras, se dio la indicación de escribir la respuesta en sus libretas. Posteriormente, se escribieron las respuestas de manera grupal en el pizarrón y se analizaron las estrategias utilizadas por los equipos como se aprecia en las Figuras 28, 29 y 30.

Figura 28.

Representación fraccionaria de las mediciones de las tiras (1).

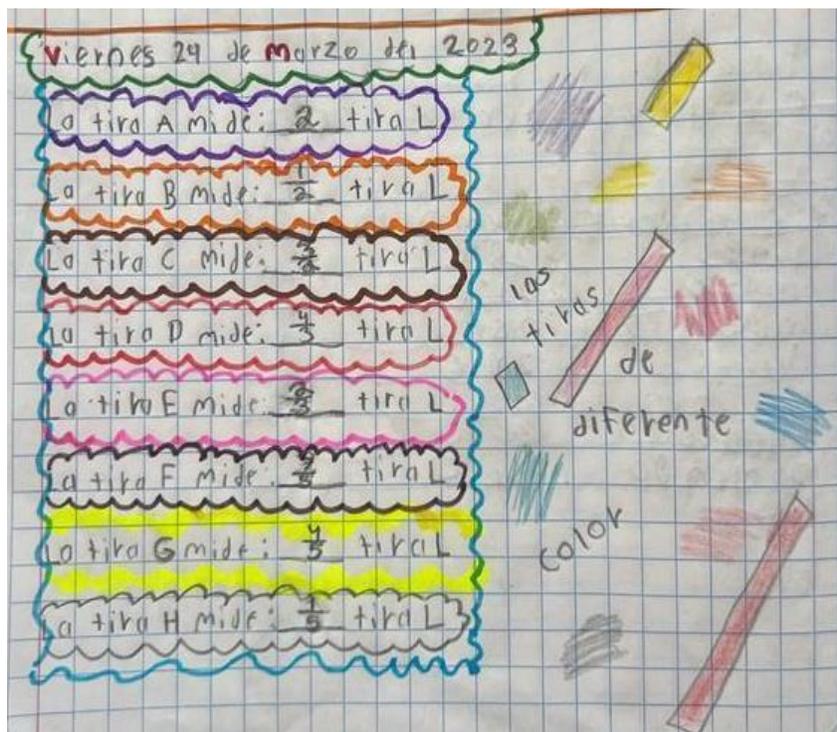
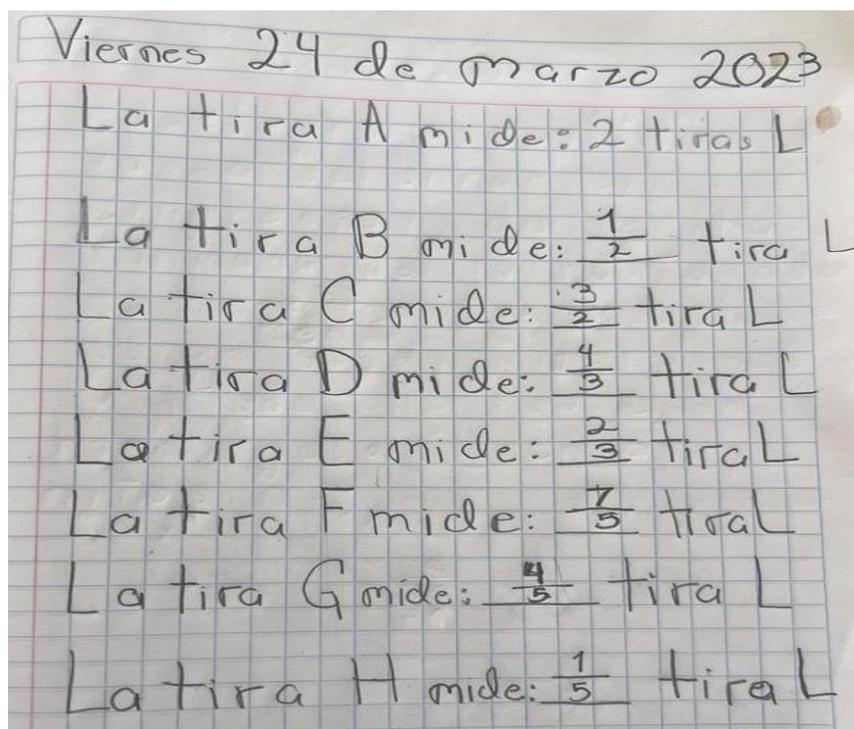


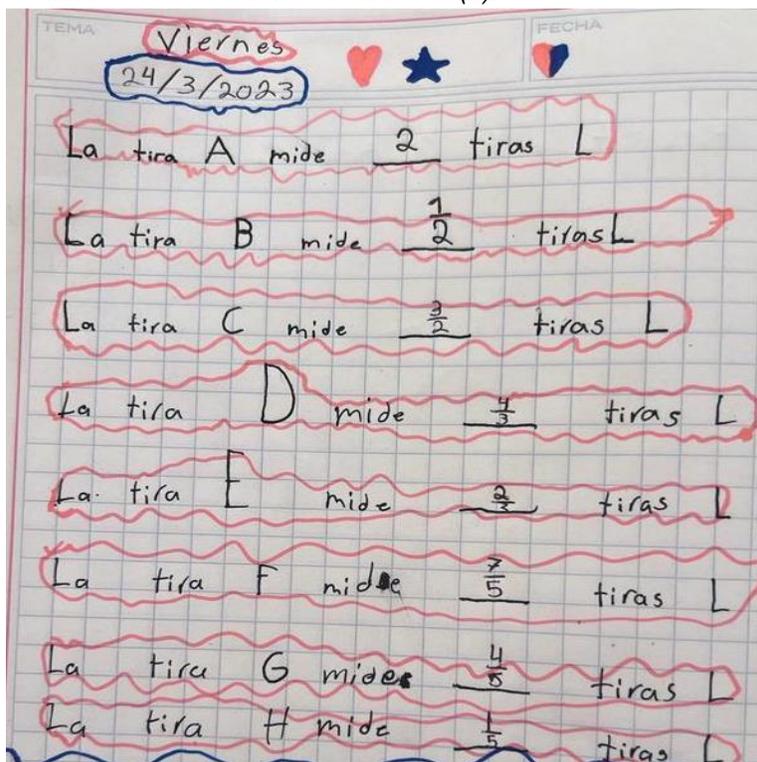
Figura 29.

Representación fraccionaria de las mediciones de las tiras (2).



**Figura 30.**

Representación fraccionaria de las mediciones de las tiras (3).



**Reflexión. Sesión 4: Midiendo tiras.** Durante esta sesión se continuó desarrollando la medición a través de la experimentación con modificación del elemento a medir. Ahora la propiedad de la materia que se midió fue la longitud. Se utilizaron tiras de diferentes tamaños y colores tomando como referente la actividad de Block (1997), asignando una tira base que funcionaría como unidad de medida no convencional para realizar las comparaciones de las medidas con la otras tiras.

Durante esta actividad fue evidente que el trabajo colaborativo cobró fuerza al momento de la toma de decisiones de los alumnos para encontrar las soluciones a las problematizaciones que les presenté. Al tener que usar fracciones impropias presentaron cierto conflicto en entender el por qué se representaban así. En palabras de Fazio y Siagler (1999, p. 10) "El confiar solamente en una comprensión parcial de las fracciones, a menudo deja a los niños confundidos en cuanto al significado de las fracciones mayores a 1". Por ello, a través de esta actividad logré que los alumnos realizarán una comparación de medidas a través de las tiras, y lo más importante, que comprendieran que una fracción también puede representar un número que es mayor que la unidad. Es así que esta actividad permitió a los alumnos ver la fracción como medida desde una perspectiva diferente y desarrollar un sentido crítico a través de la

manipulación y la experimentación. Como menciona Ausubel (1976, p. 56): “La esencia del proceso significativo reside en que ideas expresadas simbólicamente son relacionadas de modo no arbitrario, sino sustancial (no al pie de la letra) con lo que el alumno ya sabe señaladamente algún aspecto esencial de su estructura de conocimiento”.

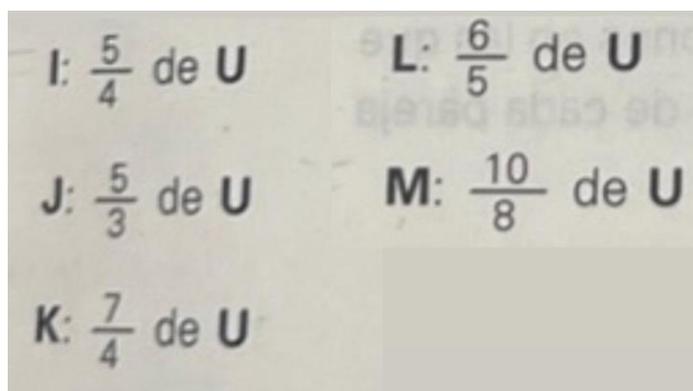
Fue necesario continuar la actividad en la siguiente sesión, pero ahora agregando mayor dificultad para que los alumnos formen sus propias tiras con base a una fracción dada, pues como menciona García (2009, 34) “construir experiencia es llenar de sentido una actividad en la que la práctica es un medio de constante reflexión sobre el fenómeno abordado”.

**Sesión 5. Construyendo tiras.** Para comenzar con la sesión se realizó una lluvia de ideas sobre la actividad de la anterior. Se destacó el uso de la medición de las longitudes de las tiras. En palabra de los alumnos: <<algunas tiras fueron más fáciles de encontrar su medida, pero las más difíciles fueron las que eran más largas que la tira L>>. Pese a las dificultades presentadas, lograron encontrar las fracciones que representan una cantidad mayor a la unidad. Posterior a esto, se solicitó al grupo que se agruparan en los equipos con los que han estado trabajando desde el inicio del plan de acción.

Una vez conformados los equipos se les indicó que debían anotar en su libreta las fracciones como se muestra en la Figura 31, y con base en estas construyeran las tiras usando la tira U como unidad de medida.

**Figura 31.**

*Fracciones para construir tiras.*



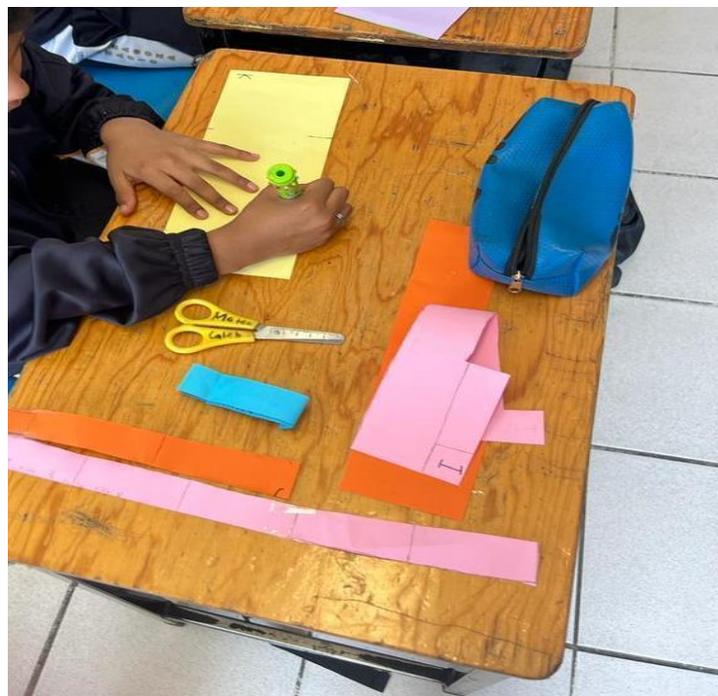
*Nota.* Tomado de *La enseñanza de las matemáticas en la escuela primaria. Taller para maestros. Segunda parte* (p. 31), por S. Block, 1997, SEP.

Les entregué hojas iris de diferentes colores, la tira U que servirá como tira base para construir las diferentes tiras en relación a las fracciones que previamente se escribieron en la libreta.

Los equipos comenzaron a construir las tiras, por lo que al acercarme a preguntarles ¿Qué estrategia van a utilizar para construir las tiras? Dijeron: <<iremos doblando la tira U varias veces, por ejemplo, en cuatro partes para la tira I y K y en cinco partes para la tira L>> como se observa en la Figura 32. Además, expresaron: <<mediremos la tira U doblada en las partes que debemos doblarla para después ir dibujando y cortando varias veces esa parte y construir las tiras nuevas>> Es decir, los alumnos tomarían esa tira doblada como una nueva unidad de medida y la replicarían en las hojas iris para ir cortando y formando las tiras que les solicité como se muestra en la Figura 33.

**Figura 32.**

*Doblez de la tira U.*



**Figura 33.**

*Construcción de tiras (1).*



Para el caso de las tiras I y K, los alumnos doblaron la tira U en cuatro partes para después construir la nueva tira con cinco y siete veces de dicho doblez. Para la tira J: <<doblamos la tira U en tres partes iguales y después dibujamos la tira U doblada en las hojas iris y lo recortamos varias veces, para después pegar cinco veces ese pedazo y construir a tira J>> como se muestra en la Figura 34.

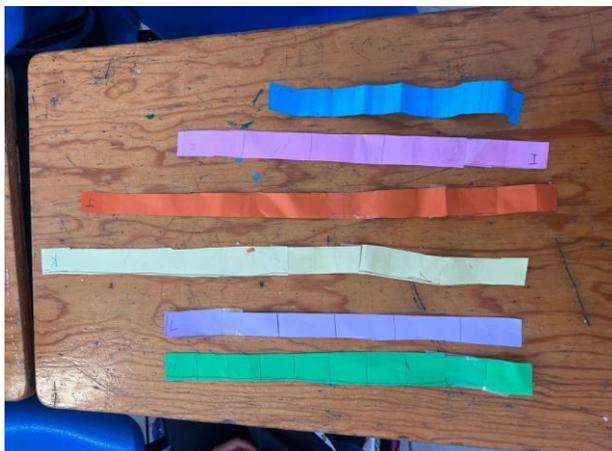
**Figura 34.**

*Construcción de tiras (2).*



De igual manera sucedió con la tira L y M, pero en este caso doblaron la tira U en cinco y ocho partes respectivamente. Dibujaron la tira doblada en hojas iris, recortaron estas copias de la tira doblada y las pegaron según el número de veces que indicaba el numerador de la fracción dada, en este caso eran seis y diez veces respectivamente como se observa en la Figura 35.

**Figura 35.**  
*Tiras construidas.*



Una vez construida todas las tiras, se realizó una retroalimentación grupal para escuchar las dificultades y experiencia vividas durante la actividad.

**Reflexión. Sesión 5: Construyendo Tiras.** Al modificar la actividad conseguí a través de la problematización, favorecer el análisis crítico de los estudiantes. Es necesario hacer énfasis que el material debe ser funcional pues la importancia de los recursos didácticos está en proporcionar experiencias que ayuden a la construcción de conocimientos cada vez más avanzados (Japón y Zambrano, 2017).

Reconozco que los alumnos son capaces de crear sus propias estrategias para resolver cualquier problema que se les plantee. En este caso, durante todo el plan de acción se trabajó la transversalidad directa con ciencias naturales. Al utilizar la experimentación como estrategia para poder medir algunas propiedades de la materia, fue importante observar que las actividades no son exclusivas a una asignatura. La integración de dos disciplinas a través de una situación problemática permitió el aprendizaje de las fracciones de una manera integral y dinámica (Kenley, 1999).

Esta actividad se suma al propósito principal del plan de acción, el cual busca realizar un acercamiento didáctico oportuno a la fracción a través de una conceptualización que se construye

con base a la resolución de diferentes situaciones problemáticas por medio de la experimentación y la medición. De esta manera se busca evitar complicaciones futuras en el uso de la fracción provenientes de una falta de comprensión conceptual (Fazio & Siegler, 2011).

La siguiente y última actividad de este plan de acción se enfocará a lograr que los alumnos comprendan y consoliden su concepto de fracción en su significado de medida utilizando una situación problemática diferentes a las ya trabajadas.

**Sesión 6. De gajo en gajo.** Se indicó a los alumnos que se integraran en los equipos ya establecidos con anterioridad y que instalarán los manteles de plástico en las mesas para evitar manchar con el material que se trabajaría. Se les entregó una mandarina a cada equipo y se les indicó que la pelarán y separara los gajos como se observa en las Figuras 36 y 37.

**Figura 36.**

*Pelando la mandarina (1).*



**Figura 37.**

*Pelando la mandarina (2).*



Se lanzó la primera pregunta: ¿Qué observan de la mandarina? a lo que algunos alumnos mencionaron algunas características visibles de la mandarina <<tiene gajos y semillas>>. Continué cuestionando: ¿Quién me puede decir qué parte de la mandarina representa cada gajo? De inmediato los alumnos contestaron con un lenguaje fraccionario, utilizado como referencia el número de gajos de cada mandarina por ejemplo algunos alumnos contestaron <<es un décimo porque tiene diez gajos>>. Sin embargo, los alumnos no se estaban dando cuenta que la mandarina no es una fruta uniforme en la que sus gajos fueran de iguales dimensiones. Pregunté: ¿Están seguros de que todos los gajos son del mismo tamaño? La respuesta unánime fue <<no>>.

Continué preguntando cómo podríamos comprobar qué parte de la mandarina era cada gajo. Así recibí comentarios de los alumnos que hacían un recuento de las propiedades de la materia que ya habíamos trabajado: <<pues ya medimos el volumen y la distancia, tal vez podríamos hacer lo mismo con la mandarina>>. Cuestioné entonces sobre lo que tendríamos que medir para lograr responder a la consigna. Para poder aportar a la resolución de este conflicto, convoqué a que de manera grupal recordaran algunas de las propiedades de la materia que se podían medir. Llegaron a la conclusión que midiendo el peso de la mandarina posiblemente podrían encontrar la parte de la mandarina que representa cada gajo.

Con lo anterior, procedí a proporcionar una báscula a los equipos para que pudieran pesar todos los gajos de su mandarina y hacer las anotaciones necesarias como se presenta en la Figura 38.

**Figura 38.**

*Pesando gajos de la mandarina.*



Una vez que los alumnos pesaron cada gajo como se observa en la Figura 39 pregunté: ¿Qué parte de la mandarina completa representa cada gajo? Esto causó en los alumnos un problema sobre cómo representar el denominador de la fracción. Después de varios minutos de discusión entre los integrantes de cada equipo, lograron determinar que el peso total de la mandarina era resultado de sumar el peso de cada uno de los gajos más su cáscara y eso representaría el denominador de la fracción. Asimismo, el peso de cada uno de los gajos y la cáscara estarían representados en el numerador de la fracción.

**Figura 39.**

*Pesando los gajos de mandarina.*



Posterior a esto, se solicitó a los alumnos escribir en su libreta la representación simbólica expresada en fracciones del peso de cada uno de los gajos como se muestra en las Figuras 40, 41 y 42.

Figura 40.

Representación fraccionaria de cada gajo (1).

Gajo 1:	2 gramos	$\frac{2}{33}$ avos
Gajo 2:	2 gramos	$\frac{2}{33}$ avos
Gajo 3:	2 gramos	$\frac{2}{33}$ avos
Gajo 4:	2 gramos	$\frac{2}{33}$ avos
Gajo 5:	2 gramos	$\frac{2}{33}$ avos
Gajo 6:	3 gramos	$\frac{3}{33}$ avos
Gajo 7:	2 gramos	$\frac{2}{33}$ avos
Gajo 8:	2 gramos	$\frac{2}{33}$ avos
Gajo 9:	3 gramos	$\frac{3}{33}$ avos
Gajo 10:	2 gramos	$\frac{2}{33}$ avos

medida  
peso m1  
caja cara medida II  
mandarina

Figura 41.

Representación fraccionaria de cada gajo (2).

1.	gramo 2	$\frac{2}{33}$
2.	gramo 4	$\frac{4}{33}$
3.	gramo 3	$\frac{3}{33}$
4.	gramo 3	$\frac{3}{33}$
5.	gramo 2	$\frac{2}{33}$
6.	gramo 3	$\frac{3}{33}$
7.	gramo 4	$\frac{4}{33}$
8.	gramo 3	$\frac{3}{33}$
9.	gramo 2	$\frac{2}{33}$
10.	gramo 4	$\frac{4}{33}$

**Figura 42.**

Representación fraccionaria de cada gajo (3).

			DIA	MES	AÑO
gajo:	1	2 gramos			
			$\frac{2}{42}$		
gajo:	2	2 gramos			
			$\frac{2}{42}$		
gajo:	3	3 gramos			
			$\frac{3}{42}$		
gajo:	4	3 gramos			
			$\frac{3}{42}$		
gajo:	5	3 gramos			
			$\frac{3}{42}$		
gajo:	6	3 gramos			
			$\frac{3}{42}$		
gajo:	7	2 gramos			
			$\frac{2}{42}$		
gajo:	8	3 gramos			
			$\frac{3}{42}$		
gajo:	9	2. gramos			
			$\frac{2}{42}$		
gajo:	10	3 gramos			
			$\frac{3}{42}$		
gajo:	11	2 gramos			
			$\frac{2}{42}$		
Cascavita	14		$\frac{42}{42}$		

Es así como con esta actividad se logró el desarrollo de un pensamiento sobre la fracción y la diversidad que existe para su uso como número.

**Reflexión. Sesión 6: De gajo en gajo.** En la última actividad del plan de acción logré problematizar a los alumnos para que desarrollaran un pensamiento abstracto sobre la fracción a fin de profundizar lo ya construido en las sesiones anteriores, pero con un mayor grado de dificultad (Naranjo y Puga, 2016). Es así como el plan de acción termina con una actividad en la que incluso el significado de la fracción como medida convive con otro significado de la fracción, el parte-todo a través de su uso (Fandiño, 2009) en una situación didáctica diferente.

En esta actividad, pese a la dificultad que presentaron los alumnos para encontrar la relación que existía entre el peso total de la mandarina y el peso de cada gajo, resultó ser una actividad que permitió al alumno afianzar sus conocimientos de la fracción y consolidar su conceptualización.

Es importante que, una vez afianzado el pensamiento lógico sobre el concepto de fracción, se avance hacia al pensamiento lateral, el mismo que permite complementar el pensamiento lógico ya que éste por sí sólo no basta (Rajadell, 2009) pues manifiesta que la lógica actúa de forma pautada, mecánica, ordenada que muchas veces conduce a vías sin salida ya que, de manera lógica la mente no puede dar saltos que enfoquen el problema desde una perspectiva integral.

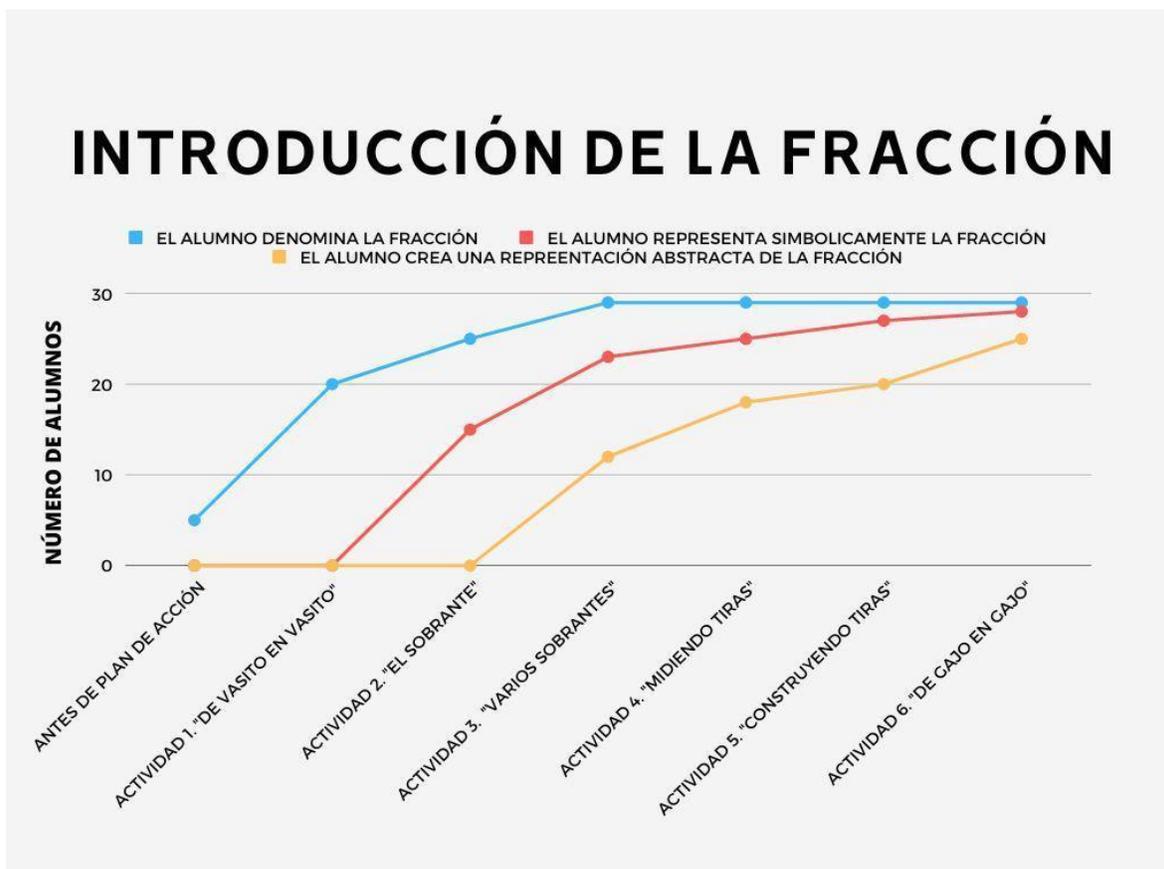
### **Evaluación de la propuesta**

A partir de la implementación de las actividades que conforman el plan de acción con el propósito de realizar un acercamiento educativo a la fracción en los alumnos del tercer grado de primaria, se pudo documentar un avance gradual en las representaciones de la fracción que utilizan los alumnos como se presenta en la Figura 43.

Al principio solo cinco alumnos denominaban una fracción. Tal vez en su lenguaje cotidiano habían escuchado sobre las fracciones. Con la implementación de la primera actividad hubo un aumento significativo en la cantidad de alumnos que lograron denominar una fracción, aumentando a 20 alumnos. Durante el transcurso de las actividades fueron aumentando poco a poco hasta que en la actividad tres, se mantuvo una constante de 29 alumnos que lograron denominar una fracción.

Figura 43.

Resultados de la aplicación del plan de acción.



Para el caso de la representación simbólica, durante la actividad de la sesión uno, se decidió no utilizar esta representación para evitar que se interrumpiera el avance a la denominación de la fracción. Por tanto, a partir de la sesión dos se inició con la representación simbólica de la fracción. A partir de ese momento hubo un incremento que permite entender que, en conjunto con la denominación, se da una conceptualización de la fracción que surge con la manipulación y experimentación.

Por su parte, la representación numérica tuvo un aumento más lento. Al ser un proceso individual que se desarrolla según el avance de las actividades y los procesos cognoscitivos de cada alumno. Sin embargo, se observó un avance significativo ya que, al concluir la última actividad del plan de acción, se observó que 25 alumnos lograron abstraer dicho objeto matemático.

Por lo anterior, se puede concluir que las actividades implementadas para favorecer la construcción del concepto de fracción en los alumnos atendidos resultaron ser exitosas, pues se observan tendencias favorables en el primer acercamiento al objeto matemático de la fracción

por parte de los alumnos del tercer grado de primaria, por ello, tomando como referencia los resultados obtenidos es posible dar respuesta a la segunda pregunta guía de la presente investigación.

Ahora bien, una vez analizados los resultados obtenidos es necesario retomar la escala estimativa del autodiagnóstico con la finalidad de analizar mi propia práctica educativa y el avance que pudo existir al momento de realizar una documentación teórica y la aplicación del plan de acción (véase Apéndice D).

En el caso del dominio del *conocimiento pedagógico* en específico en el sub-dominio *conocimiento del contenido y lo estudiantes* pude darme cuenta que pasé de un nivel de logro mejorable a encontrarme en un nivel de logro satisfactorio y notable. Esto como producto de la investigación documental realizada, ahora conozco sobre los procesos de desarrollo y aprendizaje infantil. También he logrado identificar algunas de las características cognitivas de los alumnos en sintonía con sus diferentes estilos de aprendizaje. Ahora cuento con más información sobre las estrategias de enseñanza sobre la fracción para propiciar el desarrollo cognitivo de los alumnos.

Para el subdominio del *conocimiento del contenido y de la enseñanza* también tuve una evolución. De estar en el nivel de logro mejorable, pasé a los niveles satisfactorio y notable pues ahora me considero capaz de diseñar y planificar situaciones didácticas de la fracción. También cuento con los conocimientos necesarios para evaluar las diferentes actividades didácticas. Considero que soy capaz de hacer cambios en mi práctica docente a partir de diferentes evaluaciones que den muestra de los aprendizajes de mis alumnos.

En el subdominio del *conocimiento del contenido y del currículum*, me encontraba en la mayoría de los indicadores en un nivel de logro mejorable e insatisfactorio y ahora me posición en un nivel satisfactorio. Ahora puedo explicar cómo los propósitos educativos del currículum vigente orientan mi intervención didáctica, puedo justificar la aparición y ubicación del contenido de la fracción en el currículum y logró integrar el currículum vigente en mis planificaciones de las actividades pedagógicas de la fracción.

Para el subdominio del *conocimiento especializado del contenido* en la mayoría de los indicadores registré un nivel de logro satisfactorio. Conozco lo suficiente del contenido de fracción en términos de enseñanza, así como también me considero capaz para impartir con claridad el contenido. Asimismo, puedo expresarme con la terminología, rigor y notaciones adecuadas con respecto a la fracción y tengo claro cuáles son las dificultades que se presentan en la enseñanza del contenido de fracción.

Finalmente, para el subdominio del *conocimiento del horizonte* de igual forma en todos los iniciadores ahora me encuentro en un nivel de logro satisfactorio. Puedo reconocer la organización progresiva del contenido de fracción en los programas de educación vigentes en la educación primaria. También logré vincular contenidos relacionados a la fracción en las actividades con el fin de lograr los propósitos educativos soy capaz de rescatar los conocimientos previos de los alumnos para lograr una conexión con el contenido de fracción.

Con base a los resultados descritos anteriormente, puedo dar respuesta a la tercer pregunta guía de la investigación, pues al haber una evolución en mis dominios pedagógicos y del contenido de fracción producto del proceso de investigación documental, pilotaje de actividades a implementar y un acompañamiento de parte de la asesora del presente documento se logró favorecer la construcción del concepto de fracción en los alumnos atendidos. Con esto, ahora comprendo que dentro de la reflexión de la práctica educativa es necesario llevar a cabo acciones para la mejora del propio quehacer docente. Al analizar los resultados del plan de acción, pude entender la responsabilidad que tengo como docente. De mi responsabilidad y conciencia dependerá el avance o no en la construcción de los conocimientos de los alumnos y de la propia práctica educativa.

## Capítulo 5. Conclusiones y recomendaciones

Para concluir esta investigación se partió del supuesto establecido en el primer capítulo, en donde se mencionó que, si el docente posee un dominio pedagógico y del contenido de la fracción en un nivel de logro satisfactorio, tendrá intervenciones pedagógicas favorables al aprendizaje efectivo del concepto de fracción con los alumnos de primaria. Como se ha mostrado en el capítulo anterior, se confirma la veracidad del supuesto y se logra el objetivo general de la investigación. Al realizar una autoevaluación sobre los dominios pedagógicos y del contenido de fracción que cuento como docente investigador, logré detectar las áreas de oportunidad que presentaba en dichos dominios. Lo anterior me permitió tomar decisiones en torno a fortalecer mis conocimientos a través del desarrollo de la investigación y el diseño de un plan de acción que favoreciera la construcción del concepto de fracción en el primer acercamiento a este objeto matemático por parte de los alumnos de primaria.

Los objetivos específicos declarados en el capítulo uno, se retoman a continuación vinculando con las acciones realizadas a lo largo de la investigación:

1. *Reconocer los dominios pedagógicos y sobre el conocimiento de las fracciones del docente investigador.* Como se mostró en el diagnóstico, el autoevaluarme en relación a los dominios que contaba como docente investigador responsable de acercar a la construcción del concepto de fracción a los alumnos de primaria del tercer grado, me permitió tomar decisiones importantes para solventar mis áreas de oportunidad en los conocimientos relacionados con la enseñanza de las fracciones en el nivel primaria.
2. *Diseñar actividades para facilitar el inicio en el aprendizaje del concepto de fracción en alumnos de tercer grado de primaria.* Esta etapa de la investigación fue crucial, pues con base a los niveles de logro obtenidos de la autoevaluación en torno a mis dominios pedagógicos y del contenido de fracción como docente investigador diseñé un plan de acción que permitió un acercamiento certero y efectivo de los alumnos de tercer grado de primaria a la construcción del concepto de fracción como sus primeras experiencias. Resulta imperativo mencionar que sobre estas actividades aplicadas recae el resultado del logro pedagógico obtenido.
3. *Analizar el impacto de la intervención didáctica del docente investigador.* Esta etapa, fue parte de la reflexión autocrítica e introspectiva que me permite analizar de manera personal mi propia intervención didáctica como responsable educativo de lograr que los alumnos en sus primeras experiencias la fracción logren construir de manera favorable un concepto que les permitiera consolidar un aprendizaje significativo.

Estos objetivos permitieron lograr el objetivo general de la investigación: *lograr que los alumnos de tercer grado de primaria construyan el concepto de fracción con base en los dominios pedagógicos y del contenido de la fracción del docente investigador.*

Entre los principales resultados que se obtuvieron a partir del objetivo general de esta investigación son los siguientes:

- Reconocí como docente investigador la importancia que tienen los dominios pedagógicos y del contenido de la fracción para favorecer la construcción del concepto de fracción en los primeros acercamientos de los alumnos de primaria.
- Reconocí la importancia de la investigación documental y bibliográfica como medio para subsanar las áreas de oportunidad de desconocimiento sobre la fracción y su enseñanza.
- Tomé decisiones sobre el diseño de un plan de acción que favorecieran la construcción del concepto de fracción para lograr un acercamiento favorable por parte de los alumnos del tercer grado de primaria.
- Logré que los alumnos denominarán las fracciones con base en las actividades seleccionadas y diseñadas a través del significado como medida.
- Logré que los alumnos representarán numéricamente la fracción con base en las actividades seleccionadas y diseñadas a través del significado de medida.
- Logré que los alumnos comiencen a representar de manera abstracta la fracción con base a las actividades seleccionadas y diseñadas a través del significado de medida.
- Logré que el alumno entendiera la fracción como un solo número y no como dos, permitiendo así una construcción favorable del concepto de fracción.
- Logré que los alumnos entendieran la composición de la estructura de la fracción y los elementos que la componen.
- Logré a través de la transversalidad con las ciencias naturales y utilizando la medición, que el alumno tuviera la necesidad de representar la fracción.
- Favorecí la construcción del concepto de fracción en los alumnos de primaria en su primer acercamiento a dicho objeto matemático.

A partir de los resultados obtenidos de la presente investigación puedo dar respuesta a la pregunta de investigación y decir que el objeto matemático de la fracción resulta ser un contenido complejo de aprender y difícil de enseñar. Los docentes de primaria deben asumir la responsabilidad de que pese a sus carencias en los dominios pedagógicos y del contenido de la fracción, deberán brindar al alumno la posibilidad de tener un acercamiento oportuno, para que logre construir el concepto de fracción en sus primeros acercamientos y de esta manera evitar

que haya consecuencias negativas a mediano y largo plazo en la línea curricular del contenido. También lograr una conceptualización que vaya más allá de lo operativo y lo representativo. Por ello, es necesario declarar con responsabilidad que el docente puede presentar dificultades en la enseñanza de algún objeto matemático como la fracción. Pero debe actuar profesionalmente para evitar que esas deficiencias como profesor causen consecuencias negativas en la construcción del aprendizaje del alumno.

Es por eso que, con base a los resultados que se obtuvieron en esta investigación se brindan algunas sugerencias para futuras investigaciones:

- Prestar atención a la práctica educativa y los dominios pedagógicos y del contenido de fracción del profesor responsable de acercar a la construcción del concepto de fracción en los alumnos de primaria en su primer acercamiento a dicho objeto matemático.
- Tomar la responsabilidad como docente, de lograr que los alumnos construyan de manera oportuna el concepto de fracción pese a las carencias de éste en los dominios pedagógicos y del contenido de la fracción.
- Realizar evaluaciones que permitan detectar los niveles de logro con relación al dominio pedagógico y del contenido de la fracción en los profesores responsables de acercar a la construcción del concepto de fracción en los alumnos de primaria.
- Tomar como referencia actividades fundamentadas por expertos en la fracción para el diseño del plan de acción para acercar a la construcción del concepto de fracción en los alumnos de primaria.
- Trabajar en entornos continuos para favorecer el acercamiento de la construcción del concepto de fracción en la educación primaria.
- Tomar lo positivo de los resultados del plan de acción y evitar repetir lo que no sirvió durante la práctica educativa.
- Evitar limitar al alumno a trabajar con fracciones con denominadores pares hasta doceavos como lo marca el plan y programa de estudio de la educación primaria (2017).
- Evitar subestimar al alumno en sus capacidades.
- Evitar interferir en su proceso de aprendizaje invadiendo el raciocinio y autonomía de los alumnos.
- Considerar que el material didáctico a utilizar debe ser funcional y cumplir con el propósito de la actividad.
- Permitir al alumno la construcción de su propio aprendizaje a través de la problematización.
- Crear transversalidad curricular con otras materias que permitan utilizar diversos contenidos.
- Considerar que la construcción del concepto de fracción es gradual y continua.

- Reflexionar sobre el impacto de la intervención didáctica como docente investigador.

Finalmente, a título personal y a partir de la experiencia y conocimientos obtenidos con el desarrollo de esta investigación concluyo que la propia práctica educativa y los niveles de logro de los dominios pedagógicos y del contenido de la fracción de cualquier docente responsable de acercar al contenido matemático de la fracción a los alumnos tiene una gran influencia en si se consolida como una construcción favorable o con deficiencias que traerá consecuencias negativas a mediano y largo plazo. Es necesario ser profesional, tener humildad, coherencia y asumir que es válido que podamos presentar carencias como docentes. Sin embargo, es imperativo tener la responsabilidad de tomar decisiones y acciones oportunas para lograr que los conocimientos de los niños y niñas se consoliden.

## Referencias

- Angulo V., M. L., Arteaga V., E. y Carmenate B., O. (2019). La significación del contexto para la formación y asimilación de conceptos matemáticos. Principios básicos. Revista Universidad y Sociedad.
- Arellano, A. (2016). Diseño Curricular, Concepción del Currículum
- Ausubel, D. P. (1976) Descripción: Psicología educativa. Un punto de vista cognitivo. México: Editorial Trillar, p. 769.
- Ausubel, D.; Novak, J. y Hanesian, H. (1990). Psicología educativa: un punto de vista cognoscitivo. México: Trillas.
- Ayala, R. (2008). La metodología fenomenológico-hermenéutica de M. Van Manen en el campo de la investigación educativa. Posibilidades y primeras experiencias. Revista de Investigación Educativa, pp.409-430. Disponible en: <http://www.redalyc.org/articulo.oa?id=283321909008>
- Ball, D. L., Thames, M. H., & Phelps, G. (2008). Content knowledge for teaching: What makes it special?.
- Barrows H.S. (1986) A Taxonomy of problem based learning methods, Medical Education.
- Bitlloch, M. T. (2016). Más material manipulable para enseñar matemáticas en educación infantil. Edma 0-6: Educación Matemática en la Infancia, 5(1), 59-64
- Block, S., David [coord.] (1997), La enseñanza de las matemáticas en la escuela primaria. Taller para maestros. Segunda parte, México, SEP.
- Buisán S. C. y Marín G. M. A. (2001). Cómo realizar un diagnóstico pedagógico. Riobamba: Alfaomega Grupo Editor SA.
- Careaga, A. (2001). La evaluación como herramienta de transformación de la práctica docente. Educere, 345-352.
- Coll, C. (1985). Acción, interacción y construcción del conocimiento en situaciones educativas. Anuario de psicología/The UB Journal of psychology, 59-70.
- Colmenares, A. M. (2012). Investigación-acción participativa: una metodología integradora del conocimiento y la acción.
- Cuellar C., J. A. y Jiménez R., J. C. (2019). Desarrollo del proceso de definir con geometría dinámica: una reflexión desde nuestro rol como docentes.
- Cusel, P., Pechin, C., y Alzamora, S. (2007). Contexto escolar y prácticas docentes. Mendoza, Argentina: Instituto Superior de Bellas Artes "Municipalidad de Gral. Pico" (ISBA). Gral. Pico, La Pampa. Jornadas nacionales de investigación educativa.
- Dansereau, D. F. (1985). Learning strategy research. Thinking and learning skills, 1, 209-239.

- Davini, M. C. (2015). La formación en la práctica docente. Buenos Aires: Paidós.
- Díaz F., Hernández G. Enseñanza situada: vínculo entre la escuela y la vida. México: McGraw-Hill; 2006.
- Escontrela M., R. (2003), Bases para reconstruir el diseño instruccional en los sistemas de educación a distancia. *Docencia Universitaria*, 1(IV), 25-48.
- Fandiño P., M. I. (2009). Las fracciones. Aspectos conceptuales y didácticos. Bogotá: Magisterio. [Prefacios de Athanasios Gagatsis y, de la edición en idioma español, de Carlos Eduardo Vasco Uribe], 222 páginas. isbn: 978-958-20-0970-0
- Fazio, L., & Siegler, R. (2011). La enseñanza de las fracciones (Prácticas Educativas 22). *Ginebra: Oficina Internacional de Educación-OIE*. Recuperado de [http://www.ibe.unesco.org/sites/default/files/resources/edu-practices\\_22\\_spa.pdf](http://www.ibe.unesco.org/sites/default/files/resources/edu-practices_22_spa.pdf).
- Federación de Sociedades de Profesores de Matemáticas (2011). Cuestionario de Autoevaluación del profesor e indicadores de calidad en la enseñanza de las matemáticas.
- Fierro, C., Fortoul, B., y Rosas, L. (1999). Transformando la práctica docente: una propuesta basada en la investigación-acción.
- Flores, P. (2000). *Reflexión sobre problemas profesionales surgidos durante las prácticas de enseñanza*. *Revista EMA*, 5(2), 113-138.
- Fonseca C., N., Pereira de Homes, L., y Navarro R. (2009). La evaluación curricular en la Universidad del Zulia. Caso Facultad de Ciencias Económicas y Sociales.
- Freudenthal H., (1983). *Didactical phenomenology of mathematical structures*. Reidel Publishing Company, Dordrecht, Holland,
- Fuentes, M. V. (2009). *La práctica educativa del maestro mediador*. *Revista Iberoamericana de educación*, 50(3), 2.
- Fuentes-Sordo, O. E., (2015). *La organización escolar. Fundamentos e importancia para la dirección en la educación*. *VARONA*, (61), 1-12.
- Fuster, G., Doris, E.. (2019). Investigación cualitativa: Método fenomenológico hermenéutico. *Propósitos y Representaciones*, 7(1), 201-229. <https://dx.doi.org/10.20511/pyr2019.v7n1.267>.
- Gallardo, J., González, J. L., y Quispe, W. (2008). Interpretando la comprensión matemática en escenarios básicos de valoración: Un estudio sobre las interferencias en el uso de los significados de la fracción. *Revista latinoamericana de investigación en matemática educativa*, 11(3), 355-382.
- García, E. (2009). *Historia de las ciencias en textos para la enseñanza*. Editorial Universidad del Valle.

- García, S. (2010). Uso de contenidos educativos digitales a través de Sistemas de Gestión del Aprendizaje (LMS) y su repercusión en el acto didáctico comunicativo.
- Gobierno de México. DGESE, D. G. (2018). Perfil de egreso de la educación normal. Recuperado de: <https://www.cevie-dgesum.com/index.php/planes-de-estudios2018/124> .
- Gómez M., A., y Pérez S., A. (2016). Tres enfoques para la enseñanza de los números racionales. *Saber*, 28(4), 819-827.
- Gómez, S. (2012). Evaluación psicopedagógica. México: Red Tercer Milenio, S.C. En: [http://www.aliat.org.mx/BibliotecasDigitales/Educacion/Evaluacion\\_psicopedagogica.pdf](http://www.aliat.org.mx/BibliotecasDigitales/Educacion/Evaluacion_psicopedagogica.pdf)
- Heidegger, M. (2003), *Ser y Tiempo*, Editorial Trota, Madrid, España, 2006.
- Hernández, R., Fernández, C., y Baptista, P. (2003). Metodología de la Investigación. México: McGrawHill.
- Hernández G. S. M. (2022). *Ansiedad matemática en el aprendizaje de las fracciones*. (Tesis de Licenciatura). Benemérita y Centenaria Escuela Normal del Estado de San Luis Potosí: México.
- Hiebert, J. y Carpenter, T. (1992) Learning and teaching with understanding. En D. A. Grows (edt.) Handbook of Research on Mathematics Teaching and Learning. New York: MacMillan Publishing Company.
- INEE (2019). Autoevaluación docente para educación primaria. Guía práctica. México: Hernández G., A. I.
- Japón, J. G., y Zambrano, M. F. (2017). La manipulación como parte fundamental del desarrollo de las relaciones lógico matemáticas. In Conference Proceedings (Machala) (Vol. 1, No. 1).
- Jaramillo N., L. M., y Puga P., L. A. (2016). El pensamiento lógico-abstracto como sustento para potenciar los procesos cognitivos en la educación. Universidad Politécnica Salesiana. Ecuador.
- Kenley, R. (1999). Problem Based Learning: within a traditional teaching environment. *Faculty of Architecture and Building. University of Melbourne*, 120-132.
- Kieren, T. E. (1980). The rational number construct: Its elements and mechanisms. *Recent research on number learning*, 13(5), 125-150.
- Kula, W. (1998). *Las medidas y los hombres*. México: Siglo veintiuno editores.
- Lamon, S. J. (2001). Presenting and representing: From fractions to rational numbers. *The roles of representation in school mathematics*, 146-165.
- Laorden C., García Elena., Sánchez S. (2005). Integrando descripciones de habilidades cognitivas en los metadatos de los objetivos de aprendizaje estandarizados. RED, Revista de Educación a Distancia, Universidad de Murcia. España.

- Latorre, A. (2005). *La investigación-acción. Conocer y cambiar la práctica educativa*. 3ª ed. Barcelona: Editorial Graó.
- Latorre, A. (2007). *La investigación-acción: conocer y cambiar la práctica educativa*. 4ª ed. Barcelona: Editorial Graó.
- Ley General de Educación. Diario Oficial de la Federación (2019). Disponible en: [http://www.diputados.gob.mx/LeyesBiblio/pdf/LGE\\_300919.pdf](http://www.diputados.gob.mx/LeyesBiblio/pdf/LGE_300919.pdf)
- Llinares, S. y Sánchez, M. (1997) *Fracciones*. Matemáticas: cultura y aprendizaje
- López E., Barajas Z., Serrate L.(2002). *La educación en personas adultas*. Madrid Editorial Dykinson.
- López, P. M. (2002). Diseño Curricular. Ixtepec, Oaxaca.
- Lucero, M. M. (2003). *Entre el trabajo colaborativo y el aprendizaje colaborativo*. *Revista iberoamericana de Educación*, 33(1), 1-21.
- Marrero, M. R., Cabrera, M. M. R., y Nieves, F. (2014). *Hermenéutica: la roca que rompe el espejo*. *Investigación y postgrado*, 24(2), 181-201
- Martínez, M. (2009). *Ciencia y arte en la metodología cualitativa*. México: Trillas
- Medina-Díaz, M. D. R., y Verdejo-Carrión, A. L. (2020). *Validez y confiabilidad en la evaluación del aprendizaje mediante las metodologías activas*. *Alteridad. Revista de Educación*, 15(2), 270-284.
- Meyes F., Flores M., Servan E. (2008). *Habilidades Cognitivas: Transmisión Intergeneracional Por Niveles Socioeconomicos [Cognitive Abilities: Intergenerational Transmission by Socioeconomic Levels]* (No. 7180). University Library of Munich, Germany.
- Meza, A., y Barrios, A. (2010). Propuesta didáctica para la enseñanza de las fracciones. *Comunicación presentada en*, 11.
- Miras, M. Un punto de partida para el aprendizaje de nuevos contenidos: Los conocimientos previos. En C. Coll, E. Martín, T. Mauri, M. Miras, J. Onrubia, I. Solé, y A. Zabala: *El constructivismo en el aula*. Barcelona, Graó.1999, pp. 47-63.
- Morales V., N. (2019). Estimación de propiedades psicométricas del test de estrategias de resolución en comparaciones de fracciones (TERCF).
- Naranjo, L.M. y Puga, L. A. (2016). *El pensamiento lógico - abstracto como sustento para potenciar los procesos cognitivos en la educación*. *Colección de Filosofía de la Educación*, No.21. Recuperado de <http://www.redalyc.org/articulo.oa?id=441849209001>
- National Council of Teachers of Mathematics. (1995). *Medida*. México: Trillas.
- Navarro, E. (2012). *La experimentación científica en Secundaria. Argumentos para llevarla a cabo*. *Revista digital de educación y formación del profesorado* (I), 1-8.

- Onrubia, J., Rochera, M. J. y Barbera, E. (2001). La enseñanza y el aprendizaje de las Matemáticas: una perspectiva psicológica. En C. Coll, J. Palacios y A. Marchesi. *Desarrollo psicológico y educación 2: Psicología de la educación escolar*, 487-508. Madrid: Alianza.
- Pastor, R., Nashiki, R., y Pérez, M. (2010). Desarrollo y aprendizaje infantil y su observación. Universidad Nacional Autónoma de México. Facultad de Psicología. Maestría en Psicología profesional.
- Peña, M. y Ruiz, M. (2020). *Experiencia de vinculación entre la formación académica–pedagógica y la praxis docente en planificación*. *Revista Ciencias de la Educación*, 30 (55), 297-319. <http://servicio.bc.uc.edu.ve/educacion/revista/55/art15.pdf>
- Perez, M. M., y Sánchez, T. (2012). *Trabajo colaborativo en el aula: experiencias desde la formación docente*. *Educare*, 16(2), 93-118.
- Piaget, J. (1975). *El desarrollo del pensamiento*. Buenos Aires: Paidós.
- Pineda, D.M. (2003). *Manual de estrategias enseñanza/aprendizaje*. Ministerio de Educación Perú.
- Pizarro, A., Caamaño, C., y Brieba, M. C. (2021). *Didáctica de la matemática para primer ciclo de Educación Básica: Un aporte a la formación continua de profesores. Tomo II*
- Poot-Delgado, C. A. (2013). *Retos del aprendizaje basado en problemas*. *Enseñanza e investigación en psicología*, 18(2), 307-314.
- Prado D., V. M., Ramírez M., M. L., y Ortiz C., M. S. (2010). *Adaptación y validación de la escala de clima social escolar (CES)*. *Revista Electrónica Actualidades Investigativas en Educación*, 10(2), 1-13.
- Pujadas, M., & Eguiluz, M. L. (2000). *Fracciones:¿ un quebradero de cabeza?: sugerencias para el aula*. Novedades Educativas.
- Rajadell, M. (2009). *Creación de empresas*. España: UPC
- Ramos, A.I; Herrera, Ja; Ramírez, M.S (2010). *Desarrollo con habilidades cognitivas con aprendizaje móvil: Un estudio de casos*. *Comunicar*, Vol XVII, N°34, pp 201-209. Grupo comunicar, España.
- Reid, L. D., & Radhakrishnan, P. (2003). *Race matters: The relation between race and general campus climate*. *Cultural Diversity and Ethnic Minority Psychology*, 9(3), 263–275. <https://doi.org/10.1037/1099-9809.9.3.263>.
- Rivero, I., Gómez, M., y Abrego, F. (2013). *Tecnologías educativas y estrategias didácticas: criterios de selección*. Educación y tecnología.
- Rodríguez, D. (2004). *Diagnóstico organizacional*. Santiago: Ediciones Universidad Católica de Chile.

- Secretaría de Educación Pública. (2011). *Programas de estudio. Guía para el Maestro. Educación Básica. Primaria. tercer grado*. México: SEP.
- Secretaria de Educación Pública. (2017). *Aprendizajes Clave para la Educación Integral*. México, DF: p. 50-277.
- Secretaria de Educación Pública. (2018). *Aprendizajes Clave. Programa de estudio. Tercer Grado*. México: SEP.
- Sierra, F. H., (2006). Una visión de los roles en una actividad ABP. En Sola, C. (Ed.), *Aprendizaje basado en problemas. De la teoría a la práctica*. México: Trillas.
- Smyth, J. (1991). *Una pedagogía crítica de la práctica en el aula*. *Revista de Educación*, (294), pp. 275-300.
- Solé, I., & Coll, C. (1993). *Los profesores y la concepción constructivista*. *El constructivismo en el aula*, 7-23.
- Stelzer, F., Andrés, M. L., Introzzi, I., Canet-Juric, L., & Urquijo, S. (2019). *El conocimiento de las fracciones. Una revisión de su relación con factores cognitivos*. *Interdisciplinaria*, 36(2), 185-201.
- Sternberg, R. J. (1999). *Estilos de pensamiento*. Paidós Iberica, Ediciones S. A.
- Tobón, S. (2007). Evaluación socioformativa. Estrategias e instrumentos. Mount Dora (USA): Kresearch. En: <https://cife.edu.mx/recursos/wp-content/uploads/2018/08/LIBROEvaluaci%C3%B3n-Socioformativa-1.0-1.pdf>
- Torres M., E. (2015). *El conocimiento del profesor de matemáticas en la práctica: enseñanza de la proporcionalidad*. Universitat Autònoma de Barcelona.
- Trenas, F. R. (2009). Aprendizaje significativo y constructivismo. *Temas para la educación*, 8.
- Villar R., J. (2011). El templo de la Santa Cruz de Enrique de la Mora y Félix Candela en San Luis Potosí. *Academia XXII*, 2(2). <https://doi.org/10.22201/fa.2007252Xp.2011.2.26204>
- Vygotsky, L. S. (1979). Interacción entre aprendizaje y desarrollo. En L. Vygotsky (Ed.), *El desarrollo de los procesos psíquicos superiores* (pp. 123- 140). Barcelona: Editorial Crítica.
- Whitehead, J. (1991): *How do we improve research. based professionalism in Education. A question which includes action research, educational theory and the politics of educational knowledge*. *British Educational Research Journal*, n. 15(1), pp. 3-17.

**Apéndice A. Carta petitoria para recabar evidencias para fines de investigación**

SAN LUIS POTOSÍ, S.L.P; 01 DE MARZO DEL 2023

ASUNTO: PERMISO DE TOMA EVIDENCIAS

[Redacted]  
**Director de la Escuela Primaria Ignacio Zaragoza  
PRESENTE.-**

Por medio de la presente solicito a usted atentamente su autorización para recabar evidencias como: fotografías, video y audio de las actividades que implementaré con el grupo de tercer grado grupo A al que estoy asignado para realizar mis prácticas profesionales en el ciclo escolar 2022-2023. Las actividades a implementar forman parte del plan de acción de mi documento recepcional, que consiste en una tesis de investigación que tiene como objetivo general lograr que los alumnos de tercer año de primaria construyan el concepto de fracción con base en los dominios pedagógicos y del conocimiento de la fracción del docente investigador.

Expreso mi compromiso y responsabilidad de conservar la confidencialidad de la información recabada, asegurando a usted que el uso de las evidencias resultantes se harán con el cuidado debido y para fines de investigación . Por ello durante el proceso de recolección me enfocaré en el trabajo de los estudiantes y no en su persona de manera directa.

Sin otro particular y en espera de verme favorecida en mi solicitud me es grato enviarle un cordial saludo.

Solicitante:

  
Miguel Ángel Pérez García

Docente en formación

Recibo y otorgo el permiso





[Redacted]  
Directora de la institución

**Apéndice B. Escala estimativa para evaluar dominios pedagógicos y del contenido de la fracción.**

**Escala Estimativa**

**Objetivo:** Autoevaluar el conocimiento sobre la enseñanza-aprendizaje de la fracción para fines de enseñanza.

Conocimiento del contenido y de los estudiantes					
Criterios/Descriptor es	Niveles de logro				
	Óptimo	Notable	Satisfactorio	Mejorable	Insatisfactorio
Conozco las características de mis alumnos, en función de los procesos de desarrollo y de aprendizaje infantiles.					
Reconozco las características cognitivas más significativas de mis alumnos y distingo sus diferentes estilos de aprendizaje.					
Conozco estrategias para la enseñanza de las fracciones para propiciar el desarrollo de habilidades cognitivas en mis alumnos, como: observar, preguntar, imaginar, explicar, buscar soluciones y expresar ideas propias.					
Conocimiento del contenido y de la enseñanza.					
Criterios/Descriptor es	Niveles de logro				
	Óptimo	Notable	Satisfactorio	Mejorable	Insatisfactorio
Diseño situaciones didácticas sobre fracciones acordes a					

---

los enfoques de los planes y programas de la educación primaria para lograr los aprendizajes esperados de los alumnos.

---

Reconozco que para realizar las actividades es necesario organizar a los alumnos, establecer el tiempo y tomar en cuenta los materiales a emplear.

---

Utilizar estrategias e instrumentos de evaluación durante las actividades didácticas para reconocer los aprendizajes de mis alumnos.

---

Hago cambios en mi práctica docente a partir de la implementación de la evaluación para propiciar los aprendizajes que aún no logran mis alumnos.

---

Cuando planifico dispongo de ejemplos, problemas y situaciones para introducir y mostrar utilidad de los conocimientos matemáticos con el uso de la fracción.

---

Puedo citar autores de actividades de enseñanza y aprendizaje que favorecen el desarrollo de las competencias básicas en el alumno en el contenido de la fracción.

Conocimiento del currículo					
Criterios/Descriptor es	Niveles de logro				
	Óptimo	Notable	Satisfactorio	Mejorable	Insatisfactorio
Explico cómo los propósitos educativos del currículo vigente orientan mi intervención didáctica.					

Identifico qué de mi práctica docente realizo a partir de los principios pedagógicos de la educación primaria. Dispongo de criterios para justificar la aparición y ubicación del contenido de fracción en el currículo. Conozco el currículo vigente y puedo integrar en la planificación de las actividades las competencias y demás elementos que lo componen.

Conocimiento especializado del contenido					
Criterios/Descriptor es	Niveles de logro				
	Óptimo	Notable	Satisfactorio	Mejorable	Insatisfactorio
Conozco el contenido de fracción para la enseñanza en la educación primaria.					

Imparto con claridad el contenido de fracción.

Conozco y me expreso con la terminología, rigor y notación adecuada con respecto al contenido de fracciones.

Conozco diversos significados y representaciones del objeto matemático de la fracción.

Tengo en cuenta las dificultades que presenta la enseñanza del contenido de fracciones.

**Conocimiento del horizonte.**

**Niveles de logro**

Criterios/Descriptor es	Óptimo	Notable	Satisfactorio	Mejorable	Insatisfactorio
Reconozco la organización progresiva del contenido de fracción en los programas de la educación primaria.					
Vinculo contenidos relacionados a las fracciones durante las actividades para lograr los propósitos educativos.					
Realizó estrategias didácticas que incluyan actividades para que los alumnos intercambien sus conocimientos previos.					

## Apéndice C. Resultados de la escala estimativa del diagnóstico

### Escala Estimativa

**Objetivo:** Autoevaluar el conocimiento sobre la enseñanza-aprendizaje de la fracción para fines de enseñanza.

<b>Conocimiento del contenido y de los estudiantes</b>					
<b>Criterios/Descriptores</b>	<b>Niveles de logro</b>				
	Óptimo	Notable	Satisfactorio	Mejorable	Insatisfactorio
Conozco las características de mis alumnos, en función de los procesos de desarrollo y de aprendizaje infantiles.				X	
Reconozco las características cognitivas más significativas de mis alumnos y distingo sus diferentes estilos de aprendizaje.				X	
Conozco estrategias para la enseñanza de las fracciones para propiciar el desarrollo de habilidades cognitivas en mis alumnos, como: observar, preguntar, imaginar, explicar, buscar soluciones y expresar ideas propias.				X	
<b>Conocimiento del contenido y de la enseñanza.</b>					
<b>Criterios/Descriptores</b>	<b>Niveles de logro</b>				
	Óptimo	Notable	Satisfactorio	Mejorable	Insatisfactorio
Diseño situaciones didácticas sobre fracciones acordes a los enfoques de los planes y programas de la educación				X	

primaria para lograr los aprendizajes esperados de los alumnos.	
Reconozco que para realizar las actividades es necesario organizar a los alumnos, establecer el tiempo y tomar en cuenta los materiales a emplear.	X
Utilizar estrategias e instrumentos de evaluación durante las actividades didácticas para reconocer los aprendizajes de mis alumnos.	X
Hago cambios en mi práctica docente a partir de la implementación de la evaluación para propiciar los aprendizajes que aún no logran mis alumnos.	X
Cuando planifico dispongo de ejemplos, problemas y situaciones para introducir y mostrar utilidad de los conocimientos matemáticos con el uso de la fracción.	X
Puedo citar autores de actividades de enseñanza y aprendizaje que	X

favorecen el desarrollo de las competencias básicas en el alumno en el contenido de la fracción.

**Conocimiento del currículo**

Criterios/Descripciones	Niveles de logro				
	Óptimo	Notable	Satisfactorio	Mejorable	Insatisfactorio

Explico cómo los propósitos educativos del currículo vigente orientan mi intervención didáctica.				<b>X</b>	
--	--	--	--	----------	--

Identifico qué de mi práctica docente realizo a partir de los principios pedagógicos de la educación primaria. Dispongo de criterios para justificar la aparición y ubicación del contenido de fracción en el currículo.				<b>X</b>	
Conozco el currículo vigente y puedo integrar en la planificación de las actividades las competencias y demás elementos que lo componen.			<b>X</b>		<b>X</b>

**Conocimiento especializado del contenido**

Criterios/Descripciones	Niveles de logro				
	Óptimo	Notable	Satisfactorio	Mejorable	Insatisfactorio

Conozco el contenido de fracción para la enseñanza en la educación primaria.				<b>X</b>	
Imparto con claridad el contenido de fracción.				<b>X</b>	

Conozco y me expreso con la terminología, rigor y notación adecuada con respecto al contenido de fracciones.					X
Conozco diversos significados y representaciones del objeto matemático de la fracción.					X
Tengo en cuenta las dificultades que presenta la enseñanza del contenido de fracciones.			X		
<b>Conocimiento del horizonte.</b>					
<b>Criterios/Descritores</b>	<b>Niveles de logro</b>				
	Óptimo	Notable	Satisfactorio	Mejorable	Insatisfactorio
Reconozco la organización progresiva del contenido de fracción en los programas de la educación primaria.					X
Vínculo contenidos relacionados a las fracciones durante las actividades para lograr los propósitos educativos.					X
Realizó estrategias didácticas que incluyan actividades para que los alumnos intercambien sus conocimientos previos.					X

## Apéndice D. Resultados de la escala estimativa post intervención

### Escala Estimativa

**Objetivo:** Autoevaluar el conocimiento sobre la enseñanza-aprendizaje de la fracción para fines de enseñanza.

Conocimiento del contenido y de los estudiantes					
Criterios/Descripciones	Niveles de logro				
	Óptimo	Notable	Satisfactorio	Mejorable	Insatisfactorio
Conozco las características de mis alumnos, en función de los procesos de desarrollo y de aprendizaje infantiles.			X		
Reconozco las características cognitivas más significativas de mis alumnos y distingo sus diferentes estilos de aprendizaje.			X		
Conozco estrategias para la enseñanza de las fracciones para propiciar el desarrollo de habilidades cognitivas en mis alumnos, como: observar, preguntar, imaginar, explicar, buscar soluciones y expresar ideas propias.			X		
Conocimiento del contenido y de la enseñanza.					
Criterios/Descripciones	Niveles de logro				
	Óptimo	Notable	Satisfactorio	Mejorable	Insatisfactorio
Diseño situaciones didácticas sobre fracciones acordes a			X		

los enfoques de los planes y programas de la educación primaria para lograr los aprendizajes esperados de los alumnos.	
Reconozco que para realizar las actividades es necesario organizar a los alumnos, establecer el tiempo y tomar en cuenta los materiales a emplear.	X
Utilizar estrategias e instrumentos de evaluación durante las actividades didácticas para reconocer los aprendizajes de mis alumnos.	X
Hago cambios en mi práctica docente a partir de la implementación de la evaluación para propiciar los aprendizajes que aún no logran mis alumnos.	X
Cuando planifico dispongo de ejemplos, problemas y situaciones para introducir y mostrar utilidad de los conocimientos matemáticos con el uso de la fracción.	X

Puedo citar autores de actividades de enseñanza y aprendizaje que favorecen el desarrollo de las competencias básicas en el alumno en el contenido de la fracción.	<b>X</b>
--	----------

**Conocimiento del currículo**

Criterios/Descripciones	Niveles de logro				
	Óptimo	Notable	Satisfactorio	Mejorable	Insatisfactorio

Explico cómo los propósitos educativos del currículo vigente orientan mi intervención didáctica.			<b>X</b>		
--	--	--	----------	--	--

Identifico qué de mi práctica docente realizo a partir de los principios pedagógicos de la educación primaria.		<b>X</b>			
--	--	----------	--	--	--

Dispongo de criterios para justificar la aparición y ubicación del contenido de fracción en el currículo.			<b>X</b>		
---	--	--	----------	--	--

Conozco el currículo vigente y puedo integrar en la planificación de las actividades las competencias y demás elementos que lo componen.			<b>X</b>		
--	--	--	----------	--	--

**Conocimiento especializado del contenido**

Criterios/Descripciones	Niveles de logro				
	Óptimo	Notable	Satisfactorio	Mejorable	Insatisfactorio

Conozco el contenido de fracción para la enseñanza en la educación primaria.			<b>X</b>		
--	--	--	----------	--	--

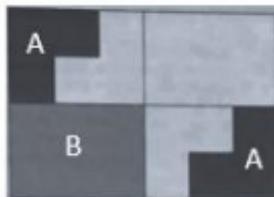
Imparto con claridad el contenido de fracción.					X
Conozco y me expreso con la terminología, rigor y notación adecuada con respecto al contenido de fracciones.					X
Conozco diversos significados y representaciones del objeto matemático de la fracción.					X
Tengo en cuenta las dificultades que presenta la enseñanza del contenido de fracciones.		X			
<b>Conocimiento del horizonte.</b>					
	<b>Niveles de logro</b>				
<b>Criterios/Descriptores</b>	Óptimo	Notable	Satisfactorio	Mejorable	Insatisfactorio
Reconozco la organización progresiva del contenido de fracción en los programas de la educación primaria.			X		
Vínculo contenidos relacionados a las fracciones durante las actividades para lograr los propósitos educativos.		X			
Realizó estrategias didácticas que incluyan actividades para que los alumnos intercambien sus conocimientos previos.			X		

## Anexo A. Instrumento Diagnóstico (1)

### DIAGNÓSTICO

Nombre del alumno(a): \_\_\_\_\_ Fecha: \_\_\_\_\_

1. Observa la imagen.



Completa los enunciados con la fracción que corresponde.

- Una sección A representa \_\_\_\_\_ del rectángulo grande
- La sección B representa \_\_\_\_\_ del rectángulo grande

Responde las preguntas.

- ¿Cómo son entre si las dos partes A con relación a la parte B?  
\_\_\_\_\_
- ¿Cómo son las fracciones entre si de las secciones A y B?  
\_\_\_\_\_

2. En una escuela se hizo una competencia para saber quién recorría la mayor distancia en 10 minutos. Los resultados fueron:



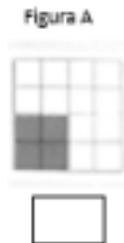
COMPETIDOR	RECORRIDO EN KILOMETROS
Araceli	$\frac{3}{4}$
Fernando	$\frac{1}{2}$
Alejandro	1
Daniel	$\frac{2}{3}$
Carlos	$\frac{3}{6}$
Maria Luisa	$\frac{2}{5}$
Silvia	$\frac{1}{3}$



Ordena los nombres de los ganadores de la carrera.

1°	2°	3°

3. Expresa en forma de fracción la parte coloreada en cada cuadrado:

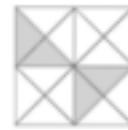


¿Qué relación encuentras con las fracciones representadas de cada cuadrado?

Subraya la respuesta correcta.

- La fracción que representa la figura A es mayor que la fracción que representa la figura B
- La fracción que representa la figura C es menor que la fracción que representa la figura B
- La fracción que representa la figura A es igual a la fracción que representa la figura C

4. Recorta y pega la fracción o fracciones que representen la parte coloreada de cada figura



5. Un jugador de baloncesto ha encestado 9 canastas de 21 tiros, mientras que otro logra el puntaje equivalente con 42 tiros.

¿Cuántas canastas encesto? \_\_\_\_\_

¿Cuál de los dos ha tenido más aciertos? \_\_\_\_\_

Tira recortable para el diagnóstico

$\frac{3}{4}$	$\frac{1}{4}$	$\frac{4}{8}$	$\frac{3}{12}$	$\frac{2}{16}$	$\frac{1}{2}$	$\frac{4}{16}$	$\frac{1}{4}$
---------------	---------------	---------------	----------------	----------------	---------------	----------------	---------------

## Anexo B. Instrumento Diagnóstico (2)

### Tema 2 Las fracciones en la medición

Cuando al medir una magnitud, la unidad de medida no cabe un número entero de veces en la magnitud, se puede fraccionar la unidad para obtener una medida más precisa. La medición es otra actividad fundamental que da lugar al fraccionamiento y, además, constituye un contexto adecuado para trabajar ciertos aspectos de las fracciones, como la comparación, la suma, la resta y la multiplicación por un entero.

#### Actividad 1

##### Midiendo longitudes

A través de esta actividad comprobará que, al realizar mediciones con material, se pueden verificar ciertas respuestas y corregir errores. Asimismo, establecerá diversas maneras de comparar fracciones.

1. Use la tira **U** para medir cada una de las demás tiras.

**Material:**

• Recortable N° 7.

La tira **A** mide: 2 tiras **U**

La tira **E** mide: \_\_\_\_\_

La tira **B** mide:  $\frac{1}{2}$  de **U**

La tira **F** mide: \_\_\_\_\_

La tira **C** mide: \_\_\_\_\_

La tira **G** mide: \_\_\_\_\_

La tira **D** mide: \_\_\_\_\_

La tira **H** mide: \_\_\_\_\_

2. A continuación se dan las medidas de otras tiras.

**I:**  $\frac{5}{4}$  de **U**

**L:**  $\frac{6}{5}$  de **U**

**J:**  $\frac{5}{3}$  de **U**

**M:**  $\frac{10}{8}$  de **U**

**K:**  $\frac{7}{4}$  de **U**

**N:**  $\frac{35}{50}$  de **U**

Procure contestar las siguientes preguntas sin hacer operaciones ni aplicar la regla de productos cruzados para comparar fracciones.

- a) ¿Qué tira es más larga, la **I** o la **J**? \_\_\_\_\_ ¿Por qué? \_\_\_\_\_